

T.C.
ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI
2014-YL-031

**HOMOJEN BİR MANYETİK ALANDA BULUNAN
DZIALOSHINSKII-MORIYA (DM) ETKİLEŞMESİNE
SAHİP DÖRT KUBİTLİK J1-J2 ISING SPİN
SİSTEMLERİNDE KUANTUM DOLAŞIKLIĞIN
İNCELENMESİ**

Emrah KOCAARSLAN

Tez Danışmanı

Yrd. Doç. Dr. Cenk AKYÜZ

AYDIN

T.C.

ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

AYDIN

Fizik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Programı öğrencisi Emrah KOCAARSLAN tarafından hazırlanan Homojen Bir Manyetik Alanda Bulunan Dzialoshinskii-Moriya (DM) Etkileşmesine Sahip Dört Kubitlik J1-J2 Ising Spin Sistemlerinde Kuantum Dolaşıklığın İncelenmesi başlıklı tez, 17.07.2014 tarihinde yapılan savunma sonucunda aşağıda isimleri bulunan jüri üyelerince kabul edilmiştir.

Ünvanı, Adı Soyadı	Kurumu	İmzası
Başkan :Yrd. Doç. Dr. Cenk AKYÜZ	Adnan Menderes Üniversitesi	
Üye :Prof. Dr. Doğan DEMİRHAN	Ege Üniversitesi	
Üye : Yrd. Doç. Dr. Haydar UNCU	Adnan Menderes Üniversitesi	

Jüri üyeleri tarafından kabul edilen bu Yüksek Lisans tezi, Enstitü Yönetim Kurulununsayılı kararıyla ... / .../2014 tarihinde onaylanmıştır.

Prof. Dr. Cengiz ÖZARSLAN

Enstitü Müdürü

T.C.
ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE
AYDIN

Bu tezde sunulan tüm bilgi ve sonuçların, bilimsel yöntemlerle yürütülen gerçek deney ve gözlemler çerçevesinde tarafımdan elde edildiğini, çalışmada bana ait olmayan tüm veri, düşünce, sonuç ve bilgilere bilimsel etik kuralların gereği olarak eksiksiz şekilde uygun atıf yaptığımı ve kaynak göstererek belirttiğimi beyan ederim.

17 / 07 / 2014

Emrah KOCAARSLAN

ÖZET

HOMOJEN BİR MANYETİK ALANDA BULUNAN DZIALOSHINSKII-MORIYA (DM) ETKİLEŞMESİNE SAHİP DÖRT KUBİTLİK J1-J2 ISING SPİN SİTEMLERİNDE KUANTUM DOLAŞIKLIĞIN İNCELENMESİ

Emrah KOCAARSLAN

Yüksek Lisans Tezi, Fizik Anabilim Dalı
Tez Danışmanı Yrd. Doç. Dr. Cenk AKYÜZ
2014, 61 sayfa

Kuantum hesaplama ve kuantum enformasyon teorisi, enformasyon işlemlerinin kuantum mekaniksel sistemler kullanılarak gerçekleştirildiği bir alandır. Bu alanın en çarpıcı kısmını ise dolaşıklık çalışmaları oluşturur. Dolaşıklık, tamamen kuantum mekaniksel bir kaynak olup kuantum hesaplama ve kuantum enformasyonun en ilginç uygulamalarının çoğunda temel bir rol oynar. Katıhal sistemlerindeki kuantum spin zincirlerinin dolaşıklık çalışmaları ise kuantum enformasyon işlemleri ile yoğun madde fiziği arasında bir köprü oluşturur ve zengin bir çalışma alanı sağlar. Bu nedenle bu tezde homojen bir manyetik alanda bulunan DM etkileşmesine sahip en yakın komşu ve ikinci en yakın komşu kubit etkileşmelerini içeren dört kubitlik Ising modelinin dolaşıklığı incelenmiştir. İlk olarak taban durum dolaşıklığı hesaplamaları yapılmıştır. Sonuçlardan DM etkileşmesinin en yakın komşu kubitler, tedirginliğin ise ikinci en yakın komşu kubitler üzerinde etkili olduğu görülürken, manyetik alanın her ikisi üzerinde de etkin olduğu anlaşılmıştır. İkinci olarak ısısal dolaşıklık incelenmiştir. İncelemeler sonucunda DM etkileşmesinin ve manyetik alanın genel olarak sistemin ısısal dolaşıklığı üzerinde yapıcı etkiler sergilediği görülmüştür. Sonuç olarak bu genel Ising modelinde manyetik alan, sıcaklık, DM etkileşmesi ve tedirginlik parametrelerinin birbirlerine göre değişen etkilerinin kullanılması ile dolaşıklık üzerinde etkin kontrolün sağlanabileceği gösterilmiştir.

Anahtar Sözcükler: DM etkileşmesi, dolaşıklık, J1-J2 Ising modeli, kubit

ABSTRACT

INVESTIGATION OF QUANTUM ENTANGLEMENT IN FOUR QUBIT J1-J2 ISING SPIN SYSTEM IN THE PRESENCE OF A HOMOGENEOUS MAGNETIC FIELD AND DZIALOSHINSKII-MORIA (DM) INTERACTION

Emrah KOCAARSLAN

M.Sc. Thesis, Department of Physics

Supervisor: Asst. Prof. Dr. Cenk AKYÜZ

2014, 61 pages

Quantum computation and quantum information theory is a field in which information processing can be realized by using the quantum mechanical systems. The most striking part of this field is the study of entanglement. Entanglement is a fully quantum mechanical resource that plays a fundamental role in many of the most interesting applications of quantum computation and quantum information. The study of entanglement of quantum spin chains in solid state systems is provides a bridge between quantum information processing and condensed matter physics and constitute a rich area of study. Therefore, in this thesis, investigation of entanglement in four qubit Ising system including nearest neighbouring interaction, next-nearest neighbouring interaction, DM interaction, and magnetic field is studied. First, ground state calculations are carried out. From these results, it is understood that magnetic field has influence on both of the nearest neighbouring and the next-nearest neighbouring qubits while DM interaction and frustration become effective on the nearest neighbouring and the next-neighbouring qubits, respectively. Second, thermal entanglement is investigated. As the result of investigations, it is seen that DM interaction and magnetic field exhibit positive effects generally on thermal entanglement of the system. Consequently, we show that effective control of entanglement can be yield by employing the competing effects of the magnetic field, DM interaction, and frustration in this general Ising model.

Key Words: DM interaction, entanglement, J1-J2 Ising model, qubit.

ÖNSÖZ

Tez çalışmam süresince her türlü yardımı sağlayan, bilgi, tecrübesi ile çalışmama ışık tutan, ayrıca bana bu çalışmayı vererek kendimi geliştirmeye yönelik de birkaç adım ileride olmamı sağlayan, Saygı değer Hocam Yrd. Doç. Dr. Cenk AKYÜZ'e, Tezimin hazırlanması sırasında beni cesaretlendiren ve her türlü desteği sağlayan değerli arkadaşlarım Emrah KANIK, Mustafa DURAN, Alev ŞAHİNTAŞ ve Barış Copy Ailesine (Nurgül ÇILGIN, Özlem ULUÇ ve Uğur ÇILGIN) teşekkürlerimi bir borç bilirim.

Bu çalışmayı, beni bugünlere getiren maddi, manevi hiçbir desteği üzerimden esirgemeyen aileme ithaf ederim.

Emrah KOCAARSLAN

İÇİNDEKİLER

KABUL ONAY SAYFASI.....	iii
BİLİMSEL ETİK BİLDİRİM SAYFASI	v
ÖZET	vii
ABSTRACT.....	ix
ÖNSÖZ	xi
SİMGELER DİZİNİ.....	xv
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xvii
TABLolar DİZİNİ	xvii
1. GİRİŞ	1
2. TEMEL KAVRAMLAR.....	3
2.1. Kuantum Bit (Kubit)	3
2.2. Bileşke Sistemler.....	5
2.3. Yoğunluk Matrisi	5
2.4. İndirgenmiş Yoğunluk Operatörü	6
2.5. Dolaşıklık Miktarı (Concurrence)	6
3. KUANTUM DOLAŞIKLIK	8
3.2. Dolaşıklık Uygulamaları	12
3.2.1. Kuantum Teleportasyon	12
3.2.2. Dolaşıklık Değiş Tokuşu.....	15
3.2.3. Kuantum Yoğunkodlama	17
4. SPİN MODELLERİ	19

5. BİR BOYUTTA J1-J2 ISING MODELİ.....	20
5.1. Model ve Hesaplamalar.....	20
6. SONUÇLAR	34
6.1. Taban Durum Dolaşıklığı.....	34
6.2. Isısal Dolaşıklık.....	43
7. SONUÇLAR VE TARTIŞMA.....	55
KAYNAKÇA	57
ÖZGEÇMİŞ.....	61

SİMGELER DİZİNİ

AFM	Antiferromanyetik
α	Tedirginlik parametresi
B	Manyetik alan
D	Dzialoshinskii-Moriya (DM) etkileşme parametresi
FM	Ferromanyetik
J	Komşu spinler arasındaki çiftlenim sabiti
k_B	Boltzman sabiti
NN	En yakın komşu
NNN	İkinci en yakın komşu
$\sigma^x, \sigma^y, \sigma^z$	Pauli spin matrisleri
T	Sıcaklık
Z	Bölüşüm fonksiyonu

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Bir kubitin Bloch küresiyle temsili	3
Şekil 3.1. Teleportasyon devresi.	13
Şekil 6.1. $B=0.0$ değerinde farklı DM değerleri için NN kubitler arası taban durumu dolaşıklığının α tedirginlik parametresine göre değişimi.	35
Şekil 6.2. $B=0.0$ değerinde farklı DM değerleri için NNN kubitler arası taban durumu dolaşıklığının α tedirginlik parametresine göre değişimi	36
Şekil 6.3. $B=1.0$ değerinde farklı DM değerleri için NN kubitler arası taban durumu dolaşıklığının α tedirginlik parametresine göre değişimi	37
Şekil 6.4. $B=1.0$ değerinde farklı DM değerleri için NNN kubitler arası taban durumu dolaşıklığının α tedirginlik parametresine göre değişimi	38
Şekil 6.5. $B=1.5$ değerinde farklı DM değerleri için NN kubitler arası taban durumu dolaşıklığının α tedirginlik parametresine göre değişimi	39
Şekil 6.6. $B=1.5$ değerinde farklı DM değerleri için NNN kubitler arası taban durumu dolaşıklığının α tedirginlik parametresine göre değişimi	40
Şekil 6.7. $B=2.0$ değerinde farklı DM değerleri için NN kubitler arası taban durumu dolaşıklığının α tedirginlik parametresine göre değişimi	41
Şekil 6.8. $B=2.0$ değerinde farklı DM değerleri için NNN kubitler arası taban durumu dolaşıklığının α tedirginlik parametresine göre değişim.....	42
Şekil 6.9. $B=0.0$ değerinde farklı DM değerleri için NN kubitler arası ısısal dolaşıklığının α tedirginlik parametresine göre değişimi.....	44
Şekil 6.10. $B=1.0$ değerinde farklı DM değerleri için NN kubitler arası ısısal dolaşıklığının α tedirginlik parametresine göre değişimi.....	45
Şekil 6.11. $B=1.5$ değerinde farklı DM değerleri için NN kubitler arası ısısal dolaşıklığının α tedirginlik parametresine göre değişimi.....	47

- Şekil 6.12. $B=2.0$ değerinde farklı DM değerleri için NN kubitler arası ısısal dolaşıklığının α tedirginlik parametresine göre değişimi..... 48
- Şekil 6.13. $B=0.0$ değerinde farklı DM değerleri için NNN kubitler arası ısısal dolaşıklığının α tedirginlik parametresine göre değişimi 49
- Şekil 6.14. $B=1.0$ değerinde farklı DM değerleri için NNN kubitler arası ısısal dolaşıklığının α tedirginlik parametresine göre değişimi. 50
- Şekil 6.15. $B=1.5$ değerinde farklı DM değerleri için NNN kubitler arası ısısal dolaşıklığının α tedirginlik parametresine göre değişimi. 52
- Şekil 6.16. $B=2.0$ değerinde farklı DM değerleri için NNN kubitler arası ısısal dolaşıklığının α tedirginlik parametresine göre değişimi. 54

TABLolar DİZİNİ

Tablo 4.1. Kuantum Spin Modellerinin Sınıflandırılması.....	19
---	----

1. GİRİŞ

Fiziksel dünyanın kuantum mekaniksel tarifi 1930'lara gelindiğinde önemli oranda tamamlanmış olmasına rağmen, kuantum mekaniği halen fiziksel dünyayı daha iyi anlamamız ve ondan daha iyi yararlanmamız için yeni olanaklar sunmaktadır. Doğanın özelliklerinin daha iyi tanımlanması yeni matematiksel yapıların ortaya çıkmasına ve yeni kavramların türetilmesine olanak tanımaktadır. Özellikle 1980'lerden günümüze gelen süreçte, kuantum çalışmalarında araştırmacılar sessiz bir devrim gerçekleştirmişlerdir. Bu devrimin merkezinde ise daha öncesinde gizem olarak görülen bileşik sistemlerin bütüncül özellikleri olan dolaşıklık kavramı ve kuantum korelasyonlar yatmaktadır.

Kuantum bilgi teorisinin temelleri ilk olarak Einstein tarafından kuantum mekaniğinin eksik bir teori olduğunu ileri sürdüğü çalışmasıyla atılmıştır. EPR paradoksu olarak bilinen, Einstein, Podolsky ve Rosen'in (Einstein vd., 1935) 1935 yılında ortaya attığı kuantum mekaniğinin çelişkili olduğu fikri ilk kez 1964 yılında John Bell tarafından sayısal olarak sınırlanabilir hale getirildi (Bell, 1964).

Günümüzde EPR bir paradoks değil bir olgu olarak karşımıza çıkmakta ve bizi dolaşıklık kavramı ile tanıştırmaktadır. Dolaşık çiftler birbirlerinin durumlarını aralarındaki uzun mesafelere rağmen eş zamanlı düzenlemekte ve bu özellik kullanılarak klasik yollarla mümkün olmayan iletişim ve bilgi işleme işlemleri geliştirilmeye çalışılmaktadır. Kuantum yoğun kodlama (Bennett ve Wiesner, 1992), kuantum teleportasyon (Bennett vd., 1993), dolanıklık değiş tokuşu (Bose v.d., 1998; Yurke ve Stoller, 1992a, 1992b; Zukowski vd., 1993), kuantum bilgisayarlar ve kuantum şifreleme bu alanın başlıca örnekleridir (Bennett ve Wiesner, 1992).

Kuantum mekaniğinin en temel özelliklerinden biri kuantum dolaşıklığıdır. Dolaşıklık bileşik sistemlere has bir korelasyon türüdür. Bileşik sistem birbirlerinden uzaysal olarak ayrılabilir parçalardan oluşan sistemlere denir. Bileşik sistemlerin bütünlükçü bir özelliği olan dolaşıklık kavramı; bileşik sistemin alt sistemlerinin basit bir toplamı olmadığını vurgular. Bunun nedeni temel olarak kuantum mekaniğinde, klasik mekanikten farklı olarak durumlar uzayının kartezyen değil tensörel genişlemesi ve durumlar uzayının her zaman bir vektör uzayı yapısı

göstermesinden dolayı durum vektörlerinin koherent (eşyumlu) üst üste gelim (superposition) özelliğine sahip olmasıdır (Einstein vd., 1935. Schrödinger, 1935a-b).

Kuantum mekaniği, üzerinde tartışmalar olmasına rağmen günlük yaşama girmiş ve son 20 yıldır kuantum hesaplama ve kuantum enformasyon konularında önemli teknolojik uygulama alanları bulmuştur (Nielsen, 2000; Bennett, 2000). Kuantum hesaplama ve kuantum enformasyonun temelini oluşturan dolaşıklık bilimsel öneminin yanında teknolojik önemi dolayısıyla da son yıllarda üzerinde çok çalışılmaktadır. Kuantum spin sistemleri dolaşıklığa önemli bir kaynak olmaktadır. Ising ve Heisenberg spin sistemleri basit ve uygulanabilir fiziksel sistemler olup dolaşık sistemler yaratılmasında ve dolaşıklığın çeşitli parametrelerle kontrol altında tutulmasında önemli rol oynarlar. Bu çalışmada Dzialoshinskii-Moriya (DM) etkileşmesine sahip homojen bir manyetik alanda bulunan dört kubitlik J1-J2 Ising spin sistemlerinde kuantum dolaşıklığını inceledik.

2. TEMEL KAVRAMLAR

2.1. Kuantum Bit (Kubit)

Bit, klasik hesaplama ve klasik bilginin temel birimidir. 0 ve 1'lerden oluşan mantık yapıları kuantum bilgi teorisinde kubit olarak karşımıza çıkmaktadır. Klasik bilgide bir bit 0 ve 1 durumlarından sadece birini alırken bir kubit ise $|0\rangle$ ve $|1\rangle$ ile gösterilen baz durumlarının üst üste gelmesi (süper pozisyon) ile sonsuz sayıda değer alabilir. Bu bir kubit, klasik bitten ayıran en önemli özelliğidir. Böylece kubit

$$|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (2.1.1)$$

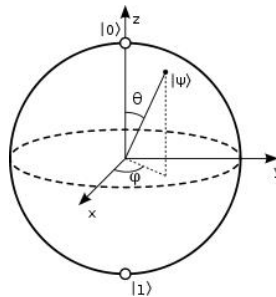
durumu ile verilir. Burada α ve β kompleks katsayılar olup, $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ normalizasyon şartı sağlar. Kuantum mekaniksel olarak bir ölçüm $|0\rangle$ ve $|1\rangle$ baz vektörleri üzerinden iz düşüm operatörü ile gerçekleştirilebilir. Böylece elde edilen $|0\rangle$ sonucu $|\alpha|^2$ olasılığı ile $|1\rangle$ sonucu ise $|\beta|^2$ olasılığı ile verilir.

Fiziksel olarak kubit, örneğin spini $-\frac{1}{2}$ olan bir elektrona benzetebiliriz. Bu durumda, $|0\rangle$ ve $|1\rangle$ baz vektörleri z-ekseni boyunca spin yukarı $|\uparrow\rangle$ ve spin aşağı $|\downarrow\rangle$ durumlarını gösterirler.

Kubiti tasvir etmenin diğer bir yolu ise geometrik olarak ifade edebileceğimiz Bloch küresi temsilidir. Normalizasyon koşulu ile birlikte bir kubit

$$|\Psi\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{-i\varphi}\sin\frac{\theta}{2}|1\rangle, \quad (2.1.2)$$

şeklinde yazılabilir. Burada θ ($0 \leq \theta \leq \pi$) kutupsal açı, φ ($0 \leq \varphi \leq 2\pi$) azimut açısıdır.



Şekil 2.1. Bir kubitin Bloch küresiyle temsili

Bloch küresi tek bir kubitin gösterilmesi ve üzerinde kubit ile ilgili birçok işlemin tanımlanabilmesi bakımından kuantum hesaplama ve kuantum enformasyon teorisi için oldukça kullanışlı bir araçtır. Fakat genelleştirilmiş halinin olmaması sebebiyle Bloch küresi üzerinde birden fazla (çoklu) kubit tanımlayabilmemiz mümkün değildir.

İki kubit durumunda ise 00, 01, 10, 11 şeklinde iki klasik bit durumlarına benzer olarak mümkün dört durum oluşturulur. Böylece iki kubitlik bir sistem için tensörel çarpım formuna sahip $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$ baz durumları oluşturulmuş olur. Bu dört bazın iç ve dış çarpımdan farklı olarak \otimes ile ifade edilen tensör çarpımı

$$\begin{aligned}
 |0\rangle \otimes |0\rangle &= |00\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \\
 |0\rangle \otimes |1\rangle &= |01\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \\
 |1\rangle \otimes |0\rangle &= |10\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \\
 |1\rangle \otimes |1\rangle &= |11\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},
 \end{aligned} \tag{2.1.3}$$

şeklinde verilir. Her bir baz durumunda ayrı ayrı bulunma olasılık genlikleri vardır ve iki kubit tanımlayan durum vektörü

$$|\Psi\rangle = \alpha_{00}|00\rangle + \alpha_{01}|01\rangle + \alpha_{10}|10\rangle + \alpha_{11}|11\rangle, \tag{2.1.4}$$

olarak yazılır. Böylece tek kubit durumlarına benzer olarak iki kubit için kuantum mekaniksel bir ölçüm sonrası $|00\rangle$ sonucu $|\alpha_{00}|^2$ olasılığı ile, $|01\rangle$ sonucu $|\alpha_{01}|^2$ olasılığı ile, $|10\rangle$ sonucu $|\alpha_{10}|^2$ olasılığı ile, $|11\rangle$ sonucu $|\alpha_{11}|^2$ olasılığı ile verilir. Normalizasyon koşulu gereği bu olasılıkların toplamı $|\alpha_{00}|^2 + |\alpha_{01}|^2 + |\alpha_{10}|^2 + |\alpha_{11}|^2 = 1$ olmalıdır.

İki kubitlik bir sistem için ölçüm yapıldığında, ilk kubitinin sıfır olma olasılığı $|\alpha_{00}|^2 + |\alpha_{01}|^2$ şeklinde olabilir. Bu ölçüm sonucu oluşan yeni durum ise ölçüm sonuçları ile tutarlı olarak

$$|\Psi'\rangle = \frac{\alpha_{00}|00\rangle + \alpha_{01}|01\rangle}{\sqrt{|\alpha_{00}|^2 + |\alpha_{01}|^2}}, \quad (2.1.5)$$

şeklindedir.

Kuantum bilgi teorisinde iki kubitlik sistemlere en önemli örnek Bell durumu ya da EPR (Einstein-Podolsky-Rosen) çiftleridir.

Maksimum dolaşıklıkla sahip bu Bell durumları

$$\begin{aligned} |\beta_{00}\rangle &= |\Psi_{AB}^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0_A\rangle \otimes |1_B\rangle + |1_A\rangle \otimes |0_B\rangle), \\ |\beta_{01}\rangle &= |\Psi_{AB}^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0_A\rangle \otimes |1_B\rangle - |1_A\rangle \otimes |0_B\rangle), \\ |\beta_{10}\rangle &= |\Phi_{AB}^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0_A\rangle \otimes |0_B\rangle + |1_A\rangle \otimes |1_B\rangle), \\ |\beta_{11}\rangle &= |\Phi_{AB}^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0_A\rangle \otimes |0_B\rangle - |1_A\rangle \otimes |1_B\rangle), \end{aligned} \quad (2.16)$$

ile tanımlanır.

2.2. Bileşke Sistemler

İki ya da daha fazla fiziksel sistemden oluşan bileşke sistemin durum uzayı, bu fiziksel sistemlere ait bileşenlerin tensörel çarpımı olarak yazılır. Eğer fiziksel sistemler $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3 \dots \varphi_n$ durumlarında bulunuyorlarsa, bileşke sisteme ait kompleks vektör uzayı $H_{\varphi_1} \otimes H_{\varphi_2} \otimes H_{\varphi_3} \dots \otimes H_{\varphi_n}$ olmak üzere, bileşke sistemin durumu $\varphi_1 \otimes \varphi_2 \otimes \varphi_3 \dots \otimes \varphi_n$ şeklinde olur.

2.3. Yoğunluk Matrisi

Kuantum mekaniğinde durum vektörleri dışında yoğunluk matrisleri (operatörleri) de kullanılır. Kuantum mekaniksel bir sisteme ait dalga fonksiyonu durum uzayı $|\Psi\rangle$ o sisteme ait tüm bilgiyi içerir ve bu dalga fonksiyonu için yoğunluk operatörü

$$\rho = \sum_i p_i |\Psi_i\rangle\langle\Psi_i|, \quad (2.3.1)$$

şeklinde verilir. Burada $|\Psi_i\rangle$ kuantum durumlarını, p_i 'lerde bu durumların gelme olasılıklarını ifade etmektedir ve $\sum_i p_i = 1$ 'dir.

2.4. İndirgenmiş Yoğunluk Operatörü

Bileşik kuantum sistemlerinin analizinde indirgenmiş yoğunluk operatörü kullanışlı bir araçtır. İndirgenmiş yoğunluk operatörü kısmi iz alınarak elde edilir. Kısmi iz işlemi, birleşik bir sistemin alt sistemleri için gözlemlenebilir niceliklerin doğru bir tanımına yol açan tek işlem olması açısından önem taşımaktadır (Nielsen ve Chuang, 2000).

S^A ve S^B gibi iki alt sistemden oluşmuş sonlu boyutlu birleşik bir S^{AB} kuantum sistemi düşünelim. Bu bileşik sistemin kompleks vektör uzayı H olsun. Birleşik sistemin vektör uzayı, alt sistemlerin vektör uzaylarının tensör çarpımı

$$H = H_A \otimes H_B, \quad (2.4.1)$$

şeklinde yazılabilir. N_A, H_A alt uzayının boyutu, N_B ise H_B alt uzayının boyutu ve ρ^{AB}, S^{AB} birleşik sisteminin yoğunluk operatörü olmak üzere indirgenmiş yoğunluk operatörü

$$\begin{aligned} \rho^A &= \text{Tr}_B(\rho^{AB}) = \sum_{j=1}^{N_B} (I_A \otimes \langle\Phi_j|) \rho^{AB} (I_A \otimes |\Phi_j\rangle), \\ \rho^B &= \text{Tr}_A(\rho^{AB}) = \sum_{j=1}^{N_A} (\langle\Psi_j| \otimes I_B) \rho^{AB} (|\Psi_j\rangle \otimes I_B), \end{aligned} \quad (2.4.2)$$

şeklinde tanımlanır. Burada I_A ve I_B sırasıyla H_A ve H_B uzaylarındaki birim operatörlerdir. $|\Phi_j\rangle$ ($j=1, 2, \dots, N_B$) ve $|\Psi_j\rangle$ ($j=1, 2, \dots, N_A$) ifadeleri ise sırasıyla H_A ve H_B uzaylarındaki ortonormal bazlardır.

2.5. Dolaşıklık Miktarı (Concurrence)

1990'lı yıllarda ortaya konan bir hesaplama ölçüsü ile dolaşıklığı nicel olarak tanımlamak mümkün hale gelmiştir. Bu ölçü ile sistemdeki iki parçacıklı

dolaşıklıkla ilgili büyüklüğü, “dolaşıklık miktarı” olarak adlandırılmıştır (Hill and Wotters, 1997; Wotters, 1998). Tezin kapsamında çalışılmış olan J1-J2 Ising sisteminin dolaşıklıkla ilgili incelemek için de dolaşıklık miktarı kullanılmıştır. Bu yöntemle göre ρ_{ij} yoğunluk matrisi ile tanımlı bir sistemin dolaşıklık miktarı

$$C_{ij} = \text{Maksimum} \{ \sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4}, 0 \}, \quad (2.5.1)$$

ile hesaplanır. Buradaki λ_i değerleri

$$R_{ij} = \rho_{ij}(\sigma_y \otimes \sigma_y) \rho_{ij}^*(\sigma_y \otimes \sigma_y), \quad (2.5.2)$$

matrisinin özdeğerlerinin karekökleri alınıp

$$\sqrt{\lambda_1} \geq \sqrt{\lambda_2} \geq \sqrt{\lambda_3} \geq \sqrt{\lambda_4}$$

şeklinde büyükten küçüğe sıralanarak elde edilir. Ayrıca burada ρ_{ij}^* , yoğunluk matrisinin karmaşık eşleniği, σ_y ise Pauli spin matrisidir.

$\rho_{AB} = \rho_A \otimes \rho_B$ şeklinde ayrılabilir yani dolaşık olmayan durumlar için dolaşıklık miktarı; $C_{ij} = 0$ 'dır. Maksimum dolaşıklıkla sahip Bell durumları için ise dolaşıklık miktarı $C_{ij} = 1$ 'dir.

3. KUANTUM DOLAŞIKLIK

1935 yılında yayınlanan (Einstein, Podolsky, Rosen) ‘‘Fiziksel gerçekliğin kuantum mekaniksel açıklaması tam olarak düşünülebilir mi?’’ isimli makale literatürde EPR paradoksu olarak bilinmektedir. 1935 yılında yayınlanan bu makalede kuantum fiziğinin matematiksel temelleri benimsenmekte fakat teoride eksik bir Őeylerin varlığı vurgulanmaktadır. Bu çalışmaya göre herhangi bir fiziksel gerçekliğin her ögesi fizik teorileriyle bir uyuma sahip olmalıdır. Schrödinger aynı yıl yayınladığı ve Almanca basılan makalesinde ise dolaşıklık için verschrnkung sözcüğü kullanılır. (Schrödinger, 1935a). Bunun İngilizce karşılığı olarak Schrödinger’in aynı yıl yayınlanan ikinci makalesinde de dolaşıklık olarak çevrilen entanglement sözcüğü ilk olarak kullanılmıştır. (Schrdinger, 1935 b).

Yerellik ilkesi fiziksel olayların önce yakın çevresini etkilediğini yani etkinin sonlu hızlarda olduğunu söyler. Nedensellik ilkesi ise neden sonuç ilişkine bağlı iki olaydan nedenin sonuçtan önce meydana gelmesi gerektiğini söyler.

Kuantum mekaniğinde dolaşıklık gerçeği, fiziksel olayların önce yakın çevresini etkileyeceğini söyleyen yerellik ilkesine aykırıdır. Ayrıca dolaşıklık kavramında varmış gibi görünen ‘anlık’ iletişim düşüncesi de ışık hızından hızlı mesaj iletişimini yasaklayan özel görelilik ilkesini ihlal ettiği izlenimini verir. Fakat dolaşıklık kavramı tek başına bir bilgi iletimini olanaklı kılmamaktadır nk kuantum mekaniksel ölüm sonuçları tamamen olasılıklara dayalıdır. Bu yüzden özel görelilik ilkesine aykırı düşmez. Yine de eş zamanlı iletim itirazlara neden olmuş ve kuantum mekaniğinin eksik bir teori olduğu fikrini gündeme getirmiştir.

EPR makalesi aslında Kopenhag yorumunu hedef almaktadır. Kopenhag yorumuna göre; sistemi temsil eden dalga fonksiyonu herhangi bir fiziksel gerçekliğe karşı gelmez, ancak yapılan bir ölüm ya da gözlem ile son mevcut sistem bozulmak şartıyla fiziksel gerçekliğe karşılık gelen bir veri elde edilebilir. EPR, işte bu yoruma karşı çıkararak şu iki varsayımı üzerine düşünce sistemini kurar:

1. Eğer sistemi bozmadan sitemle ilgili bir fiziksel değer tam bir kesinlikle öngörülebiliyorsa, bu durumda bu değere karşılık gelen bir fiziksel gerçeklik vardır.
2. Uzak mesafelerde bulunan iki sistem aynı anda birbirini etkileyemez. Tüm bu etkiler yereldir.

EPR makalesi bu kabulleri destekleyecek şekilde bir düşünce deneyi ortaya koymuştur. A ve B gibi iki parçacık düşünelim bu parçacıklar birbirinden uzaysal olarak ayrılmış olsunlar. Momentumun korunumu her durumda geçerli olduğu için A sisteminin momentumunu ölçtüğümüzde ölçüm yapmadan B parçacığının momentumunu öngörebiliriz. Ya da B parçacığının konumunu ölçtüğümüzde ölçüm yapmaksızın A parçacığının konumunu öngörebiliriz. Bu durumda EPR'ye göre 'sistem ölçmeden de fiziksel gerçekliğe karşılık gelmektedir denilebilir. Bu durumda EPR düşüncesine göre

1. Teoride belirtilen (sıra değişmeyen işlemciler karşılık gelen) gözlenebilirler eş zamanlı bir gerçekliğe sahip olamazlar.
2. Bir fiziksel sistemin durumuyla ilgili gerçekliğin kuantum mekaniğinde dalga fonksiyonu ile betimlenmesi tam değildir (Einstein, 1935).

EPR yazarlarını bu sonuca götüren, uzaysal olarak ayrılmış iki parçacıktan sadece biri üzerinde ölçüm yaparak diğeriyle ilgili konum ve momentum öngörüsünde bulunmalarıdır. Oysa Kopenhag yorumuna göre uzak parçacıkların durumunu ölçmeden önce 'gerçek' değildir. Ancak parçacıkların biri üzerinde yapılan ölçüm uzaktaki diğer parçacık üzerinde 'anlık' olarak etki etmiş gibi görünse de gerçekte böyle bir etki yoktur. EPR'ye göre bu yerellik ilkesinin ihlali anlamına gelir. Birinci önermenin değilinin imkansız olması gerçeği ister istemez diğer önermeyi yani kuantum teorisinin eksik bir teori olduğu düşüncesini ortaya çıkarmaktadır. Einstein' göre parçacıkları arasındaki bu etkide mutlaka gözden kaçan yerel bir etki olmalıdır. Teorinin tamamlanması için bu etki adres gösterilir ve kuantum teorisini tanımlayacak olan bu teoriye 'yerel gizli değişkenler' denir.

En temelde kuantum dolaşıklık, bileşik sistemlerin alt sistemleri arasındaki korelasyonlar olarak tanımlanabilir. Bu bileşik sistemler alt sistemlere göre iki parçalı, üç parçalı ya da çok parçalı sistemler olarak sınıflandırılabilir.

Bileşik sistemlerin bütünlükçü bir özelliği olan dolaşıklık kavramı, bileşik bir sistemin durumu alt sistemlerinin durumlarının basit bir toplamı olmadığını vurgular. Dolaşık durumlarda, alt sistemler arasında klasik olmayan korelasyonlar vardır.

Temelde kuantum dolaşıklığı, bileşik bir sistemin durumunun, bileşik sistemi oluşturan alt sistemlerinin durum vektörlerinin çarpımı şeklinde yazılamadığı durumlar olarak tanımlayabiliriz. Buna göre bir bileşik sistem

$$|\Psi\rangle = |\Psi_1\rangle \otimes |\Psi_2\rangle \otimes |\Psi_3\rangle \otimes |\Psi_4\rangle \otimes \dots \otimes |\Psi_i\rangle, \quad (3.1)$$

şeklinde yazılabiliyorsa ayrılabilir,

$$|\Psi\rangle \neq |\Psi_1\rangle \otimes |\Psi_2\rangle \otimes |\Psi_3\rangle \otimes |\Psi_4\rangle \otimes \dots \otimes |\Psi_i\rangle, \quad (3.2)$$

şeklinde yazılamıyorsa dolaşıktır. Buna bazı örnekler verilebilir.

$$|\Psi\rangle = |00\rangle \text{ ayrılabilir durum,}$$

$$|\Phi^+\rangle = \left| \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}} \right\rangle \text{ dolaşık durum (Bell durumu)}$$

$$|\Psi^-\rangle = \left| \frac{|01\rangle - |10\rangle}{\sqrt{2}} \right\rangle \text{ dolaşık durum (Bell durumu)}$$

bu durumlar yoğunluk matrisleri cinsinden;

$$\rho = |00\rangle\langle 00| = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \rho = |\Phi^+\rangle\langle \Phi^+| &= \frac{1}{2} [|00\rangle\langle 00| + |00\rangle\langle 11| + |11\rangle\langle 00| + |11\rangle\langle 11|] \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \rho = |\Psi^-\rangle\langle \Psi^-| &= \frac{1}{2} [|01\rangle\langle 01| + |01\rangle\langle 10| + |10\rangle\langle 01| + |10\rangle\langle 10|] \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

şeklinde de yazılabilir. Burada bahsedilen şekilde bir kuantum durumunun dolaşık veya ayrılabilir olduğunu test etmek çok pratik bir yol değildir. Bu nedenle ayrılabilirliği veya dolaşıklığı test etmek için daha işlemsel kriterlere ihtiyaç duyarız. Bu açıdan baktığımızda saf ve karışım durumlar için ayrılabilirlik kriterleri kuantum durumlarının dolaşıklığını nitel olarak belirler. Örneğin saf durumlar için Schmidt ayrışması (Schmidt decomposition) ve karışım durumlar için ise pozitif ve tam pozitif eşleşmeler (positive and complete positive maps) kullanılarak durumların dolaşıklığı nitel olarak belirlenebilir.

Bir kuantum durumunun dolaşıklığını nicel olarak belirlemek oldukça zordur, ancak bazı durumlarda iyi sonuçlar veren dolaşıklık ölçüleri bulunmaktadır. E ile gösterdiğimiz dolaşıklık ölçüleri bazı koşulları sağlamak zorundadırlar ancak bu koşulların hepsinin gerekli olup olmadığı kesin olmamakla birlikte, bazı ölçüler de bu koşulların bazılarını uymazlar. Şimdi kısaca bu koşullara (BruB, 2001) bakalım:

1. Dolaşıklık hiçbir zaman negatif olmaz

$$E(\rho) \geq 0.$$

2. Bir kuantum durumu ayrılabilir ise dolaşıklığı sıfırdır.

$$E(\rho) = 0.$$

3. Dolaşıklık yerel işlemler ve klasik iletişim altında artmaz.

4. İki yoğunluk matrisinin arasındaki uzaklığın sıfıra gittiği durumda, bu yoğunluk matrislerinin dolaşıklığı arasındaki fark da sıfıra gider.

$$\|\rho - \sigma\| \rightarrow 0 \text{ için } E(\rho) - E(\sigma) \rightarrow 0.$$

5. Toplanabilirdir

$$E(\rho^{\otimes n}) = nE(\rho).$$

6. ρ ve σ gibi iki yoğunluk matrisinin tensör çarpımının dolaşıklığı bunların ayrı ayrı dolaşıklıklarının toplamından büyük olamaz.

$$E(\rho \otimes \sigma) \leq E(\rho) + E(\sigma).$$

7. Dolaşıklık ölçüsü $0 < \lambda < 1$ aralığında konveks bir fonksiyon olmalıdır.

$$E(\lambda\rho + (1 - \lambda)\sigma) \leq \lambda E(\rho) + (1 - \lambda)E(\sigma).$$

Örneğin iki kısımlı bir sistemin $|\Psi\rangle$ ile verilmiş bir saf durumu (pure state) için bu sisteme ait indirgenmiş yoğunluk matrisinin von Neumann entropisi de iyi bir dolaşıklık ölçüsüdür

$$E_{VN}(\rho) = S(\rho_{\text{ind}}) = -\text{Tr}(\rho_2 \log \rho_2) = -\text{Tr}(\rho_1 \log \rho_1).$$

Karışım durumlar (mixed states) için ise tek bir dolaşıklık ölçüsü yoktur. Dolaşıklık maliyeti (entanglement cost), oluşum dolaşıklığı (entanglement of formation), dolaşıklık görelî entropisi (relative entropy of entanglement) ve damıtılabilir dolaşıklık (distillable entanglement) gibi ölçüler kullanılabilir.

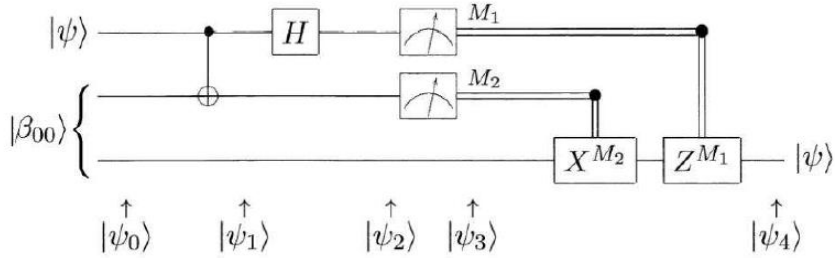
3.2. Dolaşıklık Uygulamaları

3.2.1. Kuantum Teleportasyon

Kuantum teleportasyon, verici ile alıcı arasında kuantum durumlarını hareket ettirip bir yerden başka bir yere gönderebilen bir yöntemidir. Kuantum teleportasyonun nasıl çalıştığını anlamak için şu örneğe bakalım. Ayşe Bora'yla iletişim kurmak için Bora'ya $|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ şeklinde durumu bilinmeyen bir kubit göndermek istemektedir. Bu iletişimin gerçekleşmesi için Ayşe ve Bora sadece bir telefon ve bir çift dolaşık kubitte sahiptirler. Ayşe için bunu gerçekleştirmenin bir yolu kubit ölçüp ölçme sonucuna göre, kubit tahmin edip bunu telefonla Bora'ya anlatmaktır. Ancak bu şekilde bir kuantum durumu tam doğrulukla aktarılamaz. Genel olarak durumu bilinmeyen bir kubit klasik anlamda olduğu gibi kopyalanıp aktarılabilir ifade edilemez. Bu, bilinmeyen bir kuantum durumunda bulunan bir kubit kopyalanamayacağı şeklinde belirtilen kuantum enformasyon teorisinin çok temel bir ilkesini (Dieks, 1982; Wootters ve Zurek, 1982) ihlal etmek demektir.

Ayşe Bora'ya durumu bilinmeyen bu $|\Psi\rangle$ kubitini ancak teleportasyon ile gönderebilir. Böylece bu kuantum durumu bir yerden başka bir yere aktarılmış olur. Yapılan iş kopyalanma değildir sadece kubit bir yerden başka bir yere taşınmasıdır. Bu işlemin maksimum dolaşık bir çift kubit kullanılarak nasıl gerçekleştirileceği sorusuna ise Bennett vd., (1993) tarafından yanıt verilmiştir.

Teleportasyon işlemi şöyle gerçekleşir: Ayşe ve Bora bir arada buldukları dönemde bir EPR çifti oluşturmuşlar ve ayrılırlarken her biri bu EPR çiftinin bir parçasını almıştır. Daha sonra Ayşe teleportasyon yapmak istediğinde $|\Psi\rangle$ kubitini EPR çiftinin kendinde olan parçasıyla etkileştirir. Ardından bu iki kubite ölçme yapar ve 00, 01, 10 ve 11 gibi olası dört sonuçtan birini elde eder. Elde ettiği bu bilgiyi Bora'ya gönderir. Ayşe'nin gönderdiği bu klasik mesaja göre Bora EPR çiftinin kendinde bulunan parçasına bu dört işlemden birini uygular ve tekrar orijinal $|\Psi\rangle$ kuantum durumunu elde eder. Teleportasyon işleminin daha kesin açıklanması ise Şekil 3.1.'de verilen kuantum devresi üzerinden gösterilebilir (Nielsen ve Chuang, 2000). Şimdi adım adım devre üzerinde bu işlemi inceleyelim: Teleport edilecek durum $|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ kubitini ile verilmiştir. Burada α ve β bilinmeyen genliktir.



Şekil 3.1. Teleportasyon devresi

Devredeki girdi durumu

$$|\Psi_0\rangle = |\Psi\rangle|\beta_{00}\rangle = (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)\left(\frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}}\right),$$

$$|\Psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\alpha|0\rangle(|00\rangle + |11\rangle) + \beta|1\rangle(|00\rangle + |11\rangle)), \quad (3.2.1.1)$$

şeklindedir. Burada devredeki işlem boyunca dikkat etmemiz gereken nokta ilk iki kubitin Ayşe'ye üçüncü kubitin ise Bora'ya ait olduğudur. Ayrıca daha önce de açıkladığımız gibi Ayşe'nin ikinci kubitini ile Bora'nın kubitini bir EPR çiftidir. Ayşe kendi iki kubitini bir KDEĞİL kuantum mantık kapısına gönderir ve $|\Psi_1\rangle$ elde edilir.

$$|\Psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\alpha|0\rangle(|00\rangle + |11\rangle) + \beta|1\rangle(|10\rangle + |01\rangle)). \quad (3.2.1.2)$$

Elde ettiği bu kuantum durumunun ilk kubitine Hadamard kapısını uygularsa $|\Psi_2\rangle$ elde edilir

$$|\Psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\alpha(|0\rangle + |1\rangle)(|00\rangle + |11\rangle) + \beta(|0\rangle - |1\rangle)(|10\rangle + |01\rangle))$$

$$|\Psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|00\rangle (\alpha(|0\rangle + \beta|1\rangle) + |01\rangle (\alpha|1\rangle + \beta|0\rangle),$$

$$+ |10\rangle (\alpha(|0\rangle - \beta|1\rangle) + |11\rangle (\alpha(|1\rangle - \beta|0\rangle)), \quad (3.2.1.3)$$

şeklinde yazılıp dört terime ayrılmış olur. İlk terim $|00\rangle$ kuantum durumundaki Ayşe'nin kubit ve $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ kuantum durumundaki Bora'nın kubitinden oluşur. Buradan da görüldüğü gibi Bora'nın kubit $|\Psi\rangle$ orijinal kuantum durumudur. Eğer Ayşe kendi kubitini ölçer ve sonucu $|00\rangle$ bulursa Bora'nın kubit $|\Psi\rangle$ kuantum durumunda olacaktır. Benzer şekilde Ayşe'nin ölçüm sonuçlarından Bora'nın kuantum durumunu okumak mümkündür

$$00 \rightarrow |\Psi_3(00)\rangle \equiv [\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle],$$

$$01 \rightarrow |\Psi_3(01)\rangle \equiv [\alpha|1\rangle + \beta|0\rangle],$$

$$10 \rightarrow |\Psi_3(10)\rangle \equiv [\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle],$$

$$11 \rightarrow |\Psi_3(11)\rangle \equiv [\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle].$$

Sonuçta Ayşe'nin ölçüm sonucuna bağlı olarak Bora'nın kubit bu olası dört sonuçtan birinde bulunacaktır. Ancak hangisinin olduğunun bilinmesi için Ayşe'nin ölçüm sonucunu Bora'ya göndermesi gerekmektedir. Bora bir kere ölçme sonucunu öğrenirse uygun kuantum kapılarını kullanarak $|\Psi\rangle$ 'yi tekrar elde edip kendi durumunu belirginleştirir. Örneğin Ayşe'nin ölçmesinin 00 verdiği sonuçta Bora'nın bir şey yapmaya ihtiyacı yoktur çünkü elde edilen orijinal durumun aynısıdır. Eğer ölçme sonucu 10 ise Bora kuantum Z kapısını, eğer ölçme sonucu 01 ise kuantum X kapısını kullanarak kendi durumunu belirginleştirir. Ölçme sonucu 11 olduğunda ise önce X sonra da Z kapısını uygulayarak kendi durumunu belirginleştirir. Sonuç olarak Bora'nın $|\Psi\rangle$ kuantum durumunu tekrar elde edebilmesi için kendi kubitine $Z^{M_1} X^{M_2}$ dönüşümünü uygulaması gerekmektedir.

Kuantum teleportasyonun iki ilginç sonucu vardır: Birincisi ışıktan hızlı iletişime izin vermez çünkü teleportasyonun tamamlanması için Ayşe'nin kendi ölçme sonucunu Bora'ya telefon, e-mail veya radyo dalgası gibi klasik bir iletişim kanalı üzerinden göndermesi şarttır. Klasik iletişim kanalı ise ışık hızıyla sınırlı olduğu

için ışık hızından daha hızlı bir iletişim gerçekleşmez ve rölativite ilkesi ihlal edilmemiş olur. İkincisi ise teleportasyon için kuantum durumunun bir kopyasının yapılmasıdır; fakat bu işlem klonlanamama teoremi ile çelişir, ancak buradaki bir ihlal değildir çünkü teleportasyondan sonra sadece hedef kubit $|\Psi\rangle$ kuantum durumundadır. İlk kubitte yapılan ölçme sonucuna bağlı olarak orijinal data kubitine ise $|0\rangle$ veya $|1\rangle$ baz durumlarından birinde olur.

Buradan görüldüğü gibi, teleportasyonda yerel işlemler ve klasik iletişimin iki temel unsur olduğu sonucuna varılabilir. Her bir birey kendi kubitine yerel kuantum mekaniksel işlemler yapmıştır. Ölçme sonuçlarının iletilmesi için de klasik iletişim kullanılmıştır.

3.2.2. Dolaşıklık Değiş Tokuşu

Genellikle kuantum dolaşıklık, birbirlerine yakın olan iki parçacık arasında gerçekleşen doğrudan bir etkileşmeden kaynaklanır. Bunun yanında daha önce birbirleriyle hiç etkileşmemiş ve aralarında çok büyük uzaklıklar bulunan iki parçacık arasında da kuantum dolaşıklık olması mümkündür (Bennett vd., 1993; Yurke ve Stoller, 1992; Zukowski vd., 1993). Bu olaya dolaşıklık değiş-tokuşu (entanglement swapping) denir ve önceden dolaşık olan sistemlerden dolaşık olmayan sistemlere dolaşıklığın aktarılması olarak tanımlanır. Bu bağlamda dolaşıklık değiş-tokuşu, kuantum teleportasyon ile yakından ilgilidir. Bilindiği gibi kuantum teleportasyonda, bir sistemin kuantum durumu klasik iletişim kanalları aracılığıyla bağımsız fiziksel bir sisteme ortak bir dolaşıklık kaynağının kullanılmasıyla iletilir. Buna karşılık dolaşıklık değiş-tokuşunun amacı ise şimdiye kadar hiç aralarında dolaşıklık olmamış sistemler arasında dolaşıklık oluşturmaktır.

Dolaşıklık değiş-tokuşunda iki EPR çifti kullanılır. Bu EPR çiftlerindeki her bir kubit 1, 2, 3 ve 4 sayıları ile belirtilir. 1 ve 4 numaralı kubitler Ayşe'ye 2 ve 3 numaralı kubitler ise Bora'ya aittir. 1 ve 2 numaralı kubitler dolaşıktırlar ve

$$|\beta_{00}\rangle_{12} = \frac{|00\rangle_{12} + |11\rangle_{12}}{\sqrt{2}}, \quad (3.2.2.1)$$

şeklinde bir Bell durumunda bulunurlar. Benzer olarak 3 ve 4 numaralı kubitler de dolaşıktır ve

$$|\beta_{00}\rangle_{34} = \frac{|00\rangle_{34} + |11\rangle_{34}}{\sqrt{2}}, \quad (3.2.2.1)$$

Bell durumunda bulunurlar. Bu iki kuantum durumunun çarpımı

$$\begin{aligned} |\beta_{00}\rangle_{12}|\beta_{00}\rangle_{34} &= \left(\frac{|00\rangle_{12} + |11\rangle_{12}}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{|00\rangle_{34} + |11\rangle_{34}}{\sqrt{2}} \right) \\ &= \frac{1}{2} (|00\rangle_{12}|00\rangle_{34} + |00\rangle_{12}|11\rangle_{34} + |11\rangle_{12}|00\rangle_{34} \\ &\quad + |11\rangle_{12}|11\rangle_{34}), \end{aligned} \quad (3.2.2.2)$$

Denklem (3.2.2.2)'de 1 ve 4 numaralı kubitler ile 2 ve 3 numaralı kubitler bir arada olacak şekilde yeniden düzenlenmesiyle

$$\begin{aligned} |\beta_{00}\rangle_{12}|\beta_{00}\rangle_{34} &= \frac{1}{2} (|00\rangle_{14}|00\rangle_{23} + |01\rangle_{14}|01\rangle_{23} + |10\rangle_{14}|10\rangle_{23} \\ &\quad + |11\rangle_{14}|11\rangle_{23}), \end{aligned} \quad (3.2.2.3)$$

elde edilir. Ayrıca

$$\begin{aligned} |\beta_{00}\rangle_{14}|\beta_{00}\rangle_{23} &= \left(\frac{|00\rangle_{14} + |11\rangle_{14}}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{|00\rangle_{23} + |11\rangle_{23}}{\sqrt{2}} \right), \\ |\beta_{00}\rangle_{14}|\beta_{00}\rangle_{23} &= \frac{1}{2} (|00\rangle_{14}|00\rangle_{23} + |00\rangle_{14}|11\rangle_{23} + |11\rangle_{14}|00\rangle_{23} \\ &\quad + |11\rangle_{14}|11\rangle_{23}), \end{aligned} \quad (3.2.2.4)$$

şeklindedir. Denklem (3.2.2.3) ile denklem (3.2.2.4) karşılaştırdığımızda Denklem (3.2.2.4)'de bazı terimlerin eksik olduğunu görürüz. Gerekli düzenlemeler yapılmasıyla

$$\begin{aligned} |\beta_{00}\rangle_{12}|\beta_{00}\rangle_{34} &= \frac{1}{2} (|\beta_{00}\rangle_{14}|\beta_{00}\rangle_{23} + |\beta_{10}\rangle_{14}|\beta_{10}\rangle_{23} + |\beta_{01}\rangle_{14}|\beta_{01}\rangle_{23} \\ &\quad + |\beta_{11}\rangle_{14}|\beta_{11}\rangle_{23}), \end{aligned} \quad (3.2.2.5)$$

elde edilir. 1 ve 4 numaralı parçacıklar Ayşe'ye ait parçacıklar ve Ayşe bu parçacıkları ölçtüğünde 1/4 olasılıkla $|\beta_{00}\rangle_{14}$, $|\beta_{10}\rangle_{14}$, $|\beta_{01}\rangle_{14}$ ve $|\beta_{11}\rangle_{14}$ şeklindeki dört olası sonuçtan birini bulacaktır. Ölçme yapıldığı anda Bora'nın sistemi ise $|\beta_{00}\rangle_{23}$, $|\beta_{10}\rangle_{23}$, $|\beta_{01}\rangle_{23}$ veya $|\beta_{11}\rangle_{23}$ gibi dört olası kuantum durumundan birine çökecektir. Böylece bundan sonra 2 ve 3 numaralı parçacıklar

dolaşık olacaktır.

Görüldüğü gibi Ayşe ve Bora birbirlerinden çok uzakta bile olsalar Ayşe 1 ve 3 numaralı kendi parçacıklarına bir ölçme yaptığında, kuantum durumları çökecek ve Bora'nın 2 ve 3 numaralı parçacıkları dolaşık olacaklardır. Bu olay 2 ve 3 numaralı parçacıklar daha önce birbirleriyle hiç etkileşmeseler bile gerçekleşir. Olayın önemini daha iyi kavramak için Ayşe ölçme yapmadan önce Cem'in 3 numaralı parçacığı alıp uzak bir yere gittiğini düşünelim. Böylece Ayşe kendi parçacıklarına ölçme yaptığında Bora ve Cem bir çift dolaşık parçacığı aralarında paylaşmış olacaklardır. Böylece de teleportasyonu kullanarak birbirlerine bir kuantum durumu aktarabilmek için bir kaynak yaratmış olurlar.

3.2.3. Kuantum Yoğunkodlama

Kuantum yoğunkodlama kuantumsal iletişimde dolaşıklığın nasıl kullanıldığının basit fakat önemli bir örneğidir. Kuantumsal iletişimde kuantum formalizminden kaynaklanan bazı sınırlamalar bulunur. Bunlardan biri Holevo sınırıdır (Holevo bound). Buna göre bir kubit en fazla bir bitlik klasik bilgi taşıyabilir, ancak daha sonra Bennett ve Wiesner'in (1992) geliştirmiş olduğu bir protokol olan kuantum yoğunkodlama ile Holevo sınırlaması aşılmıştır. Kuantum yoğunkodlama iki bitlik klasik bilginin, dolaşık bir kubit kullanılarak iletilmesine olanak sağlar. Bunu gerçekleştirmek için tek bir kubit ve bir EPR çifti kullanır. EPR çifti mesajı gönderen ve alan arasında paylaşılır. İki bitlik klasik bilgi aktarmak için sadece bir kubitte ihtiyaç vardır. Bunun gerçekleşmesini sağlayan ise dolaşıklıktır. Dolaşıklık, iki kubitlik bir kuantum durumunu dört ortogonal kuantum durumundan birine sadece bir kubit ile etkileştirerek dönüştürür. İşlemin gerçekleşmesi şöyledir. Ayşe ve Bora başlangıçta

$$|\Psi\rangle = \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}} = \frac{|0\rangle_A|0\rangle_B + |1\rangle_A|1\rangle_B}{\sqrt{2}}, \quad (3.2.3.1)$$

şeklinde bir EPR çiftini paylaşırlar. Bu ifadeden de anlaşılacağı gibi ilk kubit Ayşe'ye ikinci kubit Bora'ya aittir. Ayrıca aralarında şöyle bir kod üzerinde de anlaşmışlardır: $x y$ gibi klasik bir bit dizisi $|\beta_{xy}\rangle$ şeklinde Bell durumlarıyla ifade edilecektir. Burada $x y = 00, 01, 10$ veya 11 şeklinde olabilir. Ayşe Bora'ya gerçekten kendi kubitini göndererek bilgiyi aktaracaktır. Ayşe hangi klasik bit dizisini göndermek istediğine bağlı olarak seçimine uygun olan tek kubitlik bir kuantum mantık kapısını kendi kubitine uygular. Örneğin 00 şeklinde bir klasik bit

dizisi göndermek istiyorsa $(I \otimes I)$ yardımıyla $|\Psi\rangle$ kuantum durumunu dört Bell durumundan birine dönüştürür

$$(I \otimes I)|\Psi\rangle = \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}} = |\beta_{00}\rangle, \quad (3.2.3.2)$$

eğer 01 şeklinde bir klasik bit dizisi göndermek istiyorsa kuantum durumundaki kendi kubitine X kuantum mantık kapısını uygular

$$(X \otimes I)|\Psi\rangle = \frac{|10\rangle + |01\rangle}{\sqrt{2}} = |\beta_{01}\rangle, \quad (3.2.3.3)$$

Benzer şekilde 10 ve 11 şeklindeki klasik bit dizileri için ise sırasıyla Z ve Y kuantum mantık kapıları uygulanır

$$(Z \otimes I)|\Psi\rangle = \frac{|00\rangle - |11\rangle}{\sqrt{2}} = |\beta_{10}\rangle, \quad (3.2.3.4)$$

$$(iY \otimes I)|\Psi\rangle = \frac{|01\rangle - |10\rangle}{\sqrt{2}} = |\beta_{11}\rangle, \quad (3.2.3.5)$$

Bu işlemler gerçekleştirildikten sonra Ayşe kendi kubitini Bora'ya gönderir. Bora elinde bulunan kuantum durumuna ilk olarak, Ayşe'nin kubitini kontrol kubitini olmak üzere bir KONTROLLÜ-DEĞİL kuantum mantık kapısı uygular ve

$$\begin{aligned} 00: |\beta_{00}\rangle &= \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}} \\ 01: |\beta_{01}\rangle &= \frac{|11\rangle + |01\rangle}{\sqrt{2}} \\ 10: |\beta_{10}\rangle &= \frac{|00\rangle - |10\rangle}{\sqrt{2}} \\ 11: |\beta_{11}\rangle &= \frac{|01\rangle - |11\rangle}{\sqrt{2}}, \end{aligned} \quad (3.2.3.6)$$

sonuçlarından birini bulur. Daha sonra sadece ilk kubitine bir Hadamard kuantum mantık kapısı uygular ve

$$\begin{aligned} 00: |\beta_{00}\rangle &= |00\rangle, \\ 01: |\beta_{01}\rangle &= |01\rangle, \\ 10: |\beta_{10}\rangle &= |10\rangle, \\ 11: |\beta_{11}\rangle &= |11\rangle, \end{aligned} \quad (3.2.3.7)$$

sonuçlarından biri olur. Böylece Bora Ayşe'nin göndermiş olduğu klasik bit dizisini elde eder.

4. SPİN MODELLERİ

En basit spin modeli sadece spin-spin etkileşmelerini içeren Ising modelidir ve

$$H = J \sum_i \sigma_i^z \sigma_{i+1}^z \quad (4.1)$$

ile tanımlanır. Bu açıdan iki kubitlik bir sistem, Ising sistemi ile ifade edilebildiği gibi Heisenberg sistemi ile de ifade edilebilir (Yıldız, 2010).

Çok yakın zamanda iki kubitin dolaşıklığının dış manyetik alana, anizotropi ve sıcaklığa bağlılığı Heisenberg modellerinde ve Ising modellerinde incelenmiştir. Dolaşıklığın Ising modeli (Gunlycke, 1998; Terzis vd., 2004; Childs vd., 2003), XX ve XY modeli (Zheng vd., 2000; Wang, 2001; 2002, Kamta vd., 2002; Xi vd., 2006; Hamieh vd., 2005; Sun vd., 2003), XXX modeli (Arnesen vd., 2001), XXZ modeli (Wang, 2001), ve XYZ modeli (Rigolin, 2004; Xi, 2002; Zhou, 2003) için incelemeler yapılmıştır. Bu modellerin incelenmesinin nedeni katıhal sistemlerinde bu spin modellerinin dolaşıklık üreten mekanizmalar olmasıdır ve bu spin modelleri Tablo 4.1' de görüldüğü gibi özetlenebilir.

Tablo 4.1. Kuantum Spin Modellerinin Sınıflandırılması

Heisenberg XYZ	$J_x \neq J_y \neq J_z \neq J$
Heisenberg XXX	$J_x = J_y = J_z = J$
Heisenberg XXZ	$J_x = J_y = J \neq J_z$
Heisenberg XX	$J_x = J_y = J, J_z = 0$
Heisenberg XY	$J_x \neq J_y \neq 0, J_z = 0$
Ising	$J_x = J, J_y = J_z = 0$

5. BİR BOYUTTA J1 – J2 ISING MODELİ

5.1. Model ve Hesaplamalar

Dzialoshinskii-Moriya(DM) etkileşmesine (Dzialoshinskii, 1958; Moriya, 1960) sahip homojen bir manyetik alanda bulunan J1-J2 Ising sisteminin Hamiltoniyeni

$$H = \frac{J_1}{2} \sum_{i=1}^N (\sigma_i^z \sigma_{i+1}^z) + \frac{J_2}{2} \sum_{i=1}^N (\sigma_i^z \sigma_{i+2}^z) + B \sum_{i=1}^N \sigma_i^z + \frac{D}{2} \sum_{i=1}^N (\sigma_i^x \sigma_{i+1}^y - \sigma_i^y \sigma_{i+1}^x), \quad (5.1.1)$$

şeklinde olur. Burada σ^x , σ^y ve σ^z Pauli spin matrisleri, J komşu spinler arasındaki çiftlenme sabiti ($J>0$ AFM, $J<0$ FM), D spin yörünge etkileşmesinden kaynaklanan anizotropik ve antisimetrik DM etkileşmesidir. B ise homojen bir manyetik alanı göstermektedir.

İncelemelerimizde $N=4$ kubitlik durum göz önüne alınmış olup periyodik sınır koşulları kullanılmıştır.

$B=0$, $D=0$ durumunda sistemin Hamiltoniyeni:

$$H = \frac{J_1}{2} \sum_{i=1}^4 (\sigma_i^z \sigma_{i+1}^z) + \frac{J_2}{2} \sum_{i=1}^4 (\sigma_i^z \sigma_{i+2}^z), \quad (5.1.2)$$

şeklinde olur ve bu Hamiltoniyene ait özdeğerler

$$\begin{aligned} E_1 &= 0, \\ E_2 &= 0, \\ E_3 &= 0, \\ E_4 &= 0, \\ E_5 &= 0, \\ E_6 &= 0, \\ E_7 &= 0, \\ E_8 &= 0, \\ E_9 &= -2J\alpha, \\ E_{10} &= -2J\alpha, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{11} &= -2J\alpha, \\
E_{12} &= -2J\alpha, \\
E_{13} &= -2J + 2J\alpha, \\
E_{14} &= -2J + 2J\alpha, \\
E_{15} &= 2J + 2J\alpha, \\
E_{16} &= 2J + 2J\alpha,
\end{aligned} \tag{5.1.3}$$

şeklindeir. Bu özdeğerlere karşılık gelen özvektörler ise

$$\begin{aligned}
|\Psi_1\rangle &= |1110\rangle, \\
|\Psi_2\rangle &= |1101\rangle, \\
|\Psi_3\rangle &= |1011\rangle, \\
|\Psi_4\rangle &= |1001\rangle, \\
|\Psi_5\rangle &= |1000\rangle, \\
|\Psi_6\rangle &= |0100\rangle, \\
|\Psi_7\rangle &= |0010\rangle, \\
|\Psi_8\rangle &= |0001\rangle, \\
|\Psi_9\rangle &= |1100\rangle, \\
|\Psi_{10}\rangle &= |1001\rangle, \\
|\Psi_{11}\rangle &= |0110\rangle, \\
|\Psi_{12}\rangle &= |0011\rangle, \\
|\Psi_{13}\rangle &= |1010\rangle, \\
|\Psi_{14}\rangle &= |0101\rangle, \\
|\Psi_{15}\rangle &= |0001\rangle, \\
|\Psi_{16}\rangle &= |1111\rangle,
\end{aligned} \tag{5.1.4}$$

şeklindedir. Buradan da görüldüğü gibi bu özvektörler ayrılabilir durumdadır. Yani dolaşık değildirler.

$B \neq 0$, $D=0$ durumunda sistemin Hamiltoniyeni

$$H = \frac{J_1}{2} \sum_{i=1}^4 (\sigma_i^z \sigma_{i+1}^z) + \frac{J_2}{2} \sum_{i=1}^4 (\sigma_i^z \sigma_{i+2}^z) + B \sum_{i=1}^4 \sigma_i^z \quad (5.1.5)$$

şeklinde olur ve bu Hamiltoniyene ait özdeğerler:

$$\begin{aligned} E_1 &= -2B, \\ E_2 &= -2B, \\ E_3 &= -2B, \\ E_4 &= -2B, \\ E_5 &= 2B, \\ E_6 &= 2B, \\ E_7 &= 2B, \\ E_8 &= 2B, \\ E_9 &= -2J\alpha, \\ E_{10} &= -2J\alpha, \\ E_{11} &= -2J\alpha, \\ E_{12} &= -2J\alpha, \\ E_{13} &= 2(-2B + J + J\alpha), \\ E_{14} &= -2J + 2J\alpha, \\ E_{15} &= -2J + 2J\alpha, \\ E_{16} &= 2(2B + J + J\alpha), \end{aligned} \quad (5.1.6)$$

şeklindedir. Bu özdeğerlere karşılık gelen özvektörler ise

$$\begin{aligned} |\Psi_1\rangle &= |1110\rangle, \\ |\Psi_2\rangle &= |1101\rangle, \\ |\Psi_3\rangle &= |1011\rangle, \\ |\Psi_4\rangle &= |0111\rangle, \\ |\Psi_5\rangle &= |1000\rangle, \\ |\Psi_6\rangle &= |0100\rangle, \\ |\Psi_7\rangle &= |0010\rangle, \\ |\Psi_8\rangle &= |0001\rangle, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|\Psi_9\rangle &= |1100\rangle, \\
|\Psi_{10}\rangle &= |1001\rangle, \\
|\Psi_{11}\rangle &= |0110\rangle, \\
|\Psi_{12}\rangle &= |0011\rangle, \\
|\Psi_{13}\rangle &= |1111\rangle, \\
|\Psi_{14}\rangle &= |1010\rangle, \\
|\Psi_{15}\rangle &= |0101\rangle, \\
|\Psi_{16}\rangle &= |0000\rangle,
\end{aligned} \tag{5.1.7}$$

şeklindedir. Buradan da görüldüğü gibi bu özvektörlerde ayrılabilir durumdadır. Yani dolaşık değildirler.

$B \neq 0$, $D \neq 0$ durumunda sistemin Hamiltoniyeni

$$\begin{aligned}
H = \frac{J}{2} \sum_{i=1}^4 (\sigma_i^z \sigma_{i+1}^z) + \frac{J\alpha}{2} \sum_{i=1}^4 (\sigma_i^z \sigma_{i+2}^z) + \frac{D}{2} \sum_{i=1}^4 (\sigma_i^x \sigma_{i+1}^y - \sigma_i^y \sigma_{i+1}^x) \\
+ B \sum_{i=1}^4 \sigma_i^z,
\end{aligned} \tag{5.1.8}$$

şeklindedir. Bu denklemde $\alpha = \frac{J_2}{J_1}$, dir ve tedirginlik parametresi olarak tanımlanır.

Hamiltoniyemizin özdeğerleri;

$$\begin{aligned}
E_1 &= -2B, \\
E_2 &= -2B, \\
E_3 &= 2B, \\
E_4 &= 2B, \\
E_5 &= -2B + 2D, \\
E_6 &= 2B - 2D, \\
E_7 &= -2B - 2D, \\
E_8 &= 2B + 2D, \\
E_9 &= -2J\alpha, \\
E_{10} &= -2J\alpha, \\
E_{11} &= -2J\alpha, \\
E_{12} &= 2(-2B + J + J\alpha), \\
E_{13} &= -2J + 2J\alpha, \\
E_{14} &= 2(2B + J + J\alpha), \\
E_{15} &= -J - \sqrt{8D^2 + J^2(1 - 2\alpha)^2},
\end{aligned}$$

$$E_{16} = -J - \sqrt{8D^2 + J^2(1 - 2\alpha)^2}, \quad (5.1.9)$$

şeklindedir. Bu özdeğerlere karşılık gelen normalize özvektörler

$$\begin{aligned}
|\Psi_1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|1011\rangle + |1110\rangle], \\
|\Psi_2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|0111\rangle + |1101\rangle], \\
|\Psi_3\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|0010\rangle + |1000\rangle], \\
|\Psi_4\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|0001\rangle + |0100\rangle], \\
|\Psi_5\rangle &= \frac{1}{2} [i|0111\rangle - |1011\rangle - i|1101\rangle + |1110\rangle], \\
|\Psi_6\rangle &= \frac{1}{2} [i|0001\rangle - |0010\rangle - i|0100\rangle + |1000\rangle], \\
|\Psi_7\rangle &= \frac{1}{2} [-i|0111\rangle - |1011\rangle + i|1101\rangle + |1110\rangle], \\
|\Psi_8\rangle &= \frac{1}{2} [-i|0001\rangle - |0010\rangle + i|0100\rangle + |1000\rangle], \\
|\Psi_9\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} [-|0011\rangle + |1100\rangle], \\
|\Psi_{10}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|0011\rangle + |1001\rangle], \\
|\Psi_{11}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|0011\rangle + |0110\rangle], \\
|\Psi_{12}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|0101\rangle + |1010\rangle], \\
|\Psi_{13}\rangle &= |1111\rangle, \\
|\Psi_{14}\rangle &= |0000\rangle, \\
|\Psi_{15}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{4 + 2\alpha_{15}^2}} [|0011\rangle + i\alpha_{15}|0101\rangle \\
&\quad - |0110\rangle - |1001\rangle - i\alpha_{15}|1010\rangle + |1100\rangle], \\
|\Psi_{16}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{4 + 2\alpha_{16}^2}} [|0011\rangle - i\alpha_{16}|0101\rangle \\
&\quad - |0110\rangle - |1001\rangle + i\alpha_{16}|1010\rangle + |1100\rangle], \quad (5.1.10)
\end{aligned}$$

şeklinde olup, burada

$$\alpha_{15} = \frac{1}{2D} (J - 2J\alpha + \sqrt{8D^2 + J^2(1 - 2\alpha)^2})$$

$$\alpha_{16} = -\frac{1}{2D} (J - 2J\alpha + \sqrt{8D^2 + J^2(1 - 2\alpha)^2}), \quad (5.1.11)$$

olarak tanımlanırlar.

Çalışmamızın bu kısmında $J=1$ için B homojen manyetik alanını, D DM etkileşmesini ve α tedirginlik parametresi kontrol parametreleri olarak ele alıp, bu kontrol parametrelerinin belli değerleri için sistemin enerji spektrumundan numerik olarak modelimizin taban durumları belirledik ve bu taban durumları için en yakın komşu (NN) ve ikinci en yakın komşu (NNN) kubitler arasındaki dolaşıklık incelemelerini gerçekleştirdik.

Taban durumun $|\Psi_{15}\rangle$ kuantum durumu olduğunda yoğunluk matrisi $\rho = |\Psi_{15}\rangle\langle\Psi_{15}|$ şeklindedir. Bu duruma ait indirgenmiş yoğunluk matrisleri

$$\rho_{12} = \text{Tr}_{34}(|\Psi_{15}\rangle\langle\Psi_{15}|) = \begin{pmatrix} u & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v & t^* & 0 \\ 0 & t & v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u \end{pmatrix}, \quad (5.1.12),$$

$$\rho_{13} = \text{Tr}_{24}(|\Psi_{15}\rangle\langle\Psi_{15}|) = \begin{pmatrix} w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varphi & -\varphi & 0 \\ 0 & -\varphi & \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w \end{pmatrix}, \quad (5.1.13)$$

şeklinde olup burada;

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{2(2 + \alpha_{15}^2)}, \\ v &= \frac{1 + \alpha_{15}^2}{2(2 + \alpha_{15}^2)}, \\ t &= i \frac{2\alpha_{15}^2}{2(2 + \alpha_{15}^2)}, \\ w &= \frac{\alpha_{15}^2}{2(2 + \alpha_{15}^2)}, \\ \varphi &= \frac{1}{2(2 + \alpha_{15}^2)}, \end{aligned} \quad (5.1.14)$$

olarak tanımlanmıştır.

Taban durumun $|\Psi_7\rangle$ kuantum durumu olduğunda yoğunluk matrisi $\rho = |\Psi_7\rangle\langle\Psi_7|$ şeklindedir. Bu duruma ait indirgenmiş yoğunluk matrisleri

$$\rho_{12} = \text{Tr}_{34}(|\Psi_7\rangle\langle\Psi_7|) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & i/4 & 0 \\ 0 & -i/4 & 1/4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}, \quad (5.1.15)$$

$$\rho_{13} = \text{Tr}_{24}(|\Psi_7\rangle\langle\Psi_7|) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & -1/4 & 0 \\ 0 & -1/4 & 1/4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}, \quad (5.1.16)$$

şeklinde olur.

Taban durumun $|\Psi_{12}\rangle$ kuantum durumu olduğunda yoğunluk matrisi $\rho = |\Psi_{12}\rangle\langle\Psi_{12}|$ şeklindedir. Bu duruma ait indirgenmiş yoğunluk matrisleri

$$\rho_{12} = \text{Tr}_{34}(|\Psi_{12}\rangle\langle\Psi_{12}|) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (5.1.17)$$

$$\rho_{13} = \text{Tr}_{24}(|\Psi_{12}\rangle\langle\Psi_{12}|) = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}, \quad (5.1.18)$$

şeklinde olur.

Taban durumu $|\Psi_7\rangle$ ve $|\Psi_{12}\rangle$ kuantum durumları olduğunda yoğunluk matrisi $\rho = \frac{1}{2} [|\Psi_7\rangle\langle\Psi_7| + |\Psi_{12}\rangle\langle\Psi_{12}|]$ şeklindedir. Bu duruma ait indirgenmiş yoğunluk matrisleri

$$\rho_{12} = \text{Tr}_{34} \left(\frac{1}{2} |\Psi_7\rangle\langle\Psi_7| + \frac{1}{2} |\Psi_{12}\rangle\langle\Psi_{12}| \right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3/8 & i/8 & 0 \\ 0 & -i/8 & 3/8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/4 \end{pmatrix}, \quad (5.1.19)$$

$$\rho_{13} = \text{Tr}_{24} \left(\frac{1}{2} |\Psi_7\rangle\langle\Psi_7| + \frac{1}{2} |\Psi_{12}\rangle\langle\Psi_{12}| \right) = \begin{pmatrix} 1/4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/8 & -1/8 & 0 \\ 0 & -1/8 & 1/8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/4 \end{pmatrix}, \quad (5.1.20)$$

şeklinde olur.

Taban durumu $|\Psi_7\rangle$ ve $|\Psi_{15}\rangle$ kuantum durumları olduğunda yoğunluk matrisi $\rho = \frac{1}{2} [|\Psi_7\rangle\langle\Psi_7| + |\Psi_{15}\rangle\langle\Psi_{15}|]$ şeklindedir. Bu duruma ait indirgenmiş yoğunluk matrisleri

$$\rho_{12} = \text{Tr}_{34} \left(\frac{1}{2} |\Psi_7\rangle\langle\Psi_7| + \frac{1}{2} |\Psi_{15}\rangle\langle\Psi_{15}| \right) = \begin{pmatrix} u & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v & t^* & 0 \\ 0 & t & v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q \end{pmatrix}, \quad (5.1.21)$$

$$\rho_{13} = \text{Tr}_{24} \left(\frac{1}{2} |\Psi_7\rangle\langle\Psi_7| + \frac{1}{2} |\Psi_{15}\rangle\langle\Psi_{15}| \right) = \begin{pmatrix} w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varphi & -\varphi & 0 \\ 0 & -\varphi & \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta \end{pmatrix}, \quad (5.1.22)$$

şeklinde olup burada;

$$u = \frac{1}{4(2 + \alpha_{15}^2)},$$

$$v = \frac{(\sqrt{2 + \alpha_{15}^2}) + 2(1 + \alpha_{15}^2)}{8\sqrt{2 + \alpha_{15}^2}} \frac{1}{\sqrt{2 + \alpha_{15}^2}},$$

$$\begin{aligned}
t &= i \left(\frac{(\sqrt{2 + \alpha_{15}^2}) - 2(1 + \alpha_{15}^2) \frac{1}{\sqrt{2 + \alpha_{15}^2}}}{8\sqrt{2 + \alpha_{15}^2}} \right), \\
q &= \frac{1}{4} \left(1 + \frac{1}{2 + \alpha_{15}^2} \right), \\
w &= \frac{\alpha_{15}^2}{4(2 + \alpha_{15}^2)}, \\
\varphi &= \frac{1}{8} + \frac{1}{2(2 + \alpha_{15}^2)}, \\
\delta &= \frac{1}{4} \left(1 + \frac{\alpha_{15}^2}{2 + \alpha_{15}^2} \right), \tag{5.1.23}
\end{aligned}$$

olarak tanımlanmıştır.

Taban durumu $|\Psi_{12}\rangle$ ve $|\Psi_{15}\rangle$ kuantum durumları olduğunda yoğunluk matrisi $\rho = \frac{1}{2} [|\Psi_{12}\rangle\langle\Psi_{12}| + |\Psi_{15}\rangle\langle\Psi_{15}|]$ şeklindedir. Bu duruma ait indirgenmiş yoğunluk matrisleri

$$\rho_{12} = \text{Tr}_{34} \left(\frac{1}{2} |\Psi_{12}\rangle\langle\Psi_{12}| + \frac{1}{2} |\Psi_{15}\rangle\langle\Psi_{15}| \right) = \begin{pmatrix} u & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v & t^* & 0 \\ 0 & t & v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u \end{pmatrix}, \tag{5.1.24}$$

$$\rho_{13} = \text{Tr}_{24} \left(\frac{1}{2} |\Psi_{12}\rangle\langle\Psi_{12}| + \frac{1}{2} |\Psi_{15}\rangle\langle\Psi_{15}| \right) = \begin{pmatrix} w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varphi & -\varphi & 0 \\ 0 & -\varphi & \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w \end{pmatrix}, \tag{5.1.25}$$

şeklinde olup burada;

$$\begin{aligned}
u &= \frac{1}{4(2 + \alpha_{15}^2)}, \\
v &= \frac{(\sqrt{2 + \alpha_{15}^2}) + (1 + \alpha_{15}^2) \frac{1}{\sqrt{2 + \alpha_{15}^2}}}{4\sqrt{2 + \alpha_{15}^2}}, \\
t &= i \left(\frac{2\alpha_{15}}{4(2 + \alpha_{15}^2)} \right),
\end{aligned}$$

$$w = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{\alpha_{15}^2}{2 + \alpha_{15}^2} \right),$$

$$\varphi = \frac{1}{2(2 + \alpha_{15}^2)}, \quad (5.1.26)$$

olarak tanımlanmıştır.

Sistemin ısısal dengede olduğu durumda ise yoğunluk matrisi:

$$\rho(T) = \frac{1}{Z} e^{-\beta H} = \sum_{j=1}^N e^{-\beta E_j} |\Psi_j\rangle \langle \Psi_j|, \quad (5.1.27)$$

şeklinde olur. Burada $\beta = \frac{1}{k_B T}$ olup, T sıcaklık, k_B Boltzmann sabitidir. Hesaplamalarımızda $k_B = 1$ olarak alınmıştır. Z bölüşüm fonksiyonudur ve

$$Z = \text{Tr} [e^{-\beta H}] = \sum_{j=1}^N e^{-\beta E_j}, \quad (5.1.28)$$

olarak tanımlanır.

İncelediğimiz sistem için ($B \neq 0, D \neq 0$) bölüşüm fonksiyonu;

$$Z = 2e^{-\frac{2B}{T}} + 2e^{\frac{2B}{T}} + e^{\frac{-2B-2D}{T}} + e^{\frac{2B-2D}{T}} + e^{\frac{-2B+2D}{T}} + e^{\frac{2B+2D}{T}}$$

$$+ e^{\frac{J-\sqrt{8D^2+J^2(1-2\alpha)^2}}{T}} + e^{\frac{J+\sqrt{8D^2+J^2(1-2\alpha)^2}}{T}} + 3e^{\frac{2J\alpha}{T}} + e^{\frac{2J-2J\alpha}{T}}$$

$$+ e^{\frac{2(-2B+J+J\alpha)}{T}}$$

$$+ e^{\frac{2(2B+J+J\alpha)}{T}}, \quad (5.1.29)$$

şeklindedir. Sistemimize ait yoğunluk matrisi

$$\begin{aligned}
\rho(T) = \frac{1}{Z} \left[& e^{-\frac{2B}{T}} |\Psi_1\rangle\langle\Psi_1| + e^{\frac{2B}{T}} |\Psi_2\rangle\langle\Psi_2| + e^{-\frac{2B}{T}} |\Psi_3\rangle\langle\Psi_3| + e^{-\frac{2B}{T}} |\Psi_4\rangle\langle\Psi_4| \right. \\
& + e^{\frac{2B-2D}{T}} |\Psi_5\rangle\langle\Psi_5| + e^{-\frac{2B+2D}{T}} |\Psi_6\rangle\langle\Psi_6| + e^{\frac{2B+2D}{T}} |\Psi_7\rangle\langle\Psi_7| \\
& + e^{\frac{-2B-2D}{T}} |\Psi_8\rangle\langle\Psi_8| + e^{\frac{2J\alpha}{T}} |\Psi_9\rangle\langle\Psi_9| + e^{\frac{2J\alpha}{T}} |\Psi_{10}\rangle\langle\Psi_{10}| \\
& + e^{\frac{2J\alpha}{T}} |\Psi_{11}\rangle\langle\Psi_{11}| + e^{-\frac{2(-2B+J+J\alpha)}{T}} |\Psi_{12}\rangle\langle\Psi_{12}| \\
& + e^{\frac{2J-2J\alpha}{T}} |\Psi_{13}\rangle\langle\Psi_{13}| + e^{-\frac{2(2B+J+J\alpha)}{T}} |\Psi_{14}\rangle\langle\Psi_{14}| \\
& + e^{\frac{J+\sqrt{8D^2+J^2(1-2\alpha)^2}}{T}} |\Psi_{15}\rangle\langle\Psi_{15}| \\
& \left. + e^{\frac{J-\sqrt{8D^2+J^2(1-2\alpha)^2}}{T}} |\Psi_{16}\rangle\langle\Psi_{16}| \right], \quad (5.1.30)
\end{aligned}$$

ile verilir. Sistemimize ait NN kubitler için indirgenmiş yoğunluk matrisi

$$\rho_{12} = \text{Tr}_{34}(\rho) = \begin{pmatrix} u & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v & t^* & 0 \\ 0 & t & v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w \end{pmatrix}, \quad (5.1.31)$$

olup, burada

$$\begin{aligned}
u = & \frac{e^{\frac{J+\sqrt{8D^2+J^2(1-2\alpha)^2}}{T}}}{4 + 2\alpha_{15}^2} \\
& + \frac{1}{2} \left(2e^{-\frac{2B}{T}} + e^{-\frac{2(B-D)}{T}} + e^{-\frac{2(B+D)}{T}} + 3e^{\frac{2J\alpha}{T}} \right. \\
& \left. + 2e^{-\frac{2(2B+J+J\alpha)}{T}} + \frac{e^{\frac{J-\sqrt{8D^2+J^2(1-2\alpha)^2}}{T}}}{2 + \alpha_{16}^2} \right),
\end{aligned}$$

$$v = \frac{e^{\frac{J+\sqrt{8D^2+J^2(1-2\alpha)^2}}{T}}(1+\alpha_{15}^2)}{4+2\alpha_{15}^2} + \frac{1}{4} \left(2e^{-\frac{2B}{T}} + 2e^{\frac{2B}{T}} + e^{-\frac{2(B-D)}{T}} + e^{\frac{2(B-D)}{T}} + e^{-\frac{2(B+D)}{T}} + e^{\frac{2(B+D)}{T}} + 2e^{\frac{2J\alpha}{T}} + 2e^{\frac{4B-2J(1+\alpha)}{T}} + \frac{2e^{\frac{J-\sqrt{8D^2+J^2(1-2\alpha)^2}}{T}}(1+\alpha_{16}^2)}{2+\alpha_{16}^2} \right),$$

$$t = \frac{ie^{-\frac{2Bb+2D+\sqrt{8D^2+J^2(1-2\alpha)^2}}{T}}}{4\sqrt{2+\alpha_{15}^2}\sqrt{2+\alpha_{16}^2}} \left\{ e^{\frac{2B+2D+J+2\sqrt{8D^2+J^2(1-2\alpha)^2}}{T}} \left(\frac{-\alpha_{15}\sqrt{4^2(4+2\alpha_{16}^2)}}{\sqrt{4+2\alpha_{15}^2}} \right) + \sqrt{2+\alpha_{15}^2} \left(\sqrt{2+\alpha_{16}^2} e^{\frac{\sqrt{8D^2+J^2(1-2\alpha)^2}}{T}} \left(-1 + e^{\frac{4B}{T}} \right) \left(-1 + e^{\frac{4D}{T}} \right) + e^{\frac{2B+2D+J}{T}} \left(\frac{4\sqrt{2}\alpha_{16}}{\sqrt{4+2\alpha_{16}^2}} \right) \right) \right\},$$

$$w = \frac{e^{\frac{J+\sqrt{8D^2+J^2(1-2\alpha)^2}}{T}}}{4+2\alpha_{15}^2} + \frac{1}{2} \left(2e^{\frac{2B}{T}} + e^{\frac{2(B-D)}{T}} + e^{\frac{2(Bb+D)}{T}} + 2e^{-\frac{2J(-1+\alpha)}{T}} + e^{\frac{2J\alpha}{T}} + \frac{e^{\frac{J-\sqrt{8D^2+J^2(1-2\alpha)^2}}{T}}}{2+\alpha_{16}^2} \right), \quad (5.1.32)$$

olarak tanımlanmıştır.

Sistemimize ait NNN kubitler için indirgenmiş yoğunluk matrisi

$$\rho_{13} = \text{Tr}_{24}(\rho) = \begin{pmatrix} u_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v_1 & t_1^* & 0 \\ 0 & t_1 & v_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_1 \end{pmatrix},$$

şeklinde olup, burada

$$u_1 = \frac{e^{\frac{J+\sqrt{8D^2+J^2(1-2\alpha)^2}}{T}} \alpha_{15}^2}{4 + 2\alpha_{15}^2} + \frac{1}{2} \left(2e^{-\frac{2B}{T}} + e^{-\frac{2(B-D)}{T}} + e^{-\frac{2(B+D)}{T}} + 2e^{-\frac{2(2B+J+J\alpha)}{T}} + e^{\frac{4B-2J(1+\alpha)}{T}} + \frac{\sqrt{2}\alpha_{16}^2 e^{\frac{J-\sqrt{8D^2+J^2(1-2\alpha)^2}}{T}}}{\sqrt{4 + 2\alpha_{16}^2}} \right),$$

$$v_1 = \frac{\sqrt{2}e^{\frac{J+\sqrt{8D^2+J^2(1-2\alpha)^2}}{T}}}{4 + 2\alpha_{15}^2} + \frac{1}{4} \left(e^{-\frac{2(B+D)}{T}} \left(1 + e^{\frac{4B}{T}} + 2e^{\frac{2D}{T}} + e^{\frac{4D}{T}} + e^{\frac{4(B+D)}{T}} + 2e^{\frac{2(2B+D)}{T}} + 8e^{\frac{2(B+D+J\alpha)}{T}} \right) + \frac{4e^{\frac{J-\sqrt{8D^2+J^2(1-2\alpha)^2}}{T}}}{2 + \alpha_{16}^2} \right),$$

$$t_1 = -\frac{e^{\frac{J+\sqrt{8D^2+J^2(1-2\alpha)^2}}{T}}}{2 + \alpha_{15}^2} + \frac{1}{4} \left(e^{-\frac{2(B+D)}{T}} \left(-1 - e^{\frac{4B}{T}} + 2e^{\frac{2D}{T}} - e^{\frac{4D}{T}} - e^{\frac{4(B+D)}{T}} + 2e^{\frac{2(2B+D)}{T}} + 2e^{\frac{2(B+D+J\alpha)}{T}} \right) - \frac{4e^{\frac{J-\sqrt{8D^2+J^2(1-2\alpha)^2}}{T}}}{2 + \alpha_{16}^2} \right),$$

$$w_1 = \frac{\alpha_{15}^2 e^{\frac{J + \sqrt{8D^2 + J^2(1-2\alpha)^2}}{T}}}{4 + 2\alpha_{15}^2} + \frac{1}{2} \left(2e^{\frac{2B}{T}} + e^{\frac{2(B-D)}{T}} + e^{\frac{2(B+D)}{T}} + 2e^{\frac{-2J(-1+\alpha)}{T}} + e^{\frac{4B-2J(1+\alpha)}{T}} + \frac{e^{\frac{J - \sqrt{8D^2 + J^2(1-2\alpha)^2}}{T}} \alpha_{16}^2}{2 + \alpha_{16}^2}} \right),$$

şeklinde tanımlanmıştır.

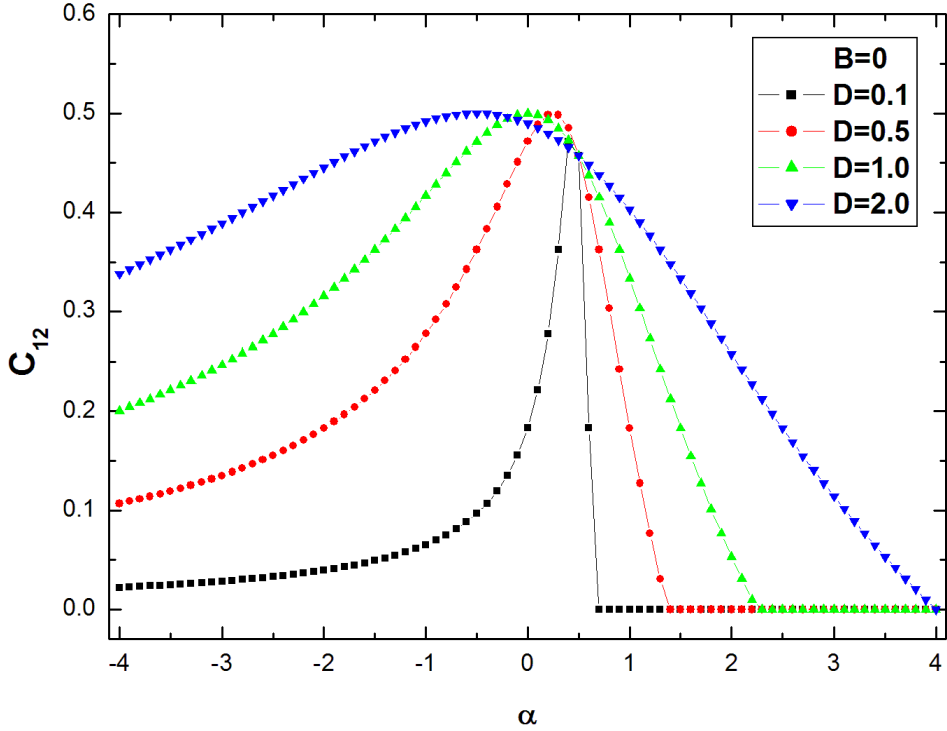
6. SONUÇLAR

NN kubitlerin ikili dolaşıklıklarına bakıldığında Hamiltoniyenin öteleme değişmezliği nedeniyle (translational invariance) $C_{12} = C_{23} = C_{34} = C_{41}$ olduğu ikinci NNN kubitlerin ikili dolaşıklıklarına bakıldığında ise $C_{13} = C_{24} = C_{31} = C_{42}$ olduğu anlaşılır. Bu nedenle incelemelerimizi sadece C_{12} ve C_{13} için gerçekleştireceğiz.

6.1. Taban Durum Dolaşıklığı

Bu çalışmada, öncelikle homojen bir B manyetik alanının ve Dzialoshinskii-Moriya (DM) etkileşmesinin olması durumunda dört kubitlik bir J1- J2 Ising spin sisteminde taban durum dolaşıklığını inceledik.

İncelemelerimizden, NN kubitlere (Şekil 6.1.) ve NNN kubitlere (Şekil 6.2.) ait sonuçlara bakacak olursak manyetik alanın olmadığı $B=0.0$ durumunda ve DM'nin tüm değerleri için tedirginliğin $-4.0 \leq \alpha \leq 4.0$ aralığında taban durumun $|\Psi_{15}\rangle$ kuantum durumu olduğu görülür. $|\Psi_{15}\rangle$ taban durumu için NN kubitlere ve NNN kubitlere ait indirgenmiş yoğunluk operatörleri DM etkileşmesine ve α tedirginlik parametresine bağlıdır ve bu bağlılık α ve DM parametrelerinin rekabet halinde olması şeklindedir. $D < 1.0$ olduğu durumlarda $-4.0 \leq \alpha < 0.1$ tedirginlik değerlerinde $|\alpha|$ arttıkça, NN kubitler arasındaki dolaşıklık azalmıştır. Bunun nedenini şöyle açıklayabiliriz: α tedirginlik parametresinin artması ile birlikte NNN kubitler arasındaki etkileşmeler artacaktır ve bu artış NN kubitler arasındaki etkileşmeleri baskılayacaktır ve bunun sonucunda NN kubitler arasındaki dolaşıklık azalacaktır. Bunun yanında DM etkileşmesi arttıkça NN kubitler arasındaki dolaşıklığın arttığı görülür. Bunun nedeni ise DM'nin NN kubitler arası etkileşmelere katkı yapmasıdır. $\alpha = 0.0$ değerinde ise sistem artık sadece DM etkileşmesine sahip Ising sistemidir ve DM arttıkça NN kubitler arası dolaşıklık belli bir kritik DM değerine ($D_c \cong 1.0$) kadar artmış ve sonrasında yaklaşık olarak aynı kalmıştır (Vahedi vd., 2012). α ve DM etkileşmelerinin rekabet halinde olması nedeniyle $0.1 \leq \alpha \leq 0.5$ aralığında DM etkileşmesi daha etkili olur ve bu değerlerde NN kubitler arası dolaşıklık yaklaşık aynıdır. $\alpha > 0.5$ olduğu durumlarda ise $|\alpha|$ arttıkça NN kubitler arası dolaşıklık azalır ve belli bir α_c kritik değerinden sonra da yok olur. Daha önce de bahsettiğimiz gibi DM etkileşmesinin artması NN kubitler arası dolaşıklığı arttırdığı için bu α_c kritik değeri DM değeri arttıkça artar.

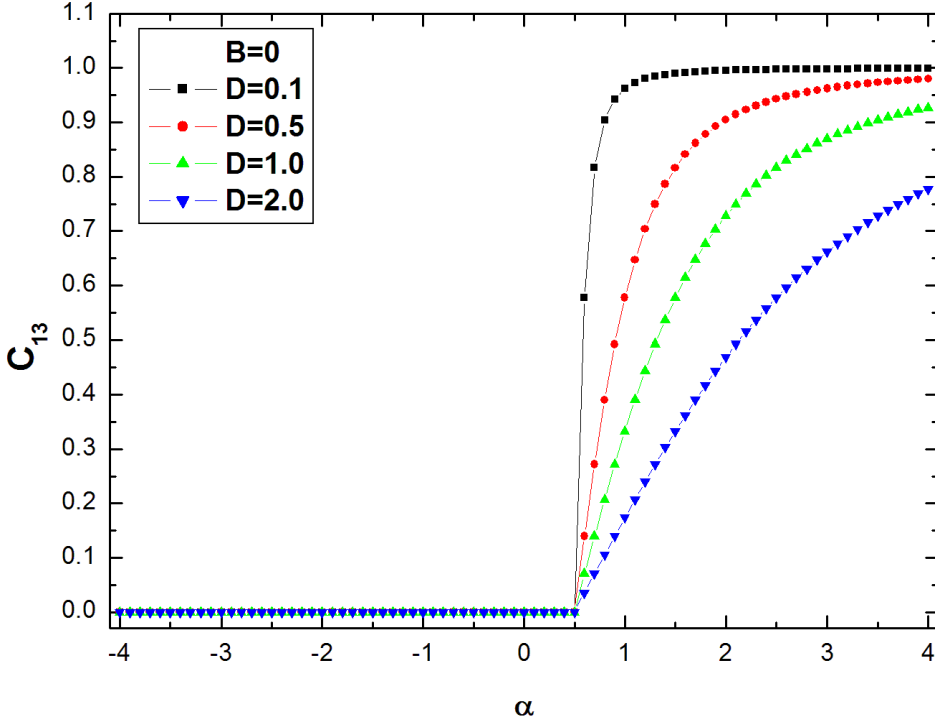


Şekil 6.1. $B=0.0$ değerinde, farklı DM değerleri için NN kubitler arası taban durum dolaşıklığının α tedirginlik parametresine göre değişimi.

NNN kubitler için bir değerlendirmede bulunacak olursak $\alpha_c=0.5$ kritik değerinden sonra NNN kubitler arası dolaşıklık, α arttıkça arttığı ve bir maksimum değere ulaştığı görülür. Bunun nedeni daha önce de bahsettiğimiz gibi tedirginlik parametresinin artışı ile birlikte NNN kubitler arası etkileşmelerin artmasıdır. Fakat bu arada DM etkileşmesinin artmasının, NNN kubitler arasındaki dolaşıklığı da azalttığı görülür. Bunun nedeni ise DM parametresinin NN kubitler arasındaki etkileşmeleri içermesidir. Böylece DM arttıkça NN kubitler arası etkileşmelerin artması sonucu, NNN kubitler arası etkileşmeler biraz daha baskılanır ve sonuçta NNN kubitler arası dolaşıklık azalır.

Manyetik alanın $B=1.0$ değeri için NN kubitlere (Şekil 6.3.) ve NNN kubitlere (Şekil 6.4.) ait sonuçlarımıza bakacak olursak: $D=0.1$ değeri için $-4.0 \leq \alpha \leq -0.1$ aralığında, $D=0.5$ değeri için $-4.0 \leq \alpha \leq -0.3$ aralığında ve $D=1.0$ değeri için $-4.0 \leq \alpha \leq -0.1$ tedirginlik değerleri arasında taban durum $|\Psi_{15}\rangle$ kuantum durumudur. Bu taban durumu için NN kubitlere ait indirgenmiş yoğunluk operatörü α ve DM parametrelerine bağlı olarak değişir. Şekil 6.3.'den görüldüğü gibi $|\alpha|$

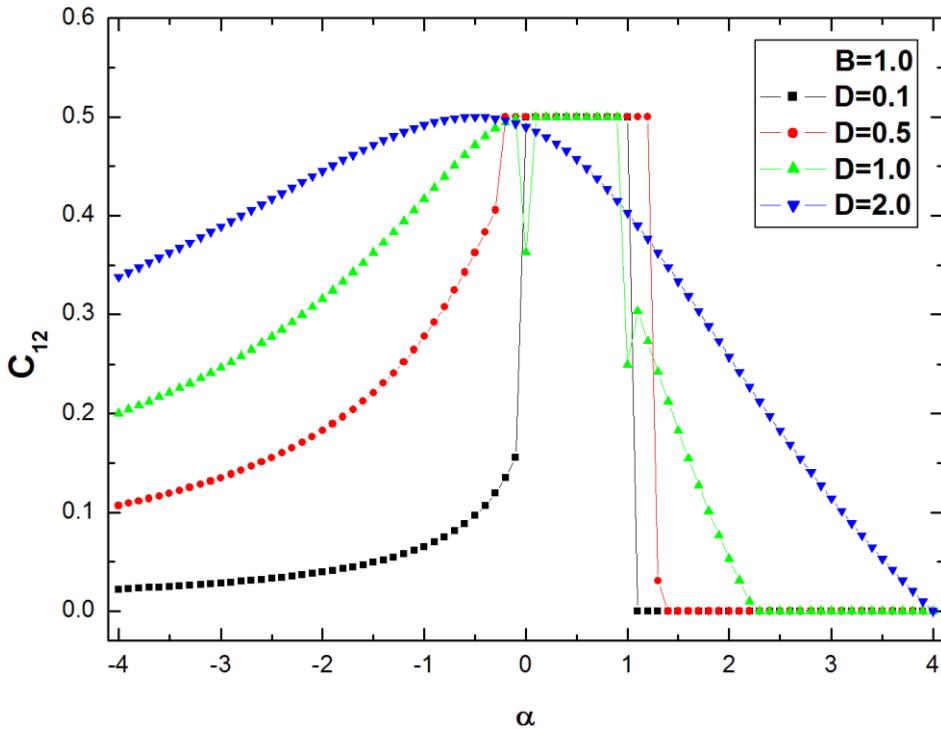
artıkça NN kubitler arasındaki dolaşıklık azalırken, DM etkileşmesinin artması ile



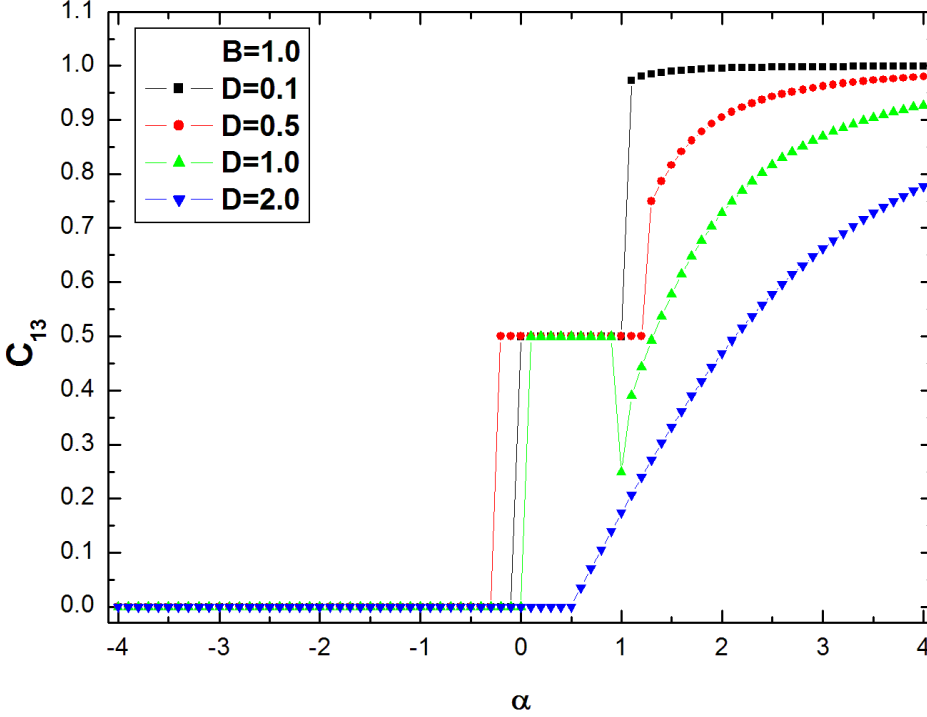
Şekil 6.2. $B=0.0$ değerinde, farklı DM değerleri için NNN kubitler arası taban durum dolaşıklığının α tedirginlik parametresine göre değişimi.

NN kubitler arasındaki dolaşıklık artar. Ancak verili bu değerlerde NNN kubitler için $|\Psi_{15}\rangle$ taban durumu dolaşık değildir. DM etkileşmesinin $D=0.1$ değeri için tedirginlik parametresinin $0.0 \leq \alpha \leq 1.0$ aralığında, DM etkileşmesinin $D=0.5$ değeri için $-0.2 \leq \alpha \leq 1.2$ aralığında ve $D=1.0$ değeri için $-0.1 \leq \alpha \leq 0.9$ aralığında taban durum $|\Psi_7\rangle$ kuantum durumudur. $|\Psi_7\rangle$ kuantum durumu için NN kubitlere ve NNN kubitlere ait indirgenmiş yoğunluk operatörleri α ve DM parametrelerine bağlı değildir. Bu nedenle bu değerler için NN kubitler ve NNN kubitler arasındaki dolaşıklıklar hep aynı değerde olup, sırasıyla $C_{12} = 0.5$ ve $C_{13} = 0.5$ değerlerinde birer plato oluştururlar. DM etkileşmesinin $D=1.0$ değerinde ise tedirginlik parametresinin $\alpha=0.0$ ve 1.0 değerleri için taban durum $|\Psi_7\rangle$ ve $|\Psi_{15}\rangle$ kuantum durumlarıdır. Bu dejenere kuantum durumları için NN kubitler arası dolaşıklık sırasıyla $C_{12} = 0.36$ ve $C_{12} = 0.25$ değerlerinde dip oluşturur. NNN kubitler arası dolaşıklık ise $\alpha = 0.0$ değeri için oluşmazken, $\alpha = 1.0$ tedirginlik değeri için $C_{13} = 0.25$ dolaşıklık değerlerinde bir dip oluşturur. Bunun yanında $D=0.1$ değeri için $1.1 \leq \alpha \leq 4.0$ aralığında, $D=0.5$ değeri için $1.3 \leq \alpha \leq 4.0$

aralığında ve $D=1.0$ değeri için $1.1 \leq \alpha \leq 4.0$ aralığında bulunduğunda taban durum yine $|\Psi_{15}\rangle$ kuantum durumudur. Daha önceden de belirtildiği gibi bu taban durumunda NN kubitlere ve NNN kubitlere ait indirgenmiş yoğunluk operatörleri α ve DM parametrelerine bağlı olarak değişirler, α arttıkça NN kubitler arası dolaşıklık azalır ve belli bir α_c kritik değerinden sonra kaybolur. Bu α_c kritik değeri DM etkileşmesi arttıkça artar. NNN kubitler arası dolaşıklık ise α arttıkça bir maksimum değere kadar artar. DM etkileşme parametresinin $D = 2.0$ değerinde ise $-4.0 \leq \alpha \leq 4.0$ aralığındaki tüm tedirginlik parametresi değerleri için taban durum $|\Psi_{15}\rangle$ kuantum durumudur. Bu taban durumunda $\alpha > 0.0$ için NN kubitler arası dolaşıklık, α arttıkça azalır; $\alpha < 0$ bölgede ise $|\alpha|$ 'nın küçük değerleri için NN kubitler arasındaki dolaşıklık, DM etkileşmesinin buradaki büyük değerinden dolayı az bir miktar artsa da sonrasında tedirginlik parametresinin baskın karakterinden dolayı $|\alpha|$ arttıkça azalmıştır. NNN kubitler için ise $\alpha_c = 0.5$ kritik değerine kadar $|\Psi_{15}\rangle$ taban durumu dolaşık değildir ancak bu kritik değerden sonra α 'nın artışıyla birlikte NNN kubitler arası dolaşıklığın arttığı görülür.



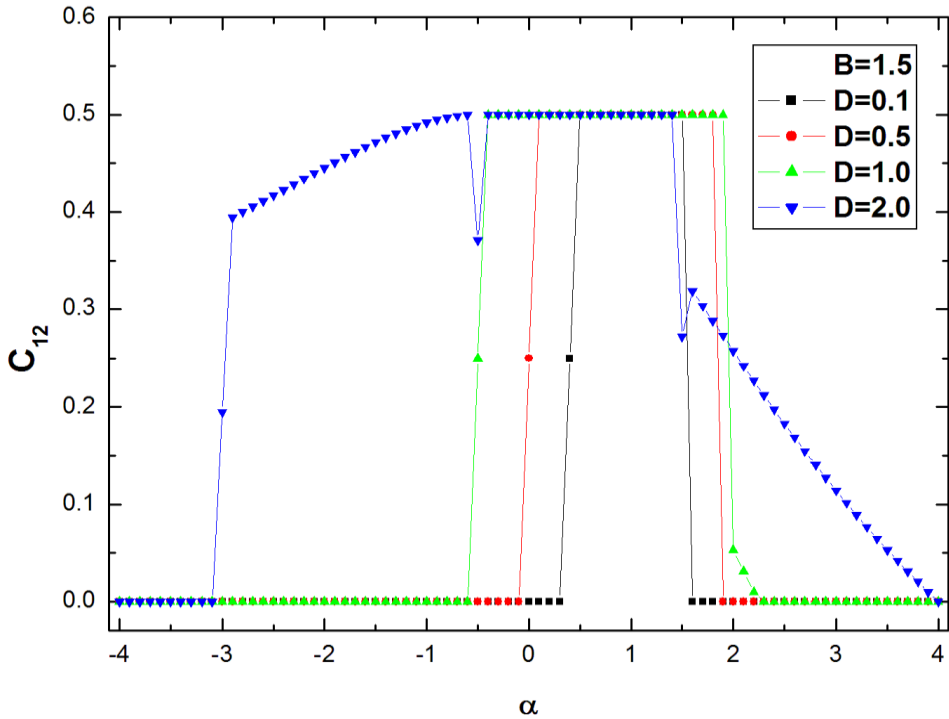
Şekil 6.3. $B=1.0$ değerinde, farklı DM değerleri için NN kubitler arası taban durum dolaşıklığının α tedirginlik parametresine göre değişimi.



Şekil 6.4. $B=1.0$ değerinde, farklı DM değerleri için NNN kubitler arası taban durum dolaşıklığının α tedirginlik parametresinin göre değişimi.

Manyetik alanın $B=1.5$ değeri için elde ettiğimiz grafiklerden ise NN kubitler (Şekil 6.5.) ve NNN kubitler (Şekil 6.6.) için şu sonuçları görürüz. DM etkileşmesinin $D=0.1$ değeri için $-4.0 \leq \alpha \leq 0.3$ aralığında, $D=0.5$ değeri için $-4.0 \leq \alpha \leq -0.1$ aralığında, $D=1.0$ değeri için $-4.0 \leq \alpha \leq -0.6$ aralığında ve $D=2.0$ değeri için $-4.0 \leq \alpha \leq -3.1$ aralığında taban durum $|\Psi_{12}\rangle$ kuantum durumudur. Bu taban durumu için hem NN kubitler arasında hem de NNN kubitler arasında dolaşıklık yoktur. DM etkileşmesinin $D=0.1$ değeri için $\alpha=0.4$, $D=0.5$ değeri için $\alpha=0.0$ ve $D=1.0$ değeri için $\alpha=-0.5$ tedirginlik parametresi değerlerinde taban durum $|\Psi_7\rangle$ ve $|\Psi_{12}\rangle$ kuantum durumları olup, bu dejenere taban durumları için NN kubitler arası dolaşıklık $C_{12} = 0.25$ değerinde bulunurken, NNN kubitler arasında dolaşıklık yoktur. DM etkileşmesinin $D=2.0$ değeri için, tedirginlik parametresinin $\alpha = -3.0$ değerinde taban durum $|\Psi_{12}\rangle$ ve $|\Psi_{15}\rangle$ kuantum durumlarıdır ve bu dejenere taban durumları için NN kubitler arası dolaşıklık $C_{12} = 0.19$ değerinde bulunurken, NNN kubitler arasında dolaşıklık yoktur. DM etkileşmesinin $D=2.0$ değeri için $-2.9 \leq \alpha \leq -0.1$ aralığındaki tedirginlik değerlerinde taban durum $|\Psi_{15}\rangle$ kuantum durumudur. Bu taban durumu

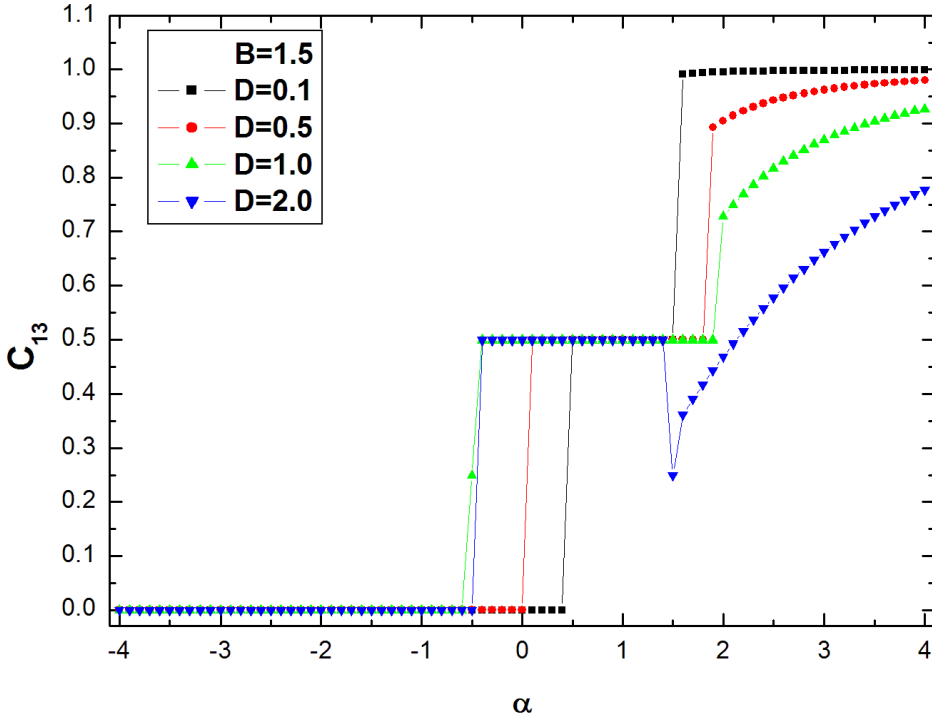
α ve DM parametrelerine bağlı olduğundan $|\alpha|$ arttıkça NN kubitler arası dolaşıklık azalmıştır. NNN kubitler arasında ise bu değerlerde dolaşıklık yoktur. Daha önce de gözlemlediğimiz gibi DM etkileşmesinin $D=2.0$ değerinde tedirginlik parametresinin $\alpha = -0.5$ ve 1.5 değerlerinde taban durum $|\Psi_7\rangle$ ve $|\Psi_{15}\rangle$ kuantum durumlarıdır. Bu dejenere taban durumlarda, NN kubitler arası dolaşıklık sırasıyla $C_{12} = 0.37$ ve $C_{12} = 0.27$ değerlerinde dip yaparken, NNN kubitler arasında $\alpha = -0.5$ değeri için dolaşıklık oluşmaz. $\alpha = 1.5$ değeri için ise $C_{13} = 0.25$ değerinde bir dip oluşur. DM etkileşmesinin $D=0.1$ değerinde $0.5 \leq \alpha \leq 1.5$ aralığında, $D=0.5$ değerinde $0.1 \leq \alpha \leq 1.8$ aralığında, $D=1.0$ değerinde $-0.4 \leq \alpha \leq 1.9$ aralığında ve $D=2.0$ değerinde $-0.4 \leq \alpha \leq 1.4$ aralığındaki tedirginlik değerlerinde taban durum $|\Psi_7\rangle$ kuantum durumudur.



Şekil 6.5. $B=1.5$ değerinde, farklı DM değerleri için NN kubitler arası taban durum dolaşıklığının α tedirginlik parametresinin göre değişimi.

Bu taban durumunda α ve DM parametrelerine bağıllık olmadığı için, bu verili değerlerde NN kubitler arası dolaşıklık $C_{12} = 0.5$ ve NNN kubitler arası dolaşıklık $C_{13} = 0.5$ değerlerinde birer plato oluşturmuşlardır. DM etkileşmesinin $D = 0.1$ değeri için $1.6 \leq \alpha \leq 4.0$ aralığında ve $D=0.5$ değeri için $1.9 \leq \alpha \leq 4.0$ aralığında

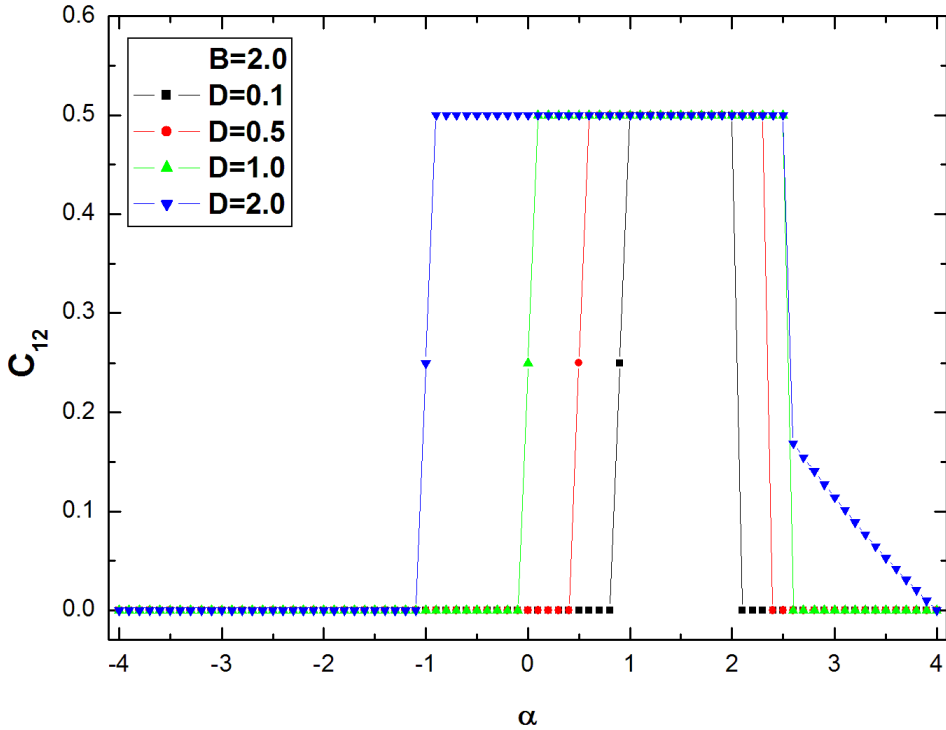
taban durum $|\Psi_{15}\rangle$ kuantum durumudur ve bu değerler için NN kubitlere ait dolaşıklık sıfırken, NNN kubitler arası dolaşıklığın α 'nın artışıyla birlikte arttığı görülür. DM etkileşmesinin $D=1.0$ değerinde ise $2.0 \leq \alpha \leq 4.0$ aralığındaki tedirginlik değerlerinde taban durum tekrar $|\Psi_{15}\rangle$ kuantum durumudur. Ancak bu sefer NN kubitler arası dolaşıklık $C_{12} = 0.05$ değerinden itibaren α arttıkça azalır, $\alpha_c=2.3$ kritik değerinden sonra kaybolurken, NNN kubitler arası dolaşıklık bu değerlerde de tedirginliğin artışıyla birlikte artmıştır. $D = 2.0$ değeri için ise tedirginlik parametresinin $1.6 \leq \alpha \leq 4.0$ aralığında taban durum yine $|\Psi_{15}\rangle$ kuantum durumudur ancak bu sefer NN kubitler arası dolaşıklık $C_{12} = 0.32$ değerinden itibaren α arttıkça azalır, $\alpha_c = 4.0$ kritik değerinden sonra kaybolurken, NNN kubitler arasındaki dolaşıklık, tedirginlik arttıkça artmıştır. Ayrıca bunlara ilave olarak DM etkileşmesi arttıkça NN kubitler için olan α_c kritik değerlerinin arttığı da görülmüştür.



Şekil 6.6. $B=1.5$ değerinde, farklı DM değerleri için NNN kubitler arası taban durum dolaşıklığının α tedirginlik parametresinin göre değişimi.

Manyetik alanın $B=2.0$ değeri için ise NN kubitler (Şekil 6.7.) ve NNN kubitler (Şekil 6.8.) için sonuçlarımızı şöyle özetleyebiliriz: DM etkileşmesinin $D=0.1$ değeri için $-4.0 \leq \alpha \leq 0.8$ aralığında, $D=0.5$ değeri için $-4.0 \leq \alpha \leq 0.4$

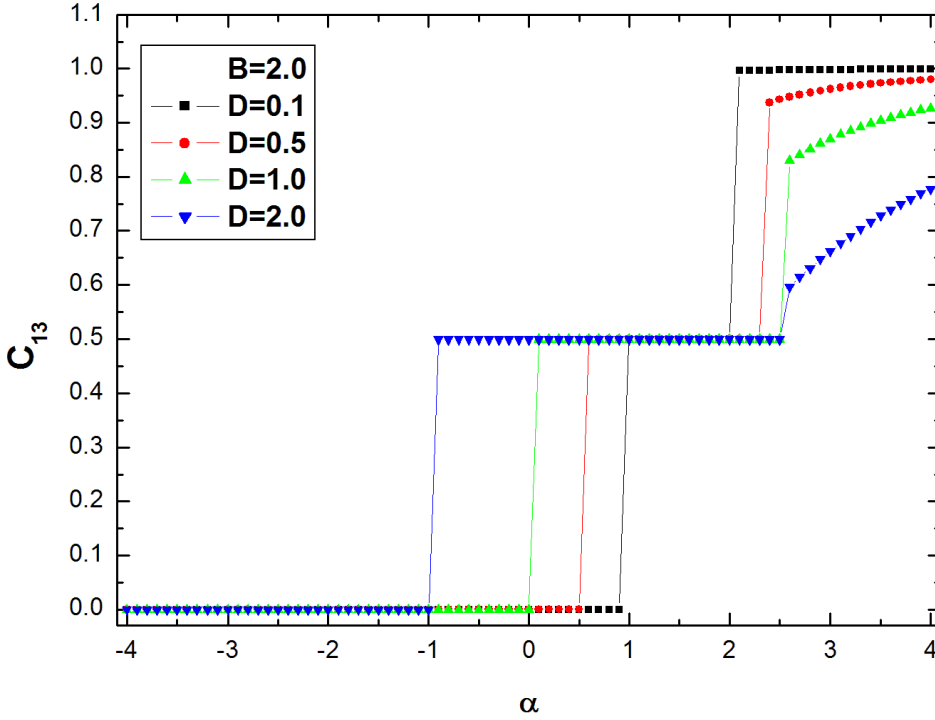
aralığında, $D=1.0$ değeri için $-4.0 \leq \alpha \leq -0.1$ aralığında ve $D=2.0$ değeri için ise $-4.0 \leq \alpha \leq -1.1$ aralığında taban durum $|\Psi_{12}\rangle$ kuantum durumudur. Bu taban durumu için hem NN kubitlere hem de NNN kubitlere ait indirgenmiş yoğunluk operatörleri α ve DM parametrelerinden bağımsız olup, bu durumlar için dolaşıklık yoktur. DM etkileşmesinin $D=0.1$ değeri için $\alpha=0.9$ tedirginlik değerinde, $D=0.5$ değeri için $\alpha=0.5$ tedirginlik değerinde, $D=1.0$ değeri için $\alpha=0$ tedirginlik değerinde ve $D=2.0$ değeri için $\alpha=-1.0$ tedirginlik değerlerinde taban durum $|\Psi_7\rangle$ ve $|\Psi_{12}\rangle$ kuantum durumlarıdır. Bu dejenere taban durumları için NN kubitler arası dolaşıklık $C_{12} = 0.25$ değerinde bulunurken, NNN kubitler arası dolaşıklık $C_{13} = 0$ değerindedir. DM etkileşmesinin $D=0.1$ değeri için $1.0 \leq \alpha \leq 2.0$ aralığında, $D=0.5$ değeri için $0.6 \leq \alpha \leq 2.3$ aralığında, $D=1.0$ değeri için $0.1 \leq \alpha \leq 2.5$ aralığında ve $D=2.0$ değeri için $-0.9 \leq \alpha \leq 2.5$ aralığındaki tedirginlik değerleri için ise taban durum $|\Psi_7\rangle$ kuantum durumudur.



Şekil 6.7. $B=2.0$ değerinde, farklı DM değerleri için NN kubitler arası taban durum dolaşıklığının α tedirginlik parametresine göre değişimi.

Bu taban durumunda hem NN kubitlere hem de NNN kubitlere ait indirgenmiş yoğunluk operatörleri α ve DM parametrelerinden bağımsız oldukları için bu değerlerde NN kubitlere ait dolaşıklık $C_{12} = 0.5$, NNN kubitlere ait dolaşıklık ise

$C_{13} = 0.5$ değerlerinde birer plato bölgesi oluşturur. $D = 0.1$ değeri için $2.1 \leq \alpha \leq 4.0$ aralığında, $D=0.5$ değeri için $2.4 \leq \alpha \leq 4.0$ aralığında ve $D = 1.0$ değeri için $2.6 \leq \alpha \leq 4.0$ aralığında taban durum $|\Psi_{15}\rangle$ kuantum durumu olup, bu taban durumundaki verili bu değerler için NN kubitler arasında dolaşıklık olmadığı görülürken, α tedirginlik parametresinin artışıyla birlikte NNN kubitler arası dolaşıklığın artıp maksimum bir değere ulaştığı gözlemlenmiştir. DM etkileşmesinin $D = 2.0$ değeri için ise $2.6 \leq \alpha \leq 4.0$ aralığında da taban durum $|\Psi_{15}\rangle$ kuantum durumudur. Ancak burada α arttıkça NN kubitler arası dolaşıklığın; $C_{12} = 0.17$ değerinden itibaren azalıp, $\alpha_c = 4.0$ kritik değerinden sonra sıfır olduğu görülürken, NNN kubitler arası dolaşıklığın $C_{13} = 0.6$ değerinden itibaren tedirginlik arttıkça arttığı görülür. Ayrıca burada NN kubitler için DM etkileşmesinin artışıyla birlikte α_c kritik değerinin de arttığı gözlemlenmiştir.



Şekil 6.8. $B=2.0$ değerinde, farklı DM değerleri için NNN kubitler arası taban durum dolaşıklığının α tedirginlik parametresinin göre değişimi.

6.2. Isısal Dolaşıklık

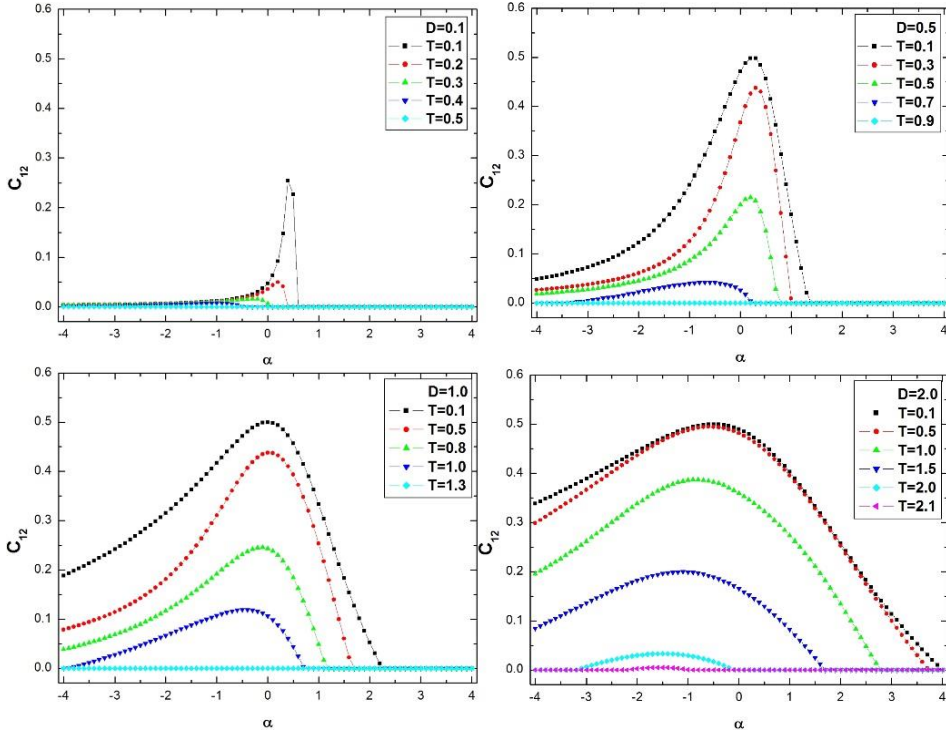
Tezin bu kısmında homojen bir B manyetik alanında bulunan ve Dzialoshinskii-Moriya (DM) etkileşmesine sahip dört kubitlik bir J1-J2 Ising spin sisteminin ısısal dolaşıklığını inceledik.

Taban durumda bulunan bir sistem $T=0$ sıcaklıktadır ve $T=0$ sıcaklığındaki dolaşıklığa taban durum dolaşıklığı denir. Sıcaklık arttığında, sistem taban durumun yanında diğer uyarılmış durumlarda da bulunma olasılıklarına sahip olur. Bu durumda yoğunluk operatörü, taban ve tüm uyarılmış kuantum durumlarının dış çarpımlarının Boltzmann ağırlıkları ile ağırlıklandırılıp toplanması ile elde edilir. Diğer bir deyişle sistemin taban ve tüm uyarılmış kuantum durumları $e^{-\beta E_i}$ ($i = 1, 2, 3, \dots, 16$) ısısal ağırlık faktörüyle ağırlıklandırılıp, bir karışım oluşturulur ve bu karışımın içinde ısısal ağırlıklarına göre dolaşıklığı sıfır ve sıfırdan farklı olan kuantum durumları bulunur.

Öncelikle NN kubit çiftleri için manyetik alanın olmadığı $B=0$ durumunda ısısal dolaşıklara bakalım (Şekil 6.9.): $T=0.1$ gibi düşük sıcaklıklarda NN kubitlere ait indirgenmiş yoğunluk operatörüne olan en büyük katkı taban durumdan geldiği için böyle düşük sıcaklıklarda NN kubitler arası ısısal dolaşıklığın taban durum dolaşıklığına benzer bir davranış göstermesi beklenir ancak burada bu düşük sıcaklıkta dolaşıklığı büyük uyarılmış durumlardan gelen az katkının bile etkili olduğu görülür. $T>0.1$ olduğu durumlarda ise taban durumun yanında diğer uyarılmış durumlardan da dikkate değer katkılar gelir. Bu katkılar manyetik alanın olmamasından dolayı sadece α tedirginlik parametresine ve D (DM) etkileşmesine bağlıdır. Diğer bir deyişle yüksek sıcaklıklarda taban durum ile uyarılmış durumların dolaşıklıkları sıcaklık, tedirginlik parametresi ve DM etkileşmesine bağlı biçimde istatistiksel olarak karışır. Manyetik alanın olmadığı bu durumda α ve DM parametreleri için grafiklere baktığımızda, T sıcaklığı arttıkça NN kubitler arası dolaşıklığın azaldığı görülür. Bunun nedeni sıcaklık arttıkça ısısal ağırlıklara bağlı olarak farklı dolaşıklıklara sahip kuantum durumlarının karışmasıdır. Sabit sıcaklık ve α değerleri için ise DM etkileşmesi arttıkça NN kubitler arasındaki ısısal dolaşıklığın arttığı gözlenir. Bunun sonucu olarak da DM etkileşmesinin büyük değerlerinde ve yüksek sıcaklıklarda da dolaşıklık gözlenmiştir. Sabit sıcaklık ve DM değerlerinde sonuçlara baktığımızda; daha önce taban durum dolaşıklıklarından da gözlemlediğimiz gibi $|\alpha|$ arttıkça NN kubitler arası dolaşıklığın azaldığı görülür.

Bu azalma $\alpha > 0$ olduğu bölgede belli bir α_c kritik değerine kadar olup, sonrasında NN kubitler arası dolaşıklık kaybolur.

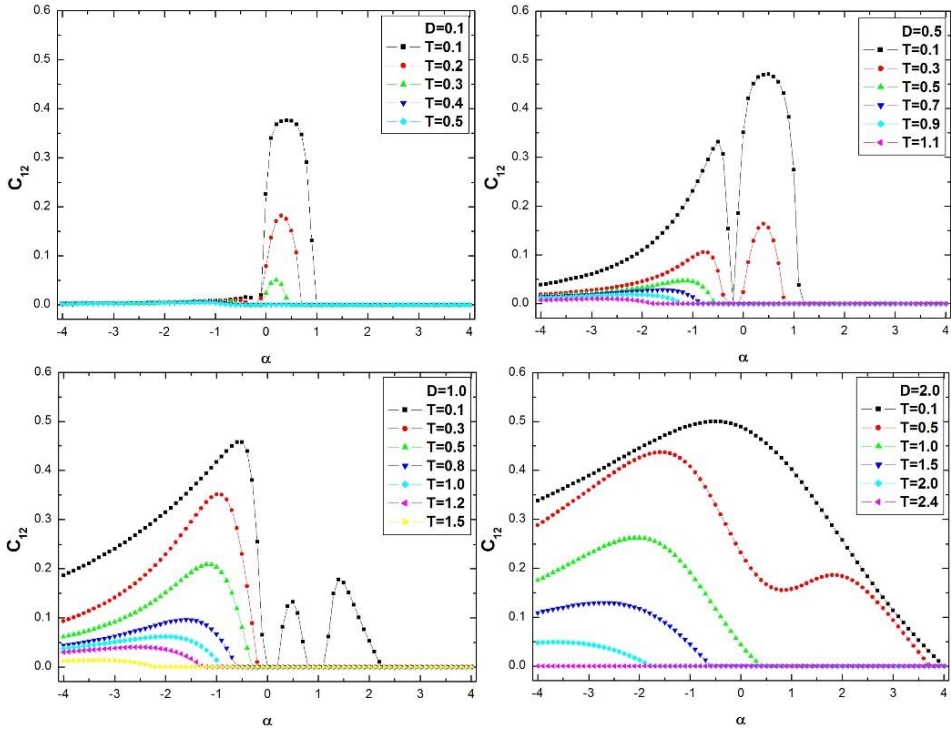
$B=1.0$ olduğu durumda NN kubitler arasındaki ısısal durum dolaşıklıklarını inceleyelim (Şekil 6.10.): Burada tüm uyarılmış durumlar α tedirginlik parametresine, D DM etkileşmesine, B manyetik alanına ve T sıcaklığına bağlıdır. $T=0.1$ gibi düşük sıcaklıklarda en büyük katkının taban durumdan geliyor olması nedeniyle böyle düşük sıcaklıklar için taban durum dolaşıklığına benzer bir davranış gözlenmesi beklenirken, DM etkileşmesinin sadece $D=2.0$ değerinde bunu görürüz.



Şekil 6.9. $B=0.0$ değerinde, farklı DM değerleri için NN kubitler arası ısısal dolaşıklığın α tedirginlik parametresine göre değişimi.

Diğer $D=0.1, 0.5$ ve 1.0 gibi DM değerlerinde ise taban durum dolaşıklığına doğrudan bir benzerlik genel çerçevede gözlenmez. $T=0.1$ sıcaklığında DM etkileşmesinin $D=0.1$ değeri için tedirginliğin $-4.0 \leq \alpha \leq -0.1$ aralığında düşük dolaşıklık değerine sahip taban durumu ile yine bu aralıkta $|\alpha|$ değerine bağlı olarak farklı dolaşıklıklara sahip uyarılmış durumlar ($|\alpha|$ 'nın büyük değerinde düşük dolaşıklıkları uyarılmış durumlar, $|\alpha|$ 'nın küçük değerlerinde ise büyük dolaşıklıkları uyarılmış durumlar) karışır ve sonuçta bu bölgede dolaşıklık neredeyse sıfır olur ve

sıcaklığın artışıyla birlikte bu küçük dolaşıklık değeri de ortadan kalkar. Tedirginlik parametresinin $0.0 \leq \alpha \leq 1.0$ aralığında ise sabit $C_{12} = 0.5$ değerindeki taban durum dolaşıklığının, benzer şekilde uyarılmış durumlar ile karışması sonucu NN kubitler arası ısısal dolaşıklık bu bölgede biraz daha küçük değerler alır ve taban durumda gözlenen plato yapısının biraz deforme olduğu görülür. $1.1 \leq \alpha \leq 4.0$ aralığındaki tedirginlik değerlerinde ise taban durumdakine benzer olarak dolaşıklık yoktur. $T=0.1$ sıcaklığında DM etkileşmesinin $D=0.5$ değeri için ise tedirginliğin $-4.0 \leq \alpha \leq -0.3$ aralığında taban durum ile uyarılmış durumların karışımından dolayı bu bölgede NN kubitler arasında taban durumundakine göre daha düşük ısısal dolaşıklık gözlemleriz ve bu dolaşıklık da $|\alpha|$ arttıkça azalır.



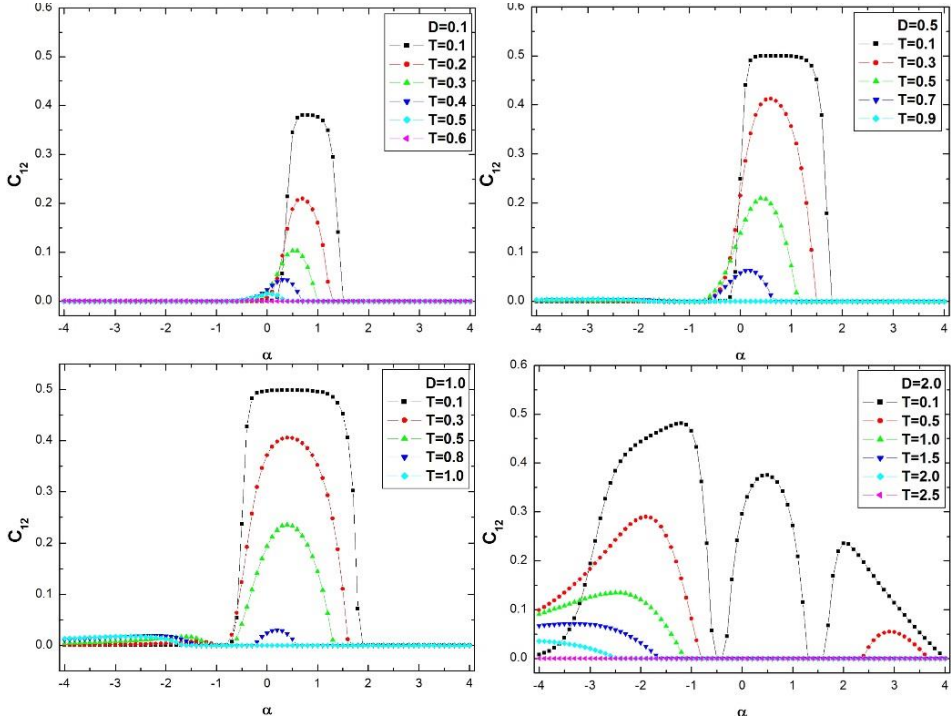
Şekil 6.10. $B=1.0$ değerinde, farklı DM değerleri için NN kubitler arası ısısal dolaşıklığın α tedirginlik parametresine göre değişimi.

Bunun yanında $-0.2 \leq \alpha \leq 1.2$ aralığında ise $C_{12} = 0.5$ değerindeki sabit taban durum dolaşıklığı ile uyarılmış durumlar karışır. Bunun sonucu olarak NN kubitler arasında daha belirgin dolaşıklık değerleri görülür ve burada da taban durumda gözlenen plato yapısının deforme olduğu söylenebilir. Tedirginlik parametresinin $1.3 \leq \alpha \leq 4.0$ aralığında ise taban durumdakine benzer olarak, NN kubitler arasında ısısal dolaşıklık sıfırdır. Ayrıca $D=0.5$ değerinde NN kubitler için taban

durum dolaşıklığının plato başlangıç ve bitiş noktaları olan $\alpha = -0.2$ ile $\alpha = 1.2$ değerlerinde NN kubitler arası ısıl dolaşıklık ortadan kaybolduğu gözlenmiştir. $T=0.1$ sıcaklığında ve DM etkileşmesinin $D=1.0$ değerinde ise tedirginliğin $-4.0 \leq \alpha \leq -0.1$ aralığında taban durum dolaşıklığı ile, $|\alpha|$ 'nın büyüklüğüne bağlı olarak, farklı dolaşıklıklara sahip uyarılmış durumlar karışır. Bunun sonucu olarak da $|\alpha|$ 'nın büyük değerlerinde taban duruma benzer dolaşıklık değerleri gözlemlenirken, $|\alpha|$ 'nın küçük olduğu durumlarda NN kubitler arasında daha düşük ısıl dolaşıklıklar gözlemlenir. Ayrıca burada taban durum dolaşıklığının dip yaptığı $\alpha = 0.0$ ve 1.0 değerlerinde ve dolaşıklık kaybolduğu α_c kritik tedirginlik değerinde NN kubitler arası ısıl dolaşıklık sıfır olduğu görülür. Bunun yanında sıcaklık arttıkça, NN kubitler arasında beklendiği gibi dolaşıklık azaldığı görülür. Ancak DM etkileşmesinin artışı bunu biraz telafi etmektedir.

Manyetik alanın $B=1.5$ değeri için ise NN kubitler arası ısıl durum dolaşıklığı için şunları söyleyebiliriz (Şekil 6.11.): Burada da tüm uyarılmış durumlar için indirgenmiş yoğunluk operatörleri α , DM, B, ve T parametrelerine bağlıdır. Öncelikle $T=0.1$ gibi düşük sıcaklıklarda ısıl durum dolaşıklıklarına bakacak olursak, DM etkileşmesinin $D=0.1$ değerinde $-4.0 \leq \alpha \leq -0.2$ tedirginlik değerleri için taban durumdakine benzer olarak NN kubitler arasında dolaşıklık yoktur. Ancak $\alpha = -0.3$ değerinde taban durum dolaşıklığı sıfırken, uyarılmış durumlardan gelen katkının fazla olması nedeniyle NN kubitler için ısıl dolaşıklık $C_{12} \neq 0$ olduğu görülmüştür. $\alpha = -0.4$ değeri için ise taban durumdan çok fazla bir farklılık yoktur. $0.5 \leq \alpha \leq 1.5$ aralığındaki tedirginlik değerlerinde ise $C_{12} = 0.5$ sabit değerindeki taban durum dolaşıklığı ile uyarılmış durumlara ait dolaşıklıklar karıştığı için bu değerdeki NN kubitler arası ısıl dolaşıklık için taban durumdaki plato yapısının deforme olduğu gözlemlenir. $1.6 \leq \alpha \leq 4.0$ aralığında ise taban durumdakine benzer olarak dolaşıklık yoktur. DM etkileşmesinin $D=0.5$ değeri için ise $-4.0 \leq \alpha \leq -0.2$ aralığındaki tedirginlik değerlerinde de taban durumdakine benzer olarak NN kubitler arası ısıl dolaşıklık $C_{12} = 0$ olur. Ancak $\alpha = -0.1$ değerinde uyarılmış durumlardan gelen katkılar nedeniyle taban durumdan farklı olarak $C_{12} \neq 0$ olur. $\alpha = 0.0$ tedirginlik değerinde ise NN kubitler arasındaki ısıl dolaşıklık için taban durumunun aynısı elde edilir. $0.1 \leq \alpha \leq 1.7$ aralığında ise NN kubitler arasındaki ısıl dolaşıklık için taban durumuna benzer bir durumla karşılaşılsa da burada uyarılmış durumlardan gelen katkılar nedeniyle taban durumunda gözlenen plato yapısının bir miktar deforme olduğu görülür. $1.8 \leq \alpha \leq 4.0$ tedirginlik değerlerinde ise NN kubitler arası dolaşıklık sıfırdır. DM

etkileşmesinin $D=1.0$ değer için ise tedirginlik parametresinin $-4.0 \leq \alpha \leq -0.7$ değerleri arasında NN kubitlere ait ısısal dolaşıklık sıfırdır. Taban durumdan farklı olarak $\alpha = -0.6$ değerinde $C_{12} \neq 0$ 'dır. $\alpha = -0.5$ değerinde ise NN kubitler arası ısısal dolaşıklık, taban durumun dolaşıklığına yakın bir değer alır.

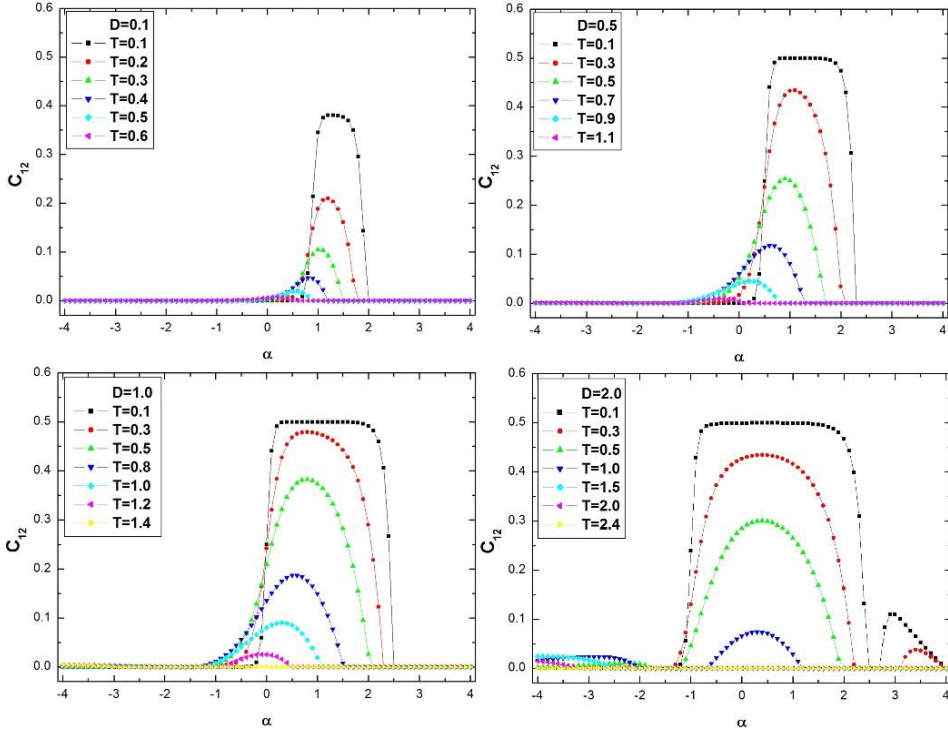


Şekil 6.11. $B=1.5$ değerinde, farklı DM değerleri için NN kubitler arası ısısal dolaşıklık α tedirginlik parametresine göre değişimi.

$-0.4 \leq \alpha \leq 1.9$ aralığındaki tedirginlik değerlerinde ise NN kubitlere ait ısısal dolaşıklık için taban duruma benzer bir davranış olsa da uyarılmış durumlardan gelen katkılar, $T=0$ K de oluşan plato yapısını deforme etmiştir. Tedirginliğin $2.0 \leq \alpha \leq 4.0$ aralığındaki değerlerinde ise dolaşıklık yoktur. DM etkileşmesinin $D=2.0$ değerinde ise $-4.0 \leq \alpha \leq -3.1$ aralığında, taban durum dolaşıklığı olmasa da uyarılmış durumlardan gelen katkılar nedeniyle NN kubitleri arası ısısal dolaşıklık bu değerlerde sıfırdan farklıdır. $\alpha = -3.0$ değerinde ise NN kubitler arası ısısal dolaşıklığın taban durumu ile aynı olduğu görülür. $-2.9 \leq \alpha \leq -0.1$ aralığında ise taban durum ile $|\alpha|$ 'nın değerine bağlı olarak farklı dolaşıklıklara sahip uyarılmış durumlar karıştığı için burada NN kubitler arası ısısal dolaşıklık taban durumdaki dolaşıklık değerlerinden biraz daha küçük değerler alır. Taban durumun dip yaptığı $\alpha = -1.5$ ve -0.5 değerlerinde ise NN kubitler ait ısısal

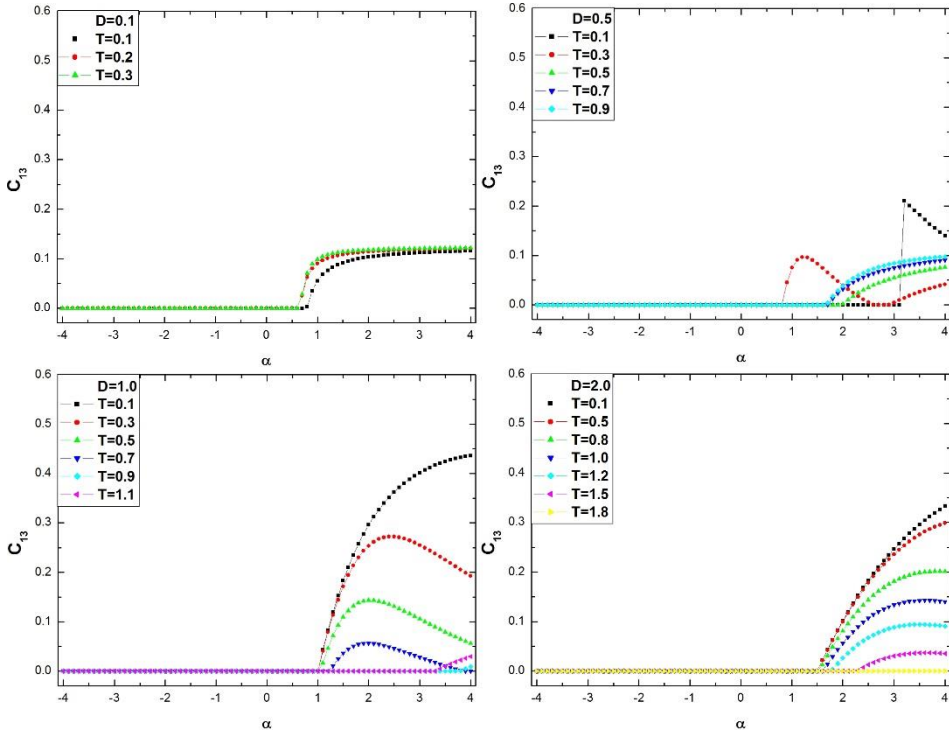
dolaşıklık değeri sıfırdır. $-0.4 \leq \alpha \leq 1.4$ aralığında ise taban durum dolaşıklığına benzerlik görülse de buradaki plato yapısında deformasyon görülür. $1.5 \leq \alpha \leq 4.0$ değerlerinde ise α 'nın değerlerine bağlı olarak farklı dolaşıklıklara sahip uyarılmış durumlar ile taban durum karıştığı için NN kubitler için daha küçük dolaşıklık değerleri görülür. Bunun yanında $T > 0.1$ için sıcaklık arttıkça NN kubitler arası dolaşıklığın azaldığı görülürken, DM etkileşmesinin artışının bu azalmayı telafi ettiği gözlenir.

Manyetik alanın $B=2.0$ değeri için NN kubitler arası ısısal durum dolaşıklığına bakacak olursak (Şekil 6.12.): $T=0.1$ gibi düşük sıcaklıklarda $D=0.1$ değeri için $-4.0 \leq \alpha \leq 0.7$ aralığında, $D=0.5$ için $-4.0 \leq \alpha \leq 0.3$ aralığında, $D=1.0$ değeri için $-4.0 \leq \alpha \leq -0.2$ aralığında ve $D=2.0$ değeri için $-4.0 \leq \alpha \leq -1.2$ aralığındaki tedirginlik değerlerinde taban durum dolaşıklığına benzer olarak NN kubitler arası ısısal dolaşıklık sıfırken, taban durumdan farklı olarak $D=0.1$ için $\alpha = -0.8$, $D=0.5$ için $\alpha = 0.4$, $D=1.0$ için $\alpha = -0.1$ ve $D=2.0$ için $\alpha = -1.1$ tedirginlik değerlerinde ısısal dolaşıklığın $C_{12} \neq 0$ olduğu görülür.



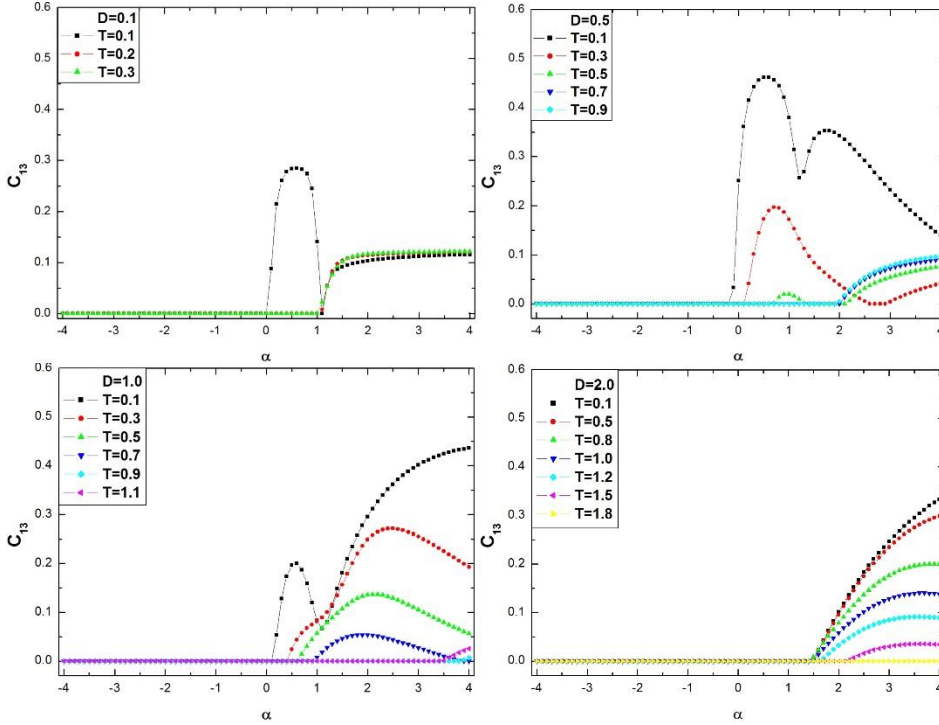
Şekil 6.12. $B=2.0$ değerinde, farklı DM değerleri için NN kubitler arası ısısal dolaşıklığın α tedirginlik parametresine göre değişimi.

DM etkileşmesinin $D=0.5$ değeri için $\alpha = 0.5$, $D=1.0$ için $\alpha = 0.0$ ve $D=2.0$ için $\alpha = -1.0$ tedirginlik değerlerinde NN kubitler arası ısısal dolaşıklık hep aynı değerde olup taban durum ile aynı sonuçtadır. Sadece $\alpha = 0.1$ ve $\alpha = 1.0$ tedirginlik değerlerinde NN kubitler arası ısısal dolaşıklığın arttığı görülmüştür. DM etkileşmesinin $D=0.5$ değeri için $0.6 \leq \alpha \leq 2.3$ aralığında, $D=1.0$ için $0.1 \leq \alpha \leq 2.5$ aralığında ve $D=2.0$ için $-0.9 \leq \alpha \leq 2.5$ aralığındaki tedirginlik değerlerinde ise taban durumdakine benzer olarak plato bölgeleri görülür. Ancak manyetik alanın artması ile bu plato bölgelerindeki deformasyonu azalmıştır. $D=0.1$ için $2.1 \leq \alpha \leq 4.0$ aralığında $D=0.5$ için $2.4 \leq \alpha \leq 4.0$ aralığında, $D=1.0$ için $2.6 \leq \alpha \leq 4.0$ aralığında, taban durumdakine benzer olarak NN kubitler arası ısısal dolaşıklık sıfırdır. $D=2.0$ için $\alpha = 2.5$ tedirginlik değerinde ise uyarılmış durumlardan gelen katkılar nedeniyle ısısal dolaşıklık $C_{12} = 0$ değerini almıştır. $2.5 \leq \alpha \leq 4.0$ aralığında ise α 'nın değerine bağlı olarak farklı dolaşıklıklara sahip durumlar karıştığı için bu değerlerde NN kubitler arası ısısal dolaşıklık daha küçük değerler almaktadır. Burada da ayrıca sıcaklığın dolaşıklık üzerindeki yıkıcı etkisi gözlemlenirken, DM'nin yapıcı etkileri de görülmektedir.



Şekil 6.13. $B=0.0$ değerinde, farklı DM değerleri için NNN kubitler arası ısısal dolaşıklığının α tedirginlik parametresine göre değişimi.

Şimdi ise NNN kubitler arasındaki ısısal durum dolaşıklıklarına bakalım. Öncelikle $B=0.0$ durumu için sonuçlarımızı inceleyecek olursak (Şekil 6.13.) DM etkileşmesinin $D=0.1$ ve $D=0.5$ değerleri için tedirginlik parametresinin $\alpha \geq 0.5$ değerlerinde NNN kubitler için ısısal dolaşıklık çok düşük olduğu görülür ve bu değer, sıcaklık arttıkça daha da düşer. DM etkileşmesinin $D=1.0$ değeri için ise $\alpha \geq 1.0$ tedirginlik parametresi değerlerinde NNN kubitler için ısısal dolaşıklık α arttıkça arttığı görülür. Bu artış beklendiği gibi sıcaklık ile azalmaktadır. Bunun nedeni büyük dolaşıklıklara sahip uyarılmış durumlardan gelen katkıların çok olmasıdır. DM etkileşmesinin $D=2.0$ değeri için ise benzer sonuçlar $\alpha \geq 1.5$ tedirginlik değerleri için geçerlidir. Ancak DM'nin büyük olması burada da sıcaklığa karşı dayanıklılığı biraz daha artırmıştır.



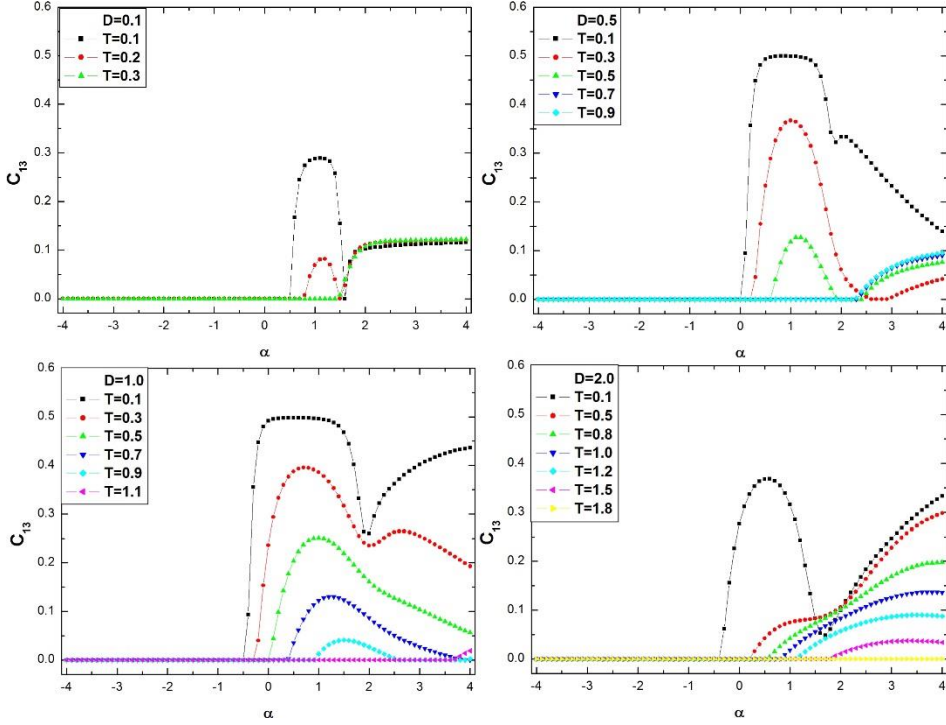
Şekil 6.14. $B=1.0$ değerinde, farklı DM değerleri için NNN kubitler arası ısısal dolaşıklık α tedirginlik parametresine göre değişimi.

Manyetik alanın $B=1.0$ olduğu durumda NNN kubitler için sonuçlarımız şöyledir (Şekil 6.14.): DM etkileşmesinin $D=0.1$ değeri için $T=0.1$ gibi düşük sıcaklıklarda $0.0 \leq \alpha \leq 1.0$ aralığındaki değerlerde taban durum dolaşıklığına benzer bir davranış gözlenirse de taban durumdaki plato bölgesinin bir miktar deforme olduğu görülür. $\alpha = 1.1$ tedirginlik değerinden sonra ise maksimum dolaşıklıkta sahip taban

durumu ile büyük dolaşıklığa sahip uyarılmış durumların karışması sonucu NNN kubitler arası ısısal dolaşıklık oldukça düşük değerler almıştır. Ayrıca sıcaklık arttıkça dolaşıklığın azaldığı görülür. DM etkileşmesinin $D=0.5$ değeri için ise $T=0.1$ gibi düşük sıcaklıklarda $-0.2 \leq \alpha \leq 1.2$ aralığındaki tedirginlik değerlerinde taban durumuna benzer bir davranış gözlenir. Burada taban durum ile daha az dolaşıklığa sahip uyarılmış durumlar karıştığı için NNN kubitler arası dolaşıklık az bir miktar değişmiştir. Ancak taban durum için gözlenen plato bölgesinin deforme olduğu görülmüştür. $\alpha > 1.2$ tedirginlik değerleri için ise maksimum dolaşıklığa sahip taban durumu ile farklı dolaşıklıklara sahip uyarılmış durumlar karıştığı için bu değerlerde NNN kubitler arası ısısal dolaşıklığın daha küçük değerler aldığı görülür. Sıcaklığın artışı ile birlikte ısısal dolaşıklığın azaldığı ve özellikle yüksek sıcaklıklarda taban durum dolaşıklığındaki plato bölgesinin tamamen ortadan kalktığı gözlenir. DM etkileşmesinin $D=1.0$ değeri için sıcaklığın $T=0.1$ olduğu durumda $0.1 \leq \alpha \leq 1.0$ değerlerinde NNN kubitler arası ısısal dolaşıklık taban durumuna benzer bir davranış göstermiştir. Ancak burada dolaşıklık miktarı çok azdır ve $\alpha = 1.1$ değerinden sonra α arttıkça artmıştır. Sıcaklığın artışı ile birlikte farklı tedirginlik parametresi değerleri için NNN kubitler arasında ısısal dolaşıklık gözlenirse de dolaşıklık miktarı küçük olup kararlı bir davranış yoktur. DM etkileşmesinin $D=2.0$ değeri için ise $\alpha_c=1.5$ kritik değerinden sonra NNN kubitler arası ısısal dolaşıklığın arttığı görülür. Ayrıca burada da sıcaklık arttıkça beklendiği gibi dolaşıklığın azaldığı gözlenir

Manyetik alanın $B=1.5$ olduğu durumda NNN kubitler için sonuçlarımıza bakacak olursak (Şekil 6.15.): DM etkileşmesinin $D=0.1$ değeri için $T=0.1$ gibi düşük sıcaklıklarda ve $0.5 \leq \alpha \leq 1.5$ tedirginlik değerleri için taban durum ile küçük dolaşıklığa sahip uyarılmış durumlar karıştığından için NNN kubitler arası dolaşıklık çok küçük değerler alır. Sıcaklık arttıkça bu plato bölgesinin deforme olduğu görülür. $\alpha \geq 1.6$ değerinden sonra ise maksimum dolaşıklığa sahip taban durum ile büyük dolaşıklığa sahip uyarılmış durumlar karışır ve bunun sonucunda bu bölgede NNN kubitler arası ısısal dolaşıklık daha küçük değerler alır. Sıcaklık arttıkça plato bölgesinin yok olduğu ve dolaşıklığın azalıp kaybolduğu görülür. DM etkileşmesinin $D=0.5$ değeri için ise $T=0.1$ gibi düşük sıcaklıklarda $0.0 \leq \alpha \leq 1.8$ tedirginlik değerlerinde taban duruma benzer bir davranış görülür. Burada ısısal dolaşıklığa en büyük katkı taban durumdan gelir, $\alpha \geq 1.9$ değerinden sonra ise maksimum dolaşıklığa sahip taban durumu ile büyük dolaşıklığa sahip uyarılmış durumlar karıştığı için bu değerlerde NNN kubitler arası dolaşıklık daha küçük

değerler almıştır. Burada manyetik alanın ve DM etkileşmesinin büyük olması deforme olmuş plato yapısının daha büyük sıcaklık değerleri için de gözlenmesine neden olmuştur. DM etkileşmesini $D=1.0$ değeri için $T=0.1$ sıcaklığında $-0.5 \leq \alpha \leq 1.9$ aralığındaki tedirginlik değerlerinde en büyük katkı taban durumundan

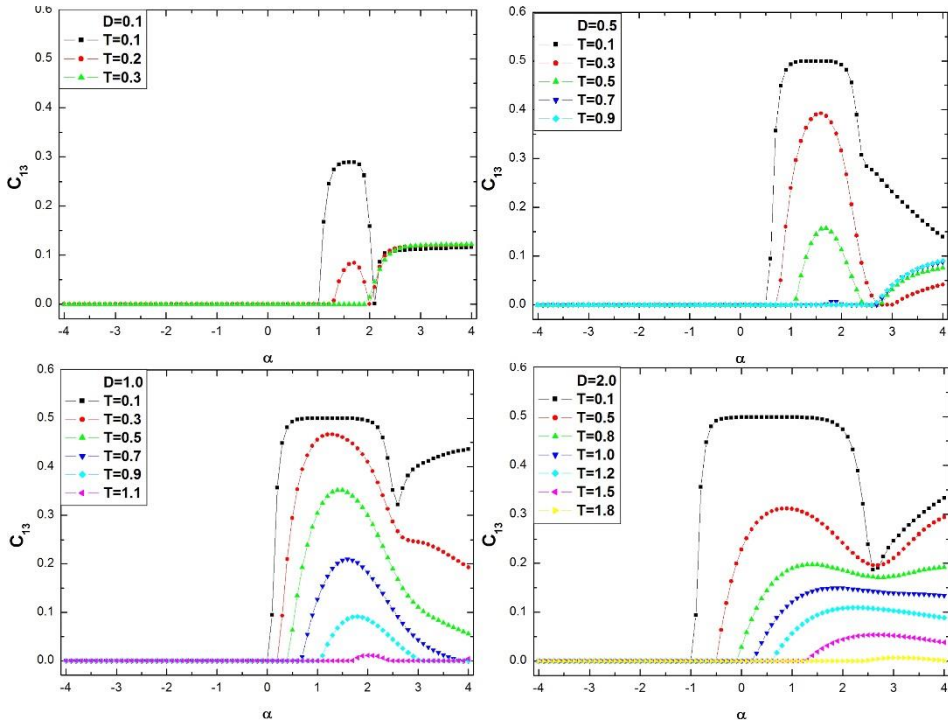


Şekil 6.15. $B=1.5$ değerinde, farklı DM değerleri için NNN kubitler arası ısısal dolaşıklığın α tedirginlik parametresine göre değişimi.

gelmiştir ve bunun sonucu olarak taban durumdaki plato bölgesinin burada da biraz deforme olduğu gözlenmektedir. $\alpha \geq 2.0$ değerinden sonra ise NNN kubitler arası dolaşıklık artmış olsa da bu değerlerde daha küçük dolaşıklık değerleri gözlenir. Sonuç olarak sıcaklığın artışıyla birlikte NNN kubitler için ısısal dolaşıklığın azaldığı görülmüştür. DM etkileşmesinin $D=2.0$ değeri için ise $T=0.1$ sıcaklıkta $-0.5 \leq \alpha \leq 1.5$ değerlerinde taban durum ile küçük dolaşıklığa sahip uyarılmış durumların karışması sonucu bu değerlerdeki NNN kubitler arasındaki dolaşıklık taban durumuna göre biraz daha küçüktür. $\alpha \geq 1.6$ tedirginlik değerlerinde ise NNN kubitler arası ısısal dolaşıklık artmıştır. Ancak burada da taban durum ile büyük dolaşıklığa sahip uyarılmış durumlar karıştığı için dolaşıklık değerleri küçüktür.

Bunun yanında sıcaklığın artışıyla birlikte deforme plato yapısında da bozulmalar olmuş ve dolaşıklık azalmıştır.

Manyetik alanın $B=2.0$ değeri için ise (Şekil 6.16.) şu sonuçları görürüz: DM etkileşmesinin $D=0.1$ değerinde $T=0.1$ sıcaklığında $1.1 \leq \alpha \leq 2.0$ değerleri arasında taban durum ile düşük dolaşıklı uyarılmış durumlar karıştığı için taban durumdaki plato yapısına benzer bir davranış görülür. $\alpha \geq 2.1$ değerinden sonra ise maksimum dolaşıklığa sahip taban durum ile farklı dolaşıklığa sahip uyarılmış durumlar karıştığı için bu değerde NNN kubitler arası ısısal dolaşıklık küçük değerler almıştır. DM etkileşmesinin $D=0.5$ değerinde ise $T=0.1$ gibi düşük sıcaklıklarda, en büyük katkı taban durumdan geldiği için $0.5 \leq \alpha \leq 2.3$ tedirginlik değerleri arasında taban durum dolaşıklığına benzer bir davranış gözleriz. $\alpha \geq 2.4$ değerinden sonra ise taban durum ile büyük dolaşıklığa sahip uyarılmış durumlar karıştığı için bu değerlerde NNN kubitler arası dolaşıklık için daha küçük değerler gözleriz. Manyetik alanın büyük olması ve DM etkileşmesinin de etkisi ile birlikte, yüksek sıcaklıklar için plato bölgesinde hala belirgin dolaşıklık değerleri gözlemlenmiştir.



Şekil 6.16. $B=2.0$ değerinde, farklı DM değerleri için NNN kubitler arası ısısal dolaşıklığının α tedirginlik parametresine göre değişimi.

DM etkileşmesinin $D=1.0$ değerinde ise $T=0.1$ sıcaklığında $0.0 \leq \alpha \leq 2.5$ tedirginlik değerleri arasında NNN kubitler arası dolaşıklık, taban durum dolaşıklığına benzer bir davranış gösterir. $\alpha \geq 2.6$ tedirginlik değerleri için ise NNN kubitler arası dolaşıklık daha küçük değerler alır. Burada sıcaklığın artışı ile birlikte NNN kubitler arası ısısal dolaşıklık azalır. Ancak manyetik alanın ve DM etkileşmesinin büyük değerleri nedeniyle plato bölgesi yüksek sıcaklıklarda bile kendini belli eder. DM etkileşmesinin $D=2.0$ değerinde ise $T=0.1$ gibi düşük sıcaklıklarda $-1.0 \leq \alpha \leq 2.5$ tedirginlik değerleri arasında NNN kubitler için ısısal dolaşıklık taban durum dolaşıklığına benzerdir. $\alpha \geq 2.6$ için ise maksimum dolaşıklığa sahip taban durum ile büyük dolaşıklığa sahip uyarılmış durumlar karıştığı için bu değerlerde NNN kubitler arası dolaşıklık daha küçük değerler almıştır. Burada da sıcaklık arttıkça dolaşıklığın azaldığı görülür. Ancak manyetik alanın ve DM'nin büyük değerleri nedeniyle NNN kubitler arası dolaşıklık sıcaklığa daha dayanıklıdır.

7. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu tezde ilk olarak dört kubitlik J1-J2 Ising sisteminin dolaşıklığı incelenmiş ve yapılan hesaplamalar sonucunda dört kubitlik saf J1-J2 Ising sisteminin dolaşıklık üretmediği görülmüştür. İkinci olarak Dzialoshinskii-Moriya etkileşmesinin olmadığı durumda z-yönünde bir B manyetik alanında bulunan dört kubitlik J1-J2 Ising sisteminin dolaşıklığı incelenmiştir. Bu modele ait hesaplamalar sonucunda da modelin dolaşıklık üretmediği görülmüştür.

Son olarak z-yönünde homojen bir manyetik alanda bulunan antisimetrik ve anizotropik Dzialoshinskii-Moriya etkileşmesine sahip dört kubitlik J1-J2 Ising sisteminde dolaşıklık incelemeleri gerçekleştirilmiştir. Bu model için yapılan hesaplamalar sonucunda ilk olarak sistemdeki NN ve NNN kubitler arasındaki taban dolaşıklıklarına bakılmıştır. Bu incelemeler için sistemdeki spinler arası etkileşme terimi $J=1$ olarak alınmış ve bunun dışındaki B manyetik alanı, α tedirginlik parametresi ve DM etkileşmesi kontrol parametreleri olarak seçilmiştir. Bu kontrol parametrelerinin belli değerleri için sistemdeki NN ve NNN kubitler arası taban durum dolaşıklıkları incelendiğinde şu sonuçlara varılmıştır. Manyetik alanın olmadığı durumda NN kubitler arası dolaşıklığın, $|\alpha|$ parametresinin artışıyla birlikte azaldığı görülür. Bunun nedeni α tedirginlik parametresinin artmasıyla NNN kubitler arası etkileşmeler artar, bunun sonucunda NN kubitler arası etkileşmeler baskılanır ve NN kubitler arası taban durum dolaşıklığı azalır. Bunun yanında DM etkileşmesinin artışı ile birlikte NN kubitler arası taban durum dolaşıklığının $C_{12} = 0.5$ değerinde plato bölgelerinin olduğu görülür. Ayrıca DM etkileşmesinin artışı ile birlikte bu platoların genişliklerinin de arttığı gözlenmiştir. Manyetik alanın olmadığı durumda NNN kubitler için sonuçlara bakıldığında ise belli bir α_c kritik tedirginlik değerinden sonra dolaşıklığın monotonik olarak belli bir maksimum C_{13} değerine kadar arttığı gözlenir. Bunun nedeni ise α arttıkça NNN kubitler arası etkileşmelerin artmasıdır. Bunun yanında DM etkileşmesi arttıkça da NNN kubitler arası dolaşıklığın azaldığı görülür. Bunun nedeni ise DM'nin artışı ile birlikte NN kubitler arası etkileşmelerin artması ve bunun sonucunda NNN kubitler arası etkileşmelerin baskılanmasıdır. Bunlara ilave olarak manyetik alanın artışı ile birlikte $C_{13} = 0.5$ ve $C_{13} = 1.0$ dolaşıklık değerlerinde plato bölgeleri görülür. Bu plato bölgelerinin genişliklerinin DM etkileşmesinin artışı ile birlikte arttığı gözlenmiştir.

Taban durum dolaşıklıkları için elde edilen bu sonuçlardan, manyetik alan ve DM etkileşmesinin hem NN hem de NNN kubitlerin taban durum dolaşıklıkları üzerinde etkili olduğu görülmüştür. Tedirginliğin ise NN kubitler arası dolaşıklık için yıkıcı etkilere sahipken, NNN kubitler arasında yapıcı etkilere sahip olduğu gözlemlenmiştir.

İkinci olarak, taban durum için kullanmış olduğumuz kontrol parametrelerine T sıcaklığının da eklenmesi ile z-yönünde homojen bir manyetik alanda bulunan, DM etkileşmesine sahip dört kubitlik Ising sisteminde NN ve NNN kubitler için ısısal dolaşıklık incelemeleri gerçekleştirilmiştir. Manyetik alanın olmadığı durumlarda NN kubitler arasındaki ısısal dolaşıklıklara bakıldığında DM etkileşmesinin dolaşıklığı artırdığı görülmüştür. Bunun yanında tedirginliğin taban durumda da olduğu gibi NN kubitler arası ısısal dolaşıklık üzerinde yıkıcı etkilere sahip olduğu sonucuna verilmiştir. Sıcaklık arttıkça ısısal dolaşıklığın azalması beklenen bir durumdur ancak DM'nin ve manyetik alanın artışının NN kubitler arası dolaşıklığı sıcaklığa karşı daha dayanıklı hale getirdiği anlaşılmıştır.

Manyetik alanın olmadığı durumda ise NNN kubitler için ısısal dolaşıklığa bakacak olursak, dolaşıklığın büyük değerler almadığı görülür. Manyetik alanın ve DM'nin artmasıyla birlikte NNN kubitler arası ısısal dolaşıklığın arttığı gözlenir. Ancak incelemelerimizden manyetik alanın daha baskın karakterde olduğu sonucuna varılmıştır.

Kuantum hesaplama ve enformasyon teorisinde teleportasyon, süper yoğun kodlama, kuantum kriptoloji gibi pek çok uygulamada ve bunların yanında kuantum mekaniksel algoritmalarda dolaşıklık en temel kaynaktır. Bu nedenle dayanıklı dolaşık durumlar oluşturmak ve dolaşıklığı kontrol etmek büyük önem taşımaktadır. Bu nedenle incelediğimiz bu dört kubitlik J1-J2 Ising sisteminde, sistemdeki kontrol parametrelerinin etkin kontrolü ile dayanıklı dolaşık durumlar oluşturmak ve kontrol etmek olanaklı görülmektedir. Bu incelemeler sonucunda DM etkileşmesi ve manyetik alan ile birlikte ikinci komşu etkileşmelerinin de dikkate alındığı farklı spin sistemlerinin dolaşıklıklarının analiz edilmesinin gerekliliğinin dolaşıklık ve dolayısıyla kuantum hesaplama ve kuantum enformasyon işlemleri açısından önem taşıdığı sonucuna varılmıştır.

KAYNAKÇA

- Akyüz, C. 2008. Düşük Boyutlu Spin Sistemlerinde Kuantum Dolaşıklık. Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, İzmir.
- Arnesen, M. C., Bose, S., Vedral, V., 2001. Natural Thermal and Magnetic Entanglement in the 1D Heisenberg Model. **Phys. Rev. Lett.**, 87: 017901.
- Bell, J. S. 1964. On the Einstein Podolsky Rosen paradox. **Physics**, 1 (3): 195-200.
- Bennett, C. H. Wiesner, S. J. 1992. Communication via one-and two-particle operators on Einstein-Podolsky-Rosen states. **Phys. Rev. Lett.**, 69 (20): 2881-2884.
- Bennett, C. H. 1992. Quantum cryptography using only two nonorthogonal states. **Phys. Rev. Lett.**, 68 (21): 3121-3124.
- Bennett, C. H., Brassard, C., Crépeau, C., Jozsa, R., Peres, A., Wootters, W. K. 1993. Teleporting on unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels. **Phys. Rev. Lett.**, 70 (13): 1895-1899.
- Bose, S., Vedral, V., Knight, P. L. 1998. Multiparticle generalization of entanglement swapping. **Phys. Rev. A**, 57 (2): 822-829.
- Brub, D. 2001. Characterizing entanglement, tutorial. **Proceedings of the ICQI Rochester conference**, quant-ph/0110078.
- Childs, A. M., Leung, D.W., Verstraete, F., Vidal, G., 2003. Asymptotic entanglement capacity of the Ising and anisotropic Heisenberg interactions. **Quantum Inf. Comput.**, 3, pp. 97.
- Connor, K.M., Wootters, W.K., 2001. Entangled Rings. **Phys. Rev. A**, 63: 052302.
- Dieks, D., 1982. Communication by EPR devices. **Phys. Lett. A**, 92 (6): 271-272.
- Dzialoshinskii, J. P. 1958. A thermodynamic theory of weak ferromagnetism of antiferromagnetics **Chem. Solid**. 4: 241-255.

- Einstein, A., Podolsky, B., Rosen, N. 1935. Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete. **Phys. Rev.**, 47 (10): 777-780.
- Fazio, R., 2002. Scaling of Entanglement close to a Quantum Phase Transitions. **Nature**, 416, 608.
- Gunlycke, D., Kendon, V. M., Vedral V., Bose, S., 2001. Thermal concurrence mixing in a one-dimensional Ising model, **Phys. Rev. A**, 64: 042302.
- Hamieh, S. D., Katsnelson, M. I. 2005. Quantum entanglement dynamics and decoherence wave in spin chains at finite temperatures. **Phys. Rev. A**, 72: 032316.
- Hill, S., Wootters, W. K. 1997. Entanglement of a pair of quantum bits. **Phys. Rev. Lett.**, 78 (26): 5022-5025.
- Kamta, G. L. Starace, A. F., 2002. Anisotropy and magnetic field effects on the entanglement of a two qubit Heisenberg XY chain. **Phys. Rev. Lett.**, 88: 107901.
- Moriya, T., 1960. Anisotropic Superexchange Interaction and Weak Ferromagnetism. **Phys. Rev.**, 120: 91.
- Nielsen, M. A. 2000. Quantum Information Theory. <http://arxiv.org/abs/quant-ph/0011036>.
- Nielsen, M. A., Chuang, I. L. 2000. Quantum Computation and Quantum Information. Cambridge University Press, Cambridge.
- Osborne, T.J., Nielsen, M.A., 2002. Entanglement in a simple quantum phase transition. **Phys. Rev. A**, 66: 032110.
- Osterloh, A., Amico, L., Falci, G., Burkard, G., Loss, D., 2002. Scaling of entanglement close to a quantum phase transition. **Nature**, 416: 608-610.
- Pineda, C., Seligman, T.H., Decoherence of an n-Qubit Quantum Memory. **Phys. Rev. Lett.**, 99: 240405.

- Poulsen, U. V., Meyer, T., Bruy, D., Lewenstein, M., 2006. Infinite qubit rings with maximal nearest-neighbor entanglement: The Bethe ansatz solution **Phys. Rev. A**, 73: 052326.
- Rigolin, G., 2004. Thermal Entanglement in the Two-Qubit Heisenberg XYZ model. **Int. J. Quant. Inf.** 2: 393-396.
- Schrödinger, E. 1935a. Die Gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik. **Naturwissenschaften**, 23 (49): 807-849.
- Schrödinger, E. 1935b. Discussion of probability relations between separated systems. **Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society**. 31: 555-563.
- Sun, Y., Chen, Y., Chen, H., 2003. Thermal entanglement in the two-qubit Heisenberg XY model under a nonuniform external magnetic field. **Phys. Rev. A**, 68: 044301.
- Terzis, A. F., Paspalakis, E., 2004. Thermal entanglement in a two-qubit Ising model under a site-dependent external magnetic field, **Phys. Lett. A**, 333: 438-445.
- Wang, X., Fu, H., Solomon, A. I., 2001. Thermal entanglement in three-qubit Heisenberg models. **J. Phys. A**, 34: 11307.
- Wang, X., 2002. Thermal and ground-state entanglement in Heisenberg XX qubit rings. **Phys. Rev. A**, 66: 034302.
- Wootters, W. K. 1998. Entanglement of formation of an arbitrary of two qubits. **Phys. Rev. Lett.**, 80 (10): 2245-2248.
- Wootters, W. K. Zurek, W. H. 1982. A single quantum cannot be cloned. **Nature**, 299 (5886): 802-803.
- Xi, X., Chen, W., Hao, S., Yue, R., 2002. Pairwise thermal entanglement in the n-qubit Heisenberg XX chain. **Phys. Lett. A**, 300: 567-572.
- Xi, X.Q., Chen, W.X., Hao, S.R., Yue, R.H., 2002. Pairwise thermal entanglement in the n-qubit ($n \leq 5$) Heisenberg XX chain **Phys. Lett. A**, 300: 567-572.

- Yang, M. F., 2005. Reexamination of entanglement and the quantum phase transition. **Phys. Rev. A**, 71: 030302.
- Yeo, Y., 2003. Studying the thermally entangled state of a three-qubit Heisenberg XX ring via quantum teleportation. **Phys. Rev. A**, 68: 022316.
- Yıldız, B. 2010. Kuantum Dolaşıklık Eşevresizlik. Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans Tezi Ankara.
- Yurke, B. Stoler, D. 1992. Bell's inequality experiments using independent particle sources. **Phys. Rev. A**, 46 (5): 2229-2234.
- Yurke, B. Stoler, D. 1992. Einstein-Podolsky-Rosen effect from independent particle sources. **Phys. Rev. Lett.**, 68 (9): 1251-1254.
- Zheng, S. B., Guo, G. C., 2000. Efficient scheme for two-atom entanglement and quantum information processing in cavity QED. **Phys. Rev. Lett.**, 85: 2392.
- Zhou, L., Song, H. S., Guo, Y. Q. Li, C., 2003. Enhanced thermal entanglement in an anisotropic Heisenberg XYZ chain. **Phys. Rev. A**, 68: 024301.
- Zukowski, M., Zeilinger, A., Horne, M. A., Ekert, A. 1993. Event-ready detectors Bell experiment via entanglement swapping. **Phys. Rev. Lett.**, 71 (26): 4287-4290.

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Emrah KOCAARSLAN

Doğum Yeri ve Tarihi : ANKARA 07.01.1986

EĞİTİM DURUMU

Lisans Öğrenimi : Adnan Menderes Üniversitesi Fen Edebiyat Fak.,
Fizik Böl.

Yüksek Lisans Öğrenimi : Adnan Menderes Üniversitesi Fen Edebiyat Fak.,
Fizik Böl.

Bildiği Yabancı Diller : İngilizce

BİLİMSEL FAALİYETLERİ

a) Bildiriler

-Uluslararası : **Kocaarslan, E.** ve Akyüz, C. Investigations of the Ground-State Entanglement in J1-J2 Ising System with Dzialoshinskii-Moriya Antisymmetric And Anisotropic Exchange Interaction, TFD 29 Uluslararası Fizik kongresi 5-8 Eylül 2012, Poster sunumu

-Ulusal : **Kocaarslan, E.** ve Akyüz, C. Dzialoshinskii-Moriya Etkileşmesine Sahip Dört Kubitlik Ising Sisteminin Taban Durum Dolanıklığının İncelenmesi, IYTE, 6 Nisan 2012, Poster sunumu

: **Kocaarslan, E.** ve Akyüz, C. Antisimetrik ve Anizotropik, Değiş Tokuş Çiftlenimine Sahip J1-J2 Ising Modelinde Taban Durum Dolanıklığının İncelenmesi, ADIM Fizik Günleri-2, 25-27 Nisan 2012, Poster Sunumu

: **Kocaarslan, E.** ve Akyüz, C. Dzialoshinskii-Moriya Etkileşmesine Sahip Dört Kubitlik Ising Sisteminin Isısal Dolaşıklığının İncelenmesi, III. İzmir Genç Fizikçiler Kongresi-GEFİK 2014, 14-16 2014, Poster Sunumu

İLETİŞİM

E-posta Adresi : emrahkocaarslan@hotmail.com

Tarih :17.07.2014