

T.C.
AYDIN ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK YÜKSEK LİSANS PROGRAMI
2022-YL-015

**İKİ-KATLI CAYLEY AĞACI ÜZERİNDE BLUME-CAPEL
MODELİNİN FAZ DİYAGRAMLARI**

Nalan ÖNDERİŞİK
YÜKSEK LİSANS TEZİ

DANIŞMAN
Prof. Dr. CESUR EKİZ

AYDIN-2022

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın her aőamasında bana sabırla ve öz veri ile yardımcı olan değerli tez danıőmanım Prof. Dr. Cesur EKİZ'e, yüksek lisans eğitimim sürecinde bana her türlü desteği, moral ve motivasyonu veren eőim, yol arkadaőım Levent Önderişik'a, yüksek lisans eğitimim sürecinde çalıőmama kendi oyun zamanından kırsarak müsaade eden oğlum Ahmet Deniz'e, eğitim hayatım boyunca gerek madden gerek manen her türlü desteği veren gerektiği yerde yokluğumu oğluma aratmayan canım annem ve babama ve son olarak őuan küvezde hayata tutanmaya çalıőan oğlum Ali'ye teşekkür ederim.

Nalan ÖNDERİŞİK

İÇİNDEKİLER

KABUL VE ONAY	ii
TEŞEKKÜR	iii
ŞEKİLLER DİZİNİ	v
ÖZET	vii
ABSTRACT	viii
1.GİRİŞ.....	1
2. KAYNAK ÖZETLERİ.....	8
3. MATERYAL VE YÖNTEM	14
3.1 İki-katlı Cayley ağacı üzerinde spin-1 Blume-Capel modeli	14
3.2. Tekrarlama bağıntıları ve tam tekrarlama yöntemi	14
4. BULGULAR VE TARTIŞMA.....	19
4.1. Tam Tekrarlama Yönteminin Spin-1 Blume-Capel Modeline Uygulanması.....	19
4.2. Alt-örgü Manyetizasyonlarının Sıfır Manyetik Alanda Sıcaklığa Göre Değişimleri.....	24
4.3. Alt-örgü mıknatıslanmalarının dış manyetik alan varlığında sıcaklığa göre değişimleri.....	26
4.4. Alt-örgü (m_A , m_B) ve toplam mıknatıslanmaların (m_T) anizotropiye (D) göre değişimleri.....	28
4.5. Faz diyagramları	29
5. TARTIŞMA VE SONUÇ.....	34
KAYNAKLAR.....	35
BİLİMSEL ETİK BEYANI.....	39
ÖZGEÇMİŞ.....	40

ŞEKİLLER DİZİNİ

- Şekil 1.1. Ferrimanyetik düzene sahip olan bir malzemedeki spinlerin temsili gösterimi.....3
- Şekil 1.2. İndirgenmiş sıcaklığın fonksiyonu olarak mıknatıslanma için ferromanyetik-paramanyetik faz geçişi.....6
- Şekil 3.1. Koordinasyon sayısı $q = 3$ olan Bethe örgüsü ve aynı koordinasyona sahip iki-katlı Cayley ağacı. Mavi daireler spin-1 Ising spinlerini göstermektedir.....14
- Şekil 4.1. Sırası ile $q=3$ koordinasyon sayılı Bethe örgüsü ve aynı örgüye karşılık gelen iki-katlı Cayley ağacı üzerinde spin-1 Blume-Capel modelinin temsili gösterimi. Mavi daireler, bağlantı noktalarındaki spin-1 parçacıklarını göstermektedir.....19
- Şekil 4.2. Spin-1 Blume-Capel modeli için, $q=6$ ve 8 koordinasyon sayılı iki-katlı Cayley ağacı üzerinde, dış manyetik alanın yokluğunda, $D/|J| = 1.4$ anizotropi parametresi için alt örgü mıknatıslanmalarının sıcaklıkla değişimleri.....24
- Şekil 4.3. Spin-1 Blume-Capel modeli için, $q=6$ ve 8 koordinasyon sayılı iki-katlı Cayley ağacı üzerinde, dış manyetik alanın yokluğunda, $D/|J| = 1.4$ anizotropi parametresi için toplam mıknatıslanmanın sıcaklıkla değişimleri.....25
- Şekil 4.4. Spin-1 Blume-Capel modeli için, $q=6$ ve 8 koordinasyon sayılı iki-katlı Cayley ağacı üzerinde $D/|J| = 1.4$ anizotropi parametresi için alt örgü mıknatıslanmalarının sıcaklıkla değişimleri. $h/|J|=7.0; 9.0$ 26
- Şekil 4.5. Spin-1 Blume-Capel modeli için, $q=6$ ve 8 koordinasyon sayılı iki-katlı Cayley ağacı üzerinde $D/|J| = 1.4$ anizotropi parametresi için alt örgü mıknatıslanmalarının sıcaklıkla değişimleri. $h/|J|=7.45$ ve 9.627

- Şekil 4.6. Antiferromanyetik spin-1 Blume-Capel modelinde, $q=3$ koordinasyon sayılı iki-katlı Cayley ağacı üzerinde, $kT/|J| = 0.03; 0.1$ ve 0.45 farklı sıcaklık değerlerinde $h/|J| = 4.0$ için alt örgü (a) ve toplam mıknatıslanmanın (b) anizotropiye göre değişimleri.28
- Şekil 4.7. İki-katlı Cayley ağacı koordinasyon sayısının $q=3, 4$ ve 5 değerleri için antiferromanyetik Blume-Capel modelinin $kT/|J| - h/|J|$ düzleminde sonlu sıcaklık faz diyagramı. $D/|J| = 1.4$30
- Şekil 4.8. İki-katlı Cayley ağacı koordinasyon sayısının $q=6$ ve 8 değerleri için antiferromanyetik Blume-Capel modelinin $kT/|J| - h/|J|$ düzleminde sonlu sıcaklık faz diyagramı. $D/|J| = 1.4$ 31
- Şekil 4.9. İki-katlı Cayley ağacı koordinasyon sayısının $q=3, 4$ ve 5 değerleri için antiferromanyetik Blume-Capel modelinin $kT/|J|-h/|J|$ düzleminde sonlu sıcaklık faz diyagramı. $D/|J| = 3.0$32
- Şekil 4.10. İki-katlı Cayley ağacı koordinasyon sayısının $q=6, 7, 8$ ve 12 değerleri için antiferromanyetik Blume-Capel modelinin $kT/|J|-h/|J|$ düzleminde sonlu sıcaklık faz diyagramı. $D/|J| = 3.0$ 33

ÖZET

İKİ-KATLI CAYLEY AĞACI ÜZERİNDE BLUME-CAPEL MODELİNİN FAZ DİYAGRAMLARI

Önderışık N. Aydın Adnan Menderes Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Fizik Programı, Yüksek Lisans Tezi, Aydın, 2022

Bu çalışmada, dış manyetik alan varlığında iki-katlı Cayley ağacı üzerinde spin-1 Blume-Capel modelinin, mıknatıslanma süreci ve faz geçişleri incelenerek faz diyagramları elde edilmiştir. Model Hamiltonyeni, spin-1 atomları arasındaki en yakın komşu etkileşimini, tek-iyon anizotropi parametresini ve dış manyetik alanı içermektedir. İlk olarak, tam tekrarlama yöntemi kullanılarak, dış manyetik alan varlığında, iki-katlı Cayley ağacı üzerinde tam tekrarlama bağıntıları uzun hesaplamalar sonucunda elde edildi. Nümerik hesaplamalar, antiferromanyetik etkileşim için, alt örgü ve toplam mıknatıslanmaların ayrıntılı olarak incelemesini sağlamıştır. Sonlu sıcaklık faz diyagramlarında dış alan varlığında re-entrant faz geçiş davranışı elde etme olasılığı da araştırıldı. Modeli tanımlayan etkileşme parametre aralığının sadece sınırlı aralığında, antiferromanyetik (AFP) ve düzensiz fazlar (DP) arasındaki taban durum faz sınırına yakın olan durumda, yeterince yüksek örgü koordinasyon sayıları için ($q=6,8$ ve 12), re-entrant davranış sergilediği gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Antiferromanyetik, Blume-capel modeli, Dış manyetik alan, İki-katlı cayley ağacı, Tekrarlama metodu

ABSTRACT

PHASE DIAGRAMS OF THE BLUME-CAPEL MODEL ON THE TWO-FOLD CAYLEY TREE

Önderışık N. Aydın Adnan Menderes University, Graduate School of Natural and Applied Sciences, Physics Program, Master Thesis, Aydın, 2022.

In this study, phase diagrams were obtained by examining the magnetization process and phase transitions of the spin-1 Blume-Capel model on a two-layer Cayley tree in the presence of an external magnetic field. The model Hamiltonian includes the nearest neighbor interaction between spin-1 atoms, the single-ion anisotropy parameter, and the external magnetic field. First, using the exact recursion method, the exact recursion relations on the two-fold Cayley tree in the presence of an external magnetic field were obtained after lengthy calculations. Numerical calculations provided a detailed examination of the sublattice and total magnetizations for the antiferromagnetic interaction. The possibility of obtaining re-entrant phase transition behavior in the presence of external field in finite temperature phase diagrams was also investigated. It has been shown that it exhibits re-entrant behavior for sufficiently high lattice coordination numbers ($q=6, 8$ and 12), close to the ground state phase boundary between antiferromagnetic (AFP) and disordered phases (DP), only in the limited range of the interaction parameter range that defines the model.

Thus, the antiferromagnetic spin-1 BC model described in the two-fold Cayley tree shows basically the same critical behavior, even though it differs from each other for equal coordination numbers, although there are different geometries between both lattices (Bethe lattice and two-fold Cayley tree). On the other hand, for a two-fold Cayley tree with coordination numbers $q=3, 4$ and 5 , there is no re-entrant behavior at the boundaries of the finite-temperature phase diagrams. Temperature dependencies of both sublattice magnetizations were also investigated and discussed in detail.

Key words: Antiferromagnetic, Blume-Capel model, External magnetic field, Recursion method, Two-fold Cayley tree,

1. GİRİŞ

Manyetizma, manyetik alanların aracılık ettiği, elektrik yüklerinin hareketinden kaynaklanan manyetik alanlarla ilişkili bir olaydır. Bu hareket birçok şekilde olabilir. Bir iletkendeki elektrik akımı veya uzayda hareket eden yüklü parçacıklar olabilir veya bir atomik yörüngedeki bir elektronun hareketi olabilir. Manyetizma ayrıca, spin adı verilen bir özelliğe sahip elektron gibi temel parçacıklarla da ilişkilidir. Tüm maddeler bir dereceye kadar manyetik özellikler gösterir. Homojen olmayan bir alana yerleştirildiğinde, madde alan gradyenti yönünde çekilir ya da itilir. Bu özellik, maddenin manyetik alınganlığı olarak adlandırılır ve maddenin dış manyetik alandaki mıknatıslanma derecesine bağlıdır. Manyetizasyon, bir materyaldeki atomların dipol momentlerinin boyutuna ve dipol momentlerinin birbirine göre sıralanma derecesine bağlıdır. Demir gibi belirli malzemeler, atomlarının manyetik momentlerinin domen adı verilen belirli küçük bölgelerde sıralanması nedeniyle çok güçlü manyetik özellikler sergiler. Normal koşullar altında, çeşitli domenlerin birbirini yok eden manyetik alanları vardır, ancak bunlar son derece büyük manyetik alanlar üretmek için birbirleriyle aynı yönelebilirler.

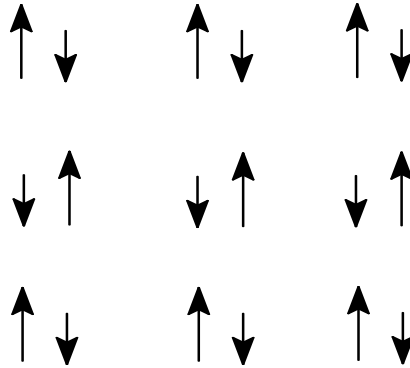
Bir malzemenin domen yönelimleri bir mıknatıs ürettiğinden, düzenli yönelimin düzensiz olması malzemenin manyetik özelliklerini yok eder. Bir mıknatısın yüksek bir sıcaklığa ısıtılmasından kaynaklanan termal uyarılma, manyetik özelliklerini yok eder. Tüm maddeler, dış bir manyetik alana yerleştirildiğinde manyetik özellikler gösterir. Normalde manyetik özelliklere sahip olduğu düşünülmeyen bakır ve alüminyum gibi maddeler bile, bir çubuk mıknatısın her iki kutbu tarafından üretilen gibi bir manyetik alanın varlığından etkilenir. Bir mıknatısın kutbu tarafından bir çekim veya itme olmasına bağlı olarak, malzeme paramanyetik veya diyamanyetik olarak sınıflandırılır. Bazı malzemeler bir mıknatısın kutbuna doğru çok büyük bir çekim gösterir ki bu tür malzemelere ferromanyetik denir. Ferromanyetizma, demir, kobalt, nikel ve bu elementlerden bir veya daha fazlasını içeren bazı alaşımlar veya bileşiklerle ilişkili bir tür manyetizmadır. Aynı zamanda gadolinyum ve diğer birkaç nadir toprak elementinde de bulunur. Diğer malzemelerin aksine, ferromanyetik malzemeler kolayca manyetize edilir ve güçlü manyetik alanlarda manyetizasyon, doyma noktası adı verilen belirli bir sınıra yaklaşır. Bir alan uygulandığında ve ardından kaldırıldığında, manyetizasyon orijinal değerine geri

dönmez - bu olaya histerezis adı verilir. Ferromanyetik malzemeler, her madde için farklı olan Curie noktası olarak adlandırılan belirli bir sıcaklığa ısıtıldığında karakteristik özelliklerini kaybeder ve manyetik olmaktan çıkar; ancak soğutma sırasında tekrar ferromanyetik hale gelirler. Ferromanyetik malzemelerdeki mıknatıslanma, atomların bir manyetik momente sahip olduğu, elektronların çekirdeği etrafındaki hareketi ve elektronlarının kendi eksenleri üzerindeki dönüşü ile üretilen temel bir elektromıknatıs olduğu kavramıyla açıklanır. Kritik sıcaklığın altında, ferromanyetik malzemelerde küçük mıknatıslar gibi davranan atomlar kendiliğinden yönelirler. Ferromanyetik bir malzemenin oluşumu için gerekli durum, materyalin atomlarının veya iyonlarının kalıcı manyetik momentlere sahip olmasıdır. Nükleer katkı ihmal edilebilir olduğundan, atomun manyetik momenti elektronlarından gelir. Ferromanyetizma için başka bir zorunluluk, birçok atomun manyetik momentlerini birbirine paralel tutan bir tür atomlar arası kuvvettir. Böyle bir kuvvet olmadan atomlar termal uyarılma ile düzensizleşir, komşu atomların momentleri birbirini yok eder ve ferromanyetik malzemelerin karakteristik manyetik momenti oluşmaz. Ferromanyetlerde, atomik manyetik momentler arasındaki kuvvetli çiftlenim, bir dereceye kadar dipol yönelimine ve dolayısıyla net bir manyetizasyona yol açar. Birçok ferromanyette, dipol momentler kuvvetli çiftlenim ile paralel olarak yönelir. Bu davranış, demir (Fe), nikel (Ni) ve kobalt (Co) temel metalleri ve bunların birbirleriyle ve diğer bazı elementlerle alaşımları için bulunan manyetik düzenlemedir. Bu malzemeler günümüzde de yaygın olarak kullanılan en büyük ferromanyet grubunu oluşturmaktadır. Kritik sıcaklığın (Curie sıcaklığı) üzerinde ferromanyetik malzemenin kendiliğinden manyetizasyonu kaybolur ve paramanyetik hale gelir (yani zayıf manyetik kalır). Bunun nedeni, termal enerjinin malzemenin iç yönelim kuvvetlerinin üstesinden gelmek için yeterli hale gelmesidir.

Antiferromanyetler olarak bilinen diğer bir manyetik madde grubunda, komşu atomik dipol çiftleri arasındaki karşılıklı kuvvetler, dipol etkileşimlerinden kaynaklanır. Bununla birlikte komşu atomik dipoller arasındaki etkileşmelerin işareti, ferromanyetlerin zıttıdır, yani komşu dipoller antiparalel olarak yönelirler. Sonuç olarak, komşu dipoller paralel yönelim yerine birbirlerine antiparalel olarak yönelme eğilimindedir. Yüksek sıcaklıklarda malzeme paramanyetiktir, ancak belirli bir karakteristik sıcaklığın altında dipoller düzenli ve antiparalel bir şekilde yönelir. Geçiş sıcaklığı (T_n), 1936'da bu tür malzemelerin manyetik davranışının açıklamasını öneren Fransız fizikçi Louis-Eugène-Félix Néel'den sonra Néel sıcaklığı olarak adlandırılmıştır. Düzenli antiferromanyetik

durum, düzenli ferromanyetik durumdan doğal olarak daha karmaşıktır, çünkü zıt yönlere yönelen en az iki dipol kümesi olmalıdır. Her sette aynı spin değerli ve eşit sayıda dipol ile makroskopik ölçekte kendiliğinden manyetizasyon yoktur. Yalıtkan kimyasal bileşiklerin çoğunda, manyetik iyonlar arasındaki değişim etkileşimleri, antiferromanyetik bir yapıya sahiptir.

Ferrimanyetik özellik gösteren malzemeler, antiferromanyetik malzemeler gibi birbirine zıt yönlü fakat farklı büyüklükte manyetik momentlere sahip iki alt örgüden oluşurlar. Bunun sonucu olarak bu tür malzemelerde net bir mıknatıslanma gözlenir. Yani ferromanyetikler gibi, ferrimanyetler de manyetik alan yokluğunda mıknatıslık özelliği gösterebilir. Fakat antiferromanyetlerde olduğu gibi komşu elektron çiftinin spinleri antiparalel yani zıt yönlere doğrudur. Bu iki özellik birbiriyle çelişmemektedir çünkü ideal geometrik düzenlemede birden çok manyetik momentin yönelimi bir yöne doğrudur. Birçok mıknatıs ferrimanyetik özelliğe sahiptir. Bilinen en eski manyetik madde olan manyetit Fe_3O_4 bir mıknatıstır ve orijinal olarak Néel'in 1948'de ferrimanyetizma ve antiferromanyetizmayı keşfetmesinden önce, bu başlangıçta bir ferromanyet olarak sınıflandırılmıştır (Néel,1948). Ferrimanyetizmanın keşfinden sonra L. Néel bu iddiayı çürütmüştür.



Şekil 1.1. Ferrimanyetik düzene sahip olan bir malzemedeki spinlerin temsili gösterimi.

Ferrimanyetik malzemeler, Curie sıcaklığının altında kendiliğinden bir mıknatıslanmaya (manyetizasyona) sahip olmaları ve bu sıcaklığın üzerinde hiçbir manyetik düzen (düzensiz paramanyetik faz) göstermemeleri bakımından ferromanyetikler gibidir. Bununla birlikte, bazen Curie sıcaklığının altında iki zıt momentin eşit olduğu ve

net manyetik momentin sıfır olduğu bir sıcaklık vardır ki bu sıcaklığa kompanzasyon noktası denir. Bu kompanzasyon noktası, garnetlerde ve nadir toprak-geçiş metali alaşımlarında (RE-TM) kolaylıkla gözlenir. Ayrıca, ferrimanyetler, net açısal momentumun kaybolduğu bir açısal momentum kompanze noktasına da sahip olabilir. Bu kompanzasyon noktası, manyetik kayıt cihazlarında yüksek hızda dipol yönelimlerinin tersine çevrilmesi için önemli bir sıcaklıktır.

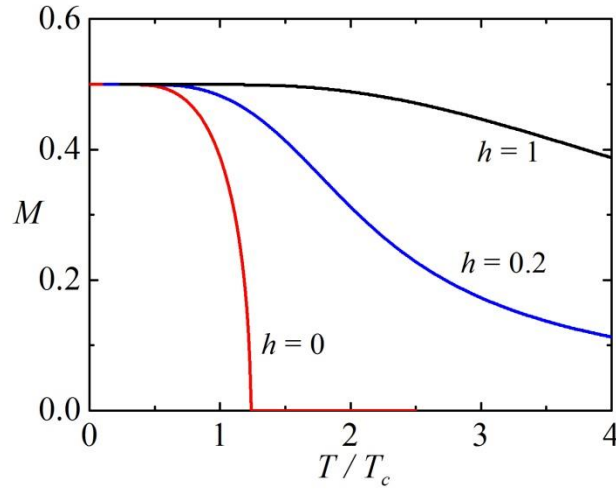
Paramanyetizma, esas olarak, tek tek atomların, iyonların veya moleküllerin bir kısmının veya tamamının kalıcı bir manyetik dipol momentine sahip olduğu maddelerde meydana gelir. Böyle bir maddenin manyetizasyona, dipollerin manyetik enerjisinin termal enerjiye oranına bağlıdır. Bu bağımlılık kuantum teorisinde hesaplanabilir ve sadece (B/T) oranına bağlı olan Brillouin fonksiyonu ile verilir. Düşük manyetik alanlarda, manyetizasyon dış manyetik alanla doğru orantılıdır ve manyetik enerji termal enerjiden çok daha büyük olduğunda maksimum doyum değerine ulaşılır. Diyamanyetizma, dış manyetik alan varlığında ortaya çıkan en zayıf manyetizma şeklidir. Elektronların yörünge hareketi, dış manyetik alan nedeniyle değişir. Bu indüklenen manyetik moment son derece küçüktür ve uygulanan manyetik alanın tersi yöndedir. Güçlü bir elektromıknatısın içine yerleştirildiğinde, diyamanyetik malzemeler manyetik alanın zayıf olduğu bölgelere doğru çekilir. Diyamanyetizma tüm malzemelerde bulunur; ancak çok zayıf olduğu için, yalnızca başka manyetizma sergilemeyen malzemelerde gözlemlenebilir. Diyamanyetik maddeler net manyetik momenti olmayan atomlardan oluşur (yani, tüm yörünge kabukları doludur ve eşleşmemiş elektron yoktur). Ancak bir dış manyetik alana maruz kaldığında negatif bir magnetizasyon oluşur ve dolayısıyla duyarlılık negatif olur. Diyamanyetizmanın 'zayıf' doğasına bir istisna, bazı malzemeler süper iletken hale geldiğinde ortaya çıkar. Süperiletkenler ideal diyamanyetlerdir yani dış bir manyetik alana yerleştirildiklerinde, alan yoğunluğuna ve sıcaklığa bağlı olarak, alan çizgilerini içlerinden dışarı atarlar. Süper iletken mıknatıslar, çoğu manyetik rezonans görüntüleme sisteminin önde gelen unsurlarıdır ve diyamanyetizmanın en önemli uygulamaları arasındadır.

Ernst Ising ve Wilhelm Lenz'in öncü çalışmalarına dayanan Ising modeli ya da Lenz-Ising modeli, ferromanyetik materyallerin manyetik faz geçişlerini teorik olarak açıklamayı amaçlayan tek-boyutta tam çözümü yapılmış bir örgü-istatistiksel modelidir. Model, sadece ± 1 veya $\pm 1/2$ değerlerini alabilen iki durumlu atomik "spinlerin" manyetik dipol momentlerini temsil eden kesikli spin değişkenlerden oluşur. Spinler, genellikle bir örgüde dizilirler ve her bir spinin komşularıyla etkileşime girmesine izin verir. Aynı yönde

olan komşu spinler, zıt yönelimde olan spinlerden daha düşük enerjiye sahiptir, böylece sistem en düşük enerjiye yönelir. Bununla birlikte sıcaklık bu eğilimi bozar, böylece farklı durumlar olasılığı yaratır. Model, basitleştirilmiş gerçekçi bir model olarak faz geçişlerinin tanımlanmasına izin verir. Ising, ilk olarak, herhangi bir sıcaklıkta bir boyutta ferromanyetik yönelimli durumda hiçbir faz geçişinin meydana gelmediğini göstermiştir. Ancak, tek-boyut için elde edilen bu kesin çözüm, spin-1/2 Ising lineer zincirinde sonlu sıcaklıkta faz geçişinin varlığını çürütmüştür. Aynı sonuç, daha yüksek boyutlu durumlar için de hatalı olarak elde edilmiş, yani modelin tek-boyut dışında da faz dönüşümü geçirmediği sonucuna varılmıştır. Modelin matematiksel önerisi oldukça basitti: Örneğin, spinlerden biri termal uyarılma nedeniyle rastgele bir pozisyonda ters çevrilirse, komşu spinlerin aynı yönde yönelmesini engelleyebilecek hiçbir kuvvet yoktur. Bu süreç devam edecek ve tamamen düzenli durum sonlu bir sıcaklıkta sabit kalmayacaktır. Bu nedenle, sonlu bir sıcaklıkta faz geçişi meydana gelmeyecektir. İdeal olarak ele alınırsa, herhangi bir düzenli durum her zaman sonlu sıcaklıkta yarı kararlı bir durum olarak kalacaktır. Moleküler hareket mutlak sıfır sıcaklıkta yakalanır. Bu nedenle, mutlak sıfır sıcaklıkta hiçbir spin dalgalanmasının meydana gelmemesi beklenebilir. Böylece kararlı düzenli durum, mutlak sıfır sıcaklıkta doğal bir sonuçtur. Ancak gerçek anlamda kritik bir sıcaklık olduğu söylenemez. Bu sıcaklıkta faz geçişinin varlığının fiziksel bir anlamı yoktur, çünkü bunun altında sıcaklık yoktur. Bazı yaklaşık hesaplamaları yaptıktan sonra Ising'in, modelinin iki ve üç boyutta da bir faz geçişi gösteremeyeceğini iddia ettiği söylenmiştir fakat daha sonra sonucunun hatalı olduğu kanıtlandı. Bu iddiayı Barry Simon şu şekilde aktarmıştır: "Bu model Ising'e tez danışmanı Lenz tarafından önerildi. Ising, tek boyutlu modeli çözdü ve tek boyutlu modelin faz geçişi olmadığı gerçeğine dayanarak; hiçbir boyutta faz geçişi olmadığını iddia etti ki bu iddianın doğru olmadığı görülmüştür.

Klasik bakış açısıyla Ising sadece iki spin durumu, yani $S = \pm 1/2$ durumlarını kabul etmesine rağmen, çift kutup yönelimlerinin kuantum durumunu önerdi. Ising, sonuçlarını Lenz ve Pauli ile tartıştı. Ising'in çalışması ilk olarak ünlü çağdaş bilim adamı Heisenberg tarafından alıntılanmıştır. Heisenberg, Lenz-Ising modelinin başarısızlığını fark eden ilk kişiydi. Ferromagnetizmayı açıklamak için karmaşık spin etkileşimleri kullanarak kendi teorisini geliştirdi. Sonraki zamanda, Lenz-Ising modeline katkıları olan bazı çalışmalar arasında Gorsky (1928), Fowler (1930), Bragg ve Williams (1934), Peierls (1936), Krikwood (1938), Bethe (1939), Kramers ve Wannier'in (1941) yaptığı çalışmalar sayılabilir. Tek boyutta faz dönüşümünün bulunmayışı neticesinde modele olan ilgi

azalmış, fakat yukarıda bahsedilen çalışmalar ve 1944 yılında Onsager tarafından modelin iki boyuttaki tam çözümünün yapılması, modele olan ilgiyi tekrar artırmıştır (Onsager, 1944). Bu çalışmalarla yeni modeli büyük ölçüde zenginleştirdiler ve Ising modelini, birçok yeni olayın açıklanmasında başarılı olarak kullandılar. Ancak daha sonraki yıllarda Heisenberg modelinin geliştirilmesi ve modelin iki boyutta bal peteği ve üçgen örgü üzerinde tam çözümü Domb tarafından yapılmıştır (Domb, 1960).



Şekil 1.2. İndirgenmiş sıcaklığın fonksiyonu olarak mıknatıslanma için ferromanyetik-paramanyetik faz geçişi.

İki durumlu ($1/2$ spinli) parçacıklardan oluşmuş modele ilişkin bir örnek vermek gerekirse (Şekil.1.2), kritik sıcaklığın altındaki bir sıcaklıkta, manyetik alan uygulanırsa sistemi oluşturan parçacıkların spinleri alan doğrultusunda yönelirler. Belli bir süre geçtikten sonra manyetik alan sıfırlanırsa, sistemin parçacıklarının spinleri aynı doğrultuda kalırlar. Sistemdeki net manyetizasyon ise sistemin kritik sıcaklığın üstünde bir sıcaklıkta sıfıra gider.

Şekil 1.2'de mıknatıslanma, kritik sıcaklığın altında ferromanyetik (düzenli) fazda iken, kritik sıcaklık ve üzeri değerleri için paramanyetik (düzensiz) faza geçmiştir. Faz geçişi, sistemin bir fazdan diğer bir faza geçmesi olayıdır ve bu olay sırasında sistemde ilginç davranışlar gözlenir. Faz geçişleri birinci dereceden faz geçişi ve ikinci dereceden faz geçişi olmak üzere ikiye ayrılır. Faz geçişi esnasında, parçacıklar arasında sonsuz menzilli bir korelasyon oluşur ve sistemin termodinamik fonksiyonlarından bazıları ıraksar. Diğer

termodinamik değişkenler sabit tutulduğunda, faz geçişi belli bir sıcaklıkta oluşur ve bu sıcaklığa kritik sıcaklık denir. Faz geçişlerinin incelenmesi amacıyla yapılan pek çok çalışmada, Ising modeli, Heisenberg modeli, XY model v.b. gibi spin modelleri ortaya konmuştur. Spinin n boyutlu birim vektörlerle tanımlandığı model, genel olarak $O(n)$ modeli olarak bilinir ve $n=1$ Ising modeli, $n=2$ XY modeli, $n=3$ klasik Heisenberg modeli şeklinde tanımlanır. $n \rightarrow \infty$ limitinde ise küresel modeller elde edilir. İlgilenilen modele göre, S_i spin değişkeni kesikli veya sürekli değerler alır.

Blume tarafından ilk olarak, UO_2 'de gözlemlenen birinci dereceden manyetik faz değişimini yarı niceliksel olarak açıklamak için kullanılmıştır (Blume, 1966). Model, paramagnetğin elektronik yapısı U^{4+} iyonundan, manyetik olmayan tekli taban ve manyetik üçlüden oluşur ve yalnızca iki doğrusal izotropik değiş tokuş etkileşmesine sahiptir. Moleküler alan teorisinde üçlü, magnetizasyonla orantılı bir iç alan tarafından bölünür. Moleküler alan yeterince güçlüyse, üçlünün bileşenlerinden biri manyetik durumda teklinin (singlet) altında yer alır ve taban durumda ($T=0$ 'da) öz-bağımlı bir çözüm elde edilir. Sıcaklığın arttırılması, manyetizasyonun azalmasına neden olur ve üçlünün düşük durumlu bileşenin enerjisi yükselir. Bazı kritik sıcaklıklarda bir "dönüm noktasının" meydana gelebileceği ve böylece manyetizasyonun süreksiz olarak sıfıra indirildiği gösterilmiştir. Ayrıca, singlet-triplet enerji farkının tripletin moleküler alan bölünmesine oranına bağlı olarak, ya hiç manyetik düzen ve birinci dereceden faz değişimi ya da ikinci dereceden bir geçişi elde edildiği bulunmuştur.

Capel, sıfır alan bölünmeli ve en yakın komşu etkileşmeli üçlü iyonlardan ($S=1$) oluşan bir Ising modeli, moleküler alan yaklaşımı kullanarak araştırmıştır (Capel, 1966). Üçlüler, n -kat dönme eksenine ($n>2$) sahip bir kristal alan tarafından bir tekli ve bir ikili olarak ayrılır. Çalışmada, dış manyetik alan ihmal edilerek, sıfır-alan yarıma parametresi olarak adlandırılan parametrenin çeşitli değerleri için birinci ve ikinci derece faz dönüşümü elde edilmiştir.

2. KAYNAK ÖZETLERİ

Manyetik spin modellerinin özelliklerinin incelenmesi, yoğun madde ve istatistiksel fizik alanında aktif bir araştırma alanıdır ve bu modellerin birçoğunun teorisinde faz geçişleri ve kritik olaylar ortaya çıkar. Bilineer etkileşme (J) ve tek iyon anizotropi (D) parametresine sahip spin-1 Ising modeli, Blume-Capel (BC) modeli olarak bilinir. Model, istatistiksel mekanik ve yoğun madde fiziği alanında, birçok fiziksel ve manyetik olayın incelenmesi için çalışılan bir spin modelidir (Blume, 1966; Capel, 1966). Model, farklı fiziksel sistemleri incelemek için kullanılan modellerden biridir ve bu model kullanılarak incelenen başlıca bazı sistemler arasında akışkanlar, üçlü alaşımlar, mikro emülsiyonlar, elektronik iletim modelleri, metalik alaşımlar, polimerik sistemler, proteinler ve sıvı kristaller sayılabilir. Model, fiziksel sistemlerin kritik özelliklerinin anlaşılmasında önemli bir role sahiptir ve ortalama alan yaklaşımı gibi temel istatistiksel yöntemlerle incelenmiştir. Blume tarafından ilk olarak, UO₂'de gözlemlenen birinci dereceden manyetik faz geçişini niceliksel olarak açıklamak için kullanılmıştır (Blume, 1966). Capel bağımsız olarak, sıfır dış manyetik alanda, en yakın komşu etkileşmeli üçlü durumdan oluşan bir Ising modelini, moleküler alan yaklaşımı kullanarak incelemiştir (Capel, 1966). Spin durumları ya da yönelimleri, n-kat dönme eksenine ($n > 2$) sahip bir kristal alan tarafından tekli ve ikili olarak ayrılır. Çalışmada, dış manyetik alan ihmal edilerek, sıfır-alan terimi olarak adlandırılan parametrenin çeşitli değerleri için birinci ve ikinci derece faz dönüşümü elde edilmiştir.

Blume (1966) ve Capel (1966) tarafından bağımsız olarak yapılan bu iki temel çalışma sonrasında incelenen sistem Blume-Capel (BC) modeli olarak adlandırılmaya başlanmıştır. Yüzey merkezli kübik örgü (fcc) üzerinde Blume-Capel ferromanyetinin termodinamik davranışı, seriye açma tekniği ile incelenmiştir (Saul, 1974). Çalışmada yüksek- ve düşük sıcaklık seri açılımları kullanılarak, faz diyagramlarının birinci ve ikinci derece faz dönüşüm çizgilerini elde etmişler ve faz geçişinin üstündeki ve altındaki sıcaklıklarda, modelin manyetik davranışını incelemiştirler. Blume-Capel modelinin iki ve üç boyutta ($d=2,3$) kritik davranışı, Kadanoff'un renormalizasyon grup tekniği kullanılarak analiz edilmiştir (Burkhardt, 1976). Birinci dereceden, ikinci dereceden ve üçlü kritik nokta faz geçişleriyle ilgili sonuçlar elde etmişlerdir. Diğer bir çalışmada, Blume-Capel modeli

için sekizinci dereceye kadar bir fcc örgüsünde küme serileri elde edilmiştir (Wang, 1984). Standart ekstrapolasyon teknikleriyle desteklenen küme serilerinin, birinci- ve ikinci dereceden faz geçişlerini gösteren modellerin çalışılmasında başarılı olduğu görülmüştür. Sonuçlar, Monte Carlo simülasyon sonuçları ve yüksek- ve düşük sıcaklık seri açılımı ile karşılaştırılmıştır.

Bir dış manyetik alan ve anizotropi varlığında, iki boyutlu spin-1 Ising antiferromanyetini araştırmak için Monte Carlo simülasyonu kullanılmıştır (Kimel, 1987). Çalışmadan elde edilen simülasyonun sonuçları ile önceki ortalama alan hesaplamaları arasında karşılaştırma yapılmış ve modelin kritik davranışı tartışılmıştır. Ortalama alan sonucunun aksine, üçlü kritik nokta davranışında elde edilen ayrışma bu çalışmada elde edilmemiştir. Ortalama alan yaklaşımı kullanılarak, dış manyetik alan ve tek-iyon anizotropisi varlığında dördüncü dereceden kritik noktanın varlığı spin-1 antiferromanyetinde (Blume-Capel modeli) bulunmuştur (Wang, 1991). Monte Carlo simülasyonu daha doğru sonuçlar vermekte ve iki boyutta kare örgülü sistemde böyle bir faz geçişinin olmadığını göstermektedir. Üçlü kritik noktanın kritik son noktaya ve çift kritik son noktaya ayrışmasının, faz diyagramında tek iyon potansiyel parametresinin küçük bir aralığında meydana geldiği görülmüştür.

Diğer bir çalışmada, Blume-Capel modelinin tam ve yarım tam sayılı spin değerleri için ortalama alan yaklaşımı kullanılarak incelenmiştir (Plascak, 1993). Tamsayı spinler için, bir üçlü kritik nokta ve yarım tam sayılı spinler için düşük sıcaklıklarda düzensiz bir faz elde edilmiştir. Her iki spin değerinde, taban durumda, sıcaklık arttığında farklı fazların bulunduğu çoklu faz davranışı gözlenmiştir. Bu sonuçlar, her biri izole bir kritik noktada sona eren farklı düzenli fazlar (farklı manyetizasyon değerleriyle karakterize edilen) arasındaki birinci dereceden faz geçiş çizgilerini verirler. En yakın komşu etkileşmeli, tek-iyon anizotropi parametrelili antiferromanyetik ($J < 0$) spin-3/2 Blume-Capel modeli, dış manyetik alan (H) varlığında, kare örgü üzerindeki çoklu kritik davranışı, ortalama alan yaklaşımı (MFA) ile incelenmiştir (Bakchich, 1994). Elde edilen bulgularda model, birinci derece, ikinci derece ve farklı derecedeki kritik noktalar gibi oldukça zengin bir faz diyagramı çeşitliliği sergiler. Transfer matris sonlu-boyut-ölçekleme ve Monte Carlo simülasyon yöntemleri, bir dış manyetik alan ve tek iyon potansiyeli varlığında, iki boyutlu spin-3/2 Ising antiferromanyeti araştırmak için kullanılmıştır (Bekhechi, 1997). Bu çalışmanın sonuçları ile önceki ortalama alan hesaplamaları arasında karşılaştırma yapılmış ve modelin faz diyagramları ve kritik davranışı tartışılmıştır. Ortalama alan bulgusunun

aksine, üçlü kritik noktanın ayrışması bu çalışmada gözlemlenmez.

Sıfır manyetik alanda Blume-Capel modelinin düzen parametrelerinin sıcaklığa bağımlılığı, ortalama alan yaklaşımıyla aynı olan kümesel değişim yönteminin en düşük yaklaşımıyla incelenmiştir (Ekiz, 2001). Düzen parametrelerinin kararlı durumlarının (çözümlerinin) yanı sıra, anizotropi parametresinin çeşitli değerleri için bu eğrilerin yarı kararlı ve kararsız durumları elde edilmiştir. Yarı kararlı davranış dinamik bir davranış olduğundan, modelin dinamiği, yol-ihhtimaliyet yöntemiyle de incelenmiş ve yarı kararlı durumların “düzlük” özelliği ve ayrıca kararsız durumun rolü açıkça görülmüştür. İki uzun menzilli düzen parametresi ile yarı kararlı fazların nasıl elde edileceğini de araştırılmış, kararlı durumların yanı sıra düzen parametrelerinin yarı kararlı ve kararsız dallarının faz geçişlerinin varlığında tam faz diyagramları elde edilmiştir.

Basit kübik örgü üzerinde ferromanyetik spin-3/2 Blume-Capel modelinin faz diyagramını elde etmek için termodinamik öz-bağıllık teorisi kullanılmıştır (Grollau, 2002). Teori, doğrudan korelasyon fonksiyonunun kesildiği ve termodinamik değişkenlere olan bağımlılığın bir dizi kısmi diferansiyel denklem tarafından belirlendiği, Ornstein-Zernike yaklaşımına dayanmaktadır. Bu çerçevede, kritik sınır çizgisi, sıfır dış alanda oldukça yüksek doğrulukla önceki Monte Carlo analizi ile iyi bir uyum içinde elde edilmiştir. Düşük sıcaklıkta, Monte Carlo sonuçlarının aksine, kritik bir son noktada biten birinci dereceden bir faz geçiş çizgisi gözlenmiştir.

Kapsamlı Bethe-Peierls yaklaşımı kullanılarak Blume-Capel modeli incelenmiştir (Du, 2003). Bu yaklaşımda sistem, merkezi bir zincir ve onun en yakın komşu zincirlerinden oluşan bir zincirler grubu olarak alınır. En yakın komşu zincirler, merkezi zincirin manyetizasyonunun en yakın komşu zincirlerinin manyetizasyona eşit olması koşuluyla belirlenebilen diğer spinler tarafından üretilen etkin bir alandadır. Mevcut yaklaşımda, örgü boyutu formülasyonda değiştirilebilir. Transfer matris yöntemi kullanılarak basit kübik ($z=6$), üçgen ($z=6$) ve kare ($z=4$) örgüler üzerindeki sistemlerin serbest enerjisi, manyetizasyon, özgül ısı ve geçiş sıcaklığı hesaplanmıştır. Spesifik ısının sıcaklık ve tek iyonlu anizotropi parametresi ile davranışının, etkin alan teorisi ile elde edilene benzer olduğu bulunmuştur. Basit kübik örgü üzerindeki üçlü kritik nokta ve faz geçiş noktası sıcaklıkları üçgen örgüdekinden daha yüksektir. Basit kübik ve kare örgüler üzerinde sıfır tek iyonlu anizotropide geçiş sıcaklıkları, seriye açma yöntemiyle elde edilenlere, etkin alan teorisi ve Bethe örgüsü yaklaşımıyla elde edilenlerden çok daha yakındır. Tek iyon anizotropisinin, basit kübik örgü üzerindeki üçlü kritik nokta değeri,

seriye açma yöntemiyle elde edilen sonuç ile uyumludur.

Bethe örgüsü üzerinde, dış manyetik alandaki antiferromanyetik Blume–Capel spin-1 Ising modeli, tam tekrarlama yöntemi ile incelenmiştir (Ekiz, 2004). Çalışmada farklı dış alanlar ve örgü koordinasyon sayıları için, mıknatıslanma-sıcaklık değişimleri detaylı olarak ele alınmıştır. Bu çalışmanın sonuçları ile önceki ortalama alan ve Monte Carlo simülasyon sonuçları arasında karşılaştırma yapılmıştır. $q=6$ koordinasyon sayılı Bethe örgüsü için, üçlü kritik noktanın kritik son noktaya ve kritik noktaya ayrıştığı görülmüştür. Aynı Bethe örgüsü üzerindeki farklı spin değeri için antiferromanyetik spin-3/2 Blume-Capel modeli bir dış manyetik alan içinde incelenmiş ve faz diyagramları elde edilmiştir (Ekiz, 2004). Tekrarlama yöntemi kullanılarak, farklı sıcaklıklar için manyetizasyona karşı dış alan bağımlılıkları ve faz diyagramları elde edilmiştir. Model, birinci dereceden, ikinci dereceden ve üçlü kritik nokta dahil olmak üzere çeşitli kritik bölgeler sergiler.

Ferromanyetik etkileşmeli bir kare örgü ($q=4$) üzerindeki spin-1 Blume-Capel (BC) modelinin manyetik özellikleri, Monte Carlo (MC) simülasyon tekniği ve etkin alan yaklaşımı kullanılarak incelenmiştir (Yüksel, 2009). Modifiye etkin alan yöntemi, farklı spinler arasındaki korelasyonları içerir. Dış manyetik alan ve kristal alanın, spin sisteminin manyetik özellikler üzerindeki etkileri detaylı olarak tartışılmıştır. Sonuçlar literatürdeki diğer yöntemlerle elde edilen sonuçlarla ayrıntılı bir karşılaştırılmıştır. Seyreltik kristal alanlı Blume-Capel modelinin dinamik davranışı, istatistiksel denge teorisini ve doğrusal tersinmez süreçlerin termodinamiğini birleştiren bir yöntemle formüle edilmiştir (Gülpınar, 2011). Manyetik Gibbs serbest enerji ifadesi için ortalama alan yaklaşımı kullanılarak, tersinmez termodinamik süreç içinde genelleştirilmiş bir kuvvet ve akım tanımlanmıştır. Daha sonra manyetizasyon için kinetik denklem elde edilerek durulma zamanının sıcaklık bağımlılığı elde edilmiştir. Kinetik spin-3/2 Blume-Capel modelinin dinamik faz diyagramları, etkin alan metodu kullanılarak, korelasyonlu bir zaman salınımlı boyuna alanda verilmiştir (Ertaş, 2013). Ortalama manyetizasyon dinamik denklemi, Glauber tipi stokastik süreç kullanılarak iki boyutlu kare örgü için elde edilmiştir. Dinamik faz diyagramları, indirgenmiş sıcaklık ve manyetik alan genlik düzleminde sunulmuş, boyuna alan frekansının etkisi de incelenmiştir.

Kristal alanla seyreltilmiş spin-1 Blume-Capel modelinin histeresiz özellikleri etkin alan yaklaşımı ile incelenmiştir (Akıncı, 2016). Paramanyetik faz için paramanyetik ve çift histeresis davranışları elde edilmiştir. Ayrıca sistemin ferromanyetik fazı için tekli ve üçlü histeresiz davranışlarının meydana gelebileceği gösterilmiştir. Bu farklı histeresiz

davranışlarını gösteren bölgeler, Hamilton parametreleri uzayında açıkça elde edilir. Ayrıca bu davranışlara neden olan fiziksel mekanizmalar da verilmiştir. Sabit çiftlenim yaklaşımı yaklaşımı kullanılarak spin-1 Blume-Capel modelinin denge özellikleri incelenmiştir (Ekiz, 2016). Formülasyon, termodinamik değişkenlere bağımlılığın bir dizi lineer olmayan cebirsel denklem tarafından belirlendiği Obokata ve Oguchi yöntemi tarafından geliştirilmiştir. Faz geçişlerinin doğasını (sürekli veya süreksiz) karakterize etmek ve yarı kararlı ve kararsız durumları elde etmek için düzen parametrelerinin sıcaklığa bağımlılığı incelenmiştir. Sistem için, tek eksenli anizotropi parametresinin faz geçişlerine ve kararlı, yarı kararlı ve kararsız durumlara etkisi, koordinasyon sayısı $z = 6$ olan basit kübik kafes üzerinde tartışılmıştır.

Monte Carlo simülasyonlarını kullanarak yapılan çalışmada Blume-Capel modelinde $\sigma = 2$ tamsayılı ve yarım tamsayılı $S = 7/2$ olan ferrimanyetik karışık spinler durumunda, manyetik özellikler incelenmiştir (Masrouf, 2017). Model Hamiltonyen, yakın komşuları ve iki alt örgü üzerindeki değişim etkileşimlerini içerir. Hem dış manyetik alan hem de kristal alan varlığında çiftlenim değiş tokuş etkileşimlerinin etkisi incelenmiştir. Manyetizasyonlar ve alınganlıklar verilmekte ayrıca tartışılmaktadır. Modelin manyetik histerezisinin davranışları da yorumlanmıştır. Ortalama alan yaklaşımı sonuçları, Bogoliubov eşitsizliğinden elmas örgü üzerindeki beş bölgeli bir kümede elde edilmiştir (Santos, 2017). Elmas örgü üzerindeki Blume-Capel modeli için spin korelasyon özdeşlikleri, beş bölgeli bir kümeden türetilir ve etkin alan yaklaşımı elde etmek için kullanılır. Serbest enerji, manyetizasyon, kritik sınırlar ve üçlü kritik noktalar, ortalama alan yaklaşımından ve etkin alan yaklaşımından elde edilir ve diğer yöntemlerle elde edilenlerle karşılaştırılır. Ortalama alan yaklaşımı kullanılarak, modelde bulunan kararlı durumların yanı sıra kararsız ve yarı kararlı durumlar da incelenmiştir.

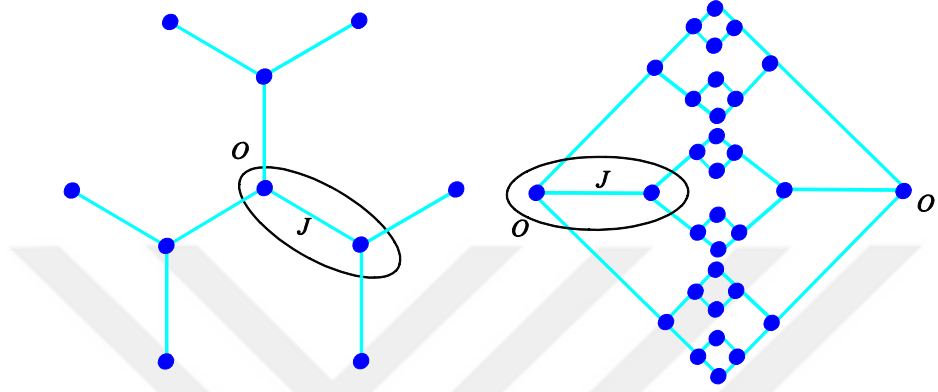
Karma spin-2 ve spin-3 2 Blume-Capel modeli, dış alan varlığında bal peteği örgüsü üzerindeki etkilerini incelemek için etkin alan teorisi kullanılmıştır (Yessoufou, 2018). Taban durum faz diyagramı elde edilmiş, sonra düzen parametrelerinin ve ilgili diğer termodinamik büyüklüklerin termal değişimleri ve bunların modelin faz diyagramları üzerindeki etkileri kapsamlı bir şekilde incelenmiştir. Sistem, parametre uzayının belirli aralıklarında ortaya çıkan sürekli (ikinci derece) ve süreksiz (birinci derece) faz geçişleri, üçlü kritik noktalar ve kompanzasyon sıcaklıkları gibi ilginç özellikler gösterir. Sayısal bulgularımız diğer yöntemlerle elde edilenlerle karşılaştırılmakta ve uyumlu sonuçlar elde edilmektedir.

Periyodik salınımlı bir manyetik alan varlığında, Blume-Capel modelinde ortaya çıkan dinamik faz geçişinin özelliklerini incelemek için, Monte Carlo simülasyonu ve sonlu boyutlu ölçekleme teknikleri kullanılmıştır (Vatansever, 2018). Esas olarak, ikinci dereceden geçiş bölgesinde, kristal alan parametresinin çeşitli değerleri için iki boyutlu sistem üzerinde durulmuştur. Sonuçlar, mevcut dengesiz faz geçişinin, denge Ising modelinin evrensellik sınıfına ait olduğunu ve en azından dikkate alınan parametre aralığı için, denge durumuna benzer şekilde dinamik bir faz diyagramı oluşturulmasına izin verdiğini göstermektedir. Kritik üsler için elde edilen sonuçların evrensellik sınıfına girdiği üç boyutlu model için bazı ek sonuçlar sunulmuştur.

Bu çalışmanın sonuçlarını oluşturan antiferromanyetik (AF) spin-1 Blume-Capel (BC) modeli, iki-katlı Cayley ağacı üzerinde tam tekrarlılama metodu ile incelenmiştir (Ekiz, 2020). Yeterince yüksek koordinasyon sayılı ($q > 5$) iki katlı Cayley ağacı dikkate alınır, sonlu sıcaklık faz diyagramları dar bir manyetik alan aralığında, ardı sıra sürekli faz geçişlerinin meydana geldiği re-entrant davranış sergiler.

3. MATERYAL VE YÖNTEM

3.1. İki-katlı Cayley ağacı ve spin-1 Blume-Capel modeli



Şekil 3.1. Koordinasyon sayısı $q = 3$ olan Bethe örgüsü ve aynı koordinasyona sahip iki-katlı Cayley ağacı. Mavi daireler spin-1 Ising spinlerini göstermektedir.

Bu kesimde ele alınacak sistem, Şekil 3.1 sağ tarafta görülen iki-katlı Cayley ağacı üzerinde, bir dış manyetik alanda spin-1 Blume-Capel modelidir. Spin-1 Blume-Capel modelinin bir dış manyetik alandaki Hamiltonyeni,

$$H = -J \sum_{(i,j)}^{mn} s_i s_j + D \sum_i s_i^2 - h \sum_i s_i \quad (1)$$

ifadesi ile verilir. Hamiltonyendeki ilk toplam (J terimi bilineer etkileşme parametresidir), spin-1'ler üzerinden, D tek-iyon anizotropisi, h terimi ise, dış manyetik alanı göstermektedir.

3.2. Tekrarlama bağıntıları ve tam tekrarlama yöntemi

Bu kesimde, q genel koordinasyon sayısına sahip iki-katlı Cayley ağacı üzerinde spin-1/2 Ising modelinin formüle edilmesi, tam tekrarlama bağıntıları kullanılarak, tam

tekrarlama yönteminin modele uygulanmasıyla elde edilecektir. Tam tekrarlama yönteminin basit bir uygulaması olması açısından, iki durumlu spin-1/2 Ising modeli için uygulanarak mıknatıslanma bağıntısı elde edilecektir (Ekiz, 2004).

Şekil 3.1’de, iteratif yapıya sahip olan ve iki-katlı Cayley ağacı olarak adlandırılan bir örgü üzerindeki spin-1/2 Ising modelini, dış manyetik alan varlığında ele alarak mıknatıslanma bağıntısını türeteceğiz (Delale, 1989; Ekiz, 2004). İki-katlı Cayley ağacının oluşumu şu şekildedir: Şekil 3.1’de görüldüğü gibi merkezi 0 ve 0’ örgü noktalarından başlanır ve her biri 0 ve 0’ merkezi konumlarına bağlı q ve q' tane örgü noktası eklenir. Burada q ve q' noktalarının takımı birinci kabuk olarak adlandırılır (Delale, 1989). Sonraki kabuğu oluşturmak için r . kabukta bir nokta alınır ve bu noktaya $(q-1)$ tane örgü konumu (nokta) eklenir. Bu işlem r . kabuktaki bütün noktalar için yapılır ve bu yeni noktalar takımı $(r+1)$. kabuk olarak adlandırılır. Bu şekilde iteratif yani yinelemeli olarak ilerleyerek, 2., 3., ..., n . kabukları oluşturulur. Bu şekilde dalların birbirinden bağlantısız fakat içe kapanık olarak oluştuğu örgü, iki-katlı Cayley ağacı olarak adlandırılır.

Spin-1/2 Ising modelinin bir dış manyetik alanda Hamiltonyeni;

$$H = -J \sum_{ij} s_i s_j - h \sum_i s_i \quad (1)$$

bağıntısı ile verilir. Burada s_i , +1 ve -1 spin değerlerini alır. (1) denklemindeki ilk toplam bütün en-yakın spin çiftleri üzerindedir. J en yakın komşu spin çiftleri arasındaki etkileşme parametresi ve h ise dış manyetik alandır.

Ele alınan spin sisteminin alt örgü mıknatıslanmalarının formülasyonu için ilk önce aşağıdaki gibi verilen bölüşüm fonksiyonunu kullanarak başlarız,

$$\begin{aligned} Z &= \sum \exp(-\beta H) \\ &= \sum_s \exp\left(J \sum_{\langle ij \rangle} s_i s_j + h \sum_i s_i\right), \end{aligned} \quad (2)$$

Burada $\beta = 1/k_B T$, k_B is Boltzmann sabiti, T sıcaklıktır. (2) denkleminde üstel ifadedeki ilk toplamın tüm en yakın komşu çiftleri üzerinden olduğu, ikinci ve üçüncü toplamın ise örgünün tüm yerleri üzerinden olduğu anlaşılmaktadır. Cayley ağacındaki

manyetizasyonların hesaplanması iteratifsel yani yinelemeli olarak yapılır (Baxter,1980). Bu durumda, merkezi konumlardan biri olan '0' konumundaki miknatıslanma (manyetizasyon)

$$m = \langle s_0 \rangle = Z^{-1} \sum_s s_0 \exp[J \sum_{(i,j)} s_i s_j + h \sum_i s_i], \quad (3)$$

bağıntısıyla verilir.

Tüm istatistiksel mekanik modellerde olduğu gibi, bölüşüm fonksiyonunun elde edilmesi, ele alınan problemin çözümünde kilit rol oynamaktadır. Bu nedenle, Denklem 2'deki üstel fonksiyonun çarpanlara ayrılma özelliğinden yararlanıyoruz (Baxter, 1983; Delale, 1989). Şekil 3.1'de görüldüğü gibi, şayet iki-katlı Cayley ağacı, 0 ve 0' konumlarında kesilirse, örgü birbirinden q bağlantısız parçaya ayrılır. Böylece Denklem (2)'deki eksponansiyel faktör

$$\exp[h(s_0 + s_{0'})] \prod_{j=1}^q Q_n(s_0, s_{0'} | s^{(j)}), \quad (4)$$

olarak verilebilir. Burada,

$$Q_n(s_0, s_{0'} | s) = \exp[J \sum_{(i,j)} s_i s_j + J(s_0 s_1 + s_{0'} s_{1'}) + h \sum_i s_i], \quad (5)$$

ve s_i alt-örgünün i konumundaki spini gösterir. Merkezi konumlar 0 ve 0' deki spinler sırasıyla s_0 ve $s_{0'}$ ile gösterilirler. Bu durumda Q_n için n indisi, her bir alt grafiğin, her biri $(n-1)$ kabukları n 'inci sınır kabuğa birleştirilmiş iki Cayley ağacından oluştuğunu belirtir. Şimdi, q eşdeğer alt grafiklerden herhangi biri, diyelim ki üst alt grafik, 1 ve 1' noktalarında kesilirse, her biri birbirine bağlı $(n-2)$ kabukları olan iki Cayley ağacı grafiğinden oluşan $(q-1)$ eşdeğer alt grafiklerine ayrışır. Bu durumda Q_n için tekrarlama bağıntısı şu şekilde ifade edilir:

$$Q_n(s_0, s_{0'} | s) = \exp[J(s_0 s_1 + s_{0'} s_{1'}) + h(s_1 + s_{1'})] \times \prod_{j=1}^{q-1} Q_{n-1}(s_1, s_{1'} | t^{(j)}), \quad (6)$$

burada $t^{(j)}$, yeni oluşturulan alt grafiklerin $(q-1)$ j'sindeki tüm spinleri (s_1 ve $s_{1'}$ haricinde) gösterir.

(4)-(6) denklemleri ile verilen çarpanlara ayırma bağıntıları, 0 (veya 0') merkezi konumundaki bölüşüm fonksiyonunu ve miknatıslanmayı hesaplamamızı sağlar. Yukarıda

verilen $Q_n(s_0, s_0' | s)$ için aşağıdaki denklik tanımı verebiliriz:

$$g_n(s_0, s_0') \equiv \sum_{\{s\}} Q_n(s_0, s_0' | s). \quad (7)$$

Bölüşüm fonksiyonunun (2) denklemi ile verilen tanımından

$$Z = \sum_{s_0} \sum_{s_0'} \{ \exp[\beta h(s_0 + s_0')] \} [g_n(s_0, s_0')]^q, \quad (8)$$

yazılabilir. Diğer taraftan 0 merkezi konumundaki lokal mıknatıslanma

$$m = \langle s_0 \rangle = Z^{-1} \sum_{s_0} \sum_{s_0'} s_0 \exp\{ \beta [h(s_0 + s_0')] \} [g_n(s_0, s_0')]^q, \quad (9)$$

bağıntısı kullanılarak hesaplanabilir. Denklem (10)'da s_0 ve s_0' sırasıyla merkezi konumlar (0 ve 0') için spin değerlerini gösterir. Yukarıdaki denklemlerdeki $g_n(s_0, s_0')$, iki-katlı Cayley ağacını oluşturan tek dalın bölüşüm fonksiyonudur ve aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$g_n(s_0, s_0') = \sum_{s_1 \neq s_0} \exp[J(s_0 s_1 + s_0' s_1') - J \sum_{ij} s_i s_j - h \sum_i s_i], \quad (10)$$

İki-katlı cayley ağacı grafiğini, sırasıyla merkezi konumlara en yakın ve sonraki en yakın olan 1, 1' veya 2, 2', spinleri ile “kesmeye” devam edersek, her iki taraftan çıkan tek dalın bölüşüm fonksiyonu $g_n(s_0, s_0')$ için tekraralama bağıntısını aşağıdaki gibi verebiliriz:

$$g_n(s_0, s_0') = \sum_{s_1} \sum_{s_1'} [\exp\{ J(s_0 s_1 + s_0' s_1') + h(s_1 + s_1') \}] \times [g_{n-1}(s_1, s_1')]^{q-1}. \quad (11)$$

Şekil 3.1'den görüldüğü gibi, iki-katlı Cayley ağacının, yapısal oluşumu gereği, merkezi konumlara göre simetrik olduğuna dikkat edilmelidir. Bu simetri eşitliği

$$g_n(s_0, s_0') = g_n(s_0', s_0) \quad (12)$$

ifadesi ile verilebilir.

Denklem (12) kullanılarak, merkezi konumlardaki farklı spin konfigürasyonları için $g_n(+,+)$, $g_n(-,-)$, $g_n(+,-)$, $g_n(+,0)$, $g_n(-,0)$ ve $g_n(0,0)$ için aşağıdaki bağıntılar türetilir:

$$g_n(+,+) = \sum_{s_1} \sum_{s_1'} \exp\{ J(s_1 + s_1') + h(s_1 + s_1') \} [g_{n-1}(s_1, s_1')], \quad (13a)$$

$$g_n(-,-) = \sum_{s_1} \sum_{s_1'} \exp[\{J(-s_1 - s_1') + h(s_1 + s_1')\}] [g_{n-1}(s_1, s_1')], \quad (13b)$$

$$g_n(+,-) = \sum_{s_1} \sum_{s_1'} \exp[\{J(s_1 - s_1') + h(s_1 + s_1')\}] [g_{n-1}(s_1, s_1')], \quad (13c)$$

$$g_n(-,+) = \sum_{s_1} \sum_{s_1'} \exp[\{J(s_1 - s_1') + h(s_1 + s_1')\}] [g_{n-1}(s_1, s_1')]. \quad (13d)$$

İki durumlu spin-1/2 Ising modelinin, iki-katlı Cayley ağacı üzerindeki formülasyonunu daha sade hale getirmek ve modelin mıknatıslanma ifadesinin türetilmesi için, aşağıda verilen x_n ve y_n , tekrarlama bağıntılarını tanımlanabilir:

$$x_n = \frac{g_n(-,-)}{g_n(+,+)} \quad (14a)$$

ve

$$y_n = \frac{g_n(+,-)}{g_n(+,+)} \quad (14b)$$

Burada (13a)-(13d)'de verilen bağıntıların açık olarak hesaplanması ve bunların sırasıyla (14a) ve (14b)'de kullanılmasıyla tekrarlama bağıntıları açık formda

$$x_n = \frac{e^{-2\beta(J-h)} + 2y_{n-1}^{q-1} + e^{2\beta(J-h)} x_{n-1}^{q-1}}{e^{2\beta(J+h)} + 2y_{n-1}^{q-1} + e^{-2\beta(J+h)} x_{n-1}^{q-1}} \quad (15a)$$

ve

$$y_n = \frac{e^{2\beta h} + (e^{2\beta J} + e^{-2\beta J}) y_{n-1}^{q-1} + e^{-2\beta h} x_{n-1}^{q-1}}{e^{2\beta(J+h)} + 2y_{n-1}^{q-1} + e^{-2\beta(J+h)} x_{n-1}^{q-1}} \quad (15b)$$

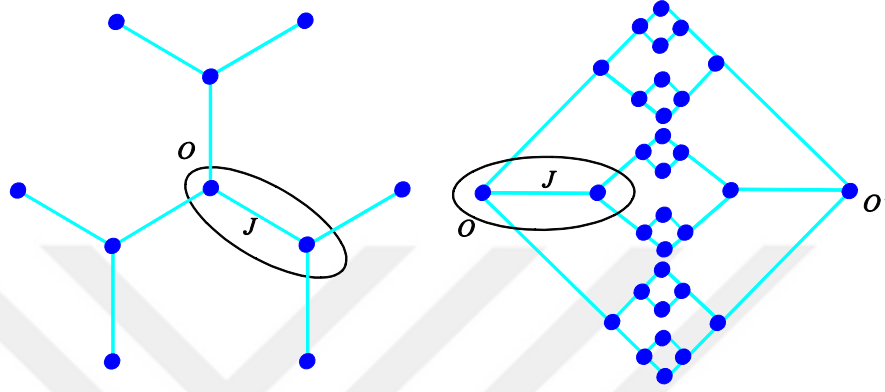
olarak elde edilirler.

Daha sonra ferromanyetik etkileşmeli ($J>0$) sistemin merkezi konum mıknatıslanması, tekrarlama bağıntıları x_n ve y_n cinsinden aşağıda verildiği gibi hesaplanabilir:

$$m = \frac{e^{2\beta h} - e^{-2\beta h} x_n^q}{e^{2\beta h} + 2y_n^q + e^{-2\beta h} x_n^q} \quad (16)$$

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

4.1. Tam Tekrarlama Yönteminin spin-1 Blume-Capel Modeline Uygulanması



Şekil 4.1. Sırası ile $q=3$ koordinasyon sayılı Bethe örgüsü ve aynı örgüye karşılık gelen iki-katlı Cayley ağacı üzerinde spin-1 Blume-Capel modelinin temsili gösterimi. Mavi daireler, bağlantı noktalarındaki spin-1 parçacıklarını göstermektedir.

Bu kesimde, tam tekrarlama yöntemi, iki-katlı Cayley ağacı üzerindeki spin-1 Blume-Capel modeline uygulanacak ve tam çözümü yapılacaktır. Şekil 4.1, sırası ile $q=3$ koordinasyon sayılı Bethe örgüsü ve iki-katlı Cayley ağacı üzerinde spin-1 Blume-Capel modelin göstermektedir. Mavi daireler orijinal 1 spinlerini göstermektedir.

Şekil 4.1'de görülen iki-katlı Cayley ağacı üzerinde tanımlanan spin-1 Blume-Capel modeline tam tekrarlama yöntemi uygulanarak, modeli denge durumunda tanımlayan mıknatıslanma bağıntısı elde edilecektir.

Dış manyetik alanda spin-1 Blume-Capel modelinin Hamiltonyeni

$$H = -J \sum_{ij} s_i s_j + D \sum_i s_i^2 - h \sum_i s_i, \quad (1)$$

bağıntısı ile verilir. Burada s_i , ± 1 ve 0 spin değerlerini alır. Denklem (1)'deki ilk toplam bütün en-yakın spin çiftleri üzerindedir, ikinci ve üçüncü toplamlar ise bütün spinler üzerindedir. J en yakın komşu spin çiftleri arasındaki etkileşme parametresi, D tek-iyon anizotropi terimi ve h ise dış manyetik alandır. Gözönüne alınan spin sisteminin

alt örgü mıknatıslanmalarının formülasyonu için ilk önce aşağıdaki gibi verilen bölüşüm fonksiyonunu kullanarak başlarız:

$$Z = \sum \exp(-\beta H)$$

$$= \sum_s \exp\left(J \sum_{\langle ij \rangle} s_i s_j - D \sum_i s_i^2 + h \sum_i s_i\right). \quad (2)$$

Burada $\beta = 1/k_B T$, k_B is Boltzmann sabiti, T sıcaklıktır. (2) denkleminde üstel ifadedeki ilk toplamın tüm en yakın komşu çiftleri üzerinden olduğu, ikinci ve üçüncü toplamın ise örgünün tüm yerleri üzerinden olduğu anlaşılmaktadır. İki-katlı Cayley ağacı örgüsü üzerinde manyetizasyonların hesaplanması tekrarlamalı olarak yapılır (Baxter,1989). Bu durumda, merkezi konumlardan biri olan '0' daki yerel mıknatıslanma ve kuadropolar moment, sırasıyla,

$$m = \langle s_0 \rangle = Z^{-1} \sum_s s_0 \exp\left[J \sum_{\langle ij \rangle} s_i s_j - D \sum_i s_i^2 + h \sum_i s_i\right], \quad (3)$$

ve

$$q = \langle s_0^2 \rangle = Z^{-1} \sum_s s_0^2 \exp\left[J \sum_{\langle ij \rangle} s_i s_j - D \sum_i s_i^2 + h \sum_i s_i\right] \quad (4)$$

bağıntılarıyla tanımlanırlar.

Tüm istatistiksel mekanik modellerde olduğu gibi, bölüşüm fonksiyonunun elde edilmesi, ele alınan problemi çözümünde önemli rol oynamaktadır. Bu nedenle, Denklem 2'deki üstel fonksiyonun çarpanlara ayrılma özelliğinden yararlanıyoruz [baxter, delale]. Şekil 4.1.1'den görüldüğü gibi, şayet iki-katlı Cayley ağacı, 0 ve 0' konumlarında kesilirse, örgü birbirinden q bağlantısız parçaya ayrılır. Böylece Denklem (2)'deki eksponansiyel faktör

$$\exp[h(s_0 + s_{0'})] \prod_{j=1}^q Q_n(s_0, s_{0'} | s^{(j)}), \quad (5)$$

olarak verilebilir. Burada,

$$Q_n(s_0, s_{0'} | s) = \exp\left[J \sum_{\langle ij \rangle} s_i s_j + J(s_0 s_1 + s_{0'} s_{1'}) + h \sum_i s_i\right], \quad (6)$$

ve s_i alt-örgünün i konumundaki spini gösterir. Merkezi konumlar 0 ve 0' deki spinler sırasıyla s_0 ve $s_{0'}$ ile gösterilirler. Bu durumda Q_n için n alt indisi, her bir alt

grafiğin, (n-1) kabukları n'inci sınır kabuğa birleştirilmiş iki Cayley ağacından oluştuğunu belirtir. Şimdi, q eşdeğer alt grafiklerden herhangi biri, diyelim ki üst alt grafik, 1 ve 1' noktalarında kesilirse, her biri birbirine bağlı (n-2) kabukları olan iki Cayley ağacı grafiğinden oluşan (q-1) eşdeğer alt graflarına ayrışır. Böylece Q_n için tekrarlılama bağıntısı şu şekilde ifade edilir:

$$Q_n(s_0, s_{0'}) | s = \exp[J(s_0 s_1 + s_{0'} s_{1'}) + D(s_1^2 + s_{1'}^2) + h(s_1 + s_{1'})] \times \prod_{j=1}^{q-1} Q_{n-1}(s_1, s_{1'} | t^{(j)}) , \quad (7)$$

burada $t^{(j)}$, yeni oluşturulan alt grafiklerin (q-1) j'sindeki tüm spinleri (s_1 ve $s_{1'}$ dışında) gösterir.

(5)-(7) denklemleri ile verilen çarpanlara ayırma bağıntıları, bölüşüm fonksiyonunu, yerel mıknatıslanmayı ve 0 noktasındaki quadropolar manyetik momenti hesaplamamızı sağlar. Yukarıda verilen $Q_n(s_0, s_{0'} | s)$ için aşağıdaki tanımlamayı yapabiliriz:

$$g_n(s_0, s_{0'}) \equiv \sum_{\{s\}} Q_n(s_0, s_{0'} | s) .$$

Daha sonra bölüşüm fonksiyonu, lokal mıknatıslanma ve quadropolar manyetik moment (Denk. (2), (3) ve (4)) sırasıyla,

$$Z = \sum_{s_0} \sum_{s_{0'}} \{ \exp[-\beta D(s_0^2 + s_{0'}^2) + \beta h(s_0 + s_{0'})] \} [g_n(s_0, s_{0'})]^q , \quad (8)$$

$$m = \langle s_0 \rangle = Z^{-1} \sum_s \sum_{s_{0'}} s_0 \exp\{ \beta [-D(s_0^2 + s_{0'}^2) + h(s_0 + s_{0'})] \} x [g_n(s_0, s_{0'})]^q , \quad (9)$$

ve

$$q = \langle s_0^2 \rangle = Z^{-1} \sum_s \sum_{s_{0'}} s_0^2 \exp\{ \beta [-D(s_0^2 + s_{0'}^2) + h(s_0 + s_{0'})] \} x [g_n(s_0, s_{0'})]^q ,$$

(10)

olarak yazılabilirki burada her iki taraftaki merkezi konumlar (s_0 ve $s_{0'}$) için spin değerlerini gösterir. Yukarıdaki denklemlerdeki $g_n(s_0, s_{0'})$, aslında örgüyü oluşturan iki yandaki bir dalın bölüşüm fonksiyonudur ve aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$g_n(s_0, s_{0'}) = \sum_{s_1 \neq s_0} \exp[J(s_0 s_1 + s_0' s_{1'}) - J \sum_{ij} s_i s_j + D \sum_i s_i^2 - h \sum_i s_i]. \quad (11)$$

İki-katlı grafiği, sırasıyla merkezi konumlara en yakın ve sonraki en yakın olan (1, 1' ve 2, 2'), spinleri ile “kesmeye” devam edersek, $g_n(s_0, s_{0'})$ için tekrarlama bağıntısı elde edebiliriz:

$$g_n(s_0, s_{0'}) = \sum_{s_1} \sum_{s_{1'}} [\exp\{J(s_0 s_1 + s_0' s_{1'}) - D(s_1^2 + s_{1'}^2) + h(s_1 + s_{1'})\}] \times [g_{n-1}(s_1, s_{1'})]^{q-1} \quad (12)$$

İki katlı Cayley ağacının geometrisi gereği merkezi konumlarına simetrik olduğuna hesaba katıldığında aşağıdaki denklik bağıntısı yazılabilir:

$$g_n(s_0, s_{0'}) = g_n(s_{0'}, s_0). \quad (13)$$

Denklem (13) kullanılarak, üç durumlu spin durumları ile simetrik spin örgü spin konumları dikkate alındığında $g_n(+,+)$, $g_n(-,-)$, $g_n(+,-)$, $g_n(-,0)$, $g_n(+,0)$ ve $g_n(0,0)$ için aşağıdaki bağıntılar türetilir:

$$g_n(+,+) = \sum_{s_1} \sum_{s_{1'}} \exp[\{J(s_1 + s_{1'}) + D(s_1^2 + s_{1'}^2) + h(s_1 + s_{1'})\}] \times [g_{n-1}(s_1, s_{1'})], \quad (14a)$$

$$g_n(-,-) = \sum_{s_1} \sum_{s_{1'}} \exp[\{J(-s_1 - s_{1'}) + D(s_1^2 + s_{1'}^2) + h(s_1 + s_{1'})\}] \times [g_{n-1}(s_1, s_{1'})], \quad (14b)$$

$$g_n(+,-) = \sum_{s_1} \sum_{s_{1'}} \exp[\{J(s_1 - s_{1'}) + D(s_1^2 + s_{1'}^2) + h(s_1 + s_{1'})\}] \times [g_{n-1}(s_1, s_{1'})], \quad (14c)$$

$$g_n(+,0) = \sum_{s_1} \sum_{s_{1'}} \exp[\{J s_1 + D(s_1^2 + s_{1'}^2) + h(s_1 + s_{1'})\}] \times [g_{n-1}(s_1, s_{1'})], \quad (14d)$$

$$g_n(-,0) = \sum_{s_1} \sum_{s_{1'}} \exp[\{-J s_1 + D(s_1^2 + s_{1'}^2) + h(s_1 + s_{1'})\}] \times [g_{n-1}(s_1, s_{1'})], \quad (14e)$$

$$g_n(0,0) = \sum_{s_1} \sum_{s_{1'}} \exp[D(s_1^2 + s_{1'}^2) + h(s_1 + s_{1'})] [g_{n-1}(s_1, s_{1'})]. \quad (14f)$$

Formülasyonu daha sade hale getirmek ve modelin mıknatıslanma bağıntılarının açık olarak hesaplanması için x_n , y_n , z_n , w_n ve v_n tekrarlama bağıntılarını aşağıdaki gibi tanımlarız:

$$x_n = \frac{g_n(+,+)}{g_n(-,0)},$$

$$y_n = \frac{g_n(-,-)}{g_n(-,0)},$$

$$z_n = \frac{g_n(+,-)}{g_n(-,0)},$$

$$w_n = \frac{g_n(+,0)}{g_n(-,0)},$$

ve

$$v_n = \frac{g_n(0,0)}{g_n(-,0)}. \quad (15)$$

Daha sonra Denk.(8)-(10)'dan ferromanyetik sistemin merkezi mıknatıslanma ve kuadrupolar momenti bu tekrarlama bağıntıları cinsinden aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

$$m = \frac{a_1 - a_2 x_n^q + a_3 z_n^q - a_4 w_n^q}{a_1 + a_2 x_n^q + 2e^{2\beta D} y_n^q + 2a_1 z_n^q + 2a_4 w_n^q + v_n^q}, \quad (16)$$

ve

$$q = \frac{a_1 + a_2 x_n^q + a_3 z_n^q + a_4 w_n^q}{a_1 + a_2 x_n^q + 2e^{2\beta D} y_n^q + 2a_1 z_n^q + 2a_4 w_n^q + v_n^q}. \quad (17)$$

Burada a_1 , a_2 , a_3 ve a_4 katsayıları, sırasıyla

$$a_1 = e^{2\beta(D+h)}, \quad a_2 = e^{2\beta(D-h)}, \quad a_3 = e^{\beta(D+h)}$$

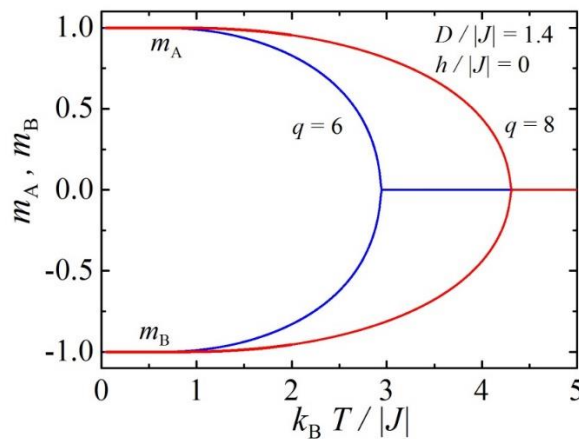
$$a_4 = e^{\beta(D-h)}$$

olarak verilirler.

4.2. Alt-örgü Manyetizasyonlarının Sıfır Manyetik Alanda Sıcaklığa Göre Değişimleri

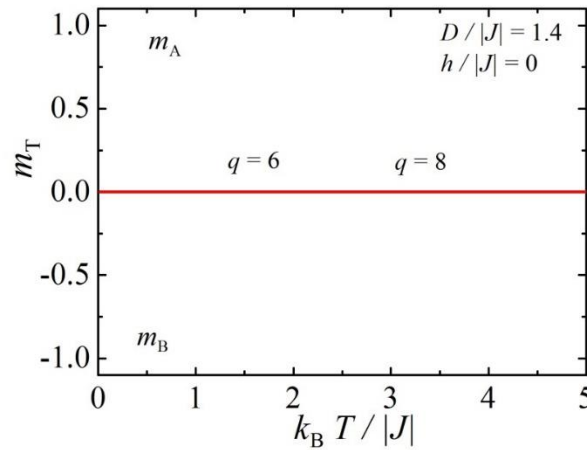
Bir önceki kesimde bölüşüm fonksiyonu ve tekrarlar bağıntıları kullanılarak elde edilen spin-1 Blume-Capel modelinin mıknatıslanma ifadesinin iteratif çözümleri kullanılarak, bu kesimde modeli tanımlayan etkileşme parametrelerinin farklı değerleri için dış manyetik alanın yokluğunda (sıfır manyetik alanda $h/|J|=0$) sistemin termal-manyetik davranışları ve faz dönüşümleri incelenecektir. Burada bahsedilmesi gereken önemli bir nokta, modelin antiferromanyetik etkileşme durumunda yani model Hamiltonyeninde $J<0$ olması durumunda modelin alt-örgü olarak adlandırılan sırasıyla A ve B olarak gösterilen iki alt-örgü için mıknatıslanma ifadesinin ortaya çıkmasıdır. Mıknatıslanmalar için ortaya çıkan durum, antiferromanyetik durumda aynı şekilde tekrarlar bağıntıları için de ortaya çıkmaktadır ki x, y, z, w ve v olarak adlandırılan tekrarlar bağıntıları, antiferromanyetik durumda x_A, y_A, z_A, w_A, v_A ve x_B, y_B, z_B, w_B, v_B olarak ifade edilirler.

Bununla birlikte, ferromanyetik etkileşmeler durumunda, yani $J>0$ için, modelin sadece tek mıknatıslanma parametresi ile incelenebileceği de (tek örgü yapısı) belirtilmelidir. Termodinamik limit durumunda ($n \rightarrow \infty; n \approx n-1$) yaklaşımı ile durum denklemleri olarak adlandırılan tekrarlar bağıntıları (x, y, z, w ve v), sabit kararlı noktalara yakınsar. Fakat yukarıda da belirtildiği gibi antiferromanyetik durumda, çatallanma davranışı (staggered) ortaya çıkmaktadır ki bu durumda gerek durum denklemleri gerekse mıknatıslanma için alt-örgü değerleri kullanılmalıdır.



Şekil 4.2. Spin-1 Blume-Capel modeli için, $q=6$ ve 8 koordinasyon sayılı iki-katlı Cayley ağacı üzerinde, dış manyetik alanın yokluğunda, $D/|J| = 1.4$ anizotropi parametresi için alt örgü mıknatıslanmalarının sıcaklıkla değişimleri.

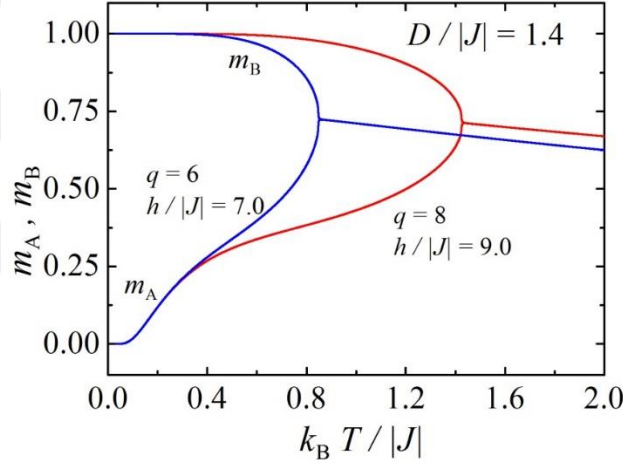
Şekil 4.2. iki-katlı Cayley ağacı, spin-1 Blume-Capel modelinin, tek-iyon anizotropi parametresinin $D/|J|=1.4$ değerinde, alt-örgü magnetizasyonlarının dış manyetik alan yokluğunda, sıcaklığa göre değişimlerini göstermektedir. Taban durumda alt-örgü mıknatıslanmaları (m_A ve m_B), iki farklı başlangıç değeri almakta yani ($m_A=1$ ve $m_B = -1$) olmaktadır. Bu durumdaki zıt spin yönelimlerine sahip taban durum fazına antiferromanyetik (AF) faz denilmektedir. Diğer taraftan verilen aynı parametreler için ferromanyetik durumda hesaplama yapılacak olsaydı sadece tek örgüye yapısına sahip tüm spin yönelimlerinin taban durumda paralel olduğu durum elde edilecekti. Şekil 4.2.1’de verilen antiparalel yönelim, taban durumda tam bir antiferromanyetik simetri sergilemektedir. Bununla birlikte, verilen parametrelerin sabit tutulmasıyla, sıcaklığın sistemin manyetik özellikleri üzerine etkisi incelenebilir. Bunun için modelin sonlu sıcaklık davranışı incelenmelidir. Durum denklemleri (tekrarlama bağıntıları) ve mıknatıslanmaların iteratif çözümünün sıcaklığın artırılması ile birlikte yapılarak şekilde görüldüğü gibi A-alt örgüsü mıknatıslanması (m_A) azalmakta ve Neel sıcaklığı olarak adlandırılan bir kritik sıcaklık değerinde sıfır olmakta yani ikinci dereceden faz dönüşümü geçirmektedir. Diğer taraftan simetrik olan diğer B-alt örgüsü mıknatıslanması (taban durumda $m_B = -1$), sıcaklık artışıyla birlikte azalmakta ve Neel sıcaklığında ikinci dereceden faz dönüşümüne uğramaktadır. Elde edilen sonuçlardan, sıfır dış manyetik alanda alt-örgü mıknatıslanmalarının sıcaklığa göre olan bağımlılıkları tam bir simetri göstermektedir ki bu durum Şekil 4.3’de toplam mıknatıslanmanın termal değişiminde 0 değeri almasından açıkça anlaşılmaktadır.



Şekil 4.3. Spin-1 Blume-Capel modeli için, $q=6$ ve 8 koordinasyon sayılı iki-katlı Cayley ağacı üzerinde, dış manyetik alanın yokluğunda, $D/|J| = 1.4$ anizotropi parametresi için toplam mıknatıslanmanın sıcaklıkla değişimleri.

Şekil 4.3’de görüldüğü gibi modelin antiferromanyetik durumda alt-örgü mıknatıslanmalarının taban durumda ve sonlu sıcaklıklarda tam bir antiparalel simetri gösterdiklerini betimlemek için toplam mıknatıslanmanın sıcaklığa göre davranışı verilmiştir. Bununla birlikte antiferromanyetik sistemleri tanımlamak için elverişli bir parametre sistemin düzen parametresi olarak staggered mıknatıslanmasını hesaplamaktır ki bu $m_S = |m_A - m_B|/2$ bağıntısı kullanılarak incelenebilir.

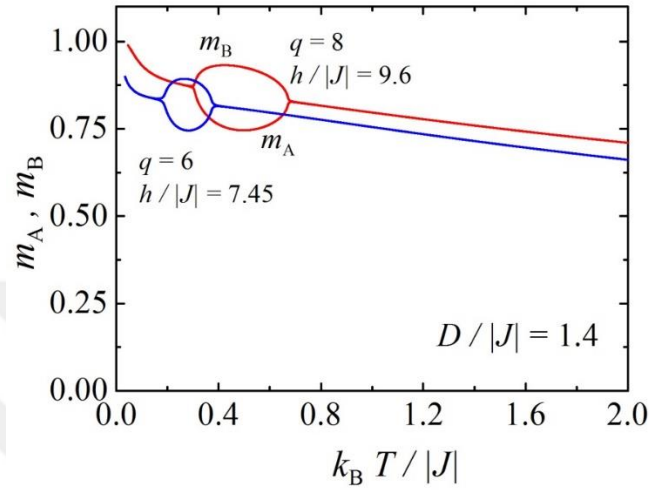
4.3. Alt-örgü mıknatıslanmalarının dış manyetik alan varlığında sıcaklığa göre değişimleri



Şekil 4.4. Spin-1 Blume-Capel modeli için, $q=6$ ve 8 koordinasyon sayılı iki-katlı Cayley ağacı üzerinde $D/|J| = 1.4$ anizotropi parametresi için alt örgü mıknatıslanmalarının sıcaklıkla değişimleri. $h/|J|=7.0; 9.0$

Bir önceki kesimde sıfır manyetik alanda alt-örgü mıknatıslanmalarının tam bir simetri sergiledikleri bulgusundan sonra dış manyetik alanın termal özellikler üzerine olan etkisini incelemek önemlidir. Bu amaçla Şekil 4.5’de spin-1 Blume-Capel modelinin, $q=6$ ve 8 farklı iki koordinasyon sayılı iki-katlı Cayley ağacı üzerinde, dış manyetik alanlar $h/|J| = 7.0$ ve 9.0 ; anizotropi parametresi $D/|J| = 1.4$ için, dış manyetik alan varlığında, alt-örgü mıknatıslanmalarının sıcaklıkla değişimi verilmektedir. Burada açıkça görüldüğü gibi alt-örgü mıknatıslanmaları, taban durumda $[0, 1/2]$ yönelimine sahipken, artan sıcaklıkla artışı etkisi ile sonlu sıcaklıklarda değeri değişmekte, sürekli olarak azalmakta ve

kritik bir Neel sıcaklığında sürekli faz dönüşümü geçirmektedir. Alt-örgü miknatislanmaları, sıfır manyetik alanda simetrik karaktere sahip yani antiparalel tam antiferromanyetik yönelim sergilemesine rağmen ($m_A = -m_B$), manyetik alan varlığında bu simetri bozulmakta yani alt-örgü miknatislanmaları farklı taban durum değerleri almaktadır.

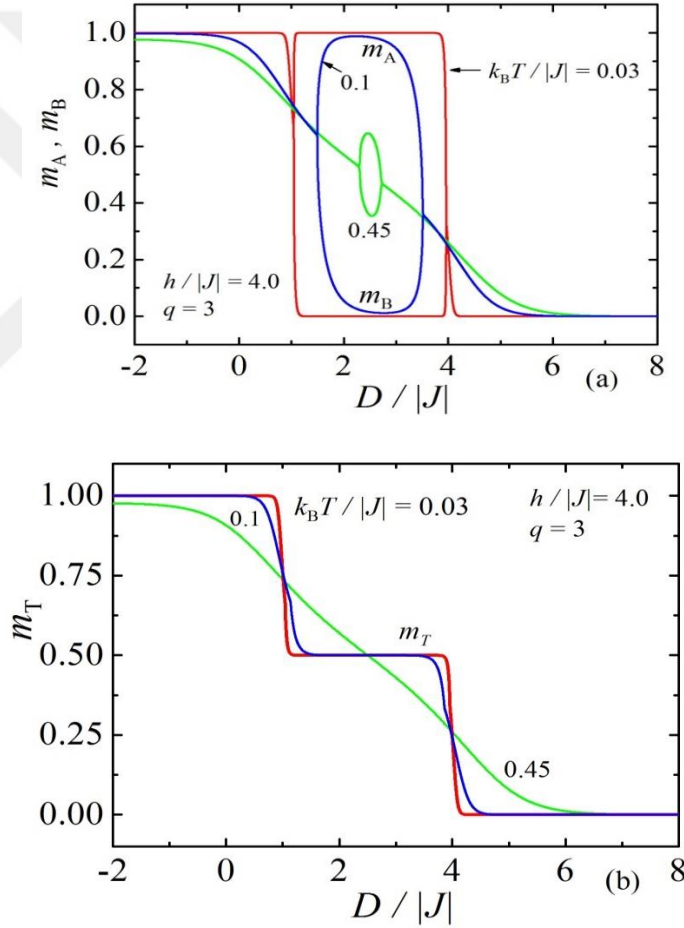


Şekil 4.5. Spin-1 Blume-Capel modeli için, $q=6$ ve 8 koordinasyon sayılı iki-katlı Cayley ağacı üzerinde $D/|J| = 1.4$ anizotropi parametresi için alt örgü miknatislanmalarının sıcaklıkla değişimleri. $h/|J|=7.45$ ve 9.6

Dış manyetik alan değişiminin antiferromanyetik model üzerindeki etkisini incelemek için Şekil 4.3.2’de spin-1 Blume-Capel modelinin, diğer tüm parametreler sabit tutulmak üzere, $q=6$ ve 8 koordinasyon sayılı iki-katlı Cayley ağacı üzerinde, $h/|J| = 7.45$ ve 9.6 dış manyetik alan değerleri için alt örgü miknatislanmalarının sıcaklıkla değişimi verilmektedir. Elde edilen bulgudan gözlenen durum, Şekil 4.5’de elde edilen durumdan oldukça farklı davranış göstermekte, böylece modeli tanımlayan Hamiltonyendeki dış manyetik alan değişiminin önemli bir etkiye sahip olduğu görülmektedir. Dış manyetik alanın $h/|J| = 7.45$ değeri için, alt-örgü miknatislanmaları taban durum ya da düşük sıcaklıkta doyum değerinde bulunurken, sıcaklığın artışı ile birlikte, belirli bir sıcaklık aralığında çatlama davranışı olarak adlandırdığımız farklı miknatislanma değerleri almaktadır. Daha sonra yine sıcaklık artışına paralel olarak çatlama davranışı kaybolmakta ve alt-örgü miknatislanmaları birbirine eşit ve azalan değerler olarak değişimi sürdürmektedir. Bu çatlama davranışının olduğu bölge ‘re-entrant’ faz geçişi olarak

adlandırılan ve iki-alt örgü mıknatıslanması ile tanımlanabilen birbiri ardına sürekli faz geçişinin meydana geldiği bir bölgedir. Bununla birlikte, şekildeki sonuçtan da açıkça görüldüğü gibi, iki-katlı Cayley ağacının koordinasyon sayısının $q=8$ alınması ve manyetik alanında artırılması, sözkonusu re-entrant bölgenin sıcaklık aralığını artırmakta yani daha geniş bir bölgede meydana gelmektedir.

4.4. Alt-örgü (m_A, m_B) ve toplam mıknatıslanmaların (m_T) anizotropiye (D) göre değişimleri



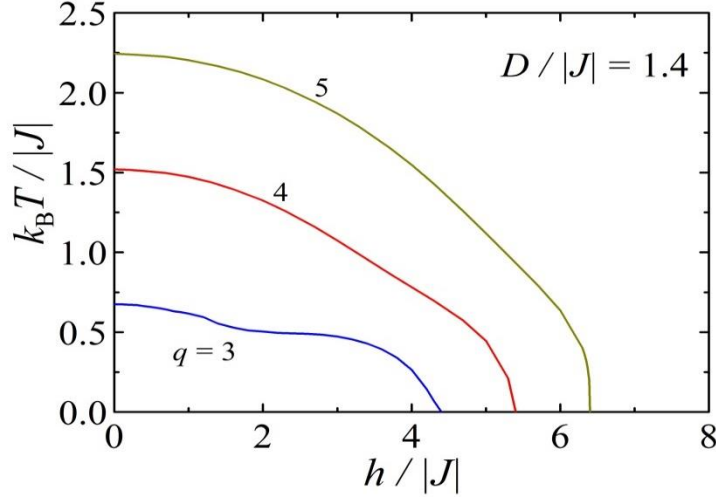
Şekil 4.6. Antiferromanyetik spin-1 Blume-Capel modelinde, $q=3$ koordinasyon sayılı iki-katlı Cayley ağacı üzerinde, $kT/|J| = 0.03$; 0.1 ve 0.45 farklı sıcaklık değerlerinde $h/|J| = 4.0$ için alt örgü (a) ve toplam mıknatıslanmanın (b) anizotropiye göre değişimleri.

Şekil 4.6’de antiferromanyetik spin-1 BC modelinde, $q=3$ koordinasyon sayılı iki-katlı Cayley ağacı üzerinde, $kT/|J| = 0.03; 0.1$ ve 0.45 farklı sıcaklık değerlerinde $h/|J| = 4.0$ için alt örgü ve toplam mıknatıslanmanın anizotropiye $D/|J|$ göre değişimleri gösterilmektedir. Daha anlaşılır olması açısından Şekil 4.4.1(a)’da verilen parametreler için alt-örgü mıknatıslanmalarının anizotropiye göre olan değişimi verilmektedir. Elde edilen sonuçlardan, diğer tüm parametreler sabit tutulurken, sıcaklık değişiminin alt-örgü mıknatıslanmalarının değişimi üzerinde de oldukça baskın olduğu görülmektedir. $kT/|J| = 0.03$ gibi taban durum değerine oldukça yakın bir sıcaklıkta, alt-örgü mıknatıslanmaları doyum değeri 1 ve 0 değerlerinde daha geniş bir sıcaklık aralığında bulunurken, sıcaklığın $kT/|J| = 0.1$ ve 0.45 değerlerine çıkarılmasıyla, elipsi andıran bir davranış ortaya çıkmaktadır. Bu durum ise sıcaklık artışının termal dalgalanmaya yol açtığı sonucudur. İndirgenmiş sıcaklığın görece daha da yükseltilmesiyle $kT/|J| = 0.45$ için çatallanma durumu oldukça dar bir anizotropi aralığında meydana gelmektedir. Sıcaklığın yeterince yüksek değerlerinde ise bu davranış tümüyle ortadan kalkmaktadır. Yani alt-örgü mıknatıslanmaları birbirine eşit değerler almaktadır. Böylece sıcaklık artışının antiferromanyetik yapıyı bozduğu, bifurkasyon yapının ortadan kalktığı görülmektedir.

Şekil 4.6 (b)’de ise önceki durumda kullanılan tüm parametreler sabit tutulurken toplam mıknatıslanmanın anizotropiye göre olan değişimi incelenmektedir. Toplam mıknatıslanma (m_T)-anizotropi ($D/|J|$) değişiminde, taban duruma yakın olan çok düşük sıcaklıklarda, toplam mıknatıslanma şeklinde görüldüğü gibi basamağı andıran plato davranışı sergilemektedir. Burada özellikle ara bölgede oluşan platoya dikkat etmek önemlidir. Çünkü bu düzlük ancak oldukça düşük sıcaklıklarda oluşmakta ve sıcaklığın yükselişi ile birlikte bu durum kısmen bozulmakta ve yeterince yüksek sıcaklıklarda ise bu plato davranışı bütünüyle yok olmaktadır.

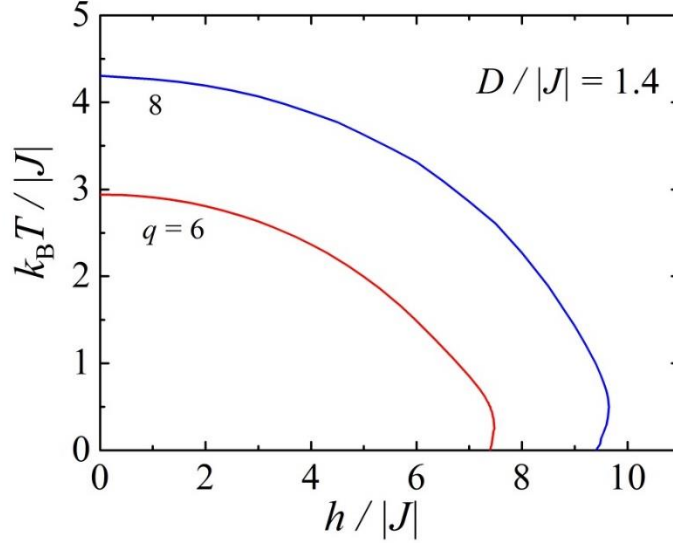
4.5. Faz Diyagramları

Bu kesimde modelin termal ve manyetik özelliklerini daha iyi anlamamızı sağlayacak olan sonlu sıcaklık faz diyagramları üzerinde durulacaktır.



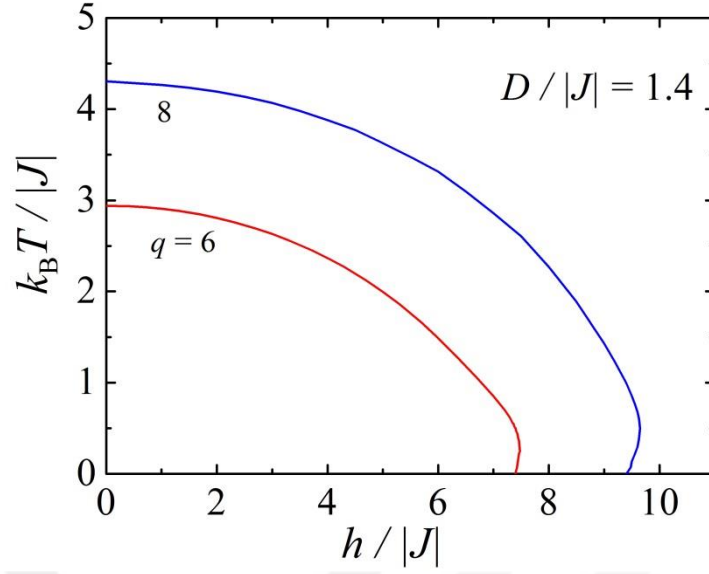
Şekil 4.7. İki-katlı Cayley ağacı koordinasyon sayısının $q=3, 4$ ve 5 değerleri için antiferromanyetik Blume-Capel modelinin $kT/|J| - h/|J|$ düzleminde sonlu sıcaklık faz diyagramı. $D/|J| = 1.4$

Şekil 4.7’de iki-katlı Cayley ağacı üzerinde $q=3, 4$ ve 5 ’e karşılık gelen koordinasyon sayıları için, modeli tanımlayan etkileşme parametresinin antiferromanyetik olması durumunda sonlu sıcaklık faz diyagramları görülmektedir. Şekil 4.7’den görülebilir ki, iki- katlı Cayley ağacı üzerinde antiferromanyetik spin-1 BC modeli olağan bir değişim sergilemektedir. Tek-iyon anizotropi parametresinin pozitif sabit $D/|J| = 1.4$ değeri için artan dış manyetik alanlar kritik sıcaklığın azalmasına ve sistemin düzensiz taban duruma geçmesine yol açmaktadır. Böylece yeterince güçlü manyetik alanlarda sistem düzensiz taban durum fazına geçmektedir. Düzenli ve düzensiz fazlar arasındaki faz geçiş çizgisi sürekli karakterde yani ikinci derecedendir. Örgü koordinasyon sayısının $q = 5$ değeri için şekilde görüldüğü gibi faz sınır çizgisi dik olarak taban duruma azalmakta iken, daha küçük koordinasyonlar yani, $q=3$ ve 4 için, bu durum kalkmakta ve faz sınır çizgisinin eğimi azalmaktadır. Böylece artan koordinasyon sayısının, taban duruma yakın sıcaklık ve yeterince yüksek dış manyetik alanlarda düzenli ve düzensiz fazlar arasındaki sınır çizgisinin azalışı yani eğimi üzerinde önemli etkisi bulunmaktadır.



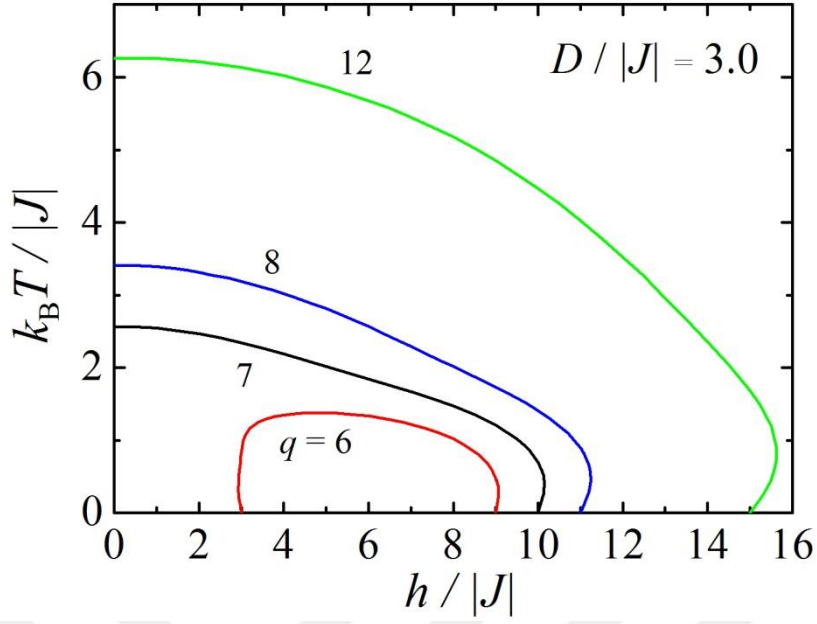
Şekil 4.8. İki-katlı Cayley ağacı koordinasyon sayısının $q=6$ ve 8 değerleri için antiferromanyetik Blume-Capel modelinin $kT/|J| - h/|J|$ düzleminde sonlu sıcaklık faz diyagramı. $D/|J| = 1.4$

Şekil 4.8’de elde edildiği üzere örgü koordinasyon sayısının termal ve manyetik özellikler üzerine etkili olduğu bilinmektedir. Bu maksatla, Şekil 4.8’de model, önceki durumdaki (Şekil 4.8) tüm parametreler sabit tutulup, sadece koordinasyon sayıları $q=6$ ve 8 alınarak modelin sonlu sıcaklık faz diyagramı $kT/|J| - h/|J|$ düzleminde elde edilmiştir. Burada koordinasyon sayısının artışına bağlı olarak, örgüyü oluşturan dalların daha sıkı bağlanması nedeniyle, sonlu sıcaklık faz diyagramları farklı bir davranış sergiler ki bu davranış daha önce Şekil 4.7’de görülen ardıl sürekli faz geçişlerinin meydana geldiği re-entrant davranış bölgesidir. Yani faz diyagramında $q = 6$ koordinasyon sayılı örgü için reentrant karakter gözlenir ve alt-örgü mıknatıslanmaları oldukça sınırlı bir manyetik alan aralığında, iki farklı sıcaklık değerinde (biri ardına) faz geçişi meydana gelmektedir. Bu bulgudan, re-entrant davranışın oluşumunda, örgü koordinasyonunun dolayısıyla Cayley ağaç geometrisinin, modelin manyetik davranışı üzerinde altta yatan temel faktör olduğu anlaşılmaktadır. Bu re-entrant (yeniden giriş) davranışı Şekil 4.8’de görüldüğü gibi örgü merkezi konum bağlantısının daha büyük değeri $q=8$ için biraz daha belirgin hale gelmektedir.



Şekil 4.9. İki-katlı Cayley ağacı koordinasyon sayısının $q=3, 4$ ve 5 değerleri için antiferromanyetik Blume-Capel modelinin $kT/|J|-h/|J|$ düzleminde sonlu sıcaklık faz diyagramı. $D/|J| = 3.0$

Örgü koordinasyonunun ve tek-iyon anizotropisinin modelin kritik davranışını nasıl etkilediğine dair kapsamlı bir anlayışa ulaşmak için, iki-katlı Cayley ağacı üzerindeki antiferromanyetik BC modeli, $D/|J| = 3.0$ için $q=3, 4$ ve 5 de elde edildi. İlk olarak, Cayley ağacının artan dalları göz önüne alındığında, modelin kritik davranışına olan etkisini kısaca yorumlayalım. Görüleceği gibi, kritik faz çizgileri ve dış alan bağımlılığı esas olarak altta yatan iki katlı Cayley ağacı koordinasyon sayısı ile değişir. Kritik faz çizgileri, klasik antiferromanyetik faz ve düzensiz faz arasındaki sıfır sıcaklık faz sınırına, $q < 5$ olan iki katlı Cayley ağacı için, kritik bir manyetik alan h_c değerine negatif eğim ile yaklaşmaktadır. Öte yandan, aynı model, $q = 5$ olan durum için dik inerek bir sonsuzluk gradyanı sergiler. Bu bulgu nedeniyle, re-entrant davranışı, daha yüksek koordinasyon sayıları $q > 5$ ve kritik manyetik alanlar $h > h_c$ için beklemeliyiz.



Şekil 4.10. İki-katlı Cayley ağacı koordinasyon sayısının $q=6, 7, 8$ ve 12 değerleri için antiferromanyetik Blume-Capel modelinin $kT/|J|-h/|J|$ düzleminde sonlu sıcaklık faz diyagramı. $D/|J| = 3.0$

Şekil 4.10'de görüldüğü gibi, $q=6, 7, 8$ ve 12 koordinasyonları için, reentrant davranışı, kritik alan $h > h_c$ üzerindeki alan ve kritik alan $h < h_c$ altındaki alan için sınırlı bir dış manyetik alan aralığında elde edilmiştir. Koordinasyon sayısının 6 dan 7 çıkarılmasıyla, sol taraftaki re-entrant davranış kaybolmasına rağmen sağ taraftaki davranış varlığını korumaktadır. Artan koordinasyonlarda geçiş sıcaklıklarının da artışına ek olarak re-entrant davranış daha belirgin hale gelmektedir. Benzer durum, yani kritik faz çizgilerinin artan dış alan ile azalışı $q > 7$ için tüm koordinasyonda görülmektedir. Benzer şekilde, re-entrant davranış, oldukça dar bir manyetik alan aralığında elde edilir.

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmada, dış manyetik alan varlığında iki-katlı Cayley ağacı üzerinde spin-1 Blume-Capel modelinin, mıknatıslanma süreci ve faz geçişleri incelenerek faz diyagramları elde edilmiştir. Model Hamiltonyeni, spin-1 atomları arasındaki en yakın komşu etkileşimini, tek-iyon anizotropi parametresini ve dış manyetik alanı içermektedir. İlk olarak, tam tekrarlama yöntemi kullanılarak, dış manyetik alan varlığında, iki-katlı Cayley ağacı üzerinde tam tekrarlama bağıntıları uzun hesaplamalar sonucunda elde edildi. Nümerik hesaplamalar, antiferromanyetik etkileşim için, alt örgü ve toplam mıknatıslanmaların ayrıntılı olarak incelemesini sağlamıştır. Sonlu sıcaklık faz diyagramlarında dış alan varlığında re-entrant faz geçiş davranışı elde etme olasılığı da araştırıldı. Modeli tanımlayan etkileşme parametre aralığının sadece sınırlı aralığında, antiferromanyetik (AFP) ve düzensiz fazlar (DP) arasındaki taban durum faz sınırına yakın olan durumda, yeterince yüksek örgü koordinasyon sayıları için ($q=6,8$ ve 12), re-entrant davranış sergilediği gösterilmiştir.

Böylece, iki katlı Cayley ağacında tanımlanan antiferromanyetik spin-1 BC modeli, her iki örgü arasında (Bethe örgüsü ve iki-katlı Cayley ağacı) farklı geometri bulunmasına rağmen, eşit koordinasyon sayıları için birbirinden farklı olsa bile temelde aynı kritik davranışı göstermektedir. Diğer taraftan, koordinasyon numarası $q=3, 4$ ve 5 olan iki-katlı Cayley ağacı için, sonlu-sıcaklık faz diyagramı sınırlarında re-entrant davranış meydana gelmemektedir. Her iki alt örgü manyetizasyonunun sıcaklık bağımlılıkları da araştırılmış ve detaylı olarak tartışılmıştır. Özellikle dikkatimiz, harici manyetik alanın mıknatıslanma platosu üzerindeki etkisinin doğasının belirlenmesine odaklanmıştır.

KAYNAKLAR

- Akinci, Ü. (2016). Crystal field dilution in S-1 Blume-Capel model: Hysteresis behaviors. *Phys. Lett. A* 380, 1352-1357. <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2016.01.056>
- Bakchich, A., Bekhechi, S., Benyoussef, A. (1994). Multicritical behavior of the antiferromagnetic spin-3/2 Blume-Capel model. *Physica A* 210, 415-423. [https://doi.org/10.1016/0378-4371\(94\)90089-2](https://doi.org/10.1016/0378-4371(94)90089-2)
- Batı, M., (2019). Dynamic hysteresis and compensation behaviors of the bilayer Blume-Capel model under an oscillating magnetic field. *Mod. Phys. Lett. B* 33, 1950369. <https://doi.org/10.1142/S021798491950369X>
- Baxter, R. (1982). *Exactly Solved Models in Statistical Mechanics*, Academic Press, New York.
- Bekhechi, S., Benyoussef, A. (1997). Multicritical behavior of the antiferromagnetic spin-3/2 Blume-Capel model: Finite-size-scaling and Monte Carlo studies. *Phys. Rev. B* 56, 13954-13959. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.56.13954>
- Blume, M. (1966). Theory of the first-order magnetic phase change in UO_2 . *Phys. Rev.* 141, 517 <https://doi.org/10.1103/PhysRev.141.517>
- Burkhardt, T. W. (1976). Application of Kadanoff's lower-bound renormalization transformation to the Blume-Capel model. *Phys. Rev. B* 14, 1196-1201. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.14.1196>
- Capel, H. W.(1966). On the possibility of first-order phase transitions in Ising systems of triplet ions with zero-field splitting. *Physica* 32, 966. [https://doi.org/10.1016/0031-8914\(66\)90027-9](https://doi.org/10.1016/0031-8914(66)90027-9)
- Delale, C.(1989). An exactly solvable two-fold Cayley tree model. *Int. J. Mod. Phys. B* 3, 1523. <https://doi.org/10.1142/S0217979289000981>
- Du, A., Yu, Y. Q., Liu, H. J. (2003). Expanded Bethe-Peierls approximation for the Blume-Capel model. *Physica A* 320, 387-397. [https://doi.org/10.1016/S0378-4371\(02\)01653-9](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(02)01653-9)

- Ekiz, C. (2004). Bethe lattice consideration of the antiferromagnetic spin-1 Ising model. *Phys. Lett. A* 324, 114-119.
- Ekiz, C. (2004). The antiferromagnetic spin-3/2 Blume-Capel model on the Bethe lattice using the recursion method. *J. Magn. Magn. Mater.* 284, 409-415.
- Ekiz, C. (2009). An exactly solvable spin-1 model under external magnetic field. *Communications in Theoretical Physics* 52, 539-544.
- Ekiz, C. (2016). Constant-coupling approximation study of spin-1 Blume-Capel model. *Mod. Phys. Lett. B* 30, 1650240. <https://doi.org/10.1142/S0217984916502407>
- Ekiz, C. Önderışık, N. (2021). Reentrant phase transitions in the Blume-Capel antiferromagnet on a recursive lattice. *J. Super. Nov. Mag.* 34, 3037-3043. DOI: 10.1007/s10948-021-05943-6
- Ekiz, C., Keskin, M., Yalçın, M. (2001). Metastable and unstable states of the Blume-Capel model obtained by the cluster variation method and the path probability method. *Physica A* 293, 215-232. [https://doi.org/10.1016/S0378-4371\(00\)00595-1](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(00)00595-1)
- Ertaş, M., Kocakaplan, Y., Keskin, M. (2013). Effective-field theory for dynamic phase diagrams of the kinetic spin-3/2 Blume-Capel model under a time oscillating longitudinal field. *J. Magn. Magn. Mater.* 348, 113-119. <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2013.08.012>
- Grollau, S. (2002). Phase diagram of the spin-3/2 Blume-Capel model in three dimensions. *Phys. Rev. E* 65, 056130 <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.65.056130>
- Gülpınar, G., İyikanat, F. (2011). Dynamics of the Blume-Capel model with quenched diluted single-ion anisotropy in the neighborhood of equilibrium states. *Phys. Rev. E* 83, 041101. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.83.041101>
- <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2004.07.007>
- <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.35.3347>
- Ising, E. (1925). Beitrag zur Theorie des Ferromagnetismus. *Zeitschrift für Physik*, 31, 253-258.
- Kimel, J. D., Black, S., Carter P., Wang Y.-L. (1987). Monte Carlo study of the antiferromagnetic two-dimensional Blume-Capel model. *Phys. Rev. B* 35, 3347-3353.

- Kimel, J. D., Rikvold P. A., Wang Y.-L. (1992). Phase diagram for the antiferromagnetic Blume-Capel model near tricriticality. *Phys. Rev. B* 45, 7237-7243. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.45.7237>
- Masrour, R., Jabar, A., Bahmad, L., Hamedoun, M., Benyoussef, A. (2017). Magnetic properties of mixed integer and half-integer spins in a Blume-Capel model: A Monte Carlo study. *J. Magn. Magn. Mater.* 421, 76-81. <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2016.07.069>
- Néel, M. L. (1948). Propriétés magnétiques des ferrites; ferrimagnétisme et antiferromagnétisme. *Ann. Der Physik* 12, 137-198. <https://doi.org/10.1051/anphys/194812030137>
- Onsager, L. (1944). Crystal Statistics. I. A Two-Dimensional Model with an Order Disorder Transition. *Physical Review*, 65, 117-149.
- Plascak, J. A., Moreira, J. G., Sa Barreto, F. C. (1993). Mean field solution of the general spin Blume-Capel model. *Phys. Lett. A* 173, 360-364. [https://doi.org/10.1016/0375-9601\(93\)90250-4](https://doi.org/10.1016/0375-9601(93)90250-4)
- Santos, J. P., Sa Barreto, F. C., Rosa, D. S., (2017). Tricritical behavior of the Blume-Capel model on a diamond lattice. *J. Magn. Magn. Mater.* 423, 175-182. <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2016.09.086>
- Saul, D. M., Wortis, M., Stauffer, D. (1974). Tricritical behaviour of the Blume-Capel model. *Phys. Rev. B* 9, 4964-4980. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.9.4964>
- Vatansever, E., Fytas, N. G. (2018). Dynamic phase transition of the Blume-Capel model in an oscillating magnetic field. *Phys. Rev. E* 97, 012122. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.97.012122>
- Wang, Y. L., Kimel J. D. (1991). Multicritical behavior in the antiferromagnetic Blume-Capel model. *J. App. Phys.* 69, 6176-6178. <https://doi.org/10.1063/1.348797>
- Wang, Y.-L., Lee, F., (1984). Linked-cluster series analysis of the Blume-Capel model. *Phys. Rev. B* 29, 5156-5164. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.29.5156>
- Yeomans, J. M. (1992). *Statistical Mechanics of Phase Transitions*, Oxford University Press, pp.15-31, Newyork.
- Yessoufou, R. A., Karimou, M., Hontinfinde, F. (2018). EFT study of critical properties of

the mixed spin-2 and spin-3/2 Blume-Capel model on the honeycomb lattice. *Mod. Phys. Lett. B* 32, 1850015. <https://doi.org/10.1142/S021798491850015X>

Yüksel, Y.(2020). Dynamic phase transition and universality in a quasi 2D system: Bilayer Ising/Blume-Capel ferromagnet on a honeycomb lattice. *J. Magn. Magn. Mater.* 513,167249. <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2020.167249>

Yüksel, Y., Akıncı, Ü., Polat, H. (2009). An introduced effective-field approximation and Monte Carlo study of a spin-1 Blume-Capel model on a square lattice. *Physica Scripta* 79, 045009. <https://doi.org/10.1088/0031-8949/79/04/045009>



T.C.
AYDIN ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

BİLİMSEL ETİK BEYANI

“İKİ-KATLI CAYLEY AĞACI ÜZERİNDE BLUME-CAPEL MODELİNİN FAZ DİYAGRAMLARI” Başlıklı Yüksek Lisans tezindeki bütün bilgileri etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada, bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiz atıf yaptığımı bildiririm. ifade ettiklerimin aksi ortaya çıktığında ise her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ederim.

Nalan ÖNDERİŞİK

.../.../2022