

**ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
FİZİK ANABİLİM DALI  
2014-YL-001**

**KARMA SPİN-1/2 VE SPİN-1 ISING MODELİNİN BİR DIŞ  
MANYETİK ALANDA DEKORE EDİLMİŞ BETHE  
ÖRGÜSÜ ÜZERİNDE TAM ÇÖZÜMÜNÜN İNCELENMESİ**

**Duygu SELVİ**

**Tez Danışmanı:  
Prof. Dr. Cesur EKİZ**

**AYDIN**



**ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE**  
**AYDIN**

Fizik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Programı öğrencisi Duygu SELVİ tarafından hazırlanan "Karma Spin-1/2 ve Spin-1 Ising Modelinin Bir Dış Manyetik Alanda Dekore Edilmiş Bethe Örgüsü Üzerinde Tam Çözümünün İncelenmesi" başlıklı tez, 27.05.2014 tarihinde yapılan savunma sonucunda aşağıda isimleri bulunan jüri üyelerince kabul edilmiştir.

	Ünvanı Adı Soyadı	Kurumu	İmzası
Başkan :	Prof. Dr. Cesur EKİZ	Adnan Menderes Üniv.	
Üye :	Doç. Dr. Ümit AKINCI	Dokuz Eylül Üniv.	
Üye :	Doç. Dr. Ethem AKTÜRK	Adnan Menderes Üniv.	

Jüri üyeleri tarafından kabul edilen bu Yüksek Lisans tezi, Enstitü Yönetim Kurulunun ..... sayılı kararıyla .../.../2013 tarihinde onaylanmıştır.

Prof. Dr. Cengiz ÖZARSLAN  
Enstitü Müdürü



**ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE**  
**AYDIN**

Bu tezde sunulan tüm bilgi ve sonuçların, bilimsel yöntemlerle yürütülen gerçek deney ve gözlemler çerçevesinde tarafımdan elde edildiğini, çalışmada bana ait olmayan tüm veri, düşünce, sonuç ve bilgilere bilimsel etik kuralların gereği olarak eksiksiz şekilde uygun atıf yaptığımı ve kaynak göstererek belirttiğimi beyan ederim.

27.05.2014

Duygu SELVİ



## ÖZET

### KARMA SPİN-1/2 VE SPİN-1 ISING MODELİNİN BİR DIŞ MANYETİK ALANDA DEKORE EDİLMİŞ BETHE ÖRGÜSÜ ÜZERİNDE TAM ÇÖZÜMÜNÜN İNCELENMESİ

Duygu SELVİ

Yüksek Lisans Tezi, Fizik Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Cesur EKİZ

2014, 45 sayfa

Bu çalışmada, dış manyetik alan varlığında dekore edilmiş Bethe örgüsü üzerinde karma spin Ising modeli tam tekrarlamaya bağıntılarına dayalı kesin bir metot ile dekorasyon–iterasyon dönüşümünün birlikte kullanılmasıyla tam olarak çözüldü. Model Hamiltonyeni spin-1/2 ve spin- $S$  atomları arasındaki en yakın komşu etkileşme parametresi ( $J$ ), spin-1/2 atomları arasındaki gelecek en yakın komşu etkileşme parametresi ( $J'$ ), tek-iyon anizotropi parametresi ( $D$ ) ve spin-1/2 ve spin- $S$  manyetik atomları üzerine etkiyen dış manyetik alan ( $H_A$  ve  $H_B$ ) parametrelerini içermektedir. Dekorasyon-iterasyon dönüşümü kullanılarak, karma spin-1/2 ve spin- $S$  Ising modeli ve basit Bethe örgüsü üzerindeki spin-1/2 Ising modeli arasında tam bir ölçekleme eşitliği elde edildi. Dekorasyon-iterasyon dönüşümü ve tam tekrarlamaya yöntemi kullanılarak bölüşüm fonksiyonu, alt-örgü mıknatıslanmaları ve net mıknatıslanma ifadeleri türetildi. Ferrimanyetik modelin manyetik özellikleri üzerine, anizotropi parametresi  $D$ , dekore edilmiş spinler arasındaki etkileşme parametresinin  $J'$  ve dış manyetik alanın etkileri incelendi. Bu çalışmada, dekore edilmiş Ising modelinin çoğu ilginç davranışları elde edildi. Bunlardan en önemlisi modelde iki tane kompensasyon sıcaklığının ardıl şekilde meydana gelmesi ve Hamiltonyendeki etkileşme parametrelerinin farklı değerleri için kritik davranış sergilemesidir. Modelin faz diyagramlarının elde edilmesi sonucunda ferrimanyetik ve paramanyetik fazın meydana geldiği görülmüş ve bu durumda  $q \geq 5$  koordinasyon sayısı için re-entrant faz dönüşümü sergilemektedir.

#### Anahtar Sözcükler

Karma Spin Ising Model, Bethe Örgüsü, Dekorasyon-Iterasyon Dönüşümü, Ferrimanyetizma, Manyetik Özellikler, Re-entrant Faz Dönüşümleri





**ABSTRACT****The Study of Exact Solution of the Mixed spin-1/2 and spin-1 Ising Model on a Decorated Bethe Lattice in an External Magnetic Field**

Duygu SELVİ

M.Sc. Thesis, Department of Physics

Supervisor: Prof. Dr. Cesur EKİZ

2014, 45 pages

In this study, the mixed-spin Ising model in the external magnetic field on a decorated Bethe lattice is solved exactly by combining the decoration-iteration transformation with the method of exact recursion relations. The model Hamiltonian includes the nearest-neighbor interaction between the spin-1/2 and spin- $S$  atoms, the next-nearest-neighbor interaction between the spin-1/2 atoms, the uniaxial single-ion anisotropy and the external magnetic fields. The decoration-iteration transformation makes it possible to establish a rigorous mapping relationship with the equivalent spin-1/2 Ising model on a simple Bethe lattice. The model is subsequently exactly treated within the framework of the exact recursion relations. The exact calculations for the partition function, total and both sublattice magnetizations were derived by making use of the rigorous approach. The effect of next-nearest-neighbor interaction, single-ion anisotropy and external magnetic field on magnetic properties of the ferrimagnetic model is studied in particular. The most interesting finding stemming from our present study is an exact evidence of a rather diverse magnetization process. It is shown that the total magnetization may exhibit multicomensation phenomenon and the critical temperature vs. single-ion anisotropy dependence basically changes with the coordination number of the underlying Bethe lattice. It is demonstrated that the investigated spin model with a sufficiently high coordination number of the Bethe lattice may exhibit reentrant phase transitions.

**Key Words**

Mixed-Spin Ising Model, Bethe Lattice, Decoration-Iteration Transformation, Ferrimagnetism, Magnetic Properties, Reentrant Phase Transitions



## ÖNSÖZ

Bu çalışmada; eğitim hayatım boyunca maddi manevi her türlü imkanı sağlayan anneme ve babama, bana her zaman destek olan arkadaşlarıma, her yönüyle takdir ettiğim ve hiçbir zaman yardımlarını esirgemeyen çok değerli hocam Prof. Dr. Cesur EKİZ'e teşekkür ederim.

Duygu SELVİ



**İÇİNDEKİLER**

KABUL ONAY SAYFASI . . . . .	iii
BİLİMSEL ETİK BİLDİRİM SAYFASI . . . . .	v
ÖZET . . . . .	vii
ABSTRACT . . . . .	ix
ÖNSÖZ . . . . .	xi
ŞEKİLLER DİZİNİ . . . . .	xv
1. GİRİŞ . . . . .	1
2. KAYNAK ÖZETİ . . . . .	7
3. MATERYAL VE YÖNTEM . . . . .	11
3.1. Materyal . . . . .	11
3.2. Yöntem . . . . .	12
3.2.1. Bethe Örgüsü Üzerinde Spin-1/2 Ising Modeline Uygulanması . . . . .	12
4. BULGULAR VE TARTIŞMA . . . . .	17
4.1. İterasyon Yönteminin Karma Spin Ising Modeline Uygulanması . . . . .	17
4.1.1. Alt-örgü ve Toplam Manyetizasyonun Sıcaklığa Göre Değişimleri . . . . .	20
4.1.2. Faz Diyagramları . . . . .	34
5. TARTIŞMA VE SONUÇ . . . . .	37
KAYNAKLAR . . . . .	39
ÖZGEÇMİŞ . . . . .	45



## ŞEKİLLER DİZİNİ

<b>Şekil 1.1.</b>	Kritik manyetik alan ve kritik sıcaklıkta süper iletken faz geçişi	2
<b>Şekil 1.2.</b>	$h = 0$ 'da kendiliğinden manyetizasyon $M$ 'nin sıcaklıkla değişimi	3
<b>Şekil 3.1.</b>	$q=3$ koordinasyon sayılı dekore edilmiş Bethe örgüsü üzerindeki karma spin Ising modeli	11
<b>Şekil 3.2.</b>	Bir Cayley Ağacının, $q=3$ ve $N=4$ Konumlu Üretiminin Gösterimi	12
<b>Şekil 4.1.</b>	$q=3$ koordinasyon sayılı dekore edilmiş Bethe örgüsü üzerindeki karma spin Ising modeli	17
<b>Şekil 4.2.</b>	Toplam manyetizasyonun $M$ farklı sıcaklık değişimleri için kapsamlı Neél sınıflandırması	20
<b>Şekil 4.3.</b>	Koordinasyon sayısı $q = 3$ ve $q = 6$ değerleri için toplam ve alt-örgü mıknatıslanmalarının termal değişimleri $J'/ J  = 0$ (sabit) ve anizotropi parametresinin farklı iki değeri için (a) $D/ J  = -0.5$ (b) $D/ J  = -1.05$	21
<b>Şekil 4.4.</b>	Koordinasyon sayısı $q = 4$ için mıknatıslanmaların termal değişimleri $J'/ J  = -0.5$ ve anizotropi parametresinin farklı iki değeri için (a) $D/ J  = -1.5$ (b) $D/ J  = -0.25$	23
<b>Şekil 4.5.</b>	Koordinasyon sayısı $q = 4$ için toplam ve alt-örgü mıknatıslanmaların termal değişimleri (a) $D/ J  = -0.75$ ve $J'/ J  = 0.1$ (b) $D/ J  = -1.25$ ve $J'/ J  = 0.1$ (c) $D/ J  = -1.0$ ve $J'/ J  = 3.0$ (d) $D/ J  = -1.0$ ve $J'/ J  = 3.0$	26
<b>Şekil 4.6.</b>	Koordinasyon sayısı $q = 4$ için toplam ve alt-örgü mıknatıslanmaların sıcaklığa göre değişimleri $D/ J  = -1.4$ ve $J'/ J  = 3.0$	27
<b>Şekil 4.7.</b>	Koordinasyon sayısı $q = 6$ için toplam ve alt-örgü mıknatıslanmaların termal değişimleri $D/ J  = -0.89$ ve $J'/ J  = -0.2$	28
<b>Şekil 4.8.</b>	Koordinasyon sayısı $q = 4$ ve $J'/ J  = -1.0$ değerleri için dış manyetik alan varlığında anizotropi parametresinin farklı değerleri için alt-örgü mıknatıslanmalarının sıcaklığa göre değişimleri (a) $D/ J  = -0.2$ (b) $D/ J  = 0.0$	29
<b>Şekil 4.9.</b>	Koordinasyon sayısı $q = 4$ , $J'/ J  = 3.0$ , $D/ J  = -1.0$ ve farklı sıcaklık değerleri için alt-örgü mıknatıslanmalarının dış manyetik alana göre değişimleri (a) $k_B T/ J  = 0.01$ (b) $k_B T/ J  = 0.8$	30
<b>Şekil 4.10.</b>	Koordinasyon sayısı $q = 4$ ve $J'/ J  = -1.0$ , $k_B T/ J  = 0.1$ ve $k_B T/ J  = 0.5$ değerleri için alt-örgü mıknatıslanmalarının anizotropi parametresine göre değişimi (a) $H_A/ J  = 0.0$ (b) $H_A/ J  = 0.8$	32

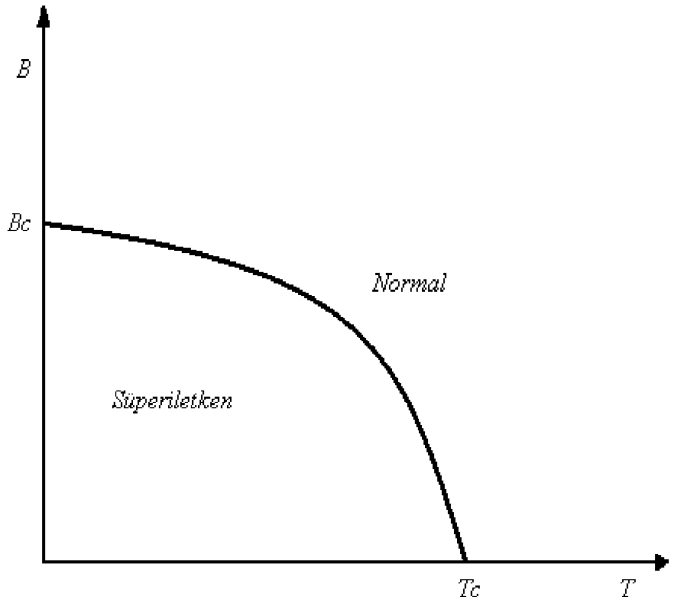
- Şekil 4.11.** Dekore edilmiş Bethe örgüsü üzerinde karma spin-1/2 ve spin-1 Ising modelinin anizotropi parametresi olarak  $D/|J|$ 'nin fonksiyonu  $J'/|J| = 0.0$  ve  $q = 3, 4, 5, 6$  ve 8 değerleri için faz dönüşüm çizgileri . . . . . 34
- Şekil 4.12.**  $q = 4$  koordinasyon sayılı dekore edilmiş Bethe örgüsü üzerinde karma spin-1/2 ve spin-1 Ising modelinin  $J'/|J| \geq 0.0$  değerleri için faz diyagramı . . . . . 35
- Şekil 4.13.**  $q = 6$  koordinasyon sayılı Bethe örgüsü üzerinde karma spin-1/2 ve spin-1 Ising modelinin,  $J'/|J| \leq 0.0$  değerleri için faz diyagramı . . . . . 36



## 1. GİRİŞ

Fiziksel kooperatif olayların termodinamik davranışları, örneğin akışkan konsantrasyonu, gazların soğurulması, ikili veya üçlü sıvı ve gaz karışımlarının faz dönüşümleri, ikili alaşımlardaki düzenli-düzensiz faz geçişleri, sıvıların donması, manyetik faz geçişleri, spin-1/2 Ising veya iki durumlu sistemler kullanılarak açıklanabilmektedir. Yukarıda belirtilen faz dönüşümleri iki durum ve tek bir düzen parametresiyle karakterize edilir. Bu tek parametreye bağlı olarak sistemin hangi fazda olacağı ve hangi koşulda (genellikle sıcaklık kastedilir) diğer faza geçeceği bulunabilir. Fazlar maddelerin (ya da sistemler) belli özelliklerine göre sınıflandırılmasıyla oluşmuşlardır ve her bir faz kendine özgü belli özellikler sergiler. Örneğin bir magnet için ferromanyetik fazda net bir mıknatıslanma tanımlıdır. Fakat paramanyetik fazda mıknatıslanma sıfırdır. Doğadaki sistemler belli özellikleri temel alınarak sınıflandırılıp aynı evrensellik kümesi içine alınabilirler. Bu amaçla, sistemlerin çeşitli karakteristik özellikleri kullanılır. Örneğin, maddeler kendilerini oluşturan atom ya da moleküller arasındaki uzaklık ve etkileşmelerinin şiddeti göz önüne alınarak katı-sıvı-gaz olarak sınıflandırılabilirler. Yine katılar, atom veya atom gruplarının (örgü noktalarının) diziliş yapılarına göre kristal ya da amorf yapı katılar olarak sınıflandırılırlar. Benzer şekilde maddeler manyetik durumlarına göre; ferromanyetik, ferrimanyetik, antiferromanyetik, paramanyetik ve diamanyetik şeklinde sınıflandırılabilirler. İşte yukarıda sözü edilen sınıfların her birine faz (durum) denir. Uygun şartlar altında, bu fazlar arasında geçişler olur. Buna da faz dönüşümü denir. Katı fazda bulunan bir miktar buzun uygun şartlarda sıvı faza geçmesi olayıdır ve her sistemin bulunduğu fazı bildiren, sistemin karakteristiğine bağlı olan matematiksel fonksiyonlar vardır. Bu fonksiyonlara düzen parametresi denir. Ferroelektrikler için elektrik dipol momenti, iki durumlu manyetik sistemler için manyetizasyon (mıknatıslanma) bir düzen parametresidir. Bununla

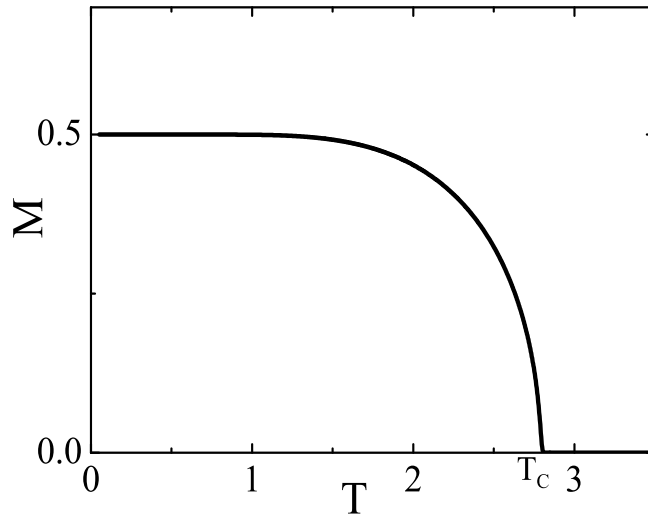
birlikte bu parametrelerle ilişkili olan diğer fonksiyonlarda düzen parametresi olarak alınabilirler. Mıknatıslanma bir düzen parametresidir, ama alınganlık mıknatıslanma ile türev ilişkili olduğundan alınganlık bir sistemin fazı hakkında bilgi verir. Faz dönüşümleri, sistemin diğer termodinamik nicelikleri ( $P$ ,  $V$ ,  $v.b$ ) sabit tutulduğunda belli bir sıcaklıkta gerçekleşir. Bu sıcaklığa kritik sıcaklık ( $T_c$ ) denmektedir. Ayrıca faz geçiş sıcaklığı civarında sistemde ilginç özellikler ortaya çıkar. Örneğin, sistemin bazı termodinamik fonksiyonları ıraksar, ayrıca sistemi oluşturan parçacıklar arasında sonsuz erimli bir korelasyon oluşur. Yani, sistemin en uzak noktasındaki iki parçacık birbirini görebilir. Aşağıdaki şekillerde faz geçişlerine bazı örnekler gösterilmiştir:



**Şekil 1.1.** Kritik manyetik alan ve kritik sıcaklıkta süper iletken faz geçişi

Şekil 1.1, kritik manyetik alan ( $B_c$ ) ve kritik sıcaklıkta ( $T_c$ ) süperiletken faz geçişini gösterir. Sistem belli bir  $B_c$  ve  $T_c$  değerinin altında süper iletken fazda iken bu değerlerin üzerindeki değerler için normal fazdadır.

Şekil 1.2, bir magnet için manyetizasyonun sıcaklıkla değişimini göstermektedir. Burada, ferromanyetik-paramanyetik faz geçişi meydana gelmektedir.  $T_c$  kritik



**Şekil 1.2.**  $h = 0$ 'da kendiliğinden manyetizasyon  $M$ 'nin sıcaklıkla değişimi

sıcaklığı göstermektedir ve bu kritik sıcaklığın altındaki değerlerde sistem ferromanyetik fazda iken, kritik sıcaklık ve üzeri değerleri için paramanyetik faza geçmiştir. Bu şekilde göze çarpan ilk şey, bir kritik sıcaklık değeri ve bu değerde sistemin faz dönüşümü geçirmesidir. Faz geçişleri birinci dereceden faz geçişi ve ikinci dereceden faz geçişi olmak üzere ikiye ayrılır. İki fazın Gibbs ya da Helmholtz serbest enerjilerinin kritik sıcaklıkta birbirine eşit yani sürekli, ancak sıcaklığa ya da basınca göre türevlerinin süreksiz olduğu faz geçişlerine birinci dereceden faz geçişi denir. İkinci dereceden faz geçişinde ise kritik nokta da serbest enerjinin sıcaklığa göre türevi tanımlı yani sürekli dir. Yukarıdaki Şekil 1.2'de ikinci dereceden bir faz geçişidir. İkinci dereceden faz geçişlerine sürekli faz geçişi denmesinin sebebi budur. Faz geçişleri ve uygulamaları istatistik fiziğin en yoğun çalışılan konularındandır. Manyetik sistemlerin termodinamiği ve faz geçişleri için sıklıkla kullanılan sistem Ising modelidir. Bu model ilk olarak Lenz tarafından 1920 yılında ferromanyetik maddelerin (demir, nikel v.b.) faz dönüşümlerinin açıklanabilmesi amacıyla doktora öğrencisi Ising'e tez konusu olarak verilmiş

ve 1925 yılında Ising tarafından bir boyutta çözümü yapılmıştır. Ising, tezinde manyetik momentlerin bir zincir üzerindeki özel dizilimini incelemiştir. Bu dizilimde momentlerin özel olarak sadece aşağı ve yukarı yönelimlere sahip olduğu ve sadece en yakın komşuları ile çiftler halinde etkileştiği varsayıldı. Ising, modelin tek boyuttaki çözümünü yaparak tek boyutta sıfırdan farklı sıcaklıklarda faz dönüşümünün olmadığını göstermiştir. Ortaya çıkan bu sonuç neticesinde ilk önceleri modele olan ilgi azalmıştır. Ancak daha sonraki yıllarda Heisenberg modelinin geliştirilmesi ve Onsager tarafından modelin iki boyuttaki ve sıfır manyetik alanda tam çözümünün yapılması, modele olan ilgiyi artırmıştır. İlk önceleri Lenz-Ising modeli olarak anılan model daha sonraları Ising modeli olarak adlandırılmıştır. 1941 yılında Kramers ve Wannier dış manyetik alan yokluğunda kare örgü için kritik sıcaklık değerini veren bir ifade buldu [1]. 1944 yılında Onsager, Helmholtz serbest enerjisini kullanarak Kramers ve Wannier tarafından bulunan kritik sıcaklık değerinin doğruluğunu açık bir şekilde gösterdi [2]. 1960 yılında Domb, iki boyutta bal peteği ve üçgen örgü için Ising modelinin tam çözümü yaptı [3].

Modelin basit olmasına rağmen üzerinde yoğun şekilde çalışılır olmasının sebepleri arasında, gerçekte bu modelle örtüşen sistemler olmasının yanı sıra evrensellik kavramı ile çok daha farklı sistemlerin de böylesine basit bir modelle açıklanabilmesi sayılabilir. Ising modeli kullanılarak açıklanan fiziksel olaylardan birisi faz geçişidir. Faz geçişi daha önce üzerinde durulduğu gibi, sistemin bir fazdan diğer bir faza geçmesi olayıdır. Kritik sıcaklıkta meydana gelir. Kritik sıcaklık ve civarında sistemin ve sistemi oluşturan parçacıkların davranışlarının incelenmesi sırasında, kritik üsler kavramı ortaya çıkar. Kritik üsler, sıcaklığın kritik sıcaklığa gittiği durumda sistemin düzen parametrelerinin davranışını anlatır. Aynı evrensellik sınıfına ait sistemlerin termodinamik fonksiyonlarının, faz geçişi yakınında ya da sırasında aynı davranışı gösterdikleri kritik üsleri de aynıdır. Bu duruma örnek olarak süper akışkan fazdan normal

faza geçiş olayı, sistemle aynı evrensellik sınıfında bulunan daha basit bir sistemin açıklanmasıyla mümkün olabilmektedir. Sistemin kendi içerisinde dengede olup olmadığının anlaşılabilmesi düzen parametresi adı verilen bir değişken tarafından açıklanabilmektedir. Manyetik sistemler için düzen parametresi olarak sistemin manyetizasyonu böyle bir parametredir. Manyetizasyon sıfır ise sistem paramagnetik fazda yani düzensizdir. Ferromanyetik ya da antiferromanyetik fazdan paramanyetik faza geçiş sırasında sistemin düzenli halden düzensiz hale geçmesi kritik sıcaklık değerinde meydana gelir. Ising modeli, manyetik sistemlerdeki kritik noktaları ve faz dönüşümlerini açıklayabilmek için ileri sürülmüş ve daha sonraları, değişik manyetik sistemlerin anlaşılması için geliştirilmiş bir modeldir.

Üzerinde en fazla çalışılan Ising modeli, karma spin-1/2 ve spin-1 Ising modelidir. Son zamanlarda dekore edilmiş model üzerinde çalışılmıştır. Modelin ilginç bir özelliği, kompensasyon sıcaklığının oluşumu, ancak kritik sıcaklık değerinin altında meydana gelmektedir ( $T_{comp} < T_c$ ) [4]. Bu sıcaklığın altında net mıknatıslanma olmasına rağmen bu sıcaklık değerinde net mıknatıslanma sıfırdır. Kompansasyon sıcaklığının oluşumu termomanyetik kayıt alanında teknolojik öneme sahiptir [5, 6]. Çünkü sadece küçük bir sürücü alanında bir manyetik kutup değişimi elde etmek için bir kompensasyon noktası gereklidir. Bunun yanı sıra Karma spin Ising modelleri tek-spin eşleriyle karşılaştırıldığında çok çeşitli kritik davranış gösterebilen standart spin-1/2 Ising modellerinin en ilginç uzantılarına aittir. Dekore edilmiş Ising modeli ilk olarak Syozi ve ark. [7] tarafından ferrimanyetizmanın temel bir modeli olarak tanımlanmıştır. Dekore edilmiş modelde, manyetizasyonun sıcaklığa göre davranışı detaylı bir şekilde incelenmiş ve elde edilen sonuçlar, gerçek ferrimanyetik materyallerin bazı karakteristik özelliklerinin açıklanmasında yol gösterici olmuştur [8, 9]. Son zamanlarda, değişik dekore edilmiş karma spin Ising modelinin manyetik özellikleri, bazı tam [10–17] ve yaklaşık çözümleri [18–27] istatistik mekanik tekniklerle incelenmiştir.

Bu tezde ise amacımız, karma spin-1/2 ve spin-1 Ising modelinin dekore edilmiş Bethe örgü üzerinde manyetik özelliklerini, dekorasyon-iterasyon dönüşümü ve tam tekrarlama yöntemini kullanarak incelemektir [28]. Modelin tam çözümünün incelenmesinde ilk önce dekorasyon-iterasyon dönüşümü modele uygulanacak ve daha sonrada Bethe örgüsü üzerinde modelin tam tekrarlama yöntemine dayalı çözümü yapılacaktır. Elde edilen mıknatıslanma bağıntılarının bilgisayar çözümüyle modelin manyetik özellikleri incelenecektir.

## 2. KAYNAK ÖZETİ

Son zamanlarda Ising modelini tanımlayan Hamiltonyende farklı spinli durumlar dikkate alınarak çalışma yapılmaya başlanmıştır. Karma spinli sistemlerde, tek spinli Ising modelinde görülmeyen çoğu davranışlar görülür. Ayrıca karma spinli Ising modelinde akademik çalışmalara katkısının yanı sıra teknolojik uygulamalar için ilginç ve yararlı özelliklere sahip olmasından dolayı ferrimanyetik bileşimlerin davranışlarını incelemek için kullanılırlar. Üzerinde en fazla çalışılan karma spinli Ising modeli spin-1/2 ve spin-1 Ising sistemidir. Karma spin-1/2 ve spin-1 Ising modeli farklı yaklaşım metotlarıyla incelenmiş olup üçlü kritik noktaya sahip olup olmadığı tartışılmış ve farklı yaklaşım metotlarıyla farklı sonuçlar elde edilmiştir. Model, renormalizasyon grup tekniği [29], yüksek sıcaklık seri açılımı [30], serbest fermiyon yaklaşımı [31], Bethe-Peierls metodu [32, 33], etkin alan teorisi [34–37], ortalama alan yaklaşımı [38, 39], Monte-Carlo metodu [40–42], kümesel değişim metodunun çift yaklaşımı [43] ile incelenmiştir. Bu sistemin, bal peteği örgüsü üzerinde kesin çözümleri yapılmıştır [44]. Ayrıca model Bethe örgüsünde tam olarak çözülmüştür [28, 45]. Bu çalışmalara ek olarak seyreltik karma spin-1/2 ve spin-1 Ising modelinin manyetik özellikleri etkin alan teorisinin kullanılmasıyla [46–50] incelenmiştir. Enine (transverse) bir alanın sistemin geçiş sıcaklığı üzerindeki etkisi, etkin alan teorisiyle [51–54], yol-integral gösterimli çift model yaklaşımı [55, 56], tek-yer küme teorisine dayalı sonlu küme yaklaşımı [57] ve yol-integral gösterimli ortalama alan renormalizasyon grup metoduyla incelenmiştir [58].

Bu incelenen sistemlere teorik olarak model oluşturulup incelenmesinde, literatürde birçok çalışma mevcuttur. Ancak burada tez çalışması ile ilgili olanlar kısaca şöyle özetlenebilir: Kaneyoshi [18], keyfi spinlerle dekore edilmiş ferrimanyetik kare örgü spin sistemi üzerindeki anizotropi parametresi olan  $D$ 'nin

manyetik özelliklerini ve geçiş sıcaklıklarının üzerine etkisini diferansiyel operatör tekniği ve etkin-alan teorisini kullanarak incelemiştir [18]. Teorik yöntemler vasıtasıyla, Kaneyoshi dekore edilmiş Ising modellerinin çoğu ilginç davranışlarını elde etmiştir ki, bunlardan en önemlisi modelde iki tane kompensasyon sıcaklığının ardıl şekilde meydana gelmesidir. Ancak kritik sıcaklıkta manyetizasyon etkin alan teorisine yaklaşık olarak hesaplanmış ve birden fazla reentrant faz dönüşümü elde edilmiştir. Diğer taraftan, Kaneyoshi'nin dekore edilmiş karma spin-1/2 ve spin-1 sisteminde yaklaşık olarak elde ettiği eşitlikleri Jaščur [10] ve Dakhama [11] tarafından tam çözüm yöntemi ile incelenmiştir. Modelin önemi, toplam mıknatıslanmanın sıcaklığa göre değişiminde manyetizmanın Néel teorisinde görülmeyen birçok ilginç özelliği içinde bulundurmasından dolayıdır [4]. Özellikle Hattori [9] iki tane kompensasyon noktası sergileyen manyetik atomların iki çeşit ile keyfi değerlerle dekore edilmiş bir ferromanyetik model olan kare örgü üzerinde çalışmıştır. Jaščur [10], dekorasyon-iterasyon dönüşümünü dekore edilmiş kare örgü üzerinde ferrimanyetik Ising modelinin manyetik özellikleri incelemek için kullanmış ve sonucunda faz diyagramları, kompensasyon sıcaklıkları ve manyetizasyon için kesin sonuçlar elde etmiştir. Dakhama [11], iki boyutta dekore edilmiş ferrimanyetik Ising modelinin kesin çözümünü etkin alan teorisini (EFT) kullanarak elde etmiştir. Bunun sonucunda çoklu geçiş sıcaklıkları ve iki tane kompensasyon sıcaklığı oluşmuştur. Aslında bu modelin önemi, modelin manyetik özellikleri, Néel teorisinde öngörülmemen birçok ilginç özelliği içinde bulundurmasıdır. Kristal alan varlığında iki boyutlu spin-1/2 Ising modelinin kesin çözümlerini vermiştir. Özgül ısının yanında bölüşüm fonksiyonunu, alt-örgüyü ve toplam mıknatıslanmayı kesin olarak açıklamıştır. Ekiz ve Keskin [59], karma spin-1/2 ve spin-1 Ising ferrimanyetik sistemin sıfır manyetik alan varlığında manyetik özelliklerini ortalama alan yaklaşımı ile incelemiştir. Özellikle, düzen parametrelerinin kararlı, yarı kararlı ve kararsız durumlarını elde etmişler ve sistemin sıfır manyetik alanda denge faz diyagramı ve yarı



kararlı faz diyagramlarını elde etmişlerdir. Bununla birlikte, sistem dış manyetik alan varlığında ele alınarak düzen parametrelerinin sıcaklığa göre değişimlerini incelemişler ve manyetik alanın olmadığı duruma göre çok daha karmaşık olduğunu görmüşlerdir. Düşük sıcaklıklarda birden fazla yarı kararlı durumların meydana geldiği gözlenmiştir ki, bu gerçek hızlı katılaştırma teknolojisinde görülmektedir. Sonuçta elde edilen yarı kararlı faz diyagramlarının daima düşük sıcaklıklarda meydana geldiği görülmüştür. Ekiz ve Strečka [60], en yakın ve ikinci en yakın komşu etkileşmeli dekore edilmiş karma spin-1/2 ve spin-1 Ising ferrimanyetin manyetik özelliklerini sıfır manyetik alanda, dekorasyon-iterasyon dönüşümü ile tam tekrarlama bağıntılarını kullanarak çözmüşlerdir. Modelin tam çözümünü elde etmede ilk önce dekorasyon-iterasyon dönüşümü uygulanmış ve model Bethe örgüsü üzerinde basit spin-1/2 Ising modeline dönüşmüştür. Bunun sonucunda, bölüşüm fonksiyonunun, alt-örgü manyetizasyonun ve toplam manyetizasyonun denklemlerini türetmişlerdir. Daha sonra elde ettikleri bu çözümleri bilgisayar programında çözümleyerek manyetizasyonun-sıcaklığa göre grafiklerini elde etmişlerdir. Oluşan kompensasyon sıcaklıkları incelenmiş ve kompensasyon sıcaklığının oluşumu ancak kritik sıcaklığın altında meydana geldiği ve bu sıcaklığın altında net mıknatıslanma olmasına rağmen bu sıcaklık değerinde net mıknatıslanmanın sıfır olduğu görülmüştür. Kompansasyon sıcaklığının oluşumu termomanyetik kayıt alanında teknolojik öneme sahiptir [5,6]. Literatürdeki bu çalışmalara rağmen, iki alt-örgüden oluşan karma spin Ising sisteminin manyetik özellikleri, dekorasyon-iterasyon dönüşümü ve tam tekrarlama bağıntıları kullanılarak kapsamlıca incelenmiştir. Özellikle düzen parametrelerinin ve toplam mıknatıslanmanın sıcaklıkla değişimlerini ve sonucunda meydana gelen faz geçişleri ve faz diyagramlarında incelenmiştir.



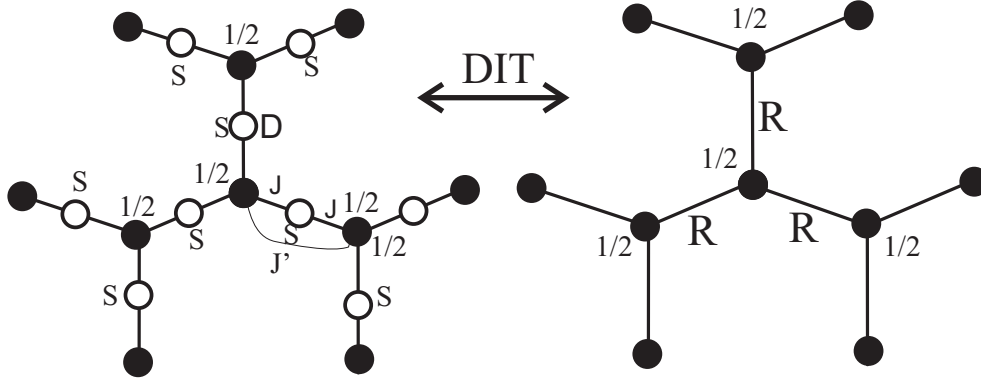
### 3. MATERYAL VE YÖNTEM

#### 3.1. Materyal

Bu çalışmada göz önüne alınacak sistem, dekore edilmiş Bethe örgüsü üzerinde aşağıda verilen Hamiltonyen ile tanımlanan karma spin-1/2 ve spin- $S$  ( $S=1$ ) Ising modelidir:

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} S_i \sigma_j - J' \sum_{\langle k,j \rangle} \sigma_k \sigma_j - D \sum_{i=1}^{Nq/2} S_i^2 - H_A \sum_{j=1}^N \sigma_j - H_B \sum_{i=1}^{Nq/2} S_i. \quad (3.1.1)$$

Şekil 3.1'de gösterildiği gibi incelenen sistemin yapısı iki alt-örgülü bir sistem olarak tanımlanır. Dekore edilmemiş Bethe örgüsünün yerleri önce spin-1/2 atomlarıyla oluşturulur ve daha sonra spin-1 atomları yerleştirilerek dekore edilmiştir. Alt-örgü sisteminde, içi dolu daireler spin-1/2 atomlarını ve içi boş daireler spin-1 atomlarını gösterir. Sırasıyla, spin-1 ve spin-1/2 atomları arasındaki en yakın komşu etkileşmeyi  $J$  ile; spin-1/2 atomları arasındaki ikinci en yakın komşu etkileşmeyi  $J'$  parametresi temsil etmektedir. Ayrıca  $D$  parametresi sadece spin-1 atomları üzerindeki tek-iyon anizotropi parametresini simgeler. Son olarak sistemin Hamiltonyenindeki  $H_A$  ve  $H_B$  terimi, dış manyetik alanı göstermektedir.

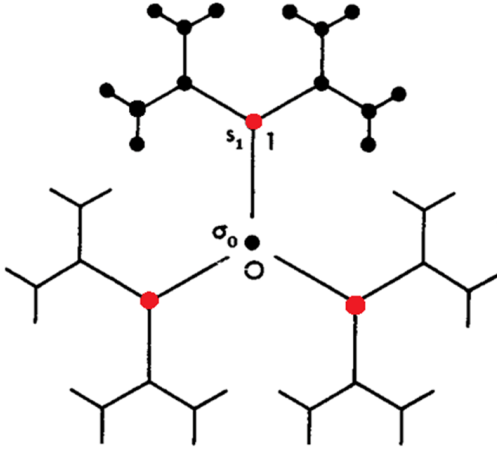


**Şekil 3.1.**  $q=3$  koordinasyon sayılı dekore edilmiş Bethe örgüsü üzerindeki karma spin Ising modeli

### 3.2. Yöntem

Bu bölümde,  $q$  koordinasyon sayılı, dekore edilmiş Bethe örgüsü üzerinde karma spin-1/2 ve spin-1 Ising modeli bir dış manyetik alan varlığında tam tekrarlama bağıntılarına dayalı kesin bir metot ile dekorasyon-iterasyon dönüşümünün birlikte kullanılmasıyla tam çözüm elde edilecektir. Modelin tam çözümü, karma spin-1/2 ve spin-1 Ising modelini,  $q$  koordinasyon sayılı basit Bethe örgüsü üzerindeki etkin etkileşmeli spin-1/2 Ising modeline dönüştürmekle elde edilir. İlk önce Bethe örgüsü, spin değeri  $S = 1$  olan atomlarla dekore edilecek ve dekorasyon-iterasyon dönüşümü uygulandıktan sonra model  $q$  koordinasyon sayılı basit Bethe örgüsü üzerinde spin değeri  $\sigma = 1/2$  olan spin-1/2 Ising modeline dönüşecektir.

#### 3.2.1. Bethe Örgüsü Üzerinde Spin-1/2 Ising Modeline Uygulanması



**Şekil 3.2.** Bir Cayley Ağacının,  $q=3$  ve  $N=4$  Konumlu Üretiminin Gösterimi

Bethe örgüsü, Şekil 3.2'de gösterilen sonsuz Cayley Ağacı veya düzgün bir ağaçtır yani bağlantısız birleşik bir grafiktir [28]. Tarihsel olarak ismini bölüşüm fonksiyonunun tam olarak Bethe-Peirls yaklaşımındaki Ising modelinin bölüşüm fonksiyonuna eşit olması gerçeğinden almaktadır. Cayley Ağacı ve Bethe örgüsü; Katıhal fiziği ve İstatistik fizikte yaygın bir şekilde kullanılır. Bethe örgüsü geleneksel ortalama alan teorisi başarısız olduğu zaman bile sistemlerin genel

özelliklerini yansıtmamasından dolayı ilgi kaynağı olmuştur. Örgü, birinci kuşak spini olarak isimlendirilebilen bir merkezi  $\sigma_0$  spininden oluşmaktadır.  $\sigma_0$ ,  $q$  tane en yakın komşuya sahiptir ki bu sayı ikinci kuşak spinini oluşturan koordinasyon sayısıdır. Dolayısıyla toplam olarak ikinci kuşak üçüncü kuşağı oluşturan  $q(q-1)$  en yakın komşuya sahiptir ve bu şekilde sonsuza kadar devam etmektedir. Bir Cayley Ağacı oluşturulurken, Şekil 3.2'de görüldüğü gibi merkezi  $'0'$  noktasından başlanır ve hepsi  $'0'$  noktasına bağlı  $q$  komşu noktası eklenir. Bu  $q$  noktalarının takımı birinci kabuk (shell) olarak adlandırılır [28]. Daha fazla kabuk oluşturmak için  $r$ . kabukta bir nokta alınır ve bu noktaya  $(q-1)$  tane nokta eklenir. Bu işlem  $r$ . kabuktaki bütün noktalar için yapılır ve bu yeni noktalar takımını  $(r+1)$ . kabuk olarak adlandırılır.

Bu şekilde iteratif olarak ilerleyerek;  $2, 3, \dots, n$ . kabukları oluşturulur. Burada sınır noktaları hariç her bir noktanın  $q$  tane en yakın komşusu vardır.  $r$ . kabukta  $q(q-1)^{(r-1)}$  nokta ve grafikteki toplam nokta sayısı,

$$\frac{q[(q-1)^n - 1]}{(q-2)} \quad (3.2.2)$$

bağıntısı ile verilir.  $r$ . kabuktaki noktalar sınır noktalarıdır. Bunların sadece birer noktaları olması nedeniyle diğerlerinden farklıdır. Fakat diğer bütün noktaların (iç noktalar) her birinin  $q$  tane komşusu vardır. Bu şekilde bağlantısız olarak oluşturulan grafik Cayley Ağacı olarak adlandırılır. Sonsuz Cayley ağacı içerisindeki sonlu bir bölge ise Bethe örgüsü olarak adlandırılır. Bethe örgüsü üzerindeki Ising modeli, tam olarak çözülebilen bir modeldir. Modelde en yakın komşu spin etkileşimleri hesaba katılır. Şekildeki sınır noktalarının ihmal edilmesi durumunda  $q$  koordinasyon sayılı bir Bethe örgüsü olarak düşünülebilir. Böyle noktalar eşdeğer olmalıdırlar ve her birinin  $'q'$  tane komşusu vardır. Başka şekilde söylemek gerekirse, bir Cayley ağacı üzerinde bir Ising modeli oluşturulursa o zaman bölüşüm fonksiyonu  $Z$ , grafik içerisindeki iç noktalardan ve sınır noktaları ya da üzerindeki noktalardan gelen bütün katkıları ihtiva eder. Termodinamik

limitte bile sınır noktaları ya da yakınlarındaki bölgelerin katkılarını ihmal edemeyiz. Eğer toplam bölüşüm fonksiyonu düşünülürse, o zaman Cayley ağacı üzerinde Ising modeli düşünülüyor demektir. Burada, Bethe örgüsü üzerindeki iç noktaların bölüşüm fonksiyonuna olan katkısını düşüneceğiz.

Şimdi Cayley ağacı üzerinde sınır terimlerini ihmal ederek Bethe örgüsü üzerinde spin-1/2 Ising modelini ele alalım. Bölüşüm fonksiyonu;

$$Z = \sum_{\sigma} P(\sigma) \quad (3.2.3)$$

ve

$$P(\sigma) = e^{\beta[J\sum_{\langle i,j \rangle} \sigma_i \sigma_j + h\sum_i \sigma_i]} \quad (3.2.4)$$

şeklinde olup  $P(\sigma)$ , spin konfigürasyonu üzerinden normalize olmamış olasılık dağılımıdır. Merkezi konum '0' daki manyetizasyon,

$$M = \langle \sigma_0 \rangle = \sum_{\sigma} \frac{\sigma_0 P(\sigma)}{Z} \quad (3.2.5)$$

bağıntısı ile verilir.

Şekil 3.2'den açıkça görüldüğü gibi eğer grafik (örgü) '0' da kesilirse, birbirleriyle bağlantısız  $q$  tane özdeş dala ayrılır. Ayrılan bu dalların sayısı, en yakın komşuların sayısı veya koordinasyon sayısına bağlıdır. Bu dalların her biri,  $\sigma_0$  kökü merkezi spininde olan ağaçlardır.  $P(\sigma)$ , merkezi konumda,  $\sigma_0$  değerli spin konfigürasyonu ifade eder. Buradan

$$P(\sigma) = e^{\beta(h\sigma_0)} \prod_{j=1}^q Q_n(\sigma_0 | s^{(j)}) \quad (3.2.6)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $s^{(j)}$ ,  $j$ . dalına ait spin konfigürasyonudur. Merkezi-spin  $\sigma_0$  hariç,  $n$  alt indisi, alt ağacın  $n$  tane kabuğa sahip olduğunu yani kökten sınıra kadar  $n$  basamak ilerlendiğini belirtir. Burada

$$Q_n(\sigma_0 | s) = e^{\beta[J\sum_{\langle i,j \rangle} s_i s_j + J s_1 \sigma_0 + h\sum_i s_i]} \quad (3.2.7)$$

şeklindedir.  $s_i$ , alt-ağacın  $i$ . konumunda bulunan spinleri temsil eder. 1. Konum ( $s^{(j)}$ ), 0. merkezi noktasına komşudur. (3.2.7) eşitliğindeki ilk toplam,  $n$  tane

kabuğu olduğu gerçeğindedir, yani kökten sınıra kadar olan  $n$  basamaktır. Şekil 3.2'deki gibi, üst-alt ağaç '0' a komşu olan '1' konumunda kesilirse o zaman 'q' tane parçacığa bölünür: Bunlardan birincisi (0,1) gövde, diğerleri ise benzer dallardır. Bu dallardan her biri orijinali gibi bir alt ağaçtır, fakat  $(n-1)$  tane kabuğu vardır. Böylece,

$$Q_n(\sigma_0 | s) = e^{\beta(J\sigma_0 s_1 + h s_1)} \prod_{j=1}^{q-1} Q_{n-1}(s_1 | t^{(j)}) \quad (3.2.8)$$

bağıntısıyla verilir. Burada,  $t^{(j)}$  alt ağacın  $j$ . dal üzerindeki  $s_1$  spini hariç bütün spinleri ifade eder.

$$P(\sigma) = e^{\beta h \sigma_0} \prod_{j=1}^q Q_n(\sigma_0 | s^{(j)}), \quad (3.2.9)$$

$$Q_n(\sigma_0 | s) = e^{\beta h \sigma_0 s_1} \prod_{j=1}^{q-1} Q_{n-1}(s_1 | t^{(j)}) \quad (3.2.10)$$

faktörizasyon ilişkileri  $M$ , yani manyetizasyonu hesaplamamızı kolaylaştırır. Merkezi spin  $\sigma_0$ 'ın bütün diğer spinler ile olan etkileşimi, aşağıdaki toplam ile verilir:

$$g_n(\sigma_0) = \sum_s Q_n(\sigma_0 | s) \quad (3.2.11)$$

(3.2.6) denklemi, (3.2.3) denkleminde yerine yazıldığında bölüşüm fonksiyonu,

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{\sigma} P(\sigma) \quad (3.2.12) \\ &= \sum_{\sigma_0} e^{\beta h \sigma_0} \prod_{j=1}^q Q_n(\sigma_0 | s^{(j)}) \\ &= \sum_{\sigma_0} e^{\beta h \sigma_0} [g_n(\sigma_0)]^q \end{aligned}$$

olarak elde edilir. Bu bölüşüm fonksiyonu (3.2.5) denkleminde yerine yazılarak manyetizasyon ifadesi,

$$\begin{aligned} M &= Z^{-1} \sum_{\sigma_0} \sigma_0 e^{\beta h \sigma_0} [g_n(\sigma_0)]^q \quad (3.2.13) \\ &= \frac{\sum_{\sigma_0} \sigma_0 e^{\beta h \sigma_0} [g_n(\sigma_0)]^q}{\sum_{\sigma_0} e^{\beta h \sigma_0} [g_n(\sigma_0)]^q} \\ &= \frac{1}{2} \frac{e^{\beta h/2} [g_n(+1/2)]^q - e^{-\beta h/2} [g_n(-1/2)]^q}{e^{\beta h/2} [g_n(+1/2)]^q + e^{-\beta h/2} [g_n(-1/2)]^q} \end{aligned}$$

şeklinde elde edilir. Burada ,  $x_n = \frac{g_n(-1/2)}{g_n(+1/2)}$  formunda tanımlandığında yukarıdaki manyetizasyon ifadesi,

$$M = \frac{1}{2} \frac{e^{\beta h/2} - e^{-\beta h/2} x_n^q}{e^{\beta h/2} + e^{-\beta h/2} x_n^q} \quad (3.2.14)$$

şekline dönüşür.  $g_n(\sigma_0)$  'i elde etmek için, (3.2.10) denklemi (3.2.11) denkleminde yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} g_n(\sigma_0) &= \sum_s Q_n(\sigma_0 | s) \quad (3.2.15) \\ &= \sum_s e^{\beta(J\sigma_0 s_1 + h s_1)} \prod_{j=1}^{q-1} Q_{n-1}(s_1 | t^{(j)}) \\ &= \sum_s e^{\beta(J\sigma_0 s_1 + h s_1)} [g_{n-1}(s_1)]^{q-1} \end{aligned}$$

şeklinde elde edilir. Bu denklemde  $\sigma_0 = \pm \frac{1}{2}$  ve  $s_1 = \pm \frac{1}{2}$  değerleri için hesaplanırsa,

$$\begin{aligned} \sigma_0 = +\frac{1}{2} \rightarrow g_n(+1/2) &= e^{\beta(\frac{j}{4} + \frac{h}{2})} g_{n-1}[(+1/2)]^{q-1} \quad (3.2.16) \\ &\quad + e^{\beta(-\frac{j}{4} - \frac{h}{2})} g_{n-1}[-1/2]^{q-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_0 = -\frac{1}{2} \rightarrow g_n(-1/2) &= e^{\beta(-\frac{j}{4} + \frac{h}{2})} g_{n-1}[(+1/2)]^{q-1} \quad (3.2.17) \\ &\quad + e^{\beta(-\frac{j}{4} - \frac{h}{2})} g_{n-1}[-1/2]^{q-1} \end{aligned}$$

$g_n(+1/2)$  ve  $g_n(-1/2)$  değerleri bulunmuş olur. Bulduğumuz bu değerleri  $x_n = \frac{g_n(-1/2)}{g_n(+1/2)}$  denklemine yerine yazılırsa,

$$x_n = \frac{e^{\beta(-\frac{j}{4} + \frac{h}{2})} x_n^{q-1} + e^{\beta(-\frac{j}{4} - \frac{h}{2})} x_n^{q-1}}{e^{\beta(\frac{j}{4} + \frac{h}{2})} x_n^{q-1} + e^{\beta(-\frac{j}{4} - \frac{h}{2})} x_n^{q-1}} \quad (3.2.18)$$

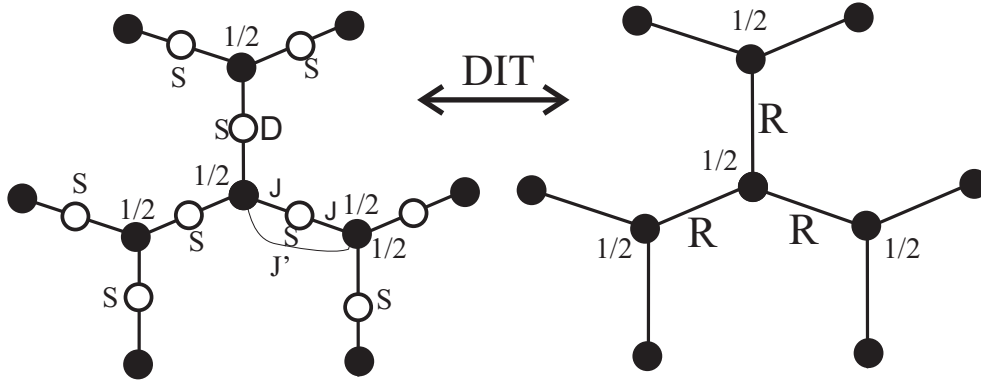
ifadesi elde edilir.



## 4. BULGULAR VE TARTIŞMA

### 4.1. Iterasyon Yönteminin Karma Spin Ising Modeline Uygulanması

Bu bölümde, dekorasyon-iterasyon dönüşümü ve tekrarlama yöntemi ile dış manyetik alan varlığında dekore edilmiş Bethe örgüsü üzerindeki karma spin-1/2 ve spin-1 Ising modeli ele alınacaktır. Alt-örgü sistemi aşağıdaki şekilde içi dolu daireler spin-1/2 atomlarını ve içi boş olan dairelerde spin-1 atomlarıyla dekore edilmiş bir sistem olarak tanımlanır. Alt-örgü sistemindeki,  $\sigma_i = \pm 1/2$  ve  $S_i = -S, -S + 1, \dots, S - 1, S$  spin değerlerine sahiptir.



**Şekil 4.1.**  $q=3$  koordinasyon sayılı dekore edilmiş Bethe örgüsü üzerindeki karma spin Ising modeli

Sistemin Hamiltonyeni,

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} S_i \sigma_j - J' \sum_{\langle k,j \rangle} \sigma_k \sigma_j - D \sum_{i=1}^{Nq/2} S_i^2 - H_A \sum_{j=1}^N \sigma_j - H_B \sum_{i=1}^{Nq/2} S_i. \quad (4.1.1)$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $q$ , Bethe örgüsündeki koordinasyon sayısıdır.

Sistemin bölüşüm fonksiyonu,

$$Z = \sum_{\sigma_i} \prod_{k=1}^{Nq/2} Z_k \quad (4.1.2)$$

formunda ifade edilir. Bölüşüm fonksiyonundaki  $Z_k$  ifadesini yazıp ve denkleme dekorasyon-iterasyon dönüşümü uygulanırsa,

$$Z_k = e^{\beta J' \sigma_{k1} \sigma_{k2} + \frac{\beta H_A}{q} (\sigma_{k1} + \sigma_{k2})} \sum_{m=-S}^S e^{\beta D m^2} \cosh[\beta J m (\sigma_{k1} + \sigma_{k2}) + \beta H_B m] \quad (4.1.3)$$

$$= A e^{\beta R \sigma_{k1} \sigma_{k2} + \frac{\beta H}{q} (\sigma_{k1} + \sigma_{k2})}$$

şeklinde elde edilir. Burada,  $\beta = 1/(k_B T_c)$ ,  $k_B$  Boltzmann sabitidir ve  $T$  mutlak sıcaklıktır.  $\sigma_{k1}$  ve  $\sigma_{k2}$  spinlerin aldıkları değerlerdir. Bu dönüşüm, iki yakın komşu Ising spinleri  $\sigma_{k1}$  ve  $\sigma_{k2}$  arasındaki etkileşme parametresi olan  $J'$  parametresini yeni bir etkin etkileşim parametresi olan  $R$ 'ye dönüştürüyor.  $\sigma_{k1}$  ve  $\sigma_{k2}$  değerleri için hesaplanırsa,

$$Z(1/2, 1/2) = e^{\frac{\beta J'}{4} + \frac{\beta H_A}{q}} V_1 \quad (4.1.4)$$

$$Z(-1/2, -1/2) = e^{\frac{\beta J'}{4} - \frac{\beta H_A}{q}} V_2$$

$$Z(1/2, -1/2) = e^{-\frac{\beta J'}{4}} V_3$$

elde edilir. Dönüşüm sonrasında bağımsız üç denklem elde edilir. Bunlar  $A$ ,  $R$  ve  $H$  parametreleridir:

$$A = (V_1 V_2 V_3)^{1/4}, \quad \beta R = \beta J' + \ln\left(\frac{V_1 V_2}{V_3^2}\right), \quad \beta H = \beta H_A + \frac{q}{2} \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right). \quad (4.1.5)$$

Bu denklem üç yeni tanımlı fonksiyon içerir. Bunlar,

$$V_1 = \sum_{m=-S}^{+S} e^{\beta D m^2} \cosh[\beta J m + \beta H_B m] \quad (4.1.6)$$

$$V_2 = \sum_{m=-S}^{+S} e^{\beta D m^2} \cosh[\beta J m - \beta H_B m]$$

$$V_3 = \sum_{m=-S}^{+S} e^{\beta D m^2} \cosh[\beta H_B m]$$

olarak verilirler. Burada basit Bethe örgüsü üzerindeki bölüşüm fonksiyonunu yazarsak,

$$Z(\beta, J, J', D, S, q) = A^{Nq/2} Z_{Bethe}(\beta, R, H) \quad (4.1.7)$$

şeklinde elde edilir. Tam dönüşüm teoremi Barry tarafından geliştirildi. Burada dekore edilmiş Bethe örgüsü üzerindeki spin-1/2 Ising modelinin kendiliğinden alt-örgü manyetizasyonu arasında basit bir ilişki denklem (4.1.7) ile kurulur ve sırasıyla dekore edilmemiş (basit) Bethe örgüsü üzerindeki spin-1/2 Ising modelinin kendiliğinden manyetizasyonu  $m_A$ ,

$$m_A = \langle \sigma_i \rangle = m_{Bethe}(\beta, R, H) \quad (4.1.8)$$

elde edilir. Burada etkin etkileşim parametresi ( $R > 0$ ) olması şartıyla denklem (4.1.8)'deki alt-örgü magnetizasyonu  $m_A$  dekore edilmemiş (basit) Bethe örgüsündeki spin-1/2 Ising modeline karşılık kendiliğinden mıknatıslanma  $m_{Bethe}$  ye eşit olur. Böylece mıknatıslanma,

$$m_A = \frac{1}{2} \frac{e^{\beta H} - x^q}{e^{\beta H} + x^q} \quad (4.1.9)$$

şeklinde elde edilir. Dekore edilmiş Bethe örgüsü üzerindeki spin-1 Ising modelindeki bir diğer kendiliğinden alt-örgü magnetizasyonu  $m_B$ ,

$$m_B = -\frac{1}{\frac{Nq}{2}} \frac{\partial F}{\partial H_B} \quad (4.1.10)$$

ifadesi ile elde edilir ve  $m_B$  türetilirse,

$$\begin{aligned} m_B = & \frac{U_1}{V_1} \left[ \frac{1}{4} + m_{Bethe} + \epsilon_{Bethe} \right] \\ & - \frac{U_2}{V_2} \left[ \frac{1}{4} - m_{Bethe} + \epsilon_{Bethe} \right] \\ & + \frac{U_3}{V_3} \left[ \frac{1}{2} - 2\epsilon_{Bethe} \right] \end{aligned} \quad (4.1.11)$$

şeklinde elde edilir. Burada  $m_B$  bilinmeyen üç yeni tanımlı fonksiyon içerir. Bunlar,

$$\begin{aligned} U_1 &= V_1' = \sum_{m=-S}^{+S} m e^{\beta D m^2} \sinh[\beta J m + \beta H_B m] \\ U_2 &= -V_2' = \sum_{m=-S}^{+S} m e^{\beta D m^2} \sinh[\beta J m - \beta H_B m] \\ U_3 &= V_3' = \sum_{m=-S}^{+S} m e^{\beta D m^2} \sinh[\beta H_B m] \end{aligned} \quad (4.1.12)$$

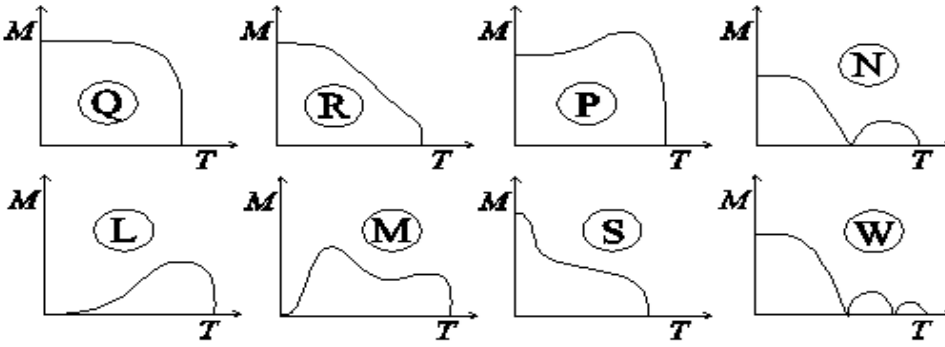
elde edilir. (4.1.11) denkleminde yer alan  $\varepsilon_{bethe}$ , spin-spin korelasyon fonksiyon parametresidir. Bu parametre uzun hesaplamalar sonucunda,

$$\varepsilon_{Bethe} = \langle \sigma_i \sigma_j \rangle = \frac{\frac{1}{4}e^{\beta(\frac{j}{4}+h)} - \frac{1}{2}e^{\beta(-\frac{j}{4})}x_n^\alpha + \frac{1}{4}e^{\beta(\frac{j}{4}-h)}x_n^{2\alpha}}{e^{\beta(\frac{j}{4}+h)} + 2e^{\beta(-\frac{j}{4})}x_n^\alpha + e^{\beta(\frac{j}{4}-h)}x_n^{2\alpha}} \quad (4.1.13)$$

şeklinde türetilir.

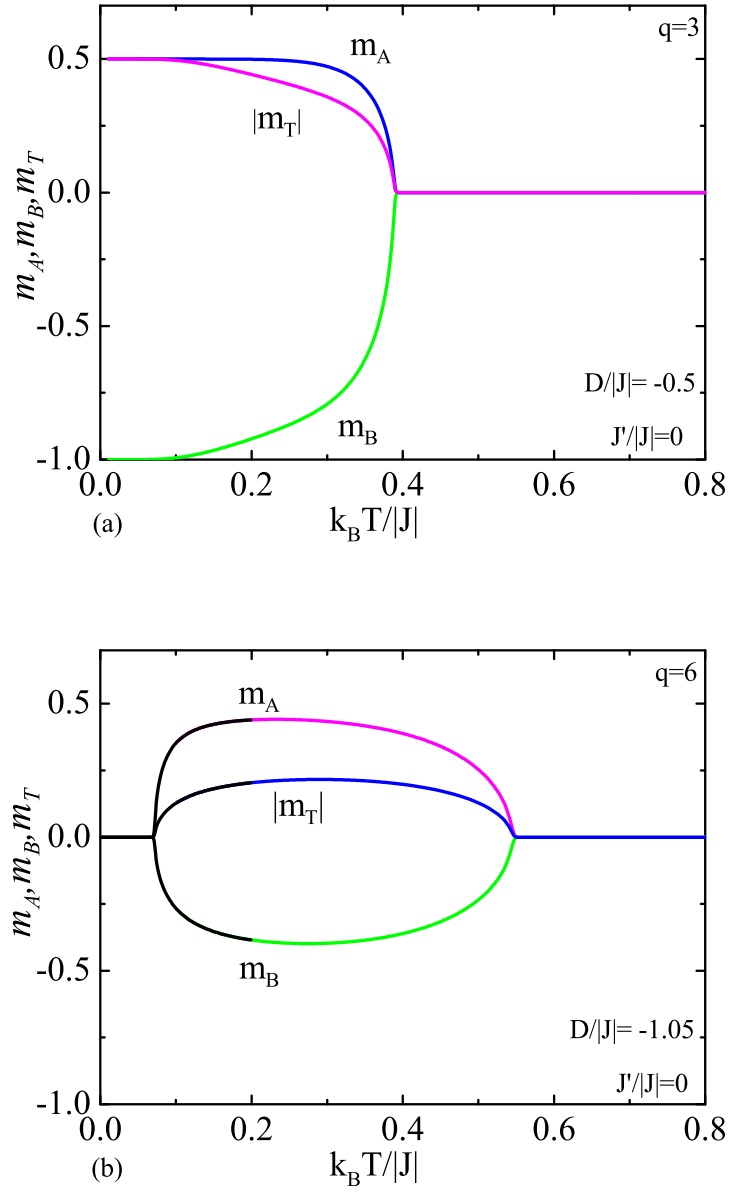
#### 4.1.1. Alt-örgü ve Toplam Manyetizasyonun Sıcaklığa Göre Değişimleri

Bu kesimde sistemin alt-örgü manyetizasyonunun ve toplam manyetizasyonunun sıcaklığa göre değişimi incelenecektir. Bu amaçla faz dönüşümlerinin sınıflandırılmasında kullanılan ve şekil 4.2'de verilen Néel sınıflandırılmasından yararlanılmaktadır.



**Şekil 4.2.** Toplam manyetizasyonun  $M$  farklı sıcaklık değişimleri için kapsamlı Néel sınıflandırması

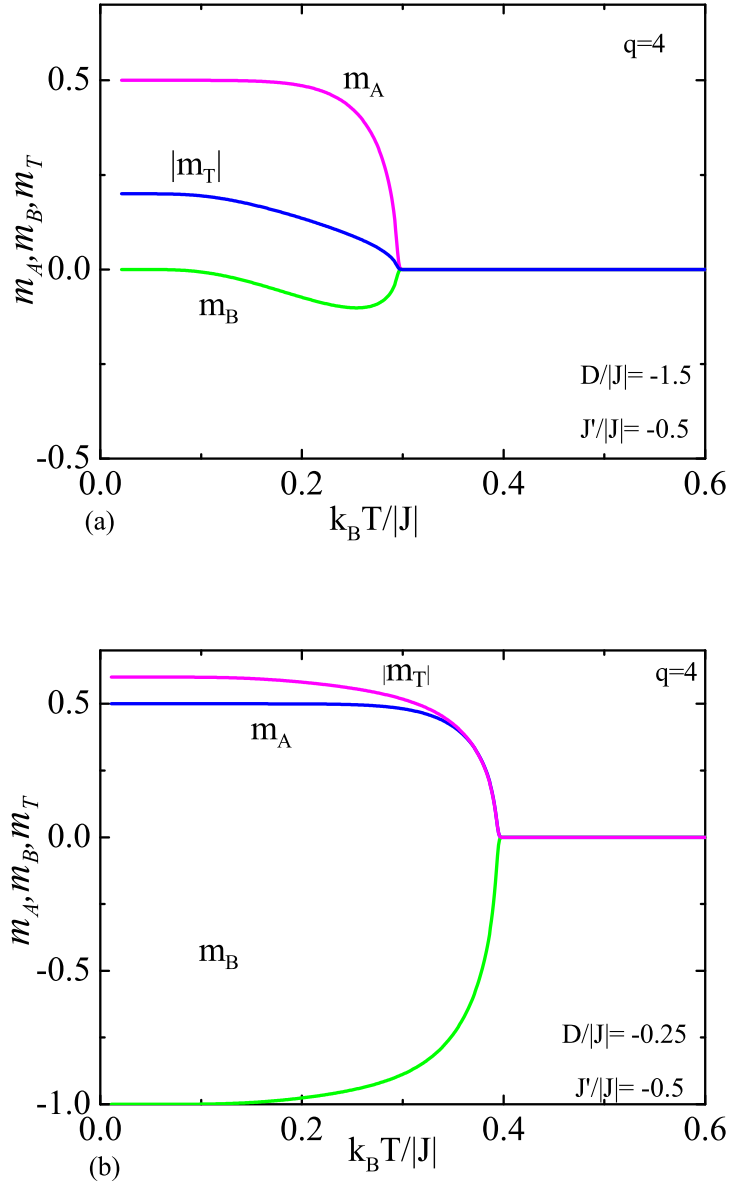
Şekil 4.3(a)'da ve Şekil 4.3(b)'de dış manyetik alan yokluğunda ( $H = 0$ ),  $D/|J|$ 'nin farklı değerleri için düzen parametrelerinin sıcaklıkla değişimi verilmiştir. Şekil, ferromanyetik gelecek en yakın komşu etkileşme parametresi  $J'/|J|$ 'nin bulunmayışı durumunda toplam ve alt-örgü mıknatıslanmalarının sıcaklığa göre değişimini göstermektedir. Şekil 4.3(a)'da özel olarak örgü koordinasyon sayısı  $q = 3$  olarak ve anizotropi parametresi  $D/|J| = -0.5$  olarak alınmıştır. Şekilde görüldüğü gibi sıcaklık arttıkça alt-örgü ve toplam mıknatıslanmalar taban durum değerlerinden ( $m_A = 0.5$  ve  $m_B = -1$ ) ( $J = 0$ )'da azalmakta ve belli bir sıcaklık



**Şekil 4.3.** Koordinasyon sayısı  $q = 3$  ve  $q = 6$  değerleri için toplam ve alt-örgü mıknaıslanmalarının termal değışimleri  $J'/|J| = 0$  (sabit) ve anizotropi parametresinin farklı iki değeri için (a)  $D/|J| = -0.5$  (b)  $D/|J| = -1.05$

değerinde bu mıknatıslanmalar kaybolmaktadır. Mıknatıslanmaların kaybolduğu sıcaklık değerinde ikinci dereceden faz dönüşümü meydana gelmektedir. Modelde  $J'/|J| = 0$  ve  $q = 3$  iken, anizotropi parametresi  $D/|J|$ 'nin artışı ile ikinci dereceden faz dönüşüm sıcaklığı artmakta ve yeterince büyük değerlerde ikinci derece faz dönüşüm sıcaklığı çok fazla değişmektedir. Şekil 4.3(a)'da görüldüğü gibi ikinci derece faz dönüşüm sıcaklığının altında ferrimanyetik fazda bulunan sistem, bu sıcaklığın üzerinde paramanyetik düzensiz faza geçmektedir. Bethe örgüsünün koordinasyon sayısının, alt-örgü ve toplam mıknatıslanmaların termal değişimleri üzerine etkisini incelemek önemlidir. Şekil 4.3(b)'de  $D/|J| = -1.05$  ve koordinasyon sayısı  $q = 6$  için, alt-örgü ve toplam mıknatıslanmaların sıcaklıkla değişimleri görülmektedir. Şekildende açıkça görüldüğü gibi örgü koordinasyon sayısının  $q = 6$  değeri için, önceki parametreler için gözlenmeyen re-entrant davranış meydana gelmektedir. Toplam ve alt-örgü mıknatıslanmaları iki ayrı sıcaklık değerinde 2. dereceden faz dönüşümü geçirmektedir. Şekilden görüldüğü gibi sıcaklık arttıkça sistem paramanyetik fazdan (PP), ferrimanyetik faza (FI), ve ferrimanyetik fazdan (FI) tekrar paramanyetik faza (PP) geçiş gözlenmektedir. Re-entrant bölgenin büyüklüğü ise  $D/|J|$ 'nin azalması ile küçülmekte ve belli bir  $D/|J|$  değerinde yok olmaktadır. Sistemin farklı koordinasyon sayısı ve parametreler için detaylı incelenmesi neticesinde re-entrant davranışın  $q > 4$  koordinasyon sayısı ve  $D/|J|$ 'nin sınırlı ve negatif değerlerinde meydana geldiği görülmüştür.  $q \leq 4$  için ( $q = 4$  ve  $q = 3$ ) ise tüm etkileşme parametreleri için re-entrant davranış görülmez. Karma spin-1/2 ve spin-1 Ising modelinin Bethe örgüsü üzerinde, spin-1/2 atomları arasında antiferromanyetik etkileşimin etkisini test etmek amacıyla şekilde görülen grafikler elde edildi.

Özel olarak Şekil 4.4(a)'da örgü koordinasyon sayısı  $q = 4$ , anizotropi parametresi  $D/|J| = -1.5$ , spin-1/2 atomları arasındaki antiferromanyetik etkileşme parametresi  $J'/|J| = -0.5$  değeri için toplam ve alt-örgü mıknatıslanmalarının termal değişimlerini gösterir. Şekilde görüldüğü gibi alt-örgü spin değerleri



**Şekil 4.4.** Koordinasyon sayısı  $q = 4$  için mıknatıslanmaların termal değişimleri  $J'/|J| = -0.5$  ve anizotropi parametresinin farklı iki değeri için (a)  $D/|J| = -1.5$  (b)  $D/|J| = -0.25$

taban durum olan  $T = 0$ 'da  $m_A = 1/2$  ve  $m_B = 0$  değerine sahiptir. Sıcaklık artışıyla birlikte alt-örgü mıknatıslanmaları azalarak kritik bir sıcaklık değerinde sıfır olmakta, yani kaybolmaktadır. Böylece sistem, taban durumunda belirli bir kritik sıcaklık değerine kadar antiferromanyetik fazda (AFI) bulunmakta, bu sıcaklığın üzerinde ise düzensiz olan paramanyetik (PP) faza geçmektedir. Şekil 4.4(b)'de ise  $J'/|J|$  sabit tutulurken bu kez anizotropi parametresi  $D/|J|$ 'nin artarak değişiminin model üzerindeki etkisi görülmektedir. Bu durumda  $D/|J| = -0.25$  olarak alınmıştır ve sistemin manyetik ve termal davranışını önemli derecede etkilemektedir.  $D/|J|$ 'nin  $-1.5$ 'den  $-0.25$ 'e değiştirilmesi neticesinde antiferromanyetik faz kaybolarak, ferromanyetik faz meydana gelmiştir ve taban durumdaki spin değerleri  $m_A = 0.5$  ve  $m_B = -1.0$ 'dır.

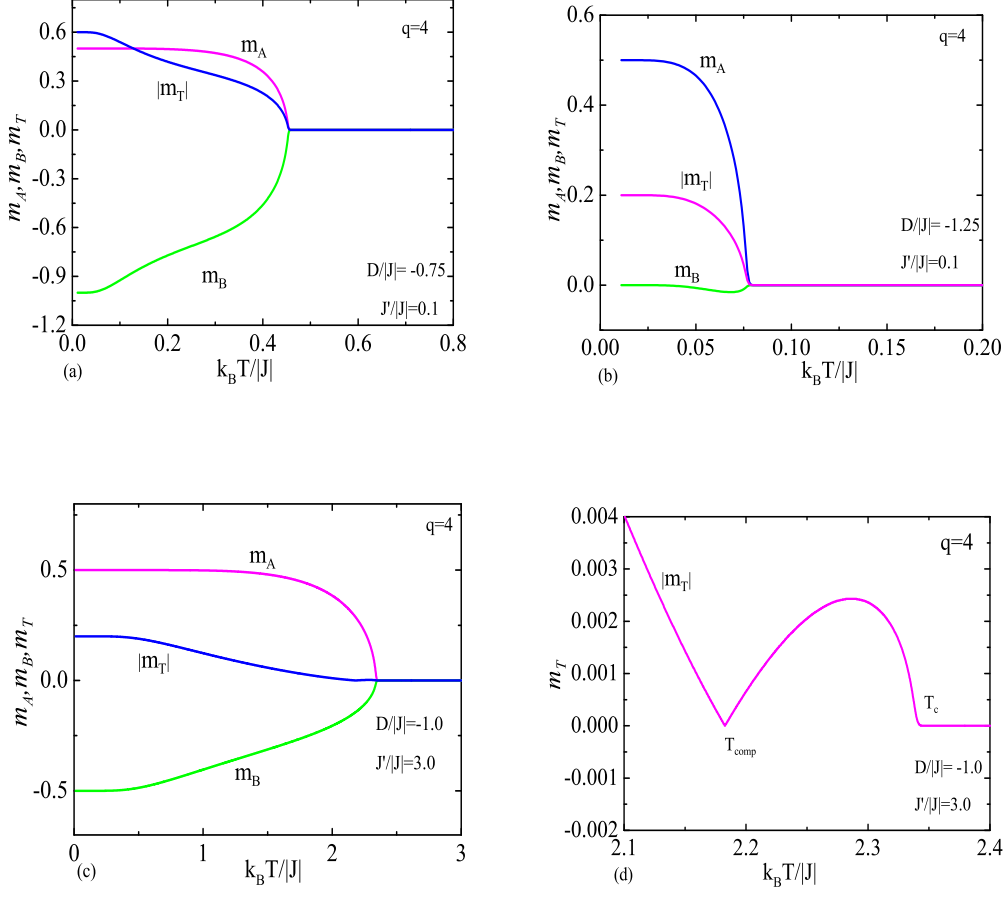
Şekil 4.5(a),  $q = 4$  için  $J'/|J| = 0.1$  ve  $D/|J| = -0.75$  durumundaki termal değişimleridir. Burada görüldüğü gibi  $T = 0$ 'da (taban durumunda)  $m_A = 1/2$  ve  $m_B = -1.0$ 'da ferrimanyetik yönelimden sıcaklık artırıldıkça azalmakta ve kritik bir sıcaklık değerinde ikinci dereceden faz dönüşümü gözlenmekte ve bu sıcaklığın üzerinde sistem düzensiz paramanyetik faza geçmektedir. Yani sıcaklık artışıyla birlikte  $FI \rightarrow PP$  geçişi elde edilmektedir.

Şekil 4.5(b),  $J'/|J|$ 'nin pozitif 0,1 değeri için,  $D/|J|$  parametresinin  $-0.75$ 'den  $-1.25$ 'e değişimiyle toplam ve alt-örgü mıknatıslanmaların termal değişimlerini göstermektedir. Şekildende görüldüğü gibi  $D/|J|$  parametresinin değişimi sistemin gerek taban durumunda gerekse termal ve manyetik özelliklerinde önemli etkilere sahip olmaktadır. Taban durumunda  $m_A = 1/2$  ve  $m_B = 0$  değerine sahiptir. Ayrıca sıcaklık artışıyla meydana gelen ikinci dereceden faz dönüşümü daha düşük sıcaklıkta meydana gelmektedir. Bu durumda sistemde  $FII \rightarrow PP$  faz geçişi görülmektedir.

Şekil 4.5(c),  $q = 4$  koordinasyon sayılı dekore edilmiş Bethe örgüsü üzerinde karma spin-1/2 ve spin-1 Ising modelinin  $D/|J| = -1.0$  ve  $J'/|J| = 3.0$  için toplam

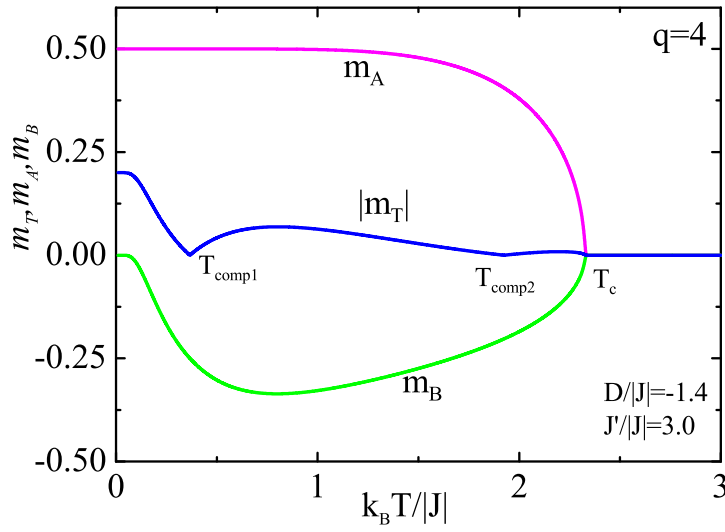


ve alt-örgü mıknatıslanmalarının indirgenmiş sıcaklığa göre termal değişimlerini gösterir. Alt-örgü mıknatıslanmaları, diğer durumlarda olduğu gibi yine sıcaklık artışı ile azalarak sıfır olduğu ve ikinci derece faz dönüşümü geçirmesine rağmen toplam mıknatıslanma burada farklı bir davranış sergiler. Bu farklı davranışı daha net biçimde görebilmek amacıyla aynı parametreler için sadece toplam mıknatıslanma ( $m_T$ ), daha dar ölçekte kapsamlı bir biçimde şekil 4.5(d)'de verildi. Şekil 4.5(d), toplam mıknatıslanma oldukça farklı bir davranış sergilemekte sıcaklık artışıyla birlikte sırasıyla  $T_{comp}$  ve  $T_c$ 'de iki defa sıfır olmaktadır. Burada toplam mıknatıslanmanın ilk defa sıfır olduğu sıcaklık değeri, kompensasyon sıcaklığı olarak adlandırılırki bu sıcaklıkta alt-örgü mıknatıslanmaları oluşmasına rağmen net mıknatıslanma sıfırdır. Bu sıcaklık değeri deneysel sistemlerde, termomanyetik kayıt sistemlerinde büyük öneme sahiptir. Daha sonra yine alt-örgü mıknatıslanmalarının ikinci derece faz dönüşümü geçirdiği sıcaklıkta toplam mıknatıslanmada yok olmaktadır.



**Şekil 4.5.** Koordinasyon sayısı  $q = 4$  için toplam ve alt-örgü mıknatıslanmaların termal değişimleri (a)  $D/|J| = -0.75$  ve  $J'/|J| = 0.1$  (b)  $D/|J| = -1.25$  ve  $J'/|J| = 0.1$  (c)  $D/|J| = -1.0$  ve  $J'/|J| = 3.0$  (d)  $D/|J| = -1.0$  ve  $J'/|J| = 3.0$

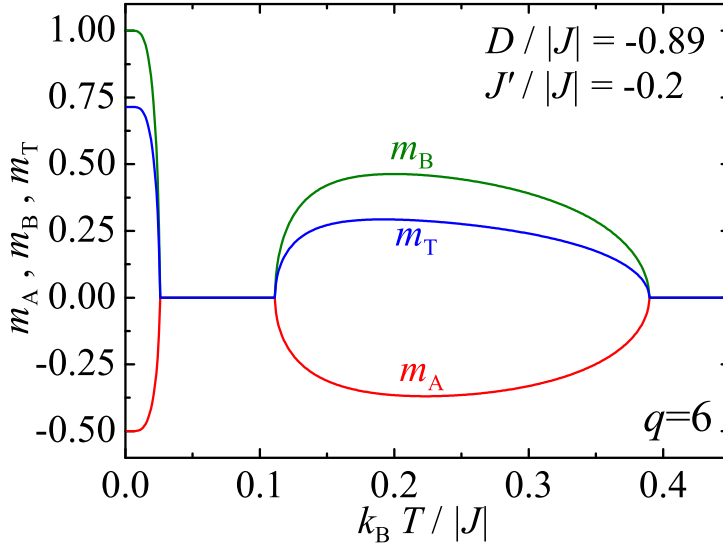
Şekil 4.6,  $q = 4$ ,  $J'/|J| = 3.0$  ve  $D/|J| = -1.4$  için dekore edilmiş Bethe örgü üzerinde karma spin-1/2 ve spin-1 Ising modelinin toplam ve alt-örgü mıknatıslanmalarının sıcaklığa göre değişimleri görülmektedir. Şekildeki  $T_{comp1}$  ve  $T_{comp2}$  sırasıyla birbiri ardına meydana gelen kompensasyon sıcaklıklarını gösterir. Alt-örgü mıknatıslanmaları  $m_A$  ve  $m_B$  sıcaklık artışı ile birlikte azalarak kritik sıcaklıkta ikinci dereceden faz dönüşümü geçirmesine rağmen, toplam



**Şekil 4.6.** Koordinasyon sayısı  $q = 4$  için toplam ve alt-örgü mıknatıslanmaların sıcaklığa göre değişimleri  $D/|J| = -1.4$  ve  $J'/|J| = 3.0$

mıknatıslanma kritik sıcaklıktan önce ardıl olarak iki defa sıfır olmakta, böylece bu sıcaklıklarda kompensasyon davranışı görülmektedir.

Şekil 4.7,  $q = 6$ ,  $J'/|J| = -0.2$  ve  $D/|J| = -0.89$  parametreleri için dekore edilmiş Bethe örgüsü üzerinde karma spin-1/2 ve spin-1 Ising modelinin toplam ve alt-örgü mıknatıslanmalarının sıcaklığa göre değişimini gösterir. Taban durumunda alt-örgü mıknatıslanmaları ( $m_A = +1/2$  ve  $m_B = -1$ ) değerlerini alır ve ferrimanyetik yönetime sahiptir. Sıcaklığın artırılması ile mıknatıslanmalar sürekli olarak azalmakta ve kritik sıcaklıkta ikinci dereceden faz dönüşümü geçirerek düzensiz paramanyetik faza geçerler. Yine sıcaklık artışıyla birlikte alt-örgü mıknatıslanmaları şekilde görüldüğü gibi re-entrant davranış sergilemekte, diğer taraftan toplam mıknatıslanma ise ki ardıl kompensasyon sıcaklığına sahip olmaktadır.

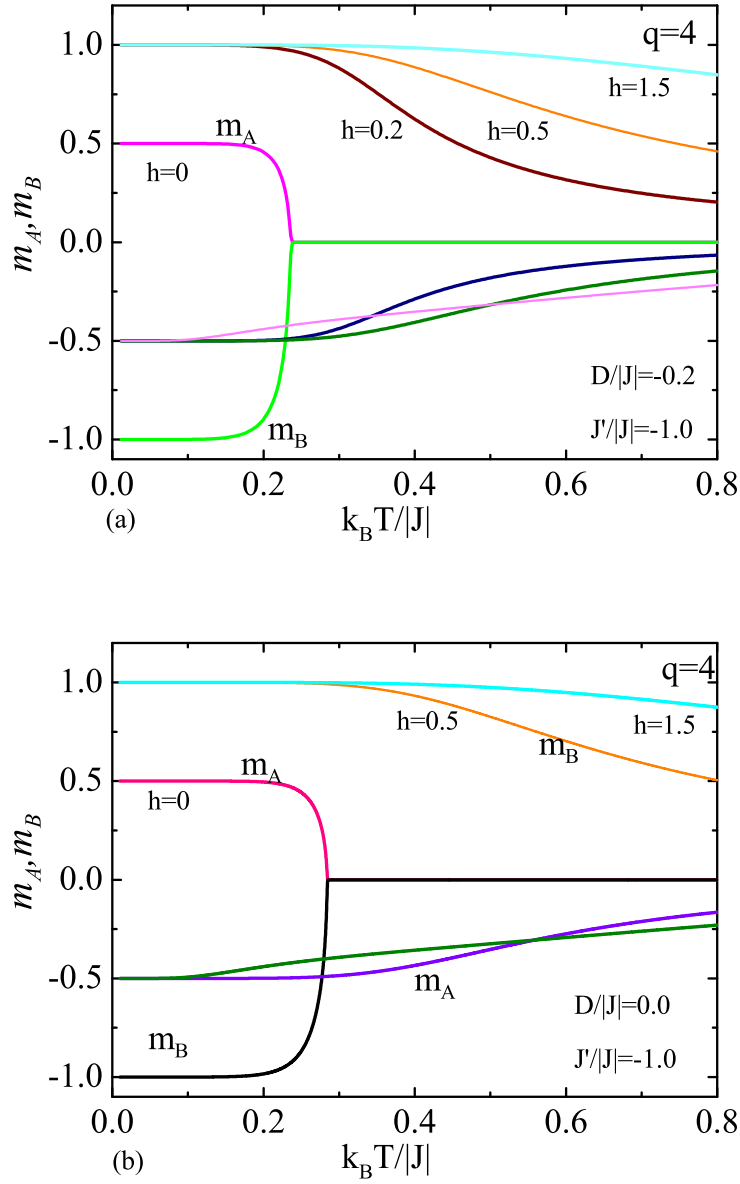


**Şekil 4.7.** Koordinasyon sayısı  $q = 6$  için toplam ve alt-örgü mıknatıslanmaların termal değişimleri  $D/|J| = -0.89$  ve  $J'/|J| = -0.2$

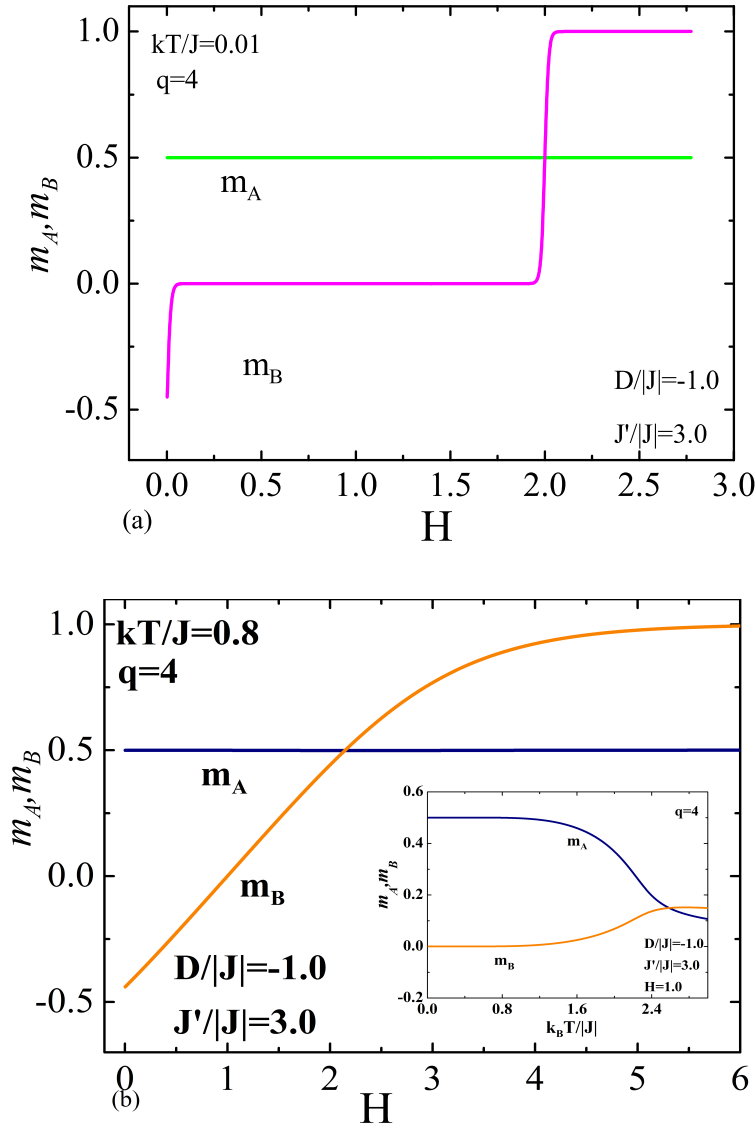
Şekil 4.8(a) ve Şekil 4.8(b), sistemde bir dış manyetik alan varlığında ve yokluğunda  $q = 4$ ,  $J'/|J| = -1.0$  ve  $D/|J| = -0.2$  ve  $D/|J| = 0.0$  değerleri için alt-örgü mıknatıslanmalarının sıcaklığa göre değişimini göstermektedir.

Şekil 4.8(a), dış manyetik alan ( $h = 0$ ) yokluğunda kritik sıcaklık oluşmasına rağmen manyetik alanın artışı ile birlikte ikinci dereceden faz dönüşüm sıcaklığı kaybolmakta ve mıknatıslanmalar doyum değerine sıcaklığın artışı ile birlikte ulaşmaktadırlar. Dış manyetik alanın yeterince büyük değerlerinde sistem daha çabuk doyum noktasına ulaşmaktadır.

Şekil 4.8(b),  $D/|J|$  parametresinin olmayışında alt-örgü mıknatıslanmaları ( $m_A$  ve  $m_B$ ) için sıfır manyetik alanda kritik sıcaklık değeri artmaktadır. Yine,  $D/|J|$ 'nin pozitif değerce artmasıyla kritik sıcaklık değeri artmakta dış manyetik alanın sisteme dahil edilmesiyle daha çabuk doyum mıknatıslanmalarına ulaşmaktadır.



**Şekil 4.8.** Koordinasyon sayısı  $q = 4$  ve  $J'/|J| = -1.0$  değerleri için dış manyetik alan varlığında anizotropi parametresinin farklı değerleri için alt-örgü mıknatıslanmalarının sıcaklığa göre değişimleri (a)  $D/|J| = -0.2$  (b)  $D/|J| = 0.0$

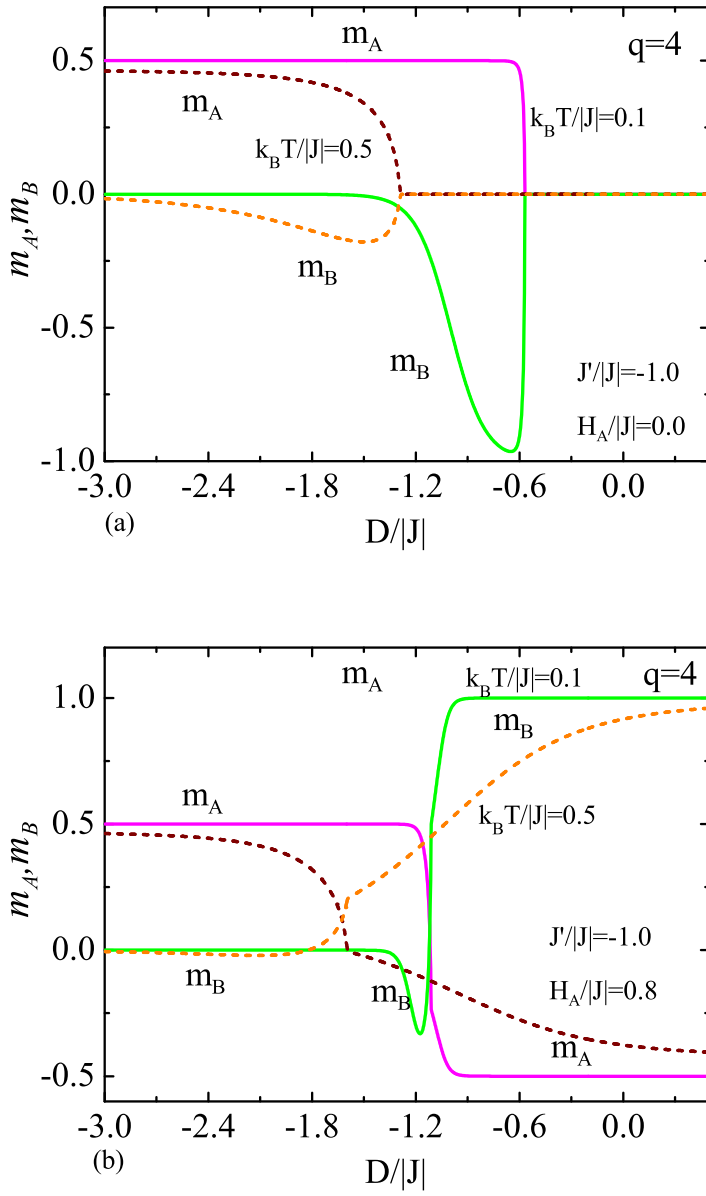


**Şekil 4.9.** Koordinasyon sayısı  $q = 4$ ,  $J'/|J| = 3.0$ ,  $D/|J| = -1.0$  ve farklı sıcaklık değerleri için alt-örgü mıknatıslanmalarının dış manyetik alana göre değişimleri (a)  $k_B T/|J| = 0.01$  (b)  $k_B T/|J| = 0.8$

Şekil 4.9(a) ve Şekil 4.9(b), dekore edilmiş karma spin-1/2 ve spin-1 spin sisteminde  $q = 4$ ,  $J'/|J| = 3.0$  ve  $D/|J| = -1.0$  değerleri için alt-örgü miknatislanmalarının dış manyetik alana göre değişimini gösterir. Şekil 4.9(a)'da taban durumuna oldukça yakın  $k_B T/|J| = 0.01$  için alt-örgü miknatislanmaları-dış manyetik alan değişimlerini gösterir. Şekilden açıkça görüldüğü gibi dış manyetik alanın artışı ile  $m_A = 0.5$  değerinde doyum değerini almaktadır. Diğer taraftan alt-örgü miknatislanması  $m_B = -0.45$  başlangıç değerindeyken dış manyetik alanın hızlı bir şekilde artmasıyla  $m_B = 0.0$  değerinde doyum değerine ulaşır. Dış manyetik alanın tekrar artışıyla  $m_B = 0.0$  değerinden  $m_B = 1.0$  değerine atlamaktadır. Tekrar dış manyetik alanın artışıyla  $m_B = 1.0$  'de doyum değerine ulaşarak manyetik alanın artışıyla bu değerde sabit kalmaktadır.

Şekil 4.9(b)'de sıcaklığın  $k_B T/|J| = 0.01$ 'den  $k_B T/|J| = 0.8$ 'e artırılması esnasında alt-örgü miknatislanmalarının dış manyetik alana göre değişimi görülmektedir. Şekilden açıkça görüldüğü gibi dış manyetik alanın artışı ile  $m_A = 0.5$  değerinde doyum değerini almaktadır. Diğer taraftan alt-örgü miknatislanması  $m_B = -0.35$  başlangıç değerindeyken dış manyetik alanın artmasıyla hızlı bir şekilde  $m_B = 0.5$  değerine geldiğinde  $m_A$  alt-örgüsü ile çakışır ve manyetik alanın artmasıyla bu artış devam eder. Şekil 4.9(b)'nin içine yerleştirdiğimiz küçük şekilde, dış manyetik alan ( $H = 1$ ) değerinde  $m_A$  ve  $m_B$  değerlerinin  $k_B T/|J| = 0.8$  değerinde aynı olduğunu ispatladık.

Şekil 4.10(a)'da sistemde dış manyetik alanın bulunmayışı durumunda karma spin-1/2 ve spin-1 Ising modelinin dekore edilmiş Bethe örgüsü üzerinde koordinasyon sayısı  $q = 4$  ve  $J'/|J| = -1.0$  için alt-örgü miknatislanmalarının  $D/|J|$ 'ye göre değişimlerini gösterir.  $k_B T/|J| = 0.1$  değeri için şekilde görüldüğü gibi  $D/|J|$ 'nin artışıyla birlikte  $m_A$  sabit kalırken,  $m_B$  önemli miktarda değişmekte ve  $D/|J|$ 'nin belirli bir değerinde ikinci dereceden faz dönüşümü geçirecek yok olmaktadır. Diğer taraftan sıcaklık değişiminin sistem üzerinde etkisini



**Şekil 4.10.** Koordinasyon sayısı  $q = 4$  ve  $J'/|J| = -1.0$ ,  $k_B T/|J| = 0.1$  ve  $k_B T/|J| = 0.5$  değerleri için alt-örgü mknatıslanmalarının anizotropi parametresine göre değişimi (a)  $H_A/|J| = 0.0$  (b)  $H_A/|J| = 0.8$

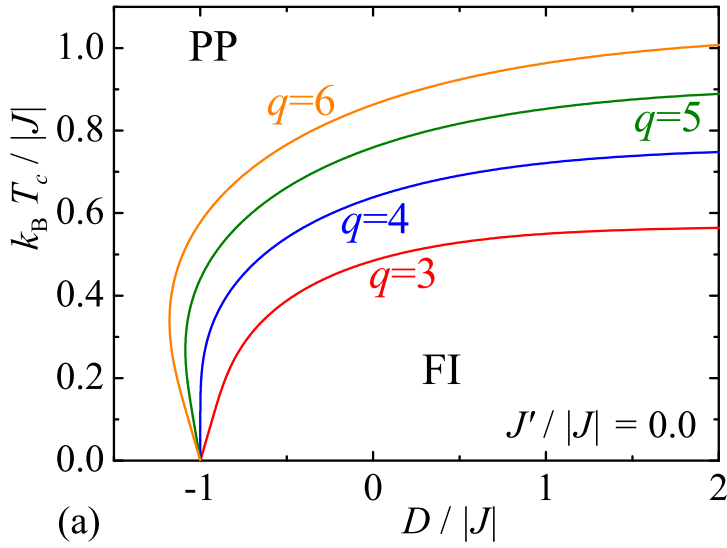


görebilmek için aynı şekil içinde kesikli çizgilerle gösterilen  $k_B T/|J| = 0.5$  sıcaklık değerine karşılık gelen alt-örgü mıknatıslanmaları  $D/|J|$ 'nin değişimi ile elde edildi. Şekilde kesikli çizgilerle gösterildiği gibi sıcaklık artışıyla birlikte alt-örgü mıknatıslanmaları daha küçük anizotropi değerinde meydana geldiği açıkça görülmektedir.

Şekil 4.10(b)'de tüm parametreler aynı iken sisteme manyetik alan dahil edilmektedir. Şekilde dış manyetik alan  $H_A/|J| = 0.8$  iken  $k_B T/|J| = 0.1$  sıcaklık değeri için alt-örgü mıknatıslanmalarının anizotropi parametresine göre değişimi (sürekli çizgiler) görülmektedir. Dış manyetik alanın sisteme dahil edilmesiyle mıknatıslanmalar farklı bir davranış sergilemektedirler.  $m_A$  doyum değeri olan 0.5'ten anizotropi parametresi  $D/|J|$ 'nin artışı ile diğer bir doyum değeri olan  $-0.5$  değerine ulaşmaktadır. Yani anizotropi parametresinin değişimi spinin yönelimi üzerinde düşük sıcaklıklarda oldukça etkili olduğu anlaşılmaktadır. Diğer alt-örgü mıknatıslanması  $m_B$  ise doyum değeri olan 0'dan anizotropi parametresi  $D/|J|$ 'nin artışı ile birlikte bir diğer doyum değeri 1'e geçmektedir. Diğer taraftan tüm parametreler aynı tutularak sıcaklık  $k_B T/|J| = 0.5$  olarak alındığında (kesikli çizgiler) sistem benzer davranışı daha küçük anizotropi parametresinde sergilemektedir. Yani, yüksek sıcaklıklarda alt-örgü mıknatıslanmaları doyum değerlerine daha yüksek anizotropi değerleri ile ulaşmaktadır.

#### 4.1.2. Faz Diyagramları

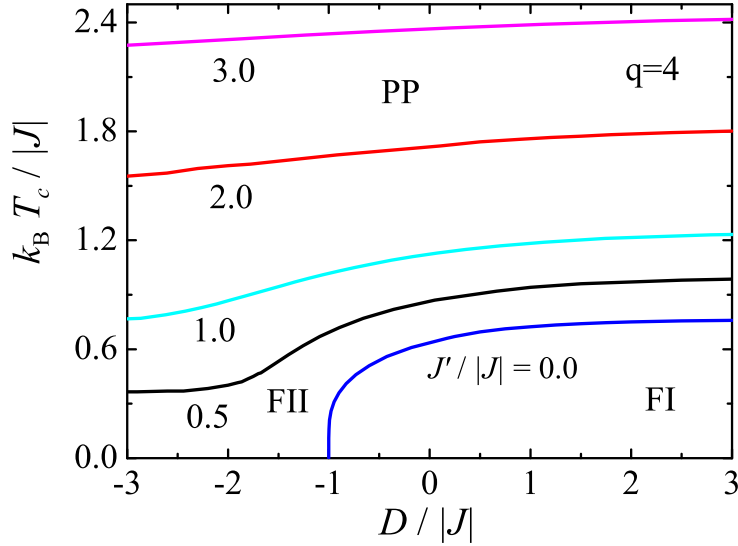
Bu kesimde, karma spin-1/2 ve spin-1 Ising modelinin dekore edilmiş Bethe örgüsü üzerinde değişik parametreler için faz diyagramları verilmiştir. Modelin faz diyagramlarının elde edilmesinde, önceki kesimde incelenmiş olan mıknatıslanmaların termal değişimleri ve faz dönüşüm sıcaklıkları kullanılmıştır. Şekil 4.11, Bethe örgüsü üzerinde spin-1/2 atomları arasındaki ferromanyetik



**Şekil 4.11.** Dekore edilmiş Bethe örgüsü üzerinde karma spin-1/2 ve spin-1 Ising modelinin anizotropi parametresi olarak  $D/|J|$ 'nin fonksiyonu  $J'/|J| = 0.0$  ve  $q = 3, 4, 5, 6$  ve  $8$  değerleri için faz dönüşüm çizgileri

etkileşme ( $J'/|J| = 0.0$ ) olmayışı durumunda farklı koordinasyon sayıları için faz diyagramlarını gösterir. Şekilde görülen tüm faz sınır çizgileri ikinci dereceden faz dönüşüm çizgileridir.  $q = 3$  için  $D/|J|$ 'nin artışıyla birlikte kritik sıcaklıklar artmakta yeterince yüksek anizotropi değerinde bu artış fazla olmamaktadır. Tüm koordinasyon sayıları için faz dönüşüm çizgileri, ferrimanyetik (FI) ve düzensiz paramanyetik fazı (PP) birbirinden ayırır. Düzenli faz (FI),  $D/|J| > -1.0$  için taban

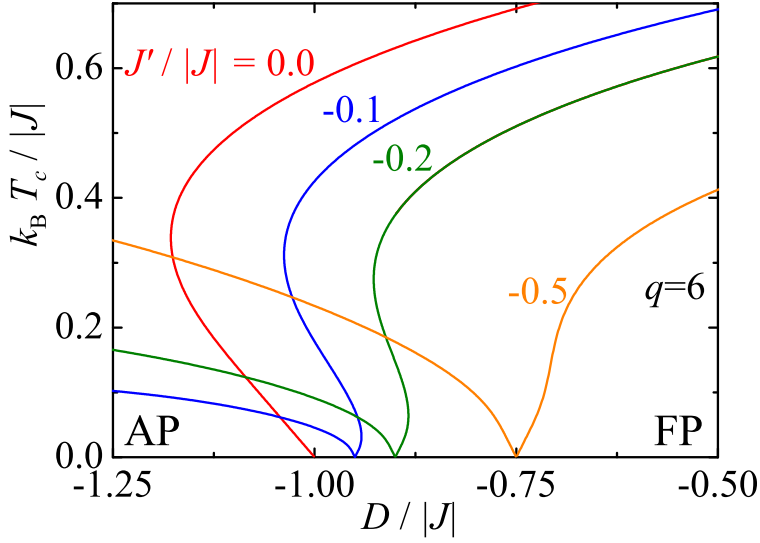
durumunda meydana gelirken, düzensiz paramanyetik faz (PP),  $D/|J| < -1.0$  için elde edilir. Faz diyagramlarından görüldüğü gibi  $q = 3$  ve  $4$  koordinasyon sayıları için re-entrant davranış gözlenmezken, bu davranış  $q \geq 4$  için ( $q = 5, 6, 8, \dots$ ) gözlenmektedir.



**Şekil 4.12.**  $q = 4$  koordinasyon sayılı dekore edilmiş Bethe örgüsü üzerinde karma spin-1/2 ve spin-1 Ising modelinin  $J' / |J| \geq 0.0$  değerleri için faz diyagramı

Şekil 4.12, anizotropi parametresi  $D/|J|$ 'nin fonksiyonu olarak  $q = 4$  koordinasyon sayılı Bethe örgüsü üzerinde karma spin-1/2 ve spin-1 Ising modelinin, ferromanyetik gelecek en yakın komşu etkileşimlerinin pozitif  $J' / |J| \geq 0.0$  değerleri için kritik sıcaklıkları gösterir.  $J' / |J| = 0.0$  için, ikinci dereceden faz dönüşüm çizgisi taban durumda  $D/|J| = -1.0$ 'a inmektedir. Faz dönüşüm çizgisi, ferrimanyetik (FI) ve paramanyetik (PP) fazı birbirinden ayırır. Diğer taraftan pozitif  $J' / |J| = 0.5$  için, Şekil 4.12'de görüldüğü gibi ikinci dereceden faz dönüşüm çizgisi taban durumda herhangi bir  $D/|J|$  değerine inmemektedir.  $D/|J|$ 'nin azalmasıyla birlikte kritik sıcaklık sabit bir değer  $(k_B T_c / |J|) = 0.365$

almaktadır.  $J'/|J| > 0.0$  için, tüm ikinci derece faz dönüşüm çizgileri ferrimanyetik (FII) fazı, paramanyetik (PP) fazdan ayırır.



**Şekil 4.13.**  $q = 6$  koordinasyon sayılı Bethe örgüsü üzerinde karma spin-1/2 ve spin-1 Ising modelinin,  $J'/|J| \leq 0.0$  değerleri için faz diyagramı

Şekil 4.13,  $J'/|J| \leq 0.0$  değerleri için  $q = 6$  koordinasyon sayılı Bethe örgüsü üzerinde karma spin-1/2 ve spin-1 Ising modelinde  $D/|J|$ 'nin fonksiyonu olarak kritik sıcaklıkları gösterir. Şekilde görüldüğü gibi  $q = 6$  durumunda sistem re-entrant davranış sergilemektedir. Burada koordinasyon sayısının yükselmesi, yani  $q = 4$  sayılı Bethe örgüsünden  $q = 6$  koordinasyon sayılı Bethe örgüsüne geçiş sistemin faz dönüşümleri üzerinde etkili olmuştur. Dolayısıyla re-entrant davranış meydana gelmiştir.  $J'/|J| = 0.0$  için ikinci dereceden faz dönüşüm çizgisi ferrimanyetik fazı (FI), paramanyetik (PP) fazdan ayırır. Diğer taraftan  $J'/|J| < 0.0$  parametreleri için faz diyagramında yeni bir faz bölgesi yani antiferromanyetik (AF) meydana gelmektedir.

## 5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmada, en genel  $q$  koordinasyon sayılı dekore edilmiş Bethe örgüsü üzerinde karma spin-1/2 ve spin-1 Ising modelinin manyetik özellikleri (faz dönüşümleri, termal değişimleri, faz diyagramları) dekorasyon-iterasyon dönüşümü ve tam tekrarlama yönteminin birlikte kullanılmasıyla incelenmiştir. Karma spin-1/2 ve spin-1 Ising modelinin, dekore edilmiş Bethe örgüsü üzerinde tam formülasyonu en genel  $q$  koordinasyon sayılı spin- $S$  durumu ( $S = 1, 3/2, 2, \dots$ ) için yapılmıştır. Fakat bu tez çalışmasında  $S = 1$  olarak alınarak model incelenmiştir. Modelin en genel Hamiltonyeni spin-1/2 ve spin- $S$  atomları arasındaki en yakın komşu etkileşme parametresi ( $J$ ), spin-1/2 atomları arasındaki gelecek en yakın komşu etkileşme parametresi ( $J'$ ), tek-iyon anizotropi parametresi ( $D$ ) ve spin-1/2 ve spin- $S$  atomları üzerine etkiyen dış manyetik alan ( $H_A$  ve  $H_B$ ) parametrelerini kapsar. Dekorasyon-iterasyon dönüşümü kullanılarak karma spin-1/2 ve spin-1 Ising modeli (dekore edilmiş Bethe örgüsü üzerinde) ve basit Bethe örgüsü üzerindeki spin-1/2 Ising modeli arasında tam bir ölçekleme eşitliği elde edilmiştir. Dekorasyon- iterasyon dönüşümü ve tam tekrarlama yöntemi vasıtasıyla alt-örgü mıknatıslanmaları ve net mıknatıslanma ifadeleri elde edilmiştir. Modelin manyetik özelliklerinin incelenmesinde  $J < 0$  durumunda (ferrimanyetik durum) özellikle kritik davranış, kompensasyon olayı, termal değişimler ve faz dönüşümleri üzerinde durulmuştur. Model ferrimanyetik en yakın komşu etkileşimleri durumunda modeli tanımlayan Hamiltonyendeki etkileşme parametrelerinin değişik değerleri için kritik davranış sergilemektedir. Bölüm 3'te etkileşme parametrelerinin farklı değerleri için sistem ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir. Modelin alt-örgü ve toplam mıknatıslanmalarının sıcaklığa göre değişimlerinin incelenmesi neticesinde  $T = 0$ 'da yani taban durumundaki spin yönelimlerinden dört farklı faz meydana geldiği görülmüştür. Bunlar; ferrimanyetik I ( $\sigma = 1/2, S = -1$ ), ferrimanyetik II ( $\sigma = 1/2, S = 0$ ),

antiferromanyetik I ( $\sigma = 1/2, S = 0; \sigma = -1/2, S = 0$ ) ve antiferromanyetik II ( $\sigma = 1/2, S = \pm 1; \sigma = -1/2, S = \pm 1$ ) fazlarıdır. Bu fazlar, mıknatıslanmaların termal değişimlerinden net bir şekilde elde edilmektedir. Ayrıca bu fazlar modeli tanımlayan Hamiltonyende farklı spin konfigürasyonları için enerjiler birbirine eşitlenerek elde edilen taban durum faz diyagramında bulunabilir. Modelin dış manyetik alan ve gelecek en yakın komşu etkileşme parametresinin yokluğunda faz diyagramlarının elde edilmesi sonucunda faz diyagramında ferrimanyetik ve paramanyetik fazın meydana geldiği görülmüştür. Karma spin Ising modeli bu durumda  $q \geq 5$  için re-entrant davranış sergilemektedir.  $q \leq 4$  için re-entrant davranış faz diyagramında görülmez. Diğer taraftan sıfır manyetik alanda modele  $J'$  parametresi (spin-1/2 atomları arasındaki etkileşme parametresi) eklendiğinde yeni bir faz olarak ferrimanyetik II fazı meydana gelmektedir. Ayrıca  $J'$  parametresinin varlığında yine modelin alt-örgü ve toplam mıknatıslanmalarının incelenmesi sonucunda modelde bir veya iki adet kompensasyon sıcaklığı meydana geldiği görülmektedir. Böylece modelin kompensasyon davranışının ve yeni fazların meydana gelmesinde karma spin Ising modelini tanımlayan Hamiltonyendeki  $J'$  parametresinin yol açtığı sonucuna varılmıştır.  $J' = 0$  durumunda ise modelde sadece düzensiz paramanyetik ve düzenli ferrimanyetik faz oluşmaktadır. Karma spin-1/2 ve spin-1 Ising modelini bir dış manyetik alan varlığında incelendiğinde sistemin manyetik özelliklerini büyük ölçüde etkilediği görülmüştür. Modelin alt-örgü ve toplam mıknatıslanmalarının sıfırdan farklı bir dış manyetik alan varlığında termal değişimlerinde kritik sıcaklık meydana gelmediği ve artan manyetik alan için bu durum daha belirgin hale gelmektedir. Model çok düşük sıcaklıklarda farklı parametreler için mıknatıslanma-manyetik alan değişimleri manyetik plato davranışı sergilemektedir.

**KAYNAKLAR**

- [1] Kramers, H. A., Wannier, G. H. 1941. Statistics of Two-Dimensional Ferromagnet. **Phys. Rev.**, 60: 252-262.
- [2] Onsager, L. 1944. Crystal Statistics. I. A Two-Dimensional Model with an Order-Disorder Transition. **Phys. Rev.**, 65: 117-149.
- [3] Domb, C. 1960. On the Theory of Cooperative Phenomena. **Adv. Phys.**, 9: 149-361.
- [4] Néel, L. 1948. Magnetic Properties of Ferrites: Ferrimagnetism and Antiferromagnetism. **Ann. Phys.**, 3: 137-98.
- [5] Mansuripur, M. 1987. Magnetization Reversal, Coercivity, and the Process of Thermomagnetic Recording in Thin-Films of Amorphous Rare-Earth Transition-Metal Alloys. **J. Appl. Phys.**, 61: 1580-1587.
- [6] Connell, GAN., Allen, N., Mansuripur, M. 1982. Magneto-Optical Properties of Amorphous Terbium Iron-Alloys. **J. Appl. Phys.**, 53: 7759-7761.
- [7] Syozi, I., Domb, C., Green, M. S. 1973. Phase Transitions and Critical Phenomena. **Acta Cryst.** A29, 487.
- [8] Syozi, I., Nakano, H. 1955. Statistical Models of Ferrimagnetism. **Prog. Theor. Phys.**, 13: 69-78.
- [9] Hattori, M. 1966. Ising Spin Models of Complex Ferrimagnetism. **Prog. Theor. Phys.**, 35: 600-614.
- [10] Jaščur, M. 1998. Exact Results for a Decorated Ising Model. **Physica A**, 252: 217-224.
- [11] Dakhama, A. 1998. Exact Solution of a Decorated Ferrimagnetic Ising Model. **Physica A**, 252: 225-237.
- [12] Jaščur, M., Strečka, J. 1999. Exact Results of the Transverse Ising Model on Decorated Lattices. **Phys. Lett. A**, 258: 47-50.
- [13] Strečka, J., Jaščur, M. 2003. Thermodynamic Properties of the Exactly Solvable Transverse Ising Model on Decorated Planar Lattices. **J. Magn. Magn. Mater.**, 26: 415-424.
- [14] Oitmaa, J., Zheng, Wh. 2003. Ferrimagnetism and Compensation Points in a Decorated 3D Ising Models. **Physica A**, 328: 185-192.

- [15] Strečka, J., Čanova, L., Jaščur, M. 2007. Exact Solution of the Mixed-Spin Ising Model on a Decorated Square Lattice with Two Different Kinds of Decorating Spins on Horizontal and Vertical Bonds. **Physical Review B**, 76: 14413.
- [16] Matasovska, S., Jaščur, M. 2007. Reentrant Transitions and Multicompensation Phenomena of the Exactly Solvable Mixed Spin-S and Spin-1/2 Ising Model on Decorated Planar Lattices. **Physica A**, 383: 339-350.
- [17] Čanova, L., Strečka, J., Jaščur, M. 2008. Exact Results of the Mixed-Spin Ising Model on a Decorated Square Lattice with Two Different Decorating Spins of Integer Magnitudes. **Int. J. Mod. Phys. B**, 22: 2355-2372.
- [18] Kaneyoshi, T., 1996. A Note on a Decorated Ferrimagnetic Ising System. **Physica A**, 237: 554-572.
- [19] Eddeqaqi, N. Ch., Saber, M., El-Atri, A., Kerouad, M. 1999. Phase Diagram of Spin-1 Ising Model in a Transverse Crystal Field. **J. Phys.: Condens. Matter**, 11: 5603.
- [20] Kaneyoshi, T. 2001. The Possibility of Two Compensation Points in a Decorated Ferrimagnetic Ising Model. **J. Phys. Soc. Japan**, 70: 884-888.
- [21] Kaneyoshi, T. 2002. Some Characteristic Properties of a Decorated Ising System. **Physica A**, 303: 507-524.
- [22] Moutie, A., Kerouad, M., Dujardin, F. 2002. The Decorated Ferrimagnetic Ising Model in a Random Longitudinal Field. **Phys. Scr.**, 65: 539-544.
- [23] Benyoussef, A., El Kenz, A., El yadari, M. 2007. Decorated Ferrimagnetic Ising Model with a Random Crystal Field. **Physica B**, 393: 204-212.
- [24] Boughrara, M., Kerouad, M., Saber, M. 2007. Effect of a Random Longitudinal Field and Crystal Field on a Decorated Ferrimagnetic Ising Model. **J. Magn. Magn. Mater.**, 316: e287-e290.
- [25] Boughrara, M., Kerouad, M. 2008. Phase Transition and Magnetic Properties of a Decorated Ising Film: Monte Carlo and Effective Field Treatments. **Physica A**, 387: 6105-6114.
- [26] Benyoussef, A., El Kenz, A., El yadari, M., Loulidi, M. 2009. Phase Transitions of the Mixed-Spin Ising Model on a Decorated Lattice with the Nearest-neighbor Interaction between Decorating Spins. **J. Mod. Phys. B**, 23: 4963-4976.



- [27] Strečka, J., Dely, J., Čanova, L. 2009. Phase Transitions of the Mixed Spin-1/2 and Spin-S Ising Model on the Three-Dimensional Decorated Lattice with a Layered Structure. **Physica A**, 388: 2394-2402.
- [28] Baxter, R., 1982. Exactly Solved Models in Statistical Mechanics. Academic Press, pp.47-59, New York.
- [29] Schofield, S. L., Bowers, R. G. 1980. Renormalisation Group Calculations on a Mixed- Spin System in Two Dimensions. **J. Phys. A: Math. Gen.**, 13: 3697-3706.
- [30] Schofield, S. L., Bowers, R. G. 1981. High-Temperature Series Expansion Analyses of Mixed-Spin Ising Model. **J. Phys. A: Math. Gen.**, 14: 2163-2169.
- [31] Tang, F. K. 1988. Critical Coupling of Mixed Spin-1/2 ve Spin-S Ising Model: A Free Fermion Approximation. **J. Phys. A: Math. Gen.**, 21: L1097-L1098.
- [32] Iwashita, T., Uryu, N. 1983. The Effect of the Bikuadratic Exchange Interaction on the Curie Temperature of the Mixed Spin Ising Ferromagnet. **Phys. Lett. A**, 96: 311-315.
- [33] Iwashita, T., Uryu, N. 1984. The Curie Temperature of the Two-Dimensional Quadratic Ising Ferromagnet with Mixed- Spins of  $S=1/2$  and  $S=1$ . **J. Phys. Soc. Jpn.**, 53: 721-728.
- [34] Kaneyoshi, T. 1987. Curie Temperatures and Tricritical Points in Mixed Ising Ferromagnetic Systems. **J. Phys. Soc. Jpn.**, 56: 2675-2680.
- [35] Polat, H., Canpolat, Y., Torguersuel, A. 2007. The Magnetic Properties of Spin-1/2 and Spin-S Ising Models in an Applied Magnetic Field By Introducing The Effective-Field Approximation. **Physica Scripta**, 76: 597-605
- [36] Kaneyoshi, T. 1989. Surface Manyetizations of the Semi-Infinite Mixed Ising Alloy. **J. Phys. Soc. Jpn.**, 58: 1755-1766.
- [37] Kaneyoshi, T. 1990. Magnetic Properties of a Mixed Spin Ising Model with Random Nearest-Neighbour Interaction. **J. Magn. Magn. Mat.**, 92: 59-67.
- [38] Plascak, J. A. 1993. Multicritical Points in the Ferromagnetic Binary Ising Model. **Physica A** ,198: 655-665.

- [39] Vieira, A. P., de Carvalho, J. X., Salinas, S. R. 2001. Phase Diagram of a Random-Anisotropy Mixed-Spin Ising Model. **Phys. Rev. B**, 63: 184415-184421.
- [40] Zhang, G-M., Yang, C-Z. 1993. Monte Carlo Study of Two-Dimensional Quadratic Ising Ferromagnet with Spins  $S=1/2$  and  $S=1$  and with Crystal-Field Interactions. **Phys. Rev. B**, 48: 9452-9455.
- [41] Aydiner, E., Yüksel, Y., Kış Çam, E., et al. 2009. Dependence on Dilution of Critical and Compensation Temperatures of a Two-Dimensional Mixed Spin-1/2 and Spin-S System. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, 321: 3193-3197
- [42] Buendia, G. M., Novotny, M. A. 1997. Numerical Study of a Mixed Ising Ferrimagnetic System. **J. Phys.: Condens. Matter**, 9: 5951-5964.
- [43] Tucker, J. W. 1999. The Ferrimagnetic Mixed Spin-1/2 and Spin-1 Ising System. **J. Magn. Magn. Mat.**, 195: 733-740.
- [44] Goncalves, L. L. 1985. Uniaxial Anisotropy Effects in the Ising Model: An Exactly Soluble Model. **Physica Scripta**, 33: 248-256.
- [45] Silva, N. R. da, Salinas, S. R. 1991. Mixed-Spin Ising Model on the Bethe Lattice. **Phys. Rev. B**, 44: 852-855.
- [46] Jaščur, M., Kaneyoshi, T. 1995. Dilution in a Mixed Spin Ising System. **Physica B**, 215: 318-324.
- [47] Bobák, A., Jaščur, M. 1995. Ferrimagnetism in Diluted Mixed Ising Spin Systems. **Phys. Rev. B**, 51: 11533-11537.
- [48] Xin, Z. H., Wei, G. Z., Liu, T. S. 1997. Magnetic Properties of Ground State in Diluted Mixed-Spin Ising Ferromagnetic Systems. **J. Magn. Magn. Mat.**, 176: 206-212.
- [49] Xin, Z. H., Wei, G. Z., Liu, T. S. 1998. Thermodynamics of Diluted Mixed-Spin Ising Systems. **Phys. Stat. Sol. (b)**, 209: 145-151.
- [50] Xin, Z. H., Wei, G. Z., Liu, T. S., 1998. Phase Diagrams of the Diluted Mixed-Spin Ising Model on a Honeycomb Lattice. **Physica A**, 248: 442-453.
- [51] Kaneyoshi, T. 1988. Sarmiento, E. F., Fittipaldi, I. P., Magnetic Properties of Amorphous Mixed Ising Spin Systems in a Transverse Field. **Phys. Rev. B**, 38: 2649-2658.

- [52] Yan, S. L., Yang, C. Z. 1997. The Compensation Temperature Study of the Mixed Ising Ferrimagnetic Spin System with Crystal Field in a Transverse Field. **Z. Phys. B**, 103: 93-96.
- [53] Laaboudi, B., El Atri, M., Saber, M. 1998. The Random Transverse Ising Model with Spin-1/2, Spin-1 and Mixed Spins. **Phys. Stat. Sol. (b)**, 208: 197-205.
- [54] Yan, S. L., Yang, C. Z. 1998. Tricritical Behaviour on the Mixed Transverse Ising Spin System with a Crystal Field. **Phys. Stat. Sol. (b)**, 208: 151-156.
- [55] Weng, X. M., Li, Z. Y. 1996. On The Random Transverse Field, Mixed Spin Ising Model of Spin-1/2 and Spin-1. **Phys. Stat. Sol. (b)**, 197: 487-494.
- [56] Weng, X. M., Li, Z. Y. 1996. Transverse-Random-Field Mixed Ising Model with Arbitrary Spins. **Phys. Rev. B**, 53: 12142-12147.
- [57] Benayad, N., Zerhouni, R. 1997. Magnetic Properties of the Mixed Spin Transverse Ising Model with Longitudinal Crystal Field Interactions. **Phys. Stat. Sol. (b)**, 201: 491-503.
- [58] Benayad, N., et al. 1999. Mixed Spin-1/2 and Spin-1 Ising Model in Transverse Random Fields. *J. Zittartz*. **Physica A**, 262: 483-495.
- [59] Ekiz, C., Keskin, M. 2003. Magnetic Properties of the Mixed Spin-1/2 and Spin-1 Ising Ferrimagnetic System. **Physica A**, 317: 517-534.
- [60] Ekiz, C., Strečka, J. 2012. Reentrant Phase Transitions and Multicompensation Points in the Mixed-Spin Ising Ferrimagnet on a Decorated Bethe Lattice. **Physica A**, 391: 4763-4773.



**ÖZ GEÇMİŞ****KİŞİSEL BİLGİLER**

Adı Soyadı : Duygu Selvi  
Doğum Yeri ve Tarihi : Sivas 12.01.1989

**EĞİTİM DURUMU**

Lisans Öğrenimi : Balıkesir Üniversitesi  
Fen-Edebiyat Fak., Fizik Böl.  
Yüksek Lisans Öğrenimi : Adnan Menderes Üniversitesi  
Fen-Edebiyat Fak., Fizik Böl.  
Bildiği Yabancı Diller : İngilizce

**İLETİŞİM**

E-posta Adresi : duygu.selvi@hotmail.com  
Tarih : 27.05.2014