T.C.
ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI
2016-YL-053

ISING MODELİNİN HUSIMI ÖRGÜSÜ ÜZERİNDE İNCELENMESİ

Hazırlayan
Fatma BALCI

Tez Danışmanı
Prof. Dr. Cesur EKİZ

AYDIN-2016

T.C.
ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE
AYDIN

Fizik Ana Bilim Dalı Yüksek Lisans Programı öğrencisi Fatma BALCI tarafından hazırlanan ‘Ising Modelinin Husimi Örgüsü Üzerinde İncelenmesi ’başlıklı tez, 02/09/2016 tarihinde yapılan savunma sonucunda aşağıda isimleri bulunan jüri üyelerince kabul edilmiştir.

	Ünvanı, Adı Soyadı	Kurumu	İmzası
Başkan:	Prof. Dr. Cesur Ekiz	Adnan Menderes Üniv.	
Üye	: Prof. Dr. Birol Engin	Dokuz Eylül Üniv.	
Üye	: Yrd. Doç. Dr. Nuray Horasan	Adnan Menderes Üniv.	

Jüri üyeleri tarafından kabul edilen bu Yüksek Lisans tezi, Enstitü Yönetim Kurulunun……..………..sayılı kararıyla……..…..…tarihinde onaylanmıştır.

Prof. Dr. Aydın ÜNAY

Enstitü Müdürü

T.C.
ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ'NE
AYDIN

Bu tezde sunulan tüm bilgi ve sonuçların, bilimsel yöntemlerle yürütülen gerçek deney ve gözlemler çerçevesinde tarafımdan elde edildiğini, çalışmada bana ait olmayan tüm veri, düşünce, sonuç ve bilgilere bilimsel etik kuralların gereği olarak eksiksiz şekilde uygun atıf yaptığımı ve kaynak göstererek belirttiğimi beyan ederim.

…/…./2016

Fatma BALCI

ÖZET

ISING MODELİNİN HUSIMI ÖRGÜSÜ ÜZERİNDE İNCELENMESİ

Fatma BALCI

Yüksek Lisans Tezi, Fizik Anabilim Dalı
Tez Danışmanı: Prof. Dr. Cesur EKİZ
2016, 29 sayfa

Bu çalışmada, spin-1/2 Ising modelinin Husimi örgüsü üzerinde manyetik ve termal özellikleri, tam tekrarlama metodu ile incelendi. Genel q koordinasyon sayılı Husimi örgüsünün üzerinde klasik spin değerleri ± 1 olarak alındı. İlk olarak, modelin tam tekrarlama bağıntısı Husimi örgüsü üzerinde elde edildi. Daha sonra, Husimi örgüsü üzerinde spin ortalama değeri alınarak bölgesel mıknatıslanma ve üçlü korelasyon bağıntısı elde edildi. Elde edilen bağıntının uygun bir programlama dili vasıtasıyla iteratifsel çözümleri yapılarak modelin özellikleri incelendi. Program çalıştırılırken sabit nokta iterasyon yöntemi kullanıldı ve mıknatıslanma ile üçlü korelasyon fonksiyonunun grafiksel değişimleri elde edildi. Mıknatıslanma ve kritik sıcaklığın (Curie sıcaklığı) incelediğimiz sistemdeki davranışı ile etkileşme parametrelerinin, q (koordinasyon sayısı) ve dış manyetik alanın sistemin özellikleri üzerine etkisi incelendi.

Anahtar Kelimeler: Faz Dönüşümleri; Ising Modeli; Husimi Örgüsü

ABSTRACT

THE STUDY OF ISING MODEL ON THE HUSIMI LATTICE

Fatma BALCI
M.Sc.Thesis, Department of Physics
Supervisor: Prof. Dr. Cesur EKİZ
2016, 29 pages

In this study, the magnetic and thermal properties of spin-1/2 Ising model on the Husimi lattice were investigated using exact recursion method. It was considered that the spin values take as ± 1 values on the Husimi lattice with general coordination number q. First, the exact recursion relation of the model was obtained on the Husimi lattice with general coordination number. Later, the regional magnetization relation was obtained by using the thermal spin average value. The properties of model were studied by means of programming language using the recursive solutions. The fixed point iteration method was employed while the program is running and the temperature dependences of magnetization and triple correlation function were obtained. In this system, the phase transitions of order paraemeter depend on Hamiltonian exchange interactions such as two-spin, three-spin and external magnetic field parameters. The dependence of phase transition is investigated extensively.

Key Words: Phase Transitions; Ising Model; Husimi Lattice

ÖNSÖZ

Hayatım boyunca beni en iyi şekilde yetiştiren, bana maddi ve manevi her türlü desteği sağlayan, her zaman yanımda olan başta anneme ve babama, sonra da ablalarıma ve ağabeyime sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Bana tez çalışma konusunu veren ve çalışmalarımda en büyük desteği kendisinden gördüğüm, çalışmalarım süresince geniş bilgi birikimi, yol göstericiliği, tecrübesi ile destek ve yardımlarını esirgemeyen saygı değer hocam tez danışmanım Sayın Prof. Dr. Cesur Ekiz'e sonsuz teşekkürlerimi ve saygılarımı sunarım.

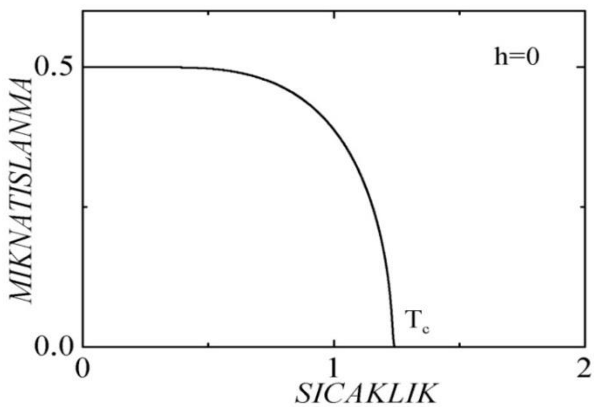
Fatma BALCI

İÇİNDEKİLER

ŞEKİLLER DİZİNİ

1. GİRİŞ

Fiziksel olayları açıklamak, bu olayların davranışlarını incelemek için iki durumlu sistemler veya spin-1/2 Ising modeli kullanılabilmektedir. Mesela, gazların soğurulması, ikili veya üçlü sıvı ve gaz karışımlarının faz dönüşümleri, manyetik faz geçişleri gibi olaylar bu sistemler veya modelle açıklanabilmektedir. Faz dönüşümleri iki durum ve bir düzen parametresi ile tanımlanır ki bu parametre ile sistemin hangi fazda olduğu ve hangi koşullarda faz değişimine uğrayacağı belirlenebilir. Maddeler belirli manyetik özelliklerine göre sınıflandırılarak hangi manyetik faza sahip olduğu belirlenebilir. Materyalin sahip olduğu manyetik duruma göre de maddeler ferromanyetik, antiferromanyetik, ferrimanyetik, paramanyetik ve diamanyetik olarak sınıflanabilirler. Bu sınıflandırmanın her biri faz ya da durum olarak adlandırılır. Uygun şartlar altında, örneğin sıcaklık veya basınç değişimi, bu durumlar arasında geçişler olur. Bu geçişlere faz dönüşümü denir. Örneğin sıvı fazda bulunan bir miktar su uygun şartlar altında katı faza geçer. Bu durumda sistemi tanımlayan bir matematiksel fonksiyon vardır ve bu fonksiyonlar ait olduğu sistemin durumu ve karakteristik özelliği hakkında bilgi verir. Bu şekilde tanımlanan matematik fonksiyonlara düzen parametresi denir. İki durumlu sistemler için manyetizasyon veya mıknatıslanma bir düzen parametresidir. Sistemin dengede olup olmadığı düzen parametresi ile anlaşılır. Şayet manyetik sistemlerin düzen parametresi olan mıknatıslanma mevcut değilse (sıfır ise) sistem düzensiz yani paramanyetik fazdadır. Sistemin basınç ve hacim gibi bazı termodinamik nicelikleri sabit tutulursa; faz geçişleri belli bir sıcaklıkta gerçekleşir. Faz geçişinin olduğu bu sıcaklığa kritik sıcaklık denir. Ferromanyetik ya da antiferromanyetik fazdaki düzenli durumda olan bir sistemin düzensiz paramanyetik faza geçişi bir kritik sıcaklıkta meydana gelir. Faz geçişi sıcaklığı civarında sistemde değişik özellikler ortaya çıkar. Örneğin; sistemi oluşturan parçacıklar arasında sonsuz mesafeli bir korelasyon oluşur, böylece sistemin en uzak noktasındaki iki parçacığın birbirini görebilmesi sağlanır. Diğer taraftan manyetik alınganlıkta mıknatıslanma ile türev ilişkili olduğundan bir sistemin fazı hakkında bilgi verir. Asal gazlar, birçok organik molekül ve NaCl gibi kristal tuzları diamanyetik özelliğe sahiptir. Diamanyetik malzemeler diğerlerinden farklı olarak, sürekli manyetik momente sahip olmayıp dış manyetik alan arttıkça, bu alana zıt yönde bir manyetik momente sahip olurlar. Bunların toplam net manyetik momentleri sıfırdır. Bu tür malzemeler kuvvetli bir mıknatıs tarafından hafifçe itilirler. Diamanyetik maddelerin son yörüngesindeki elektron kabukları dolu olduğu için, spin manyetik momenti sıfırdır. Elektronun yörünge etrafında dönmesinden dolayı manyetik özellik sergilemektedir. Birçok elementin son yörüngelerinde tek sayıda elektron vardır. Böylece atomda bulunan elektronlar birbirlerinin oluşturdukları manyetizmayı dengeleyemezler. Yani atom ortamda güçlü manyetik alan olmadan da mıknatıslanmaya yol açar. İşte bu özelliğe sahip maddeler için “paramanyetik” denir. Malzeme üzerinde meydana gelen mıknatıslanma ortamın kuvvetli manyetik alan vektörü ile aynı yönde olur. Malzemeye etkiyen dış alan kaldırılırsa, spin yönelimleri gelişi güzel olur ve mıknatıslanma yine kaybolur. Son yörüngesinde tekli elektrona sahip tüm atomlar, moleküller ve örgü bozukluklarına sahip maddeler, iç enerji kabukları kısmen dolu serbest iyon ve atomlar (örneğin geçiş elementleri, nadir toprak elementleri) ile metaller örnek verilebilir. Diğer taraftan, paramanyetik materyaller bir dış manyetik alan içerisine konulduğunda malzemenin manyetik momentleri alan yönünde yönelmeye başlar. Böylece malzeme net bir manyetik momente sahip olur. Malzeme içinde dağınık manyetizasyon vektörleri nedeni ile manyetizasyon nedeni olmayan, fakat paramanyetik elementlerden farklı olarak ortamda bulunan dış manyetik alana fazla duyarlı olan elementler de vardır. Bu tür maddeler çok daha zayıf dış manyetik alan varlığında bile güçlü manyetik özelliğe sahip olmaktadırlar. Uygulanan dış manyetik alan ortamdan kaldırılsa dahi bu mıknatıslanma durumu devam etmektedir. Bu manyetik davranış özelliğine “Ferromanyetizma” denilmektedir ve bu tür maddeler arasında Demir (Fe), Nikel (Ni) ve Kobalt (Co) sayılabilir.



Şekil 1.1. Dış manyetik alan yokluğunda mıknatıslanmanın sıcaklığa göre değişimi.

Şekil 1.1, manyetik özellik gösteren (demir, nikel ve ya kobalt) bir element için temsili olarak mıknatıslanmanın sıcaklığa göre değişimini göstermektedir. Burada görüldüğü gibi sürekli ferromanyetik faz geçişi meydana gelmektedir. Şekilde *Tc* kritik sıcaklığı göstermektedir ve bu kritik sıcaklığın altındaki değerlerde sistem ferromanyetik fazdadır. Diğer taraftan, kritik sıcaklık ve üzeri değerleri için sistem spinlerin düzensiz yönelim sergilediği ve mıknatıslanmanın yok olduğu paramanyetik faza geçmiştir. Burada göze çarpan, Curie sıcaklığı olarak da adlandırılan ikinci dereceden bir kritik sıcaklık değeri ve bu kritik sıcaklık değerinde sistemin sürekli faz dönüşümüne uğramasıdır. Faz dönüşümleri çok geniş bir araştırma alanı olmakla birlikte manyetik sistemler için basitçe birinci dereceden faz geçişi ve ikinci dereceden faz geçişi olmak üzere ikiye ayrılır. Eğer iki fazın Gibbs ya da Helmholtz serbest enerjileri kritik sıcaklıkta birbirine eşit yani sürekli; ancak sıcaklığa ya da basınca göre türevlerinin süreksiz olduğu faz geçişlerine birinci dereceden faz geçişi denir. Diğer taraftan, ikinci dereceden faz geçişinde ise kritik noktada serbest enerjinin sıcaklığa göre türevi tanımlı yani süreklidir. Daha öncede ifade edildiği gibi yukarıdaki şekil 1.1’de meydana gelen ikinci dereceden bir faz geçişidir. İkinci dereceden faz geçişlerine sürekli faz geçişi denmesinin sebebi budur.

İstatistik fiziğin en yoğun çalışılan konuları arasında faz geçişleri ve uygulamaları bulunmaktadır. Ising modeli ise manyetik sistemlerin termodinamiği ve faz geçişleri için sıklıkla kullanılan modellerden biridir. Ising modeli ilk önce ferromagnetik özellik gösteren demir, nikel ve kobalt gibi maddelerin faz geçişlerinin açıklanabilmesi amacıyla Wilhelm Lenz tarafından 1920 yılında Ernst Ising’e tez konusu olarak verilmiştir. Böylece Ising (Ising, 1925) tarafından doktora çalışmasında bir boyutta çözümü yapılmıştır. Ising, incelemesini yaparken transfer-matris formunda manyetik momentlerin bir zincir üzerindeki özel dizilimini göz önüne almıştır. Bu kabule göre manyetik momentlerin bu sıralanışında özel olarak yalnızca aşağı ve yukarı yönelimlere sahip olduğu varsayıldı. Ayrıca bu dizilimde yine sadece en yakın komşular çiftler halinde etkileştiği varsayıldı. Bu varsayımlar altında Ising, modelin tek boyuttaki çözümünü yapmış ve tek boyutta sıfırdan farklı sıcaklıklarda faz geçişinin olmadığını göstermiştir. Ising’in göz önüne aldığı sistemin herhangi ilginç bir manyetik özellik göstermemesi neticesinde ilk zamanlarda modele olan ilgi azalmıştır. Ancak daha sonraki zamanlarda diğer bir manyetik spin sistemi olan Heisenberg modelinin geliştirilmesi ve Onsager tarafından modelin iki boyuttaki ve sıfır manyetik alanda tam çözümünün yapılması, modele olan ilgiyi artırmıştır (Onsager, 1944). Model ilk zamanlarda Lenz-Ising modeli olarak adlandırılmasına rağmen daha sonraları sadece Ising modeli olarak adlandırılmıştır. Dış manyetik alan yokluğunda kare örgü için Kramers ve Wannier kritik sıcaklık değerini veren bir ifade elde etmiştir (Kramers ve Wannier, 1941). Bu çalışmaya katkı olarak Onsager, Helmholtz serbest enerjisi ifadesini kullanarak Kramers ve Wannier tarafından bulunan kritik sıcaklık değerinin doğruluğunu açık bir şekilde gösterdi (Onsager, 1944). Domb, Ising modelini iki boyutta bal peteği ve üçgen örgü için göz önüne alarak modelin tam çözümü yapmıştır (Domb, 1960).

Ising modeli basit olmasına rağmen üzerinde yoğun şekilde çalışılan bir modeldir (Selvi, 2014; Çizer, 2015). Bunun sebepleri arasında, modelin aynı zamanda gerçek sistemlerin davranışını açıklamakta başarılı olması ve ayrıca evrensellik kavramının kullanılmasıyla farklı birçok sistemin bu modelle açıklanabilmesi gösterilebilir. Faz dönüşümü sıcaklığı civarında sistemin ve sistemi oluşturan parçacıkların davranışlarının incelenmesi sırasında, kritik üsler kavramı ortaya çıkar. Kritik üsler ise sistemin düzen parametresi hakkında bilgi verebilir. Örneğin sistemin kritik sıcaklığa gittiği durumda sistemin düzen parametrelerinin davranışını anlatan kritik üstellerdir.Bir sınıflama yapıldığında eğer aynı evrensellik sınıfına ait sistemlerin termodinamik fonksiyonlarının, faz dönüşümü yakınında veya faz dönüşümü esnasında aynı davranışı gösterdikleri, böylece kritik üslerinin aynı olduğu görülmüştür. Örneğin; süperakışkan fazdan normal faza geçiş olayı, sistemle aynı evrensellik sınıfında bulunan daha basit bir sistemin açıklanmasıyla mümkün olabilmektedir.

Ising sistemlerinin en basiti, spin-1/2 Ising modelidir. Spinler bir dış manyetik alan varlığında (h) aşağıda verilen Hamiltonyen'e göre etkileşirler. Örneğin; bir kare örgü üzerinde en basit spin-1/2 Ising modelinin Hamiltoniyeni,

$$H = -J \sum_{<ij>} s_i s_j - h \sum_i s_i \tag{1.1}$$

$$s_i = \pm 1 \, , i = 1, \dots , N$$

şeklindedir. Yukarıdaki Hamiltonyen ifadesine daha üst dereceden komşu etkileşme terimleri veya ikiden daha fazla spinli sistemler eklenebilir. Modeli tanımlayan Hamiltonyende *J* bilineer etkileşme parametresi ve h dış manyetik alandır. Herhangi bir noktadaki spinin dört komşusuyla etkileşmesi, komşularının paralel veya antiparalel oluşuna göre, toplam enerjiye değişik katkılarda bulunacaktır. Spin-spin etkileşme kuvvetinin ölçüsü olan *J* sabiti pozitif ise, iki spin arasındaki etkileşmenin enerjiye katkısı, paralel spinler için $-J$, birbirine zıt yönelen antiparalel spinler için $+J$ olur. Böylece spinler enerjiyi minimum yapacak şekilde, paralel konumları tercih ederler. En yakın komşu spin etkileşme terimi *J* negatif ise spinler birbirine zıt olan antiparalel yönelimleri tercih eder. Böylece $J>0$ için ferromanyetik düzen ve $J<0$ için ise antiferromanyetik düzen gerçekleşir. Bununla birlikte şayet $J=0$ ise, bu durumda sistem bir paramagnete karşılık gelmektedir. Bu durumda spinlerin yönelimine sadece manyetik alan etkide bulunur. Sistemde spinler arası etkileşme yoktur ve böylece faz dönüşümü meydana gelmez. Bu durumda Ising modeli etkileşmeyen bir sisteme yani paramanyetik duruma karşılık gelmektedir.

Spin-1/2 Ising modeli, iki durumlu ve tek düzen parametreli (kristalografik düzen parametresi, manyetizasyon veya elektriksel polarizasyon) bir sistem olup birçok fiziksel kooperatif olayın termodinamik davranışlarını açıklamaktadır. Yukarıda da ifade edildiği gibi Ising, problemi çözerken basit bir model geliştirmiştir: Her bir örgü noktası spin, manyetik moment (mıknatıs) diye adlandırılır ve her bir spin manyetik momentinin yukarı veya aşağı şekilde iki yönelimi vardır. Yani, her bir örgü noktasındaki spinlerden bazıları yukarı yönelir, bunlar spin yukarı (pozitif) diye ve bazıları ise aşağıya (negatif) yönelir, bunlar da spin aşağı diye adlandırılır.

İstatiksel Fizikte, faz dönüşümlerini incelemek için uygun bir örgü üzerine modeli tanımlayarak, modelin tam çözümünü yapmak oldukça avantajlı bir yöntemdir. Bu tezde incelenecek olan spin-1/2 Ising modelinin, genel koordinasyon sayılı Husimi örgüsü üzerinde incelenmesi bu amaca yönelik bir çalışma olacaktır.

Özetlemek gerekirse, Ising modeli, istatistik mekanikte ve yoğun madde fiziğinde üzerinde yoğun ve kapsamlı olarak çalışılan modellerdendir. Maddenin makroskobik durumları onu meydana getiren mikroskobik elementlerin ölçümleriyle tespit edilir. Denge istatistik mekaniğinde, incelenen sistemin ortalama değerleri üzerinde durulur. Maddeyi meydana getiren parçacıkların sayısı oldukça büyük olduğunda veya incelenen sistem sayısı çok fazla olduğunda, istatistik hesaplamalar devreye girer ve en basitinden sistem hakkında fikir sahibi olabileceğimiz ortalama değerler ile uğraşılır. Bu tez de amacımız, tezin konusunu teşkil eden Husimi örgüsü üzerinde Ising modelinin fiziksel özelliklerinin araştırılmasında örgü noktaları üzerine klasik Ising spinleri yerleştirilecek ve bu spinler sistemi meydana getiren mikroskobik elemanlar olarak göz önüne alınacaktır. İstatistik Fizik hesaplamalar vasıtasıyla örgü noktaları üzerindeki spinlerin ortalama değerleri Baxter notasyonu (Baxter, 1982) kullanılarak teorik hesaplanacaktır. Daha sonra elde edilen bu analitik hesaplamalar bilgisayar ortamında iteratifsel olarak çözülecek, manyetik ve termal özellikler üzerinde durulacaktır.

2. KAYNAK ÖZETLERİ

Son zamanlarda, Husimi örgüsü benzeri örgüler çoklu etkileşmelerin olduğu pek çok fiziksel sistem ve olayın açıklanmasında önemli bir rol oynamıştır. Ayrıca bu tür fiziksel sistemleri ve olayları incelemek için Husimi örgüsünü kullanmak, istatistik mekaniksel bir metot olan ortalama-alan yaklaşımına göre daha avantajlıdır. Çünkü, ortalama alan yaklaşımı spinler arası korelasyonları ihmal ettiğinden dolayı elde edilen sonuçları üç-boyutlu sistemler için geçerli olmaktadır. Diğer taraftan, Husimi örgüsü üzerinde örgü spin modellerinin kesin çözümü uygun yöntemler kullanılarak yapılabilmektedir.

Husimi örgüsü kullanılarak birçok fiziksel sistem incelenebilmektedir. Bunlar arasında spin sıvıları, çeşitli polimer modelleri, dendirimerik yapılar, spin camları, abelian kum-yığını modeli, örgü-gazlar ve amorf katılar sayılabilir. Bunun yanı sıra son 15-20 yıldır spin modellerinin Husimi örgüsü üzerinde tanımlanmasında Ising, Heisenberg ve benzeri modeller sıklıkla kullanılmaktadır. Husimi örgüsü analizinin önemi, ilk olarak elde edilen sonuçların kesin çözümler oluşu, ikincisi ise daha önce de ifade edildiği üzere Ising ve benzeri sistemlerin özelliklerinin ortalama-alan teorisi veya diğer istatistik mekanik yaklaşım yöntemlerine göre daha iyi benzetim yapması gösterilebilir. Husimi örgülerini oluşturan temel birimler tekrarlı bir yapıya sahiptir ve örgü konumları ve koordinasyon sayısı değişiklikleri farklı sistemlere karşılık gelebilmektedir. Hatta Husimi örgüsü ile Bethe örgüsü arasında da çok yakın bir ilişki bulunmaktadır.

Üç konumlu durumu içeren Ising modelinin bir dış manyetik alanda Husimi örgüsü üzerinde incelenmesi tekrarlama bağıntıları vasıtasıyla yapılmıştır (Ananikian, 2000). Çalışmada dış manyetik alanın sistemin kaotik özellikleri üzerine ne gibi bir etkisi olabileceği üzerinde inceleme yapılmıştır. Sistemin detaylı incelenmesi sonucunda mıknatıslanma-manyetik alan eğrilerinin yüksek sıcaklıklarda düzgün davranış sergilemesine rağmen, sıcaklık düşürüldükçe çatallanma meydana geldiği, sıcaklık daha da düşürüldüğü zaman bir kez daha çatallanma ve yeterince düşük sıcaklıklarda sistemin tamamen kaotik bir davranış sergilediğini göstermişlerdir. Diğer bir çalışmada aynı sistem için modelin faz diyagramı elde edilmiş ve çatallanma özelliği incelenmiştir (Ananikian, Oganessyan, 1995).

Son zamanlarda Husimi örgüsü üzerine yapılan çalışmada, manyetik sistemlerde geometrik tedirginlik ve düşük sıcaklık davranışını tarif etmek için spin-1/2 Ising-Heisenberg modeli kullanılmıştır (Strecka, Ekiz, 2015). Model Hamiltonyeni geometrik tedirginlikte önemli rol oynayan üçgensel Husimi örgüsü üzerinde klasik Ising ve kuantum Heisenberg spinlerini içermektedir. Belirtilen çalışmada yöntem olarak yıldız-üçgen ve tam tekrarlama bağıntıları birlikte kullanılmıştır. Çalışmada örgü koordinasyonunun manyetik tedirginliğin meydana geldiği rejimde kritik ve faz dönüşümü üzerine önemli bir etkiye sahip olduğu gösterilmiştir. Husimi örgüsü koordinasyon sayısının q=2 ve 3 değerinde kuantumsal düzensizlik görülmesine rağmen, $q \geq 4$ durumunda düzensizlik etkisiyle düzenlilikten dolayı kuantum düzenliliği sergilediği görülmüştür. Ayrıca klasik ve kuantumsal manyetizasyonlar büyük ölçüde örgü geometrisine bağlı olarak değişiklik göstermektedir.

Üçgensel geometriye sahip Husimi örgüsü üzerinde sistemin kuantum dolanıklık üzerine kaos ve çatallanma etkilerini incelemek üzere spin-1/2 Ising-Heisenberg modeli önerilmiştir (Chakhmakhchyan, 2015). Klasik-kuantumsal modeli spin-1/2 Ising modeline dönüştürmek için genelleştirilmiş yıldız-üçgen dönüşümü tekniği kullanılarak, tekrarlama metodu ile kesin çözüm yapılmıştır. Yüksek sıcaklık ve zayıf Ising-Heisenberg spin etkileşmelerinde model olağan davranış göstermesine rağmen, düşük sıcaklıklarda sistemin manyetik özelliklerinde ani davranışlar sergilediği gösterilmiştir.

Spin-1/2 Ising modelinin genel koordinasyon sayılı Husimi örgüsü üzerinde kesin çözümünü içeren diğer bir çalışma Baxter'ın tam tekrarlama bağıntılarına dayalı yeni bir formülasyon kullanılarak yapılmıştır (Jurcisinova and Jurcisin, 2014). Modelin manyetizasyon, alınganlık, serbest enerjisi ve öz-ısısı için açık ifadeler elde etmişlerdir. Yine aynı çalışmada, spin-1/2 Ising modelinin keyfi koordinasyon sayılı durumunda kritik sıcaklıklar için kesin bağıntılar türetilmiştir.

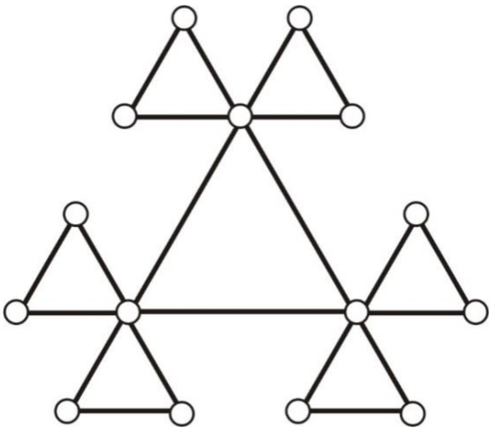
Sonsuz Husimi örgüsü üzerinde spin-1/2 kuantum Heisenberg modelinin taban-durum ve termodinamik özellikleri nümerik tensör-ağ yöntemi kullanılarak incelenmiştir (Liu, Ran, 2014). Modelin taban durumu kendiliğinden simetri kırılması olmayan bir kuantum spin-sıvı fazı sergilemektedir. Manyetizasyon eğrilerinde sıfır-manyetizasyon platosunun olmayışı, spin uyarmasının boşluksuz olması sebebiyledir. Diğer taraftan modelde 1/3-manyetizasyon platosu meydana geldiği gösterilmiştir. Ayrıca modelin öz-ısı, alınganlık gibi termodinamik özellikleri incelenmiş ve sonlu sıcaklıklarda faz dönüşümü oluşumuna dair bir bulguya ulaşılamamıştır. Yine aynı yöntem kullanılarak, Heisenberg modelinin antiferromanyetik etkileşmeler durumunda, sistematik bir incelemesi magnetik alan varlığında yapılmıştır. Modelin taban durumları, spin kuantum sayısının değişimi ile kuvvetli şekilde değişmektedir. Spin kuantum sayısının ½ olması durumunda model kuantum spin sıvı davranışı göstermektedir. Diğer taraftan spin kuantum sayısının farklı değerleri için model ilginç manyetik davranışlar göstermekte, böylece modelin davranışı spin kuantum sayısına bağlıdır. Sonlu bir manyetik alan varlığında sistemde her zaman 1/3 değerinde manyetizasyon platosu elde edilmektedir (Liao, Xie, 2016).

Temel birimlerin kare ve küp olduğu modifiye Husimi örgüsünün ferromanyetik etkileşmeler için faz dönüşümleri incelenmiştir. Model esasında kompleks termodinamik sistemleri keyfi koordinasyon sayılı sistemlere genelleştirmek için yapılmıştır. Model klasik spin-1/2 ve spin-1 Ising sistemleri için lokal tam çözüm tekniği kullanılarak çözülmüştür (Huang, Chen, 2014).

3. MATERYAL VE YÖNTEM

3.1. Husimi örgüsü

Bu çalışmada Ising modelinin manyetik ve termodinamik (faz geçişleri ve mıknatıslanmanın termal değişimleri) özellikleri koordinasyon sayısı q olan Husimi örgüsü üzerinde tam tekrarlama yöntemi ile incelenecektir. Sadece spinlerin iki durumlu oldukları (±1) Ising atomlarını (spinlerini) içeren Husimi örgüsünün topolojik yapısı şöyle oluşturulur. Merkezdeki üçgenden başlanır ve hepside bu üçgene bağlı, merkezi üçgenin köşelerine ikişer tane üçgen eklenir. Yani merkezi üçgene (q-1) üçgen eklenir. Bu şekilde iteratifsel olarak giderek 2,3,…,n. birimler oluşur. Elde edilen yapı aşağıdaki şekilde görülen ve Husimi örgüsü olarak adlandırılan iteratifsel bir sistemdir.



Şekil 3.1. Koordinasyon sayısı q=3 olan basit Husimi örgüsü

3.2. Tam Tekrarlama Yöntemi

Sonlu koordinasyon sayılı Bethe örgüsü benzeri örgülerin en büyük avantajı, tanımladıkları modellerin istatistik bölüşüm fonksiyonları için tam tekrarlama bağıntılarının elde edilebilmesidir. Böylece şekil 3.1’ de görüldüğü gibi sadece spin±1 Ising spinlerini içeren Ising modelini tasvir edecek olan örgü elde edilir. Bu durumda incelenecek olan modelin toplam Hamiltonyeni;

$$H = -J_3' \sum_{\Delta} S_i\, S_j S_k - h' \sum_{i} S_i \qquad (3.2.1.)$$

olarak verilebilir. Burada S_i , ±1 değerlerini alır. Hamiltonyende ki ilk toplam üçgensel Husimi örgüsünün bütün köşeleri üzerinden ve ikinci toplam ise tüm spinler üzerindendir. $J_3 = \beta J_3'$, $h = \beta h'$, $\beta = 1/kT$ olarak tanımlanırlar. (k, Boltzmann sabiti ve T, mutlak sıcaklıktır) burada h, sistem üzerinde etkiyen dış manyetik alandır. Modelde $J_3 < 0$ durumu antiferromanyetik duruma karşılık gelmektedir.

Spin-1/2 Ising modelinin Husimi örgüsü üzerinde bir dış manyetik alanda bölüşüm fonksiyonu,

$$Z = \sum_{\{S\}} ex\,p\{J_3 \sum_{\Delta} S_i S_j S_k + h \sum_{i} S_i\,\} \qquad (3.2.2)$$

ifadesiyle verilir. Hamiltonyendeki toplam, sistemin bütün konfigürasyonları üzerindendir. Şekilden görüldüğü gibi eğer grafik (örgü) merkezi üçgende kesilirse, o zaman “q” tane benzer kısımlara dallara ayrılır. Bunların her biri kökü “0” da olan bir ağaçtır. Sistemin bölüşüm fonksiyonunun elde edilmesi için R. J. Baxter tarafından geliştirilmiş tam tekrarlama yönteminden manyetizasyon aşağıdaki bağıntılar yardımıyla türetilecektir. Ayrıca merkezi konum “0” da ki spin S_0 ile tanımlandığında oradaki bölgesel manyetizasyon,

$$M =< S_0 >= \sum_S \frac{S_0 P(S)}{Z} \qquad (3.2.3)$$

bağıntısı ile verilir ve yine R. J. Baxter‘ın notasyonuna bağlı kalınarak hesaplanabilir.

Bu nicelikler gerek nümerik olarak gerekse analitik olarak çözülerek, modelin faz dönüşüm özellikleri ve termal davranışları incelenecektir.Böylece modeli yukarıda anlatıldığı gibi manyetik özelliklerini verecek olan bu bağıntıların incelenen örgü üzerinde tekrarlama yöntemi kullanılarak türetilmesi ve analizi amacımıza ulaşmamızı sağlayacaktır.

3.2.1. Spin-1/2 Ising Modelinin Husimi Örgüsü Üzerinde İncelenmesi

Bu kesimde hem ikili hem de üçlü spin etkileşmelerini içeren spin-1/2 Ising modelinin bir dış manyetik alanda mıknatıslanma bağıntısı türetilecektir. Spin-1/2 Ising modelinin genel koordinasyon sayılı örgü üzerindeki Hamiltonyeni,

$$H = -J_2 \sum_{<i,j>} S_i S_j - J_3 \sum_{<i,j,k>} S_i S_j S_k - J_1 \sum_{i=1}^{N} S_i \qquad (3.2.1.1)$$

olarak verilebilir. Bu ifadede J_1 dış magnetik alandır ve literatürde J_1 = h = H = B sembolleriyle de gösterilmektedir. J_2 spin-spin ikili etkileşme ve J_3 ise üç spin etkileşme parametresidir.

Sistemin bölüşüm fonksiyonu da

$$Z = \sum_{i} e^{-\beta H_i} \qquad (3.2.1.2)$$

genel ifadesiyle verilir.

Hamiltonyende, manyetik alan varlığında $J_1 S_0$ terimi bulunur. O halde bölüşüm fonksiyonu

$$Z = \sum_{S_0=\pm 1} e^{\beta J_1 S_0} \left[g_n(S_0)\right]^q \qquad (3.2.1.3)$$

şeklinde olur.

Husimi örgüsüne bağlı diğer her bir dalların bölüşüm fonksiyonunu $g_n(S_0)$ ile gösterelim. Bu durumdaki bölüşüm fonksiyonu

$$g_n(S_0) = \sum_{S_{1,1}=\pm 1} \sum_{S_{1,2}=\pm 1} e^{\{\beta J_2(S_0 S_{1,1} + S_0 S_{1,2} + S_{1,1} S_{1,2}) + \beta J_3 S_0 S_{1,1} S_{1,2} + \beta J_1[S_{1,1} + S_{1,2}]\}} \times$$
$$[g_{n-1}(S_{1,1})]^{q-1} [g_{n-1}(S_{1,2}]^{q-1} \qquad (3.2.1.4)$$

şeklinde ifade edilir.

Spin değerleri $S_0 = \mp 1$ ve koordinasyon sayısı (q=3) üç olan Husimi örgüsünde merkezi üçgene iki tane üçgen; yani (q-1) üçgen eklenir. Bunu da $\gamma = q - 1$ olarak gösterdiğimizde sistemimizin manyetizasyon ifadesi;

$$m = < S_0^1 > = Z^{-1} \sum_{S_0^1, S_0^2, S_0^3} S_0^1 \, w(S_0^1, S_0^2, S_0^3) g_n^{\gamma}(S_0^1) g_n^{\gamma}(S_0^2) g_n^{\gamma}(S_0^3) \quad (3.2.1.5.)$$

ve bölüşüm fonksiyonu ifadesi;

$$Z = \sum_{S_0^1, S_0^2, S_0^3} w(S_0^1, S_0^2, S_0^3) g_n^{\gamma}(S_0^1) g_n^{\gamma}(S_0^2) g_n^{\gamma}(S_0^3) \quad (3.2.1.6.)$$

şeklinde olur. Burada spin konfigürasyonları S_0^1, S_0^2, S_0^3 sırasıyla şu şekilde verilebilir: (+,+,+), (+,+,-), (+,-,+), (-,+,+), (+,-,-), (-,+,-), (-,-,+), (-,-,-). Spin dejeneriliklerini göz önüne alarak bu 8 durumu denklem 3.2.1.4 de yerleştirip; $a_3 = w(+,+,+)$, $a_2 = w(+,+,-)$, $a_1 = w(-,-,+)$, $a_0 = w(-,-,-)$ olarak yazarsak ve tekrarlama bağıntısı olarak $X_N = \frac{g_n^{\gamma}(-)}{g_n^{\gamma}(+)}$ ifadesi alınırsa manyetizasyon ifadesi uzun hesaplamalar sonucunda

$$m = < S_0^1 > = \frac{a_3 + a_2 X_N^{\gamma} - a_1 X_N^{2\gamma} - a_0 X_N^{3\gamma}}{a_3 + 3a_2 X_N^{\gamma} + 3a_1 X_N^{2\gamma} + a_0 X_N^{3\gamma}} \quad (3.2.1.7)$$

olarak elde edilir.

Diğer taraftan mıknatıslanma ifadesinin elde edilmesine benzer şekilde örgüyü oluşturan temel birim üçgenin köşelerindeki spinler arasındaki üçlü korelasyon fonksiyonu

$$t = < S_0^1 S_0^2 S_0^3 > = Z^{-1} \sum_{S_0^1, S_0^2, S_0^3} S_0^1, S_0^2, S_0^3 \, w(S_0^1, S_0^2, S_0^3) g_n^{\gamma}(S_0^1) g_n^{\gamma}(S_0^2) g_n^{\gamma}(S_0^3) \quad (3.2.1.8)$$

bağıntısından elde edilebilir. Yukarıdakine benzer şekilde burada da temel birim köşelerindeki spin konfigürasyonları S_0^1, S_0^2, S_0^3 sırasıyla (+,+,+), (+,+,-), (+,-,+), (-,+,+), (+,-,-), (-,+,-), (-,-,+) ve (-,-,-) şeklindedir. Bu 8 durumu denklem 3.2.1.4 de yerleştirip; $a_3 = w(+,+,+)$, $a_2 = w(+,+,-)$, $a_1 = w(-,-,+)$, $a_0 = w(-,-,-)$ olarak yazarsak ve $X_N = \frac{g_n^{\gamma}(-)}{g_n^{\gamma}(+)}$ olarak alınırsa üçlü korelasyon fonksiyonu ifadesi;

$$t = \langle S_0^1 S_0^2 S_0^3 \rangle = \frac{a_3 - 3a_2 X_N^{\gamma} + 3a_1 X_N^{2\gamma} - a_0 X_N^{3\gamma}}{a_3 + 3a_2 X_N^{\gamma} + 3a_1 X_N^{2\gamma} + a_0 X_N^{3\gamma}} \qquad (3.2.1.9.)$$

olarak elde edilir.

X_N bilinirse manyetizasyon (m) ve üçlü korelasyon fonksiyonu (t) hesaplanabilir. X_N'i elde etmek için,

$$g_n(S_0) = \sum_{S_1,S_2} w(S_0, S_1, S_2) g_n^{\gamma}(S_1) g_n^{\gamma}(S_2) \qquad (3.2.1.10)$$

ifadesi S_0'ın ±1 değerleri için hesaplanır:

S_1 , S_2 sırasıyla (+,+), (+,-), (-,+), (-,-) yönelimlerini alabilir ve toplam $2^2 = 4$ durumu vardır. Böylece,

$S_0 = +1$için;

$$g_n(+) = \sum_{S_1,S_2} w(+, S_1, S_2) g_n^{\gamma}(S_1) g_n^{\gamma}(S_2)$$

yazılır. Buradan

$$\begin{aligned} g_n(+) = {} & w(+,+,+) g_n^{\gamma}(+) g_n^{\gamma}(+) + w(+,+,-) g_n^{\gamma}(+) g_n^{\gamma}(-) \\ & + w(+,-,+) g_n^{\gamma}(-) g_n^{\gamma}(+) \\ & + w(+,-,-) g_n^{\gamma}(-) g_n^{\gamma}(-) \qquad (3.2.1.11) \end{aligned}$$

elde edilir.

Diğer taraftan, $S_0 = -1$için;

$$g_n(-) = \sum_{S_1,S_2} w(-, S_1, S_2) g_n^{\gamma}(S_1) g_n^{\gamma}(S_2)$$

olarak verilir. Spin konfigürasyonları yerine konulursa,

$$\begin{aligned} g_n(-) = {} & w(-,+,+) g_n^{\gamma}(+) g_n^{\gamma}(+) + w(-,+,-) g_n^{\gamma}(+) g_n^{\gamma}(-) \\ & + w(-,-,+) g_n^{\gamma}(-) g_n^{\gamma}(+) \\ & + w(-,-,-) g_n^{\gamma}(-) g_n^{\gamma}(-) \qquad (3.2.1.12) \end{aligned}$$

ifadesibulunmuş olur. Bulduğumuz bu değerler,

$$X_N = \frac{g_n(-)}{g_n(+)} \qquad (3.2.1.13)$$

tekrarlama bağıntısı denkleminde yerine yazılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa,

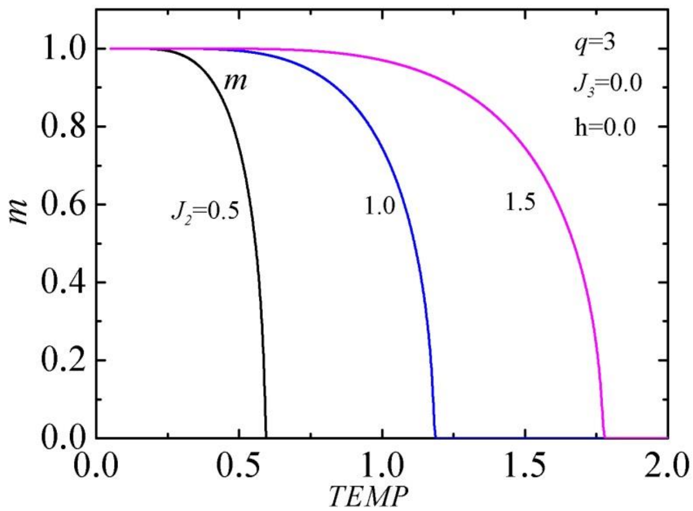
$$X_N = \frac{a_2 + 2a_1X^{\gamma} + a_0X^{2\gamma}}{a_3 + 2a_2X^{\gamma} + a_1X^{2\gamma}} \qquad (3.2.1.14)$$

formunda tekrarlama bağıntısı elde edilir. Burada görüldüğü gibi tekrarlama bağıntısı oldukça uzun olup çözümünde gerçek köke yakınsayan başlangıç değerleri verilerek çözümünün yapılması gerekmektedir.

Bu işlemler yapılırken termodinamik limitte n→∞, X_n ≅ X ve sıcaklık parametresi $\beta = \frac{1}{kT}$ olup, hesaplamalarda k=1, β=1/T olarak alındı. Tekrarlama bağıntısının çözümünde sabit nokta iterasyon yöntemi, Newton-Raphson yöntemi veya kiriş yöntemi gibi çözüme yakınsayan uygun bir yöntemin kullanılması önemlidir. Elde edilen tekrarlama bağıntısı nümerik olarak çözülerek mıknatıslanma ifadesi içinde kullanıldığında spin-1/2 Ising modelinin Husimi örgüsü üzerinde ikili ve üçlü etkileşme parametreleri için dış alan varlığında ve yokluğunda manyetik özellikleri incelenebilir. Bundan sonraki bölümde modelin değişik parametreler için manyetik özellikleri incelenecektir.

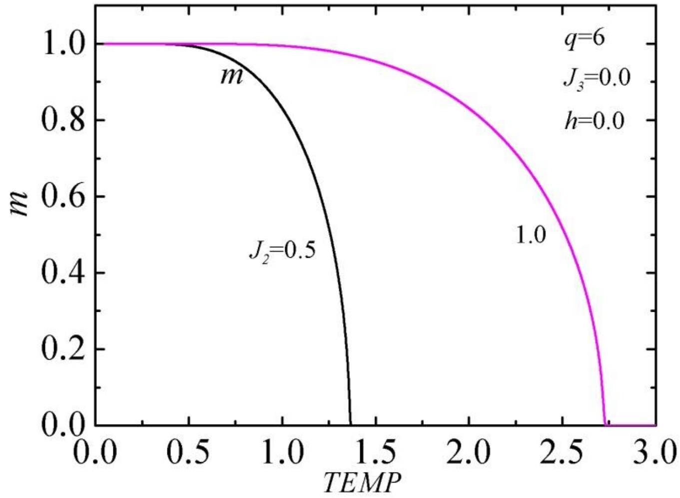
4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde önceki bölümde detaylı şekilde elde etmiş olduğumuz tekrarlama bağıntısının nümerik çözümü yapılarak sistemin manyetik özelliklerinden biri olan faz dönüşümü davranışını incelemek için bu nicelik manyetizasyon ifadesinde kullanılacaktır. Tekrarlama bağıntısının çözümünde ise sabit nokta iterasyon yöntemi kullanılmaktadır.



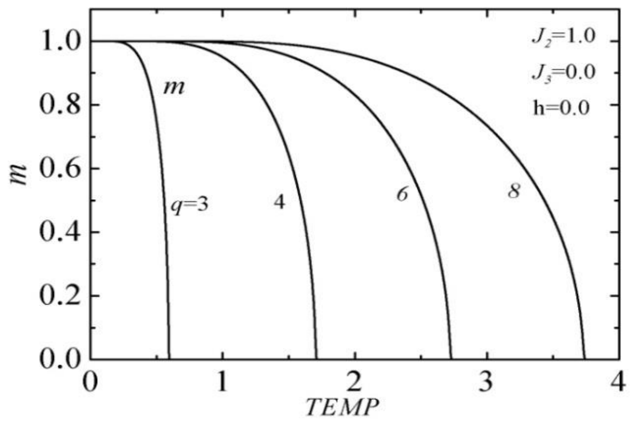
Şekil 4.1. Dış manyetik alan yokluğunda spin-1/2 Ising modelinin Husimi örgüsü üzerinde değişik parametreler için termal değişimleri.

Şekilde görüldüğü gibi Husimi örgüsü üzerinde spin-1/2 Ising modelinin dış manyetik alan ve üçlü etkileşme parametresinin yokluğunda artan en yakın komşu etkileşmeleri için termal davranışları verilmektedir. Düzen parametresi manyetizasyon ikinci dereceden faz dönüşümü geçirmekte olup artan en yakın komşu etkileşmeleri ikinci dereceden faz dönüşümü sıcaklığını artırmaktadır.



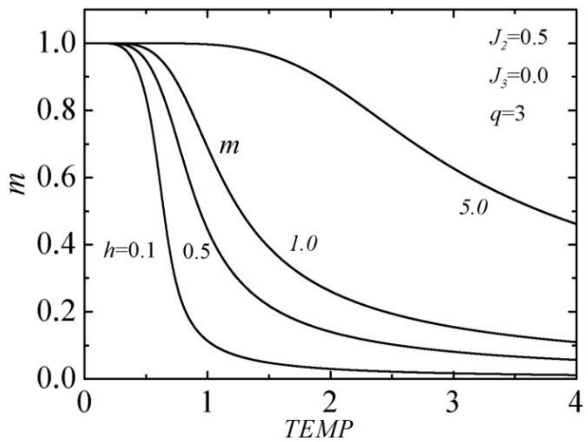
Şekil 4.2. Dış manyetik alan yokluğunda spin-1/2 Ising modelinin Husimi örgüsü üzerinde q=6 için termal değişimleri.

Husimi örgüsünün koordinasyon sayısının yani bir örgü noktasında birleşen temel birim sayısı üçgenin sayısı, artması halinde manyetik ve termal özellikler üzerine önemli etkisi olduğu bilinmektedir. Sistem üzerinde bunun etkisini görebilmek için Şekil 4.2' de görülen sıfır manyetik alanda koordinasyon sayısı q=6 olan Husimi örgüsü üzerinde manyetizasyonun sıcaklığa göre değişimi elde edildi. Burada da açıkça görüldüğü gibi örgü koordinasyon sayısının artması faz dönüşümü sıcaklığı üzerine etkilidir. Aynı en yakın komşu etkileşme durumunda (J_2=0.5) koordinasyon sayısı q=3 olan Husimi örgüsüne göre ikinci dereceden faz dönüşüm sıcaklığı artmaktadır.



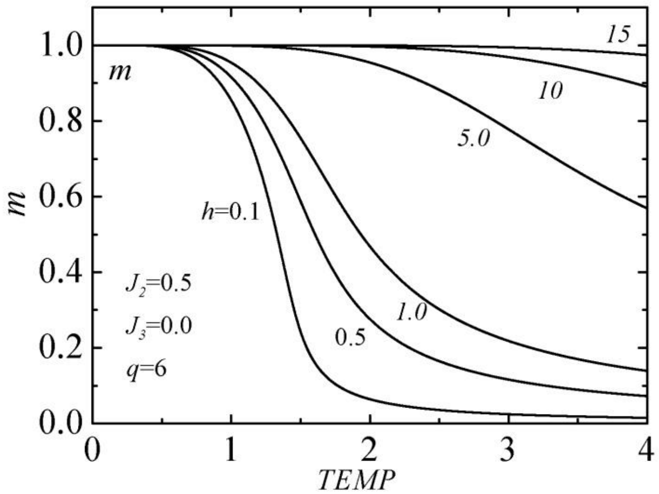
Şekil 4.3. Dış manyetik alan yokluğunda sabit $J_2 = 1.0$ için artan koordinasyon sayıları için (q=3, 4, 6 ve 8) spin-1/2 Ising modelinin Husimi örgüsü üzerinde termal değişimleri.

Spin-1/2 Ising modelini tanımlayan Hamiltonyende en yakın spin etkileşme parametresinin sabit tutulması durumunda farklı koordinasyon sayıları için manyetizasyonun sıcaklığa göre değişimleri verilmektedir. Burada da açıkça görüldüğü gibi sistem tamamıyla sürekli faz dönüşü geçirmekte, artan koordinasyon sayıları için ikinci dereceden faz dönüşüm sıcaklığı artmaktadır.



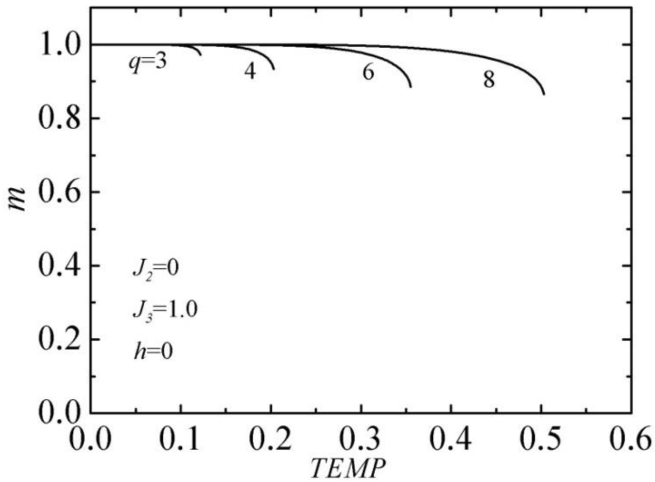
Şekil 4.4. Dış manyetik alan varlığında spin-1/2 Ising modelinin Husimi örgüsü üzerinde manyetizasyonun termal değişimleri.

Dış manyetik alanın manyetik spin sistemleri üzerine etkili olduğu bilinmektedir. Bu etkiyi inceleyebilmek için şekil 4.4' te görülen manyetizasyonların değişik manyetik alan değerlerinde termal davranışları elde edildi. h=0.1 gibi düşük manyetik alan değerlerinde mıknatıslanma daha çabuk bir şekilde azalmakta; fakat sıfır olmamaktadır. Diğer taraftan h=5 gibi yüksek manyetik alan değerlerinde mıknatıslanma çok yavaş bir şekilde azalmaktadır.



Şekil 4.5. Dış manyetik alan varlığında spin-1/2 Ising modelinin Husimi örgüsü üzerinde q=6 için manyetizasyonun termal değişimleri.

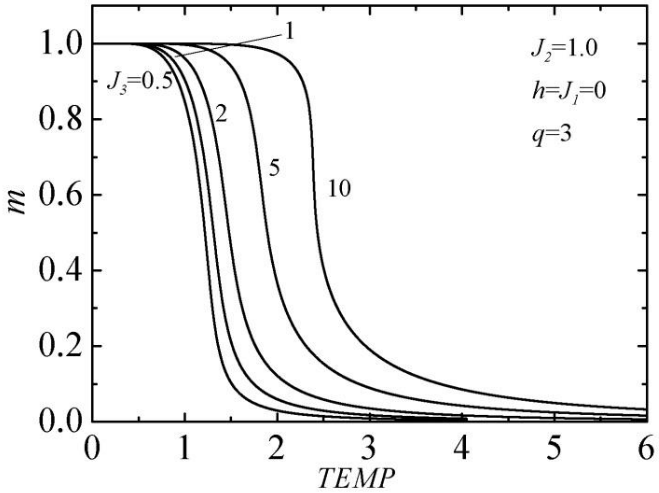
Şekil 5.5' te artan manyetik alan değerleri için spin-1/2 Ising modelinin Husimi örgüsü üzerinde sabit en yakın komşu etkileşmesi (J_2=0.5) için termal değişimleri verilmektedir. Bu durumda koordinasyon sayısı artışı mıknatıslanmanın daha yavaş bir şekilde azalmasına yol açmakta, *h*=15 gibi yüksek manyetik alan değerlerinde mıknatıslanma doyum değerine yaklaşmaktadır.



Şekil 4.6. Dış manyetik alan yokluğunda sabit $J_2 = 0$ ve $J_3 = 1.0$ değerinde artan koordinasyon sayıları için (q=3, 4, 6 ve 8) spin-1/2 Ising modelinin Husimi örgüsü üzerinde termal değişimleri.

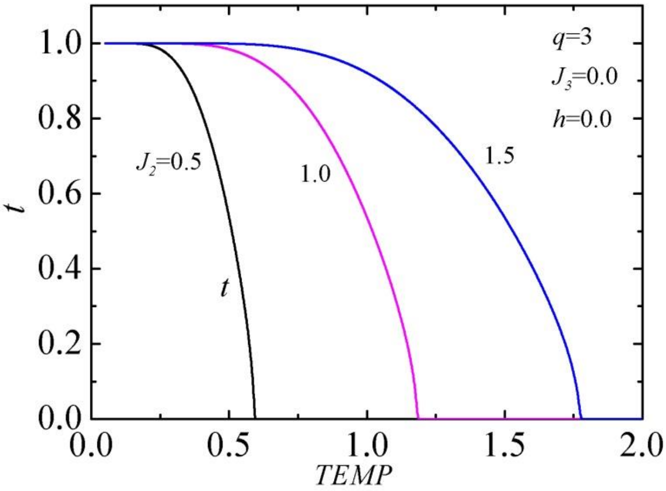
Modelimizi tanımlayan Hamiltonyende önemli bir paramatre örgüyü oluşturan üçgen temel birimi üzerinde klasik Ising spinlerinin üçlü etkileşmesidir. Dolayısıyla üçlü etkileşme parametresinin sistemin manyetik ve termal özellikleri üzerine özellikle faz dönüşümü üzerine etkisini incelemek önemlidir. Bu amaçla Şekil 6.6' da en yakın komşu spin etkileşmeleri ve manyetik alan yokluğunda üçlü etkileşme parametresinin sabit $J_3 = 1.0$ değerinde örgü koordinasyon sayısının q=3, 4, 6 ve 8 değerleri için mıknatıslanmanın sıcaklığa göre termal değişimleri verilmektedir.

Şekilden de açıkça görüldüğü gibi modeli tanımlayan Hamiltonyende üçlü etkileşme parametresi dahil edildiğinde sistem birinci dereceden faz dönüşümü geçirmektedir.



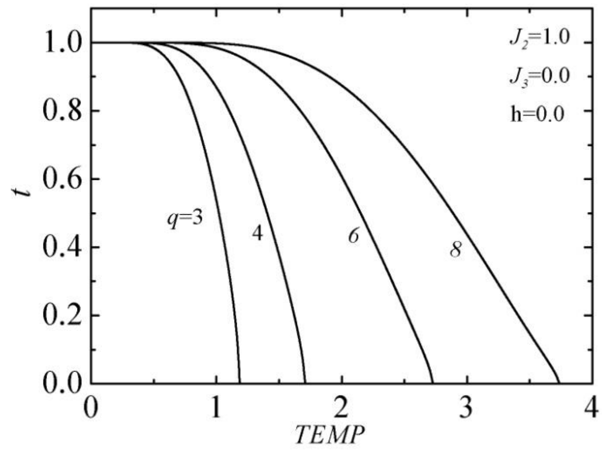
Şekil 4.7**.** Dış manyetik alanın yokluğunda spin-1/2 Ising modelinin Husimi örgüsü üzerinde hem ikili hem de üçlü spin etkileşmelerinin bulunması durumunda mıknatıslanmanın sıcaklığa göre değişimleri.

Spin-1/2 Ising modelini genel koordinasyon sayılı Husimi örgüsü üzerinde tanımlayan Hamiltonyende ikili ve üçlü spin etkileşme parametrelerinin sistemin manyetik özellikleri üzerine etkisini incelemek önemlidir. Şekil 7.7, dış manyetik alanın yokluğunda spin-1/2 Ising modelinin Husimi örgüsü üzerinde hem ikili hem de üçlü spin etkileşmelerinin bulunması durumunda mıknatıslanmanın sıcaklığa göre değişimlerini göstermektedir. Burada görüldüğü gibi J_2 sabit tutulup J_3 değiştirildiğinde mıknatıslanma çok yavaş bir şekilde sıfıra yaklaşmaktadır. Üçlü etkileme parametresi tıpkı bir manyetik alan gibi davranmaktadır.



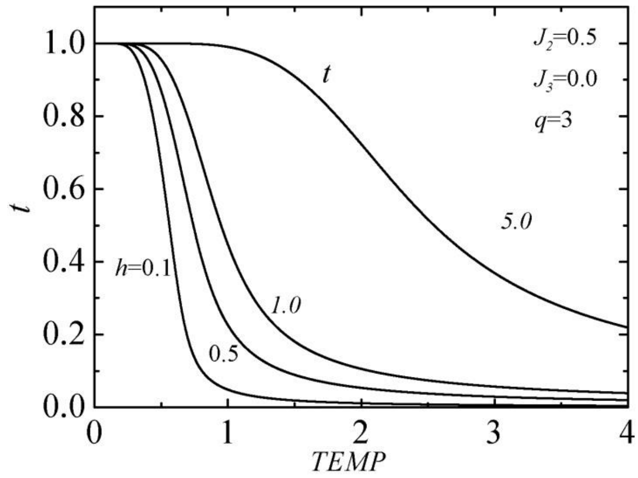
Şekil 4.8. Husimi örgüsü üzerinde spin-1/2 Ising modelinin dış manyetik alan yokluğunda üçlü korelasyon parametresinin sıcaklığa göre değişimi

Şekil 8.8' de spin-1/2 Ising modelinin Husimi örgüsü üzerinde bir dış manyetik alanın olmayışı durumunda üçlü korelasyon parametresinin sıcaklığa göre değişimi görülmektedir. Koordinasyon sayısı q=3 olan örgü üzerinde spin-spin etkileşme parametresinin artan değerleri için, üçlü spin korelasyon parametresinin sürekli faz geçiş değerleri hızlı bir biçimde artmaktadır. Aynı parametreler için şekil 4.1 ile karşılaştırınca mıknatıslanmaya göre üçlü korelasyon parametresi çok daha hızlı bir biçimde azalmaktadır.



Şekil 4.9. Dış manyetik alan yokluğunda sabit J_2=1.0 için artan koordinasyon sayıları için (q=3, 4, 6 ve 8) spin-1/2 Ising modelinin Husimi örgüsü üzerinde üçlü korelasyon parametresinin termal değişimleri.

Husimi örgüsü koordinasyon sayısının spin-1/2 Ising modelinin kritik davranışı üzerine etkisini incelemek için yukarıdaki şekilde üçlü koordinasyon sayısının sıcaklığa göre bir dış manyetik alan yokluğunda değişimleri elde edildi. Burada görüldüğü gibi düşük koordinasyonlarda daha dik bir eğime sahip olan üçlü korelasyon parametresi, yüksek koordinasyonlarda daha az eğime sahip olarak azalmakta ve sıfır olmaktadır. Böylece artan koordinasyon sayısının üçlü korelasyon parametresi üzerine böyle bir etkisi olduğu görülmektedir.



Şekil 4.10. Dış manyetik alan varlığında spin-1/2 Ising modelinin Husimi örgüsü üzerinde üçlü korelasyon parametresinin sıcaklığa göre değişimleri.

Şekil 4.4' te görüldüğü gibi dış manyetik alanın manyetik spin sistemleri üzerine etkilidir. Bu etkiyi inceleyebilmek için şekil 4.10' da görülen üçlü korelasyon parametresinin farklı manyetik alan değerlerinde termal davranışları elde edildi. h=0.1 gibi düşük manyetik alan değerlerinde mıknatıslanma daha çabuk bir şekilde azalmaktadır. Yükselen dış manyetik alanlarda üçlü korelasyon parametresi çok daha yavaş bir şekilde azalmaktadır. Diğer taraftan h=5 gibi yüksek manyetik alan değerlerinde mıknatıslanma çok yavaş bir şekilde azalmakta ve varlığını çok yüksek değerlerde bile sürdürmektedir.

5. SONUÇ

Bu çalışmada, spin-1/2 Ising modelinin manyetik özellikleri genel koordinasyon sayılı Husimi örgüsü üzerinde ikili ve üçlü spin etkileşmelerinin varlığında incelenmiştir. İlk önce model, klasik Ising spinlerini içeren en genel q koordinasyon sayılı örgü üzerinde tam olarak formülize edilmiştir. Dış manyetik alan ve üçlü spin etkileşme terimi yokluğunda model incelendiğinde sadece ikinci dereceden faz dönüşümü geçirdiği gözlenmiştir. Diğer tarftan Husimi örgüsü koordinasyon sayısı ve ikili spin etkileşme teriminin sistem üzerine etkisi incelendiğinde her ikisinin de sistemin ikinci dereceden faz dönüşümü üzerine önemli bir etkisi olduğu görülmüştür. Dış manyetik alan yokluğunda, artan spin-spin etkileşme parametreleri için ikinci dereceden faz dönüşüm sıcaklığı artmaktadır. Yine sabit spin-spin etkileşme parametrelerinde örgü koordinasyon sayısının artışı da ikinci dereceden faz dönüşümü sıcaklığını artırmaktadır.

Yine sıfır manyetik alanda ve ikili spin etkileşme parametresinin yokluğunda yani üçlü spin etkileşme parametresi varlığında sistem incelendiğinde modelin birinci dereceden faz dönüşümü geçirdiği görülmüştür. Ayrıca birinci dereceden faz dönüşüm sıcaklığı artan koordinasyon sayısı ile artmaktadır. Modelin üçlü korelasyon parametresinin örgü koordinasyon sayısı yani örgü geometrisi ve etkileşme parametrelerine göre termal değişimlerinin incelenmesi sonucunda bir önceki mıknatıslanmaya benzemekle birlikte, üçlü korelasyon fonksiyonu çok daha hızlı bir değişim sergilemektedir.

Model dış manyetik alan yokluğunda hem ikili ve hem de üçlü etkileşmeler durumunda incelendiğinde üçlü spin etkileşme parametresi tıpkı dış manyetik alan gibi davranmakta, mıknatıslanma çok yavaş bir şekilde sıfıra yaklaşmaktadır.

KAYNAKLAR

Ananikian, N. S., Ghulghazaryan, R. G., Izmailian, N. Sh. 1998. Correlation Functions of the Ising Model with Multisite Interaction on the Husimi Lattice. Int. Jour. Mod. **Phys. B** 12: 2349.

Ananikian, N. S., Izmailian, N., Oganessyan, K. A. 1998. An Ising Spin-S Model on Generalized Recursive Lattice. **Physica A** 254: 207.

Ananikian, N. S., Oganessyan, K. A. 1995. Multisite Antiferromagnetic Ising Spin Model: Phase Transition Through Doubling Bifurcation. **Phys. Lett. A** 200, 205.

Ananikian, N. S. 2000. The Canonical Thermodynamic Formalism: Chaotic States of Spin and Gauge Systems **Turkish Jour. Phys.,** 24: 205-220.

Baxter, R. J. 1982. Exactly Solved Models in Statistical Mechanics. Academic Press, pp. 1-59, London.

Chakhmakhchyan, L., Guerin, S., Leroy, C. 2015. Chaotic Spin-Spin Entanglement on a Recursive Lattice**. Phys. Rev. E** 92, 022101.

Çizer, O. 2015. Dekore Edilmiş Bethe Örgüsü Üzerinde Karma Spin-1/2 ve Spin-1 Ising-Heisenberg Modelin Faz Diyagramları. Adnan Menderes Üniversitesi, Yüksek Lisans Tezi, 49, Aydın.

Domb, C. 1960. On the Theory of Cooperatif Phenomena. **Adv. Phys.** , 9: 149-361.

Huang, R., Chen, C. 2014. Phase Transition of Ferromagnetic Ising Spins on Husimi Lattice of Variable Unitensemble. **J. Phys. Soc. Jpn.** 83, 123002.

Jurcisinova, E., Jurcisin, M. 2012. The Ising Model on Pure Husimi Lattices: A General Formulation and the Critical Temperatures**. J. Stat. Phys.** 147, 1077.

Jurcisinova, E., Jurcisin, M. 2013. Phase Transitions of the P-Spin Model on Pure Husimi Lattices. **Phys. Rev.** E 88, 12140.

Kramers, H. A., Wannier, H. 1941. Statistics of Two- Dimensional Ferromagnet. **Phys. Rev.,** 60: 252-262.

Liao, H. J., Xie, Z. Y., Chen, J., Han, X. J., Xie, H. D., Normand, B., Xiang, T. 2016. Heisenberg Antiferromagnet on the Husimi Lattice. **Phys. Rev. B** 93, 075154.

Liu, T., Ran, S. J., Wei, L., Xin, Y., Zhao, Y., Su, G. 2014. Featureless Quantum Spin Liquid, 1/3-Magnetization Plateau State and Exotic Thermodynamic Properties of the Spin-1/2 Frustrated Heisenberg Antiferromagnet on an Infinite Husimi Lattice. **Phys. Rev. B** 89, 54426.

Monroe, J. L. 1992. Phase Diagrams of Ising Models on Husimi Trees II. Pair Wand Multisite Interaction Systems**. J. Stat. Phys.** 67: 1185.

Onsager, L. 1944. Crystal Statistics. I. A Two-Dimensional Model with an Order-Disorder Transition. **Phys. Rev.,** 65: 117-149.

Selvi, D. 2014. Karma Spin-1/2 ve Spin-1 Ising Modelinin Bir Dış Manyetik Alanda Dekore Edilmiş Bethe Örgüsü Üzerinde Tam Çözümünün İncelenmesi. Adnan Menderes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 46, Aydın.

Strecka, J., Ekiz, C., 2015. Presence or Absence of Order by Disorder in a Highly Frustrated Region of the Spin-1/2 Ising-Heisenberg Model on Triangulated Husimi Lattices. **Phys. Rev. E** 91, 052143.

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı	: Fatma BALCI
Doğum Yeri ve Tarihi	: KUŞADASI 01.01.1991

EĞİTİM DURUMU

Lise	: Selçuk İMKB Anadolu Lisesi
Lisans Öğrenimi	: Adnan Menderes Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümü
Formasyon	:Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Fakültesi
Yüksek Lisans Öğrenimi	: Adnan Menderes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı Tezli Yüksek Lisans
Bildiği Yabancı Diller	: İngilizce

BİLİMSEL FAALİYETLERİ

a) Yayınlar

-SCI

-Diğer

b) Bildiriler

-Uluslararası

-Ulusal

c) Katıldığı Projeler

İŞ DENEYİMİ

Çalıştığı Kurumlar ve Yıl	: Adnan Menderes Üniversitesi, Fizik Bölümü Laboratuvarı (2013-2014)

İLETİŞİM

E-posta Adresi	: fatmabalci_fizik@hotmail.com
Tarih	: …………..