T.C.
ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EĞİTİM BİLİMLERİ ANABİLİM DALI
EPÖ-YL-2013-0001

9. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN DOĞAL SAYILAR KONUSUNDAKİ KAVRAM YANILGILARI

HAZIRLAYAN
Hayri ÖZDEŞ

TEZ DANIŞMANI
Yrd. Doç. Dr. Ayşe ELİTOK KESİCİ

AYDIN-2013

T.C.
ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EĞİTİM BİLİMLERİ ANABİLİM DALI
EPÖ-YL-2013-0001

9. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN DOĞAL SAYILAR KONUSUNDAKİ KAVRAM YANILGILARI

HAZIRLAYAN
Hayri ÖZDEŞ

TEZ DANIŞMANI
Yrd. Doç. Dr. Ayşe ELİTOK KESİCİ

AYDIN-2013

T.C.
ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE
AYDIN

Eğitim Bilimleri Ana Bilim Dalı Eğitim Programları ve Öğretim Programı öğrencisi Hayri ÖZDEŞ tarafından hazırlanan “9. Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgıları” başlıklı tez, 03.01.2013 tarihinde yapılan savunma sonucunda aşağıda isimleri bulunan jüri üyelerince kabul edilmiştir.

Unvanı, Adı ve Soyadı :	**Kurumu :**	**İmzası:**
(Başkan) Prof. Dr. Adil TÜRKOĞLU	**ADÜ**	**……………..**
Doç. Dr. Cumali ÖKSÜZ	**ADÜ**	**……………..**
Yrd. Doç. Dr. Ayşe ELİTOK KESİCİ	**ADÜ**	**……………..**

Jüri üyeleri tarafından kabul edilen bu Yüksek Lisans tezi, Enstitü Yönetim Kurulunun ………sayılı kararıyla …………………. tarihinde onaylanmıştır.

Doç. Dr. Osman PEKER
Enstitü Müdürü

Bu tezde görsel, işitsel ve yazılı biçimde sunulan tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uyularak tarafımdan elde edildiğini, tez içinde yer alan ancak bu çalışmaya özgü olmayan tüm sonuç ve bilgileri tezde kaynak göstererek belirttiğimi beyan ederim.

Adı Soyadı : Hayri ÖZDEŞ

İmza :

Hayri ÖZDEŞ

9. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN DOĞAL SAYILAR KONUSUNDAKİ KAVRAM YANILGILARI

ÖZET

Bu çalışmada 9. sınıf öğrencilerinin doğal sayılar konusundaki hata ve kavram yanılgıları ile bu hata ve kavram yanılgılarının cinsiyete göre anlamlı bir farklılık gösterip göstermediği araştırılmıştır. Araştırma 2011-2012 eğitim öğretim yılında İstanbul İli Şişli İlçesi'nde bulunan Anadolu liselerinde öğrenim gören 321 9. sınıf öğrencisiyle doğal sayılar konusunun öğretiminden sonra gerçekleştirilmiştir. Veri toplama aracı olarak 26 maddeden oluşan Teşhis Testi kullanılmıştır. Teşhis Testi'nin Cronbach Alpha güvenirlik katsayısı 0,90 bulunmuştur. Geçerlik içinse uzman görüşü alınmıştır. Açık uçlu sorulardan oluşan Teşhis Testi'nden elde edilen verilerin çözümlenmesi için SPSS 16 paket programı kullanılmıştır. Araştırmada nitel ve nicel araştırma yöntemlerinden faydalanılmıştır. Öğrencilerin Teşhis Testi'ne verdikleri cevaplar ayrı ayrı incelenmiş ve öğrenci yanıtları, "doğru", "yanlış", "boş" ve "eksik" kategorilerinde değerlendirilerek, öğrenci yanıtlarının bu kategorilere göre yüzde ve frekans dağılımı belirlenmiştir. Ayrıca tespit edilen tüm hata ve kavram yanılgılarından örnekler, tarayıcı aracılığıyla bilgisayar ortamına aktarılmış ve bulgularda sunulmuştur. Araştırma sonucunda öğrencilerin doğal sayılar, üslü ifadelere ait özellikler, taban aritmetiği, asal sayılar, aralarında asal sayılar, bir doğal sayıyı asal çarpanlarına ayırma, bir doğal sayının pozitif bölenlerinin sayısı ve faktöriyel konularında pek çok hata ve kavram yanılgılarının olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca bu hata ve kavram yanılgılarının cinsiyete göre anlamlı bir fark göstermediği belirlenmiştir.

ANAHTAR SÖZCÜKLER: Matematik öğretimi, kavram yanılgısı, ortak hatalar, doğal sayılar

Hayri ÖZDEŞ

MISCONCEPTIONS OF 9th CLASS STUDENTS REGARDING TO NATURAL NUMBERS

ABSTRACT

Mistakes and misconceptions regarding to natural numbers of 9th class students and whether these mistakes and misconceptions demonstrated any significant difference depending on the gender has been investigated in this study. This study was carried out with 321 students at 9th class who have being educated in Anatolian High Schools located in Istanbul City Sisli Province in the education training year of 2011-2012 after completing of the natural number subject. The Diagnosis Test comprising 26 items was used as a data collection instrument. Cronbach Alpha coefficient reliability of the Diagnosis Test was found as 0,90. An expert opinion was obtained for the validity. The SPSS 16 pack program was used in order to solve the data obtained by Diagnosis Test which composed by open-ended questions. Qualitative and quantitative researching methods were utilized in this study. The answers given by the students were examined individually and the answers of the students were evaluated in categories such as “correct”, “wrong”, “empty” and “incomplete”, then distribution of these students’ answers into percentage and frequency categories were determined. Also samples within all determined mistakes and misconceptions transferred into the computer via scanner and were submitted in findings. At the end of the investigation, it has been determined that students had a lot of mistake and misconceptions regarding to natural number, features belong to exponentiation, base arithmetic, prime numbers, relative prime numbers, prime factorization of a natural number, positive dividends of a natural number and factorial. Also these mistakes and misconceptions were determined as not demonstrating a significant difference depending on the genders.

KEY WORDS: Mathematics teaching, misconception, common mistakes, natural numbers

ÖNSÖZ

Severek yaptığım mesleğimin akademik yönünü öğrenmek, mesleki ve kişisel gelişimime katkıda bulunmak amacıyla başlamış olduğum yüksek lisans eğitimimde bu araştırmayı yapmış olmaktan memnuniyet duymaktayım.

Günlük hayatta sıklıkla kullandığımız ve ihtiyaç duyduğumuz bir alan olmasına karşılık, matematiğin öğrenilen soyut kavramlar ve tanımlardan ibaret olduğunu sanan pek çok öğrenci vardır. Özellikle ilkokul seviyesinde öğrenilen temel matematiksel kavramlara günlük yaşamamızda daha çok ihtiyaç duyarız. Bu temel kavramlar öğrenilmeden daha üst seviyedeki matematiksel kavramların öğrenilmesi de güç olacaktır. Bu nedenle ilkokul seviyesinden itibaren ortaokul ve lise matematik öğretim programlarında yer alan doğal sayılara ilişkin temel kavramlardaki hata ve kavram yanılgılarının bilinmesi oldukça önem arz etmektedir.

Bu araştırmayı yapmamda beni cesaretlendiren ve tüm sabrıyla her zaman destek olan, yönlendiren, değerli görüş ve fikirlerini paylaşan çok değerli hocam, danışmanım Yrd. Doç. Dr. Ayşe ELİTOK KESİCİ'ye çok teşekkür ederim.

Teşhis testi ile ilgili görüş ve fikirlerini esirgemeyen Doç. Dr. Cumali ÖKSÜZ ve Doç. Dr. Emin Aydın'a teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca tez çalışmam süresince beni destekleyen sevgili meslektaşlarım Mehmet UZUN ve Lütfi KAVALCI'ya, Şişli Anadolu Sağlık Meslek Lisesi yönetici ve öğretmenlerine, uygulama esnasında her türlü ilgiyi gösteren okul yönetici ve öğretmenlerine teşekkür ederim.

Bu zorlu süreçte beni yalnız bırakmayan sevgili aileme teşekkür ederim.

Hayri ÖZDEŞ
Aralık-2012

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

EKLER LİSTESİ

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1. GİRİŞ

Matematiğin bir keşif mi yoksa bir icat mı olduğu matematikçiler arasında tartışıladursada günümüz dünyasında matematiğin bir evrensel dil ve bir düşünme biçimi olarak yer almadığı alan neredeyse yoktur. İnsanoğlunun ihtiyacı sonucu gelişen matematik; düşünen, akıl yürüten, karşılaştığı problemleri sorgulayarak, irdeleyerek çözen bireyler için adeta bir araç olmuştur. Bu anlamda matematik öğretimi salt matematik bilgilerini öğreten değil, öğrenilen bilgileri kullanabilecek şekilde düzenlenmelidir. Matematik yalnızca bilimde ihtiyaç duyulan bir alan değil günlük yaşamda da sıklıkla ihtiyaç duyulan bir alandır.

Matematik öğretimi, öğrencileri kendilerini çevreleyen fiziksel ve sosyal dünyayı anlamada yardımcı olacak bilgi ve beceriler ile donatmalıdır. Bununla birlikte matematik öğretimi bireylere, çeşitli deneyimlerini analiz edebilecekleri, açıklayabilecekleri, tahminde bulunabilecekleri problem çözebilecekleri bir dil ve sistematik bakış açısı kazandırmalıdır. Matematik sınıflarına öğrencilerin gerçek dünyada karşılaştıkları problem durumları taşınmalı ve bu problem durumları incelenerek öğrencilerin problem çözme ve akıl yürütme becerileri geliştirilmelidir. Milli Eğitim Bakanlığı, öğrencilerin matematiksel kavramları ve sistemleri anlayabilmeleri, bunlar arasında ilişkiler kurabilmeleri, günlük hayatta ve diğer öğrenme alanlarında kullanabilmelerini ortaöğretim matematik eğitiminin genel amaçları arasında belirtmiştir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2011). 2005 Yılında Milli Eğitim Bakanlığı'nın uygulamaya koyduğu İlköğretim ve ortaöğretim "Yapılandırmacılık Modelli" programında da okul yaşama hazırlık değil yaşamın kendisi olmalıdır ilkesi benimsenmiştir.

Matematiksel öğrenme; öğrencilerin formülleri bilmesine, hesaplamaları doğru yapmasına değil, kavramları, işlemleri anımsamasına ve matematiksel düşünmesinin gelişmesine bağlıdır. Yani matematiksel öğrenme işlemsel değil, işlem ve kavram bilgisine dengeli bir şekilde yer veren kavramsal öğrenme ile gerçekleşmelidir. İşlemsel bilgi gelişiminde çocukların sezgisel ve informal bilgilerine yer vermeden bir an önce formal tanımlar verilmeye çalışılmaktadır. Kavramın ne olduğundan kısaca bahsettikten sonra, o konu ya da kavramla ilgili algoritma ya da prosedürlerin geliştirilmesine çalışılmaktadır. Öğrencinin katılımı, kendi çözüm yollarını ve stratejilerini sunması hemen hemen hiç yoktur (Baki, 1998). Oysaki birden fazla duyuya hitap eden materyallerle dersler işlense öğrenci katılımı artacak ve kazanımlar kalıcı bir şekilde edinilecektir.

Matematiksel kavramların öğrenilmemesi, yanlış veya eksik öğrenilmesi, matematiğin birikimli olması özelliği nedeniyle ilerleyen konuların öğrenilmesini, kavramlar arasındaki ilişkinin kurulmasını olumsuz etkileyecektir. Bu nedenle, öğrencilerin sahip oldukları kavram yanılgıları ve eksik öğrenmelerinin önceden tespit edilmesi, önlem alınması nitelikli bir matematik öğretimi için gereklidir.

Bu kısımda öğrenme kuramları ve öğrenme ilkelerinden bahsedilmektedir.

1.2. EĞİTİM

Eğitim sözü, farklı görüşteki eğitimcilerce değişik biçimlerce tanımlana gelmiştir. Bu farklılığın asıl nedeni, eğitimcilerin farklı felsefi görüşlerden hareketle, olanı değil olması gerekeni tanımlama girişimleridir (Tekin, 2003).

Eğitim; bireyin davranışlarında kendi yaşantısı yoluyla kasıtlı olarak istendik değişme meydana getirme süreci (Ertürk, 1998), insana kendisinin ne olduğunu göstermek, kendisini tanımasına, bilmesine, bulmasına yardım etmek (Başaran, 1994), bir davranış değiştirme süreci (Büyükkaragöz ve Çivi, 1998), insanların bilgi ve görgülerinde geçerli saydığımız şeyleri gelecek nesillere nakleden, hatta ileride kaydedilecek tekâmülü hazırlama iddiasında bulunan en üst görüş yüceliğini isteyen bir insan eseri (Hesapçıoğlu, 2010), bireyin yeni davranışlar kazanması için planlanan süreç (Baki, 2006) ve en geniş anlamıyla bireyde kendi yaşantıları yoluyla davranış değişikliği meydana getirme süreci (Erden, 1998) şeklinde tanımlanabilmektedir.

Eğitimin farklı biçimlerde tanımlanmasının pek çok nedeni vardır. Öncelikle eğitim soyut bir kavram olması nedeniyle eğitim etkinliklerini doğrudan gözlemlemek ve özgün niteliklerini doğrudan belirlemek mümkün değildir. Eğitim kavramının kapsamı geniştir. Uygulamada çok değişik türlerde karşımıza çıkmaktadır. Beden eğitimi, çocuk eğitimi, tuvalet eğitimi, çıraklık eğitimi vb. yapısı itibariyle eğitim statik değil dinamiktir. Amacı, içeriği, öğretim yöntem ve teknikleri hem toplumdan topluma hem de aynı toplumda zamanla değişmektedir. Eğitimin dayandığı teorik temellerin farklı olması da farklı eğitim tanımlarına neden olmaktadır. Eğitimin farklı tanımlanmasının bir diğer nedeni de tanım yaparken amaçlardan hareket edilmesidir. Eğitimin amaçları toplumdan topluma değişebilir. Bazı toplumlarda eğitim bireye öncelik vermiş olup toplumu geri plana itmiş ve bireyi bedensel, zihinsel ve duygusal yönden geliştirmeyi amaç edinmiş olabilir ya da bunun tam tersi olabilir (Kızıloluk, 2002).

En yaygın kabul edilen eğitim tanımı Tyler'ın, bireylerin davranış biçimlerini değiştirme süreci olduğunu söylediği tanımdır (Tyler, 1949).

Eğitimin pek çok farklı tanımı olsa da bu tanımların ortak noktası eğitimin bir değişim süreci olduğu yönündedir. Tabi bu değişim istenilen yönde olmalıdır. Örneğin piyano çalmasını bilmeyen bir öğrencinin piyano dersinden başarılı olması için bu müzik aletini çalması gerekir.

Eğitim en genel anlamıyla insanları belli amaçlara göre yetiştirme sürecidir. Bu süreçten geçen insanın kişiliği farklılaşır. Bu farklılaşma eğitim sürecinde kazanılan bilgi, beceri, tutum ve değerler yoluyla gerçekleşir. Günümüzde okullar eğitim sürecinin en önemli kısmını oluşturur. Eğitim yalnız okullarda yapılmaz. Günlük hayattaki eğitim-okul bitişikliği, eğitim denince okulu anımsatır. Oysa okul dışında da gençleri ve yetişkinleri bir mesleğe hazırlamak ve onların hayata uyumlarını kolaylaştırmak için açılmış kısa süreli eğitim veren kurumlar vardır. Ayrıca eğitim ailede, iş yerinde, askerde ve insanların oluşturdukları çeşitli gruplar içinde de yer alır (Fidan, 1996).

Güven (2005) ise eğitimin fiziksel uyarılmalar sonucu beyinde istendik biyokimyasal değişiklikler oluşturma süreci olarak tanımlandığından bahsetmiştir. Bu tanımda eğitimin sadece bilişsel düzeyde gerçekleştiği vurgulanmıştır. Oysa eğitim, bilişsel düzeyde olduğu kadar sosyal, duygusal ve psikomotor düzeylerde de gerçekleştirilen etkinliklerin bütünü olarak değerlendirilmelidir. Çoğu zaman eğitimin özellikle sosyal ve duygusal boyutları ihmal edilmiş, okulların doğal sosyal ortamlar olması sosyalleşme için yeterli görülmüştür. Sayısal derslerde başarılı olmak zeki olmakla eşdeğer tutulmuş, başka alanlardaki beceriler göz ardı edilerek çocuklar çoğu zaman zeki ve zeki olmayan olarak kategorilere ayrılmıştır. Bu durum ise belki de farkında olunmadan duygusal örselenmelere neden olmuş ve benlik saygısı düşük, kendine güvenemeyen bireyler yaratılmıştır. Sosyal öğrenme kuramında öğrencinin özyeterlik algısı güçlendirilerek yukarıda bahsedilen olumsuzlukların önüne geçilebilir.

Eğitim işinin sonunda, insanlara yeni davranışlar kazandırmak amaçlanmaktadır. Davranış değiştirme işinin hangi faaliyetler yoluyla ve nasıl gerçekleşeceği hususu bizi doğrudan doğruya öğrenme işine ve onu sağlamak için düzenlenen öğretme sürecine götürür (Varış, 1996).

Eğitim kavramının ayırt edici özellikleri; kasıtlı olması, istendik olması, yaşantıyla oluşması, davranışlarda ortaya çıkması, kalıcı değişiklik olması ve süreç olmasıdır (Coşkun, 2011).

1.3. ÖĞRETİM

Günlük hayatta televizyon, çocuğun ailesi, arkadaşları, günlük olaylar, kitaplar ve filmler gibi pek çok kişi, araç ve durum öğretme etkinliğinde bulunur. Bu kaynaklarla öğrenmeler sonunda elde edilen davranışların bazıları istendik bazıları da istendik değildir. Okulda öğrenciye istendik davranışlar kazandırılmak istenmektedir. Okullarda yapılan planlı, kontrollü ve belli amaçlara yönelik olan öğretme faaliyetlerine öğretim denir (Fidan, 1996).

Farklı kaynaklardaki öğretim tanımları; öğrenmenin gerçekleşmesi için planlanan, kasıtlı ve sistematik eğitim (Demirel, 2005), belli bir amaç doğrultusunda bilgi verme işi (Tekin, 2003), öğrenmeyi sağlamak amacıyla gerçekleştirilen bir dizi öğretme etkinliği (Baki, 2006), öğrenmenin gerçekleşmesi ve bireyde istenen davranışların gelişmesi için uygulanan süreçlerin tümü (Varış, 1996), "içsel bir süreç ve ürün olan, öğrenmeyi destekleyen ve sağlayan dışsal olayların planlanması, uygulanması ve değerlendirilmesi süreci" (Senemoğlu, 2003: 399), belirli bir yapılanma içinde, önceden belirlenmiş amaçlar doğrultusunda, bireyin bu amaçlara ulaşmasını sağlamak üzere, planlı ve programlı bir biçimde, öğrenilmesi beklenen içeriğin (bilgilerin) dağıtımı ve bu içeriğin öğrenilmesini destekleyecek ve kolaylaştıracak öğrenme etkinliklerinin uygulanması süreci (Kuzgun ve Deryakulu, 2004) şeklinde ifade edilmektedir.

1.4. ÖĞRENME

Öğrenme davranışla ilgilidir. Davranış ise, organizmanın yaptığı her türlü hareketi ifade eder. Öyleyse, organizmanın doğrudan ya da dolaylı olarak gözlenebilen her türlü hareketine davranış diyebiliriz. Örneğin konuşma, yürüme, elini oynatma, düşünme, bir kompozisyon yazma, bir radyoyu onarma, bağırma, yüzün kızarması birer davranıştır (Gerlach, Ely ve Melnick, 1980). Bir öğrenci davranışında değişme gözlendiği zaman öğrenmiştir. Aslında bireyde belli davranış değişimlerinin oluşması demek, bireyin belli özellikler kazanması demektir. Oldukça aşırı bir basitleştirmeyle öğrenmenin davranışta bir değişim olduğunu söyleyebiliriz. Ancak her davranış değişmesi bir öğrenme değildir ve öğrenmenin olup olmadığı doğrudan gözlenemez; davranıştaki bir değişmeyi gözlemin sonucu olarak öğrenmenin gerçekleşmiş olduğuna karar verilir (Tekin, 2003). Öğrenme, bir takım yaşantılar sonucunda kalıcı izli davranış değişikliğinin oluşması şeklinde tanımlanabilir. Bu tanıma göre zihinden çarpma yapmasını bilmeyen bir insanın çarpma işlemini yapar hale gelmesi, çember çizmesini bilmeyen birinin çemberi çizer hale gelmesi bir davranış değişikliğidir ve öğrenme olayının sonucudur.

İnsanlar yaşamları boyunca çevre ile etkileşimleri sonucu bilgi beceri, tutum ve değerler kazanırlar. Öğrenmenin temelini bu yaşantılar oluşturur. Genel anlamda öğrenme, çevresi ile etkileşimi sonucu kişide oluşan düşünce, duyuş ve davranış değişikliğidir. Ancak bu değişikliğin nasıl olduğu konusunda farklı görüşler vardır (Özden, 1998).

Sınıfta öğrencilerin davranışını değiştirmekten sorumlu kişi öğretmen, davranış değişikliği gösterecek kişi ise öğrencidir (Elitok Kesici ve Türkoğlu, 2012). Öğretmen davranış değişikliği oluştururken öğrenmeyide sağlamış olur.

1.5. ÖĞRETME

Ertürk (1998) öğretmeyi, “herhangi bir öğrenmeyi kılavuzlama veya sağlama faaliyeti” olarak tanımlamaktadır.

Altun (1998) ise "bireye belli bir davranışı kazandırmak için uygun ortamın hazırlanması, yönlendirilmesi ve öğrenmenin gerçekleştirilmesi etkinlikleri" olarak tanımlamaktadır.

1.6. MATEMATİK

Aklımız sayesinde kendimizi ve doğayı anlıyor, tanıyor ve sorgulayabiliyoruz. İnsan; aklı sayesinde düşünebilmekte, sorgulayabilmekte ve sorgulama sürecinde de matematik dilini, örneğin sayı, sembol ve şekilleri kullanabilmektedir. Ancak, bu denli yaygın ve eskiden beri matematiği kullanmasına karşın insanlar matematiğin ne olduğu konusunu açıkça belirleyecek ortak bir tanımda anlaşamaktadırlar. Önemi ve yararı konusunda kuşku duyulmamasına karşın, matematiğin, tüm ilgililerin veya matematikçilerin üzerinde anlaştığı bir tanımı henüz yoktur. Belki de matematiğin gizemi bu özelliğinde saklıdır ve öyle kalacaktır. Ünlü düşünür B. Russell, geçen yüzyıl içinde bir ara, matematiği uğraş konusu belli olmayan bir çalışma olarak nitelemişti. Russell, kuşkusuz, matematiğin sayı, nokta, doğru gibi bir takım nesneleri, bu nesnelere özgü özellik ve ilişkileri konu aldığını çok iyi biliyordu; bu nitelemeyi matematiğin soyut mantıksal yapısını vurgulamak için yapmış olabilirdi. Matematiğin nitelikleri kolaylıkla sıralanabilmekte, fakat tanımında kişiler zorlanmaktadır. Bu özelliğine ve gizemine karşın yine de matematiğin ne olduğu ile ilgili bazı tanımlamalar yapılmalıdır ve önemi iyi anlaşılmalıdır (Ersoy, 2003). Matematiği sevmek, anlamak ve öğrenmek her şeyden önce onu doğru tanımakla başlar (Umay, 2002).

Galileo matematiği evrenin dili olarak tanımlamıştır. “Evren her an gözlemlerimize açıktır, ama onun dilini ve bu dilin yazıldığı harfleri öğrenmeden ve kavramadan, anlaşılamaz. Evren, matematik diliyle yazılmıştır; harfleri üçgenler, daireler ve diğer geometrik biçimlerdir. Bunlar olmadan tek sözcüğü bile anlaşılamaz, bunlarsız ancak karanlık bir labirentte dolanılır” (Pappas, 1993: 9). Matematiği evreni, doğayı anlamanın bir aracı olarak düşünebiliriz.

“Matematik soyut düşüncelerimizi sistematik biçimde ifade edebilmemizi sağlayan bir evrensel dil, evrensel kültür ve bir yazılım teknolojisidir” (Hacısalihoğlu, Mirasyedioğlu ve Akpınar, 2004: 1).

Matematik en yalın haliyle yaşamın soyutlanmış bir biçimidir (De Corte, 2004).

Türk Dil Kurumu’nun Türkçe Sözlüğü’nde, “aritmetik, cebir, geometri gibi sayı ve ölçü temeline dayanarak niceliklerin özelliklerini inceleyen bilimlerin ortak adı” şeklinde tanımlanmıştır (Türk Dil Kurumu [TDK], 2010). Türk Dil Kurumu’nun Matematik Terimleri Sözlüğü’nde ise “biçim, sayı ve çoklukların yapılarını, özelliklerini ve aralarındaki ilişkileri inceleyen ve sayı bilgisi, cebir, uzam bilgisi gibi dallara ayrılan bilim” olarak ifade edilmektedir (TDK, 1983).

Matematik, bilimde olduğu kadar günlük yaşantımızdaki problemlerin çözülmesinde kullandığımız önemli araçlardan biridir. “Matematik nedir?” sorusunun cevabı insanların matematiğe başvurmadaki amaçlarına, belli bir amaç için kullandıkları matematik konularına, matematikteki tecrübelerine, matematiğe karşı tutumlarına ve matematiğe olan ilgilerine göre değişmektedir (Baykul, 1999).

Yıldırım (2008) ise hazır verilmiş bir tanımdan yola çıkarak matematiği anlamaya kalkmak, birbiriyle bağdaşmaz değişik nitelemelerden birine kapılmaktan ileri geçemeyeceğini belirterek matematik konusunda şunları belirtmektedir: Körlerin dokunarak tanımaya çalıştıkları fil gibi, matematik kimisine göre kuralları belli olan satranç türünden bir zekâ oyunu; kimisine göre sayı türünden soyut nesneleri konu alan bir bilim; kimisine göre bilim ve pratik bir yaşam için yararlı bir hesaplama tekniği. Matematikçilerin gözünde ise matematik bizi doğruya, kesin bilgiye götüren biricik düşünme yöntemi. Matematiği “bilimlerin kraliçesi” sayanlar yanında, hizmetinde görenler de var. Hatta onu ne olduğu, neyle uğraştığı belli olmayan, salt bir zihinsel çıkarım ya da dönüştürme işlemi diye niteleyen, ya da karmaşık kavramsal bir lâbirente benzeten saygın filozoflara rastlamaktayız.

Matematik biliminin de kendine has bir dili, ifade şekli, terimleri ve sözcükleri vardır. Bu sözcüklerin bir kısmı sadece kendi iç dünyasında kalan ve kullanılan ifadeler olduğu gibi bir kısmı da sosyal hayatta kullanılan kelimeler olabilmektedir (Aydın ve Yeşilyurt, 2007). En geniş coğrafyaya yayılan bu dili konuşabilmek için bu dildeki kavramları bilmek, kurallarını öğrenmek gerekir. Bir dil çevredekilere anlam kazandırmak, iletişim kurmak, en önemlisi de düşünmek, için gereklidir. Düşünürken bildiklerimiz arasında bağlantı kurar, çıkarımlar yapar, çözümler üretir, ulaştığımız sonuçları irdeler, en kısa yoldan, kesin bir karara ulaşmaya çalışırız. Matematik dilini bilmeyenler matematik kavramlarıyla düşünemez, çevresindeki olaylara matematiksel anlamlar yükleyemez, sorunlara çözüm üretemezler (Umay, 2002).

Matematik kendi içinde bir dili ve sembolleri olan matematik alfabesi diyebileceğimiz sayılardan faydalanarak sonsuz boyutlarda genişleyebilen bir sembollerle ifade biçimidir (Çekici ve Yıldırım, 2011; Yıldızlar, 2007). Semboller kendilerine özgü şekilleri olan görsel nesnelerdir; fakat bu nesneler ancak akıl yoluyla anlayabileceğimiz soyut matematiksel düşünceleri temsil ederler (Bayazıt, 2010).

Matematiğin birçok sözcük ve cümleleri uzman olmayan insanlar tarafından bile bilinir ve kullanılır. Örneğin; sayma, toplama, çarpma, alan ve hacim hesabı vb. (Nasibov ve Kaçar, 2005). Matematik dil; dil, din, ırk ve ülke ayırt etmeden uygarlıktan uygarlığa zenginleşerek geçmektedir (Göker, 1989). Bu dili öğrenmek, matematiği öğrenmenin temel koşullarındandır.

Matematiği somut ve soyut oluşuna göre ikiye ayırmak mümkündür. Somut matematik; pratik hesaplamalar, problem çözme ve ölçme yaparken kullandığımız matematiktir. Buna faydacıl ya da sosyal değer taşıyan matematik diyebiliriz. İkincisi, matematiğin kendi iç tartışmalarının yer aldığı matematiktir. Teoremlerin ispatı, sayı sistemlerinin kurulması, yeni matematik yapıların yaratılması ve bunların iç dinamiğinin açıklanması bu kapsamdadır. Bu tür matematik *pür matematik* diye bilinir ve soyuttur. Pür matematiğin hayatla ilişkisi zaman içinde oluşmaktadır. Gelişmesi sadece insan zihninin merakını giderme ve gerçeği bulma uğraşına bağlıdır (Altun, 1998).

1.6.1. Matematiksel Öğrenme

Matematik eğitiminde yapılan araştırmalar matematikte işlemsel ve kavramsal öğrenme olarak farklı iki öğrenme tipinin olduğunu belirtmektedir. Bu iki tip öğrenmeyi kesin çizgilerle birbirinden ayırmak oldukça zor olsada her ikisini karakterize edecek öğrenme ürünleri bulmak her zaman mümkündür. Basit olarak örnekleyecek olursak işlemsel öğrenmeye alışık bir öğrenci neyin nerden geldiğine bakmaksızın tanımı, kuralı veya ilişkiyi kendisine sunulduğu gibi aklında tutmaya çalışır. Onun için dikdörtgenin alanı kısa kenar ile uzun kenarın çarpımıdır. Bu formülün niçin işlediği, nereden çıkarıldığı önemli değildir. Matematiği birbirinden ayrı ilişkisiz kurallar ve yöntemler topluluğu olarak algılayan bu öğrenme yaklaşımını benimseyen öğrencilere göre, bir kimse matematik öğrenmek için mutlaka kuralları (genellikle ezberleme yoluyla) öğrenmelidir. Aynı zamanda bu kuralların hangi durumlara uygulandığını da öğrenmelidir. Bu görüşte, kural ve yöntemleri bilen ve öğrenciye aktaran bir otorite olarak öğretmenin varlığı her zaman söz konusudur.

İşlemsel öğrenmenin aksine, kavramsal öğrenme alışkanlığına sahip olan öğrenci, problem çözmede ve matematiksel bilgi üretmede kendi yaratıcılığını kullanabilen bir problem çözücü gibidir. Böyle bir öğrenci, öğretmenin matematiğini ve algoritmalarını yeniden üretmek yerine matematiği anlayarak öğrenmeye önem verir ve kendi matematiğini, kendi çözümünü üretmeye çalışır. Bu tip öğrenmeyi tercih eden öğrenci, matematiği birbirine bağlı kavramlar ve düşünceler ağı olarak görür ve bu matematiksel kavramları ve düşünceleri dışarıdan kopyalamak yerine bizzat kendisi anlamaya çalışır (Baki, 2006).

Her bilim dalının kendi amaçları doğrultusunda kendine has bir öğretim şekli vardır. Matematiğin yapısına uygun bir öğretim, öğrencilerin; matematikle ilgili kavramları anlamalarına (conceptual knowledge of mathematics), matematikle ilgili işlemleri anlamalarına (procedural knowledge of mathematics), kavram ve işlemler arasındaki ilişkiyi (connections of between conceptual and procedural knowledge) kurmalarına bağlıdır (Van de Wella, 1989; Akt: Soylu ve Aydın, 2006).

Kavramlar bilgisi, matematiksel kavramların kendilerini ve bunlar arasındaki ilişkileri kapsar. Matematikteki kavramların insan zihninde yaratılan ilişkiler olması, bunları kazanabilmek için çocuğun belli zihinsel gelişmişlik seviyesine ulaşmış olmasını gerektirir. Buna rağmen okullarımızda çocukları yarışma sınavlarına hazırlamak amacıyla kavramların oluşmasına dikkat edilmeden öğretim yapılmakta, bunu bazı ailelerde istemekte hatta körüklemektedir. Bu durum, çocuğun zihninde ilişkiler henüz oluşmadığından, kavramların kazanılamamasına ve bu kavramlar başka kavramlarla ilişkili olduğundan sonraki öğrenmelerin zorlaşmasına hatta imkânsızlaşmasına neden olmaktadır. İşlemlerin bilgisi ise, matematikte kullanılan semboller, kurallar ve matematik yaparken başvurulan işlemlerin bilgisi olarak tanımlanır (Baykul, 2005). Bu bilgi türünde işlemler, kurallar ve formüllerin arkasında yer alan matematiksel düşünceler öğrenciler tarafından anlaşılmamıştır (Hiebert ve Lefevre, 1986). Yapılan pek çok çalışmada öğrencilerin sahip oldukları işlemsel bilgilerin kalıcı ve işlevsel olmadığı ifade edilmektedir. Bu araştırmalar öğrencilerin sahip olduğu işlemsel ve kavramsal bilginin süreç içinde dengelenemediğini ve işlemsel bilginin daha çok ön plana çıktığını ortaya koymaktadır. Bu durumun ortaya çıkmasında ezberci öğrenmeyi özendiren, işlemsel bilgiyi öne çıkaran, sadece kural, formül ve işlem yürütmeye dayalı bilgileri ölçen ve bireylerin gelecekteki mesleklerinin belirlenmesinde etkin rol oynayan merkezi sınav sistemlerinin önemli rol oynadığı düşünülmektedir (Birgin ve Gürbüz, 2009).

Matematik dersleri kavramsal ağırlıklı işlenmediği için konular öğrenme yerine ezberlenmektedir. Çoğu öğrenci, kullandıkları işlemlerin temelinde kavramların olduğunun ve matematiğin ne anlama geldiğinin farkında değildir. Onlar matematik öğrenmenin, anlamsız semboller üzerinde işlem yapmak olduğuna inanırlar ve matematiği ezberleyerek öğrenmeye çalışırlar (Soylu vd., 2006). Kavramsal öğrenmede ise öğrenci problem çözmede ve matematiksel bilgileri üretmede kendi yaratıcılığını, sezgilerini kullanabilen bir problem çözücüdür (Baki ve Bell, 1997).

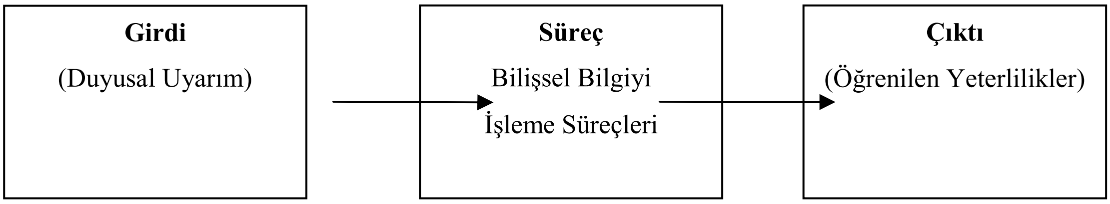
1.6.2. Matematik Öğretimi

Matematik günümüzde soyut kavramların bir koleksiyonu gibi görülmemektedir (Santos, 1998). Çağımız matematiği anlamayı, matematiği günlük ve iş yaşamında kullanabilmeyi gerektirmektedir. Bilgi toplumu; problem çözebilen, bağımsız düşünebilen, karar verebilen, düşüncelerini açıklayabilen, iletişim kurabilen ve veriye dayalı tahminde bulunabilen bireylere ihtiyaç duymaktadır. Bu bilgi ve becerilerin öğrencilere kazandırılmasında en büyük işlevi yerine getirecek olan dersin matematik olduğu düşünülmektedir. Bu açıdan matematik öğretimi, tüm boyutlarıyla önemsenmesi gereken, sürekli sorgulanması, değerlendirilmesi ve geliştirilmesi gereken bir ders olmalıdır (Tural, 2005).

1.6.2.1. Matematik Öğretimini Etkileyen Bazı Öğrenme Kuramları

Bireyde öğrenmenin nasıl meydana geldiği konusunda çok fazla görüş olmasına karşın temelde iki bakış açısı mevcuttur. Bunlar, öğrenmeyi dış süreçler açısından inceleyen davranışçılar ile iç süreçler yönünden inceleyen bilişselcilerdir. Davranışçılar öğrenmeyi "uyarıcı-tepki bağlantısı" ve "şartlanma" ile açıklamaya çalışırken, bilişselciler öğrenmenin bir zekâ ürünü olduğunu ve öğrenmede zihindeki şemaların rol oynadığını savunmaktadır. Şema, önceki bilgilerin organize edildiği, bireyin çevresindeki problemleri anlamada ve çözmede kullandığı yapı olarak düşünülebilir. Yapılar, sürekli olarak olgunlaşma ve çevre ile etkileşim sonucunda değişir, yeniden organize edilir. Bilişsel kuramın savunucularından olan J. Piaget, gelişmeyi denge durumunun bozulması ve üst düzeyde yeniden dengenin kurulması olarak açıklamaktadır (Senemoğlu, 2003). Öğrenme Kuramları, "Davranış Kuramları" ve "Biliş Kuramları" olmak üzere iki ana başlık altında ele alınabilir. Matematik öğretimi, daha çok biliş kuramlarından etkilenmektedir (Altun, 1998). Bu nedenle burada sadece biliş kuramcıları üzerinden biliş kuramlarından bahsedilmiştir.

Aşağıdaki şekilde bilişsel kurama göre öğrenmeyi açılayan bilgisayar benzetmesi görülmektedir.



Şekil 1.1: Bilişsel kurama göre öğrenmeyi açıklayan bilgisayar benzetmesi
“Kaynak: Driscoll, 1994: 130”

1.6.2.1.1. Jean Piaget

Piaget’nin temel ilgisi, zekânın niteliği ile onun yapı ve işleyişi konuları üstünde toplanmıştır (Günçe, 1971). Ona göre, zekânın her eylemi birbirine karşıt iki eğilim olan özümleme ile uyma arasındaki dengelenim tarafından belirlenmektedir. Özümlemede kişi olayları, nesneleri ve durumları, örgütlü zihinsel yapıları kuran mevcut düşünme biçimlerinin içine almaktadır. Uymada, mevcut zihinsel yapılar dışsal çevrenin yeni yönleriyle birleştirilmek için yeniden örgütlenmektedir. Zekâ eylemiyle kişi, dışsal gerçekliğin gerekliliklerine uyum sağlarken, aynı zamanda zihinsel yapılarını eksiksiz olarak korumaktadır (Bağlı, 2004).

Piaget zihinsel gelişim üzerinde çalışmış ve çocukların zihinsel gelişimlerinin sırası ile

- Duyusal motor dönem
- İşlem öncesi dönem
- Somut işlemler dönemi
- Soyut işlemler dönemi

şeklinde dört basamakta gerçekleştiğini bildirmiştir. Bu basamakların, nesneleri tasarlama ve organize etme, nesneleri sembollerle gösterme ve diğer zihinsel beceriler bakımından karakteristik özellikleri vardır (Altun, 1998).

Bu dönemlerin özellikleri kısaca şöyle açıklanabilir (Şirin, 2008);

Duyusal-motor dönem, 0-2 yaşlarını kapsamaktadır. Bu dönemde reflekslere sahip olarak dünyaya gelen bebek, duyu organları ve motor becerilerini kullanarak çevresini anlamaya çalışır. Basit refleksleri organize ederek yeni şemalar geliştirir. Konuşma ve sembolik düşünce başlar. Kendini dış dünyadan ayrıştırır.

İşlem öncesi dönem, 2-7 yaşlar arasında sürer. Dil ve sembolik düşüncenin geliştiği bu dönemde çocuk nesneleri kategorilere ayırıp, sınıflandırabilir. Süreçlerin tersinin de olabileceğini ve nesnelerin farklı durumlarda değişmediğini henüz kavrayamaz.

Somut işlemler dönemi, 7-11 yaşlar arasında sürer. Sayılarla sıralama, sınıflama gibi işlemleri yapabilen çocuk, olayların tersinin de olabileceğini kavrar. Sembolik düşünce gelişir. Benmerkezcilik sosyal yönelişlerle yer değiştirir.

Soyut işlemler dönemi, 12 yaş sonrası görülür. Yetişkinliğe adım atan çocuk, bu dönemde soyut ve karmaşık işlemleri yapabilir. Sistematik düşünce gelişir ve hipotezler kurup bunları test edebilir.

Piaget'e göre okulda öğretilen bazı kavramlar, çocuğun kendiliğinden kavramlarının bir uzantısı ise daha kolay öğrenilir, gelişim hızlanır. Ama çocuğun gelişiminin çok önünde veya gerisinde yapılan bazı öğretimler çocuk gelişimini durdurur ve geriletir. Yani yeni kavramlar her zaman yetişkinler tarafından öğretilemez; ancak çok iyi bir ortam hazırlanıp ilgi uyandırılırsa bu mümkün olur (Ergün ve Özsüer, 2006).

Tablo 1.1: Bilişsel gelişim dönemi ve özellikleri

Bilişsel Gelişim Dönemleri	Yaş Aralıkları	Özellikleri
Duyusal Motor Dönem	0–2 yaş	• Hareketlerde döngüsellik vardır. • Döngüsellik taklit yoluyla güçlenir. • Duyular ve motor faaliyetlerle dünyayla ilişki kurulur. • Nesne devamlılığı sağlanır (nesnelerin değişmezliği). • Bu dönemin sonunda zihinsel işlemler kullanılmaya başlanır.
İşlem Öncesi Dönem	2–7 yaş	• Ben-merkezcidirler. • Hayal dünyaları geniştir. • Mantıklı düşünme gelişmemiştir. • Tek yönlü düşünürler. • Korunum ilkesi gelişmemiştir. • Soyut kavramları anlayamazlar
Somut İşlemler Dönemi	7–12 yaş	• Mantıklı düşünce gelişir. • Korunum ilkesi gelişir. • İşlemleri tersine çevirebilme becerisi oluşur. • Sınıflama, sıralama, karşılaştırma becerisine sahiptir. • Deneyimlere dayalı (somut) öğrenme söz konusudur. • Algılama önce bütünseldir. Düşünme biçimi genellikle tümdengelim'dir. • Problem çözmede zorluklar yaşanır.
Soyut İşlemler Dönemi	12 yaş ve üstü	• En üst bilişsel gelişim dönemidir. • Ben-merkezci düşünme biçimi tekrar oluşur. • Soyut düşünme, göreceli düşünme yeteneği gelişir. • Fikir yürütme, genelleme, tümdengelim ve tümevarım becerileri gelişmiştir. • Hipotez kurabilir ve doğruluğunu sınayabilirler. • Kendi düşüncelerinin haklılığında diretirler. • Duygu ve düşüncelerini ifade edebilmeleri önemlidir. Bu nedenle resim, müzik, edebiyat gibi alanlara ilgi duyabilirler. • Zekâ-mantık oyunlarını severler

"Kaynak: Tural, 2005"

1.6.2.1.2. Jerome Bruner

Halen Harvard Üniversitesi profesörlerinden olan Bruner, eğitim ve öğretim programlarında yapılacak yenilik ve iyileştirmelerin çocuğun bilişsel gelişimini temel alması gerektiğini savunmaktadır. Bruner'in kuramının ana teması öğrenmeyi aktif bir süreç olarak görmesidir. Öğrenenler yeni fikir ve kavramları mevcut ve eski bilgilerinin üzerine kurarlar. Öğrenmenin etkin bir süreç olarak görüldüğü bu yaklaşımda, öğrenen yeni düşünce ve bilgileri var olan eski yapılar üzerinde oluşturmaktadır. Öğrenen seçer, bilgi alış-verişinde bulunur, hipotezler oluşturur, kararlar alır ve bunlarla yeni bilişsel yapılar oluşturur (şema, zihin model vb.) ve mevcut seviyesinden ve verilen bilgiden daha ileri gitme fırsatını yakalar. Öğrenme sürecinde öğretenle etkin bir konuşma içerisinde olan öğrenenin, öğrenme ilkesini keşfetmesi gerekmektedir. Ders araçları öğreten tarafından öğrenenin bilişsel düzeyine indirgenmesi gerekir. Araçların kullanımı çizgisel değil spiral olmalıdır. Gerçek yaşam içerisinde çok yönlü ve farklı bakış açıları vardır ve bu olgu çok erken yaşlarda edinilmektedir. Çocuklar deneyimlerine üç şekilde anlam vermektedirler; eylemleri, görsel araçları ve dili kullanarak. Bruner'e göre bir öğretim kuramı şu dört özelliğe sahip olması gerekir: (1) güdüleme; öğrenmeye karşı ilgi ve merak uyandırmak; (2) yapı; öğrenenin bilgiyi en iyi şekilde özümseyebileceği bir bilgi yapısı ve seviyesi; (3) sıralama; materyali sunmak için mümkün olan en iyi yolları bulmak; (4) Pekiştirme; güdüleme için ödül ve cezalardan en iyi şekilde yararlanmak. Basitleştirme, yeni öneriler üretme ve bilginin ustalıkla idaresi, yeni bilgilerin inşası için en iyi yöntemlerdendir (Şirin, 2008).

Bruner, öğrencilere kazandırılması düşünülen yeni bir kavramın sunulmasında üç aşamanın yer alması gerektiğini savunmuştur. Bunlar somut materyal kullanma, grafikle gösterme ve sembollerle göstermedir. Bunun için hazırlanacak eğitim ortamında ve kullanılacak materyal seçiminde, somut materyaller, grafik ve şemalar ve son olarak sembollerin kullanımına yer verilmelidir. Bruner *"buluş yoluyla öğrenme"* üzerinde durmuş ve buluşla öğrenmenin zihinde tutmayı ve transferi kolaylaştırdığını, öğrenmeyi güdülediğini savunmuştur (Altun, 1998). Ülkemizde ise buluş yoluyla öğretim yaklaşımının uygulanması, 1968 yılında hazırlanan ilköğretim programlarıyla Türk Eğitim Sistemi içerisine dâhil edilmiştir (Ünal, 2012).

Buluş yolunun matematikte geniş uygulama alanı vardır. Bu yol kullanıldığında öğretmenin görevi; öğrencilere bilgiyi sunmaktan ziyade öğrencilerin bilgiye ulaşabilmeleri için ortam hazırlamaktır. Böylece öğrenciler kavram ve ilkeleri kendi etkinlikleri ile öğreneceklerdir (Altun, 1998). Bruner'e göre birey karşılaştığı uyarıcıları kavramlaştırır ve onları kategorilere ayırır. Böylece kavramlaştırma, bir olayın, nesnenin veya olgunun soyutlandırılarak ifade edilmesidir. Sınıflandırma ise kavramları ortak özelliklerine göre gruplandırmaktır. Bruner'e göre, kavramların kategorileştirilmesi veya sınıflandırılması çevrenin kompleks yapısını sadeleştirmemize yardım eder. Birey yeni şeylerle karşılaştığında eğer mevcut kategorilerden birine dâhil edebiliyorsa onun tanınması ve anlamlaştırılması daha kolay olacaktır. Sınıflandırma aynı zamanda bireyin yeni duruma veya nesneye karşı davranışını yönlendirir. Bruner birbiri ile iç içe olan kavramlaştırma ve sınıflandırma süreçlerinin tamamlanmasıyla birlikte kavramların kodlandırılmasından söz etmektedir. Bruner'e göre kodlanan bilginin saklanması ve geri çağrılması daha kolaydır. Kodlama bireye yeni bilgilerin keşfedilmesinde ve öğrenilen bilgilerin başka durumlara transfer edilmesinde de kolaylıklar sağlar (Baki, 2006).

Bruner'e göre birey, bilişsel gelişim sırasında *eylemsel, imgesel ve sembolik* olmak üzere 3 farklı biçimde bilgi edinir veya model oluşturur. *Eylemsel dönemde*, bilgiler doğrudan doğruya nesnelerle ilişki kurularak kazanılır. *İmgesel dönemde*, bireyin belleğindeki modeller daha çok görsel imgelerle oluşur. Bu nedenle, öğrencilere öğretilecek kavramla ilgili örnekler ve örnek olmayanlar bir arada verilmelidir. Temel kavram ya da ilkeyi bulmaları için öğrenciler sorularla yönlendirilmelidirler. Konular sözel ipuçları, resim veya zihinsel şemalarla ilişkilendirilmelidir. *Sembolik dönemde* ise dil ve semboller önem kazanır. Birey semboller kullanarak, somut yaşantı geçirmeden yeni modeller geliştirebilir. Bu dönemde öğrencilere yeni bilgiler yazılı ve sözel sembollerle kazandırılabilir (Ünal, 2008: 65-68).

Öğretmen π sayısını ilk defa tanıyacak olan öğrencilere buluş yoluyla nasıl öğretilebileceğine dair bir örneği Baki (2006: 173) şöyle anlatmaktadır: Öğretmen dersten önce farklı büyüklüklerde metal tellerden çember hazırlar. Derste bu çemberlerle birlikte çemberlerin çevre uzunluğunu ölçmeleri için kullanacakları ipleri gruplara dağıtır. Öğrencilerden çemberlerin çevrelerini ve çaplarını ölçmelerini ister. Bunun arkasından da öğretmen öğrencilere istenen ölçümleri yaparak aşağıdaki gibi bir tablo oluşturmalarını ister.

Tablo 1.2: Buluş yoluyla öğretim etkinliğine ait veriler

Çember	Çap	Çevre	Çevre/Çap
1	2	6,3	3,15
2	4	12,5	3,125
3	6	18,9	3,15
4	8,1	24,9	3,074
5	10,2	32,5	3,18
6	11,8	38	3,22

Gruplar ölçümlerini tablolara aktardıktan sonra öğretmen onlardan tablonun son sütununu incelemelerini ister. Çevre/Çap oranının bütün çemberlerde birbirine yakın olup olmadığını ve hangi sayıya yaklaştığı hakkında karar vermelerini isteyebilir. Öğretmen araştırmayı biraz daha derinleştirmek amacıyla her gruptan Çevre/Çap sütunundaki sayıların aritmetik ortalamalarını bulmalarını isteyebilir. Sonra da grupların ortalamalarını tahtada alt alta yazarak kendisi yeni bir aritmetik ortalama bularak Çevre/Çap oranının 3,14 sayısına yaklaştığını öğrencilerin görmelerini sağlar.

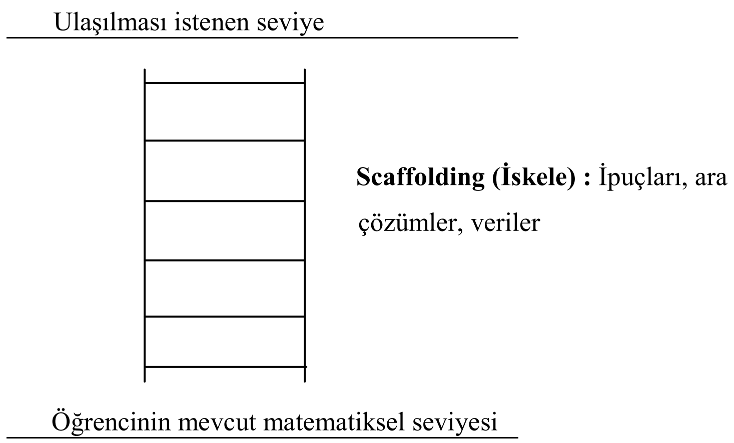
Bu etkinlikle birlikte öğrenci bütün çemberlerde çevre ile çap arasında sabit bir oran olduğunu fark edecektir. Bu belki bir ders içerisinde 20-30 dakikalık bir süre alacaktır. Ancak, öğrencinin çemberler üzerinde yaptığı bu gözlem gelecekte çemberin çevresinin hesaplanmasını ve dairenin alanının hesaplanmasını kavramsal olarak anlamasına yardım edecektir. Bütün bu deneyimi yaşamadan öğrenciye 2-3 dakikalık süre içinde bir çemberde çevre ile çap arasındaki sabit oran 3,14'dür. Bu sayıya pi denir ve π sembolüyle gösterilir diyebilirsiniz. Bu doğrudan bilgilerin arkasından da örnekler çözebilir ve öğrencilerinize çözümlerinizde bundan böyle pi yerine 3 kullanabilirsiniz diyebilirsiniz. Bu tür bir öğretim öğrencilerinizde ancak işlemsel bir öğrenme sağlayacaktır ve öğrenciler $Ç = 2\pi r$ formülünü anlamlandırmadan problemlerde kullanmaya başlayacaklardır.

1.6.2.1.3. Lev Vygotsky

Bir Sovyet psikolog olan Lev Vygotsky, çocuğun bilişsel gelişmesinde çevrenin çok önemli bir faktör olduğunu ortaya koymuştur. Çocukta zihinsel işlem yapmanın kendi akranları ve yetişkinlerle olan etkileşimi ile geliştiğini belirten Vygotsky, dil gelişiminin erken yaşlarda olmasını da kendiliğinden gerçekleşen ve çocuğun isteyerek kurduğu etkileşime bağlamış; etkili öğrenmenin, uygun ortamlarda, birlikte yapılan etkinlikler, problem çözme faaliyetleri ile gerçekleşeceğini ileri sürmüştür. Piaget'nin, öğrenmede gelişmeyi ön plana çıkarması yanında, Vygotsky sosyal çevreyle etkileşimi öne çıkarmıştır. Vygotsky'nin düşüncelerinden, matematik öğretiminde yararlanmak için iyi organize edilmiş öğretim ortamları hazırlamak ve öğrencileri etkileşim içinde olacakları, birlikte gerçekleştirecekleri etkinliklerle, birlikte çözebilecekleri problemlerle yüz yüze getirmek gerekir. Böylece öğrenme olayına karşı çocukta, bir *içselleşme* (içten isteme) oluşacak ve öğrenme kendiliğinden gerçekleşecektir (Altun, 1998). Vygotsky'e göre, öğrenmenin temeli bireyler arasındaki etkileşimdir. "Bu etkileşimde öğrenci kendinden daha bilgili olan öğretmenin düşünme örüntüsünü model almaktadır" (Akkayüz, 2003: 26-27).

Vygotsky (1985)'nin kavram oluşumu ile ilgili düşüncelerini Ergün ve Özsüer (2006) şu şekilde aktarmaktadır: Kavramlar, birçoklarının sandığı gibi önceden dışarıda oluşturulmuş, daha sonra çocukların zihnine yerleştirilmiş ve orada sabit kalan oluşumlar değildir. Kavramlar beyinde aktif bir süreçle oluşturulur ve daha sonraki iletişim ve zihinsel işlemlerde de sürekli aktiftir ve değişebilir. Kavram oluştururken genelden özele ve özelden genele sürekli yön değiştiren bir düşünce hareketi görülmektedir. Ancak Vygotsky, kavram oluşturmanın ergenlik-öncesi çağdaki çocukların kapasitesini aştığını ve ancak buluğ çağının başlamasıyla kavram oluşturmanın mümkün olduğunu savunur.

Okul matematiğinde yer alan problemler öğrencinin o andaki seviyesinin çok altında veya çok üstünde olmamalı. Bu durum öğrencinin problem çözümü aktivitesine karşı ilgisinin azalmasına neden olur. Problem öğrencinin seviyesinden çok yüksek ise büyük olasılıkla öğrenci problemi çözmekten vazgeçer. Problem öyle bir yerde olmalı ki öğrenci mevcut bilgilerini kullanabilsin ve bir ileri aşamayı gerektiren düşünce ve kavramlarla problemin çözümü sırasında tanışabilsin. Bunu ünlü Rus psikolog Vygotsky "scaffoldindg" benzetmesi ile açıklamaktadır. Bir inşaatta ustanın daha yüksek yerlerde çalışabilmek için tezgâh veya merdiven kullanması gibi öğrenci de bir üst düzeyde beceri gerektiren etkinlikleri yapabilmesi için dışarıdan ipucu niteliğinde yardımlar almalıdır (Baki, 2006).



Şekil 1.2: Vygotsky'nin "scaffoldindg" benzetmesi

1.6.2.1.4. Pierre Van Hiele

Öğrencilerin geometrik anlama düzeyleri ile ilgili en tanınmış çalışma Hollandalı matematik eğitimcisi Van Hiele'ye aittir. Van Hiele lise geometrisinde bazı öğrencilerin başarılı bazılarının da başarısız olduğu gözleminden hareketle başarısızlığın nedenlerini araştırmıştır. Geometrik şekillerin özelliklerini karşılıklı olarak ilişkilendiremeyen ve formal çıkarım yapamayan öğrencilerin başarısız olduğunu gözlemleyen Van Hiele, aksiyom, teorem ve tanımlara dayalı lise geometrisinde öğrencilerin başarılı olması için öğrencilerin sebep sonuç ilişkileri kurarak tümdengelimli çıkarımlar yapabilecek düzeyde olmaları gerektiğini belirtmiştir (Baki, 2006).

Van Hiele 1957 yılında hiyerarşik yapıda olan beş farklı geometri anlama düzeyi tanımlamıştır (Knight, 2006). Bu anlama düzeyleri Piaget'nin bilişsel gelişim aşamalarında olduğu gibi biyolojik gelişmeye bağlı olmaktan çok verilen eğitime bağlıdır (Baki, 2006).

Van Hiele geometri anlama düzeylerini 0'dan 4'e kadar sıraladı, fakat sonra 1'den 5'e olacak şekilde değiştirmiştir. Sıralamanın başlangıç seviyesinden yükselerek arttığını vurgulamıştır (Golinskaia, 1997).

Van Hiele'nin tanımladığı geometri düşünme düzeyleri aşağıdaki gibidir:

"0" Düzeyi (Görsel Dönem-Visualization): Bu düzeydeki birey temel geometrik şekilleri tanır ve onları ayırt edebilir (Mistretta, 1996).

"1" Düzeyi (Analiz-Analysis): Bu düzeyde geometrik kavramların analizi başlar (Crowley, 1987), ancak bu şekillerin ve sınıfların özellikleri arasında birey ilişki kuramaz.

"2" Düzeyi (Formal Olmayan Sonuç Çıkarma Düzeyi-Informal Deduction): Bu düzeydeki birey, bir sınıftaki şekillerin ve sınıfların özellikleri arasında ilişki kurulabilir.

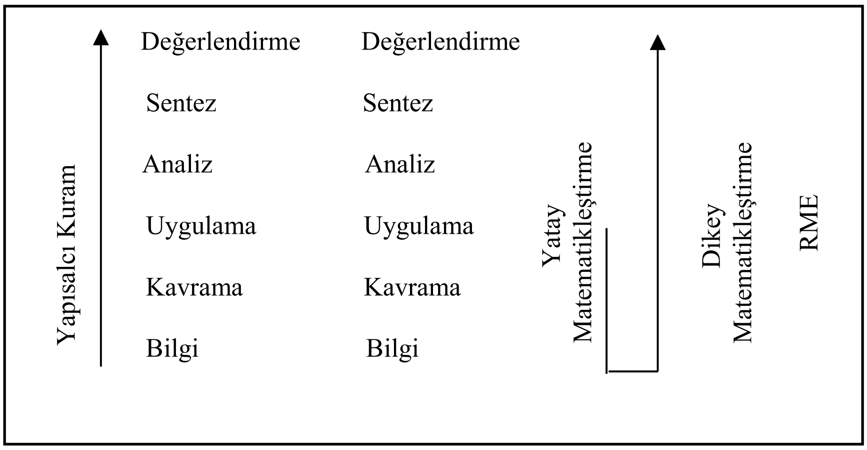
"3" Düzeyi (Tümevarım-Induction): Bu düzeydeki birey, şekillerin özelliklerini karşılaştırabilir ve tartışabilir. Ayrıca aksiyom, teorem, postulat ve tanımlar arasındaki ilişkileri açıklayabilir ve tümevarım yoluyla akıl yürütme süreçlerini başarabilir (Baykul, 2005; Altun, 2005).

"4" Düzeyi (İlişkileri Görebilme-Rigor): Bu düzeydeki öğrenciler, farklı iki aksiyomatik sistem arasındaki ilişkileri ve ayrılıkları görebilir (Altun, 1998), hiperbolik, eliptik ve öklit geometrilerini karşılaştırabilirler (Cabral, 2004).

1.6.2.1.5. Hans Freudenthal

Gerçekçi Matematik Eğitimi (Realistic Mathematics Education-RME), matematik öğretimi ve öğreniminde ihtiyaç duyulan reformu gerçekleştirmek amacıyla, Hollandalı matematikçi ve eğitimci Hans Freudenthal tarafından temeli atılan bir matematik öğretimi yaklaşımı ve alana özel bir eğitim teorisidir (Ünal ve İpek, 2009). Freudenthal tarihte matematiğin gerçek hayat problemleri ile başladığını, gerçek hayatın matematikleştirildiğini daha sonra formal sisteme geçildiğini ileri sürerek, önce formal matematik bilgiyi verip arkasından uygulamaya geçme şeklindeki öğrenmenin anti didaktik olduğunu belirtmiştir. Freudenthal matematik öğrenmeyi bir anlamlandırma süreci olarak tanıtmış ve düşüncesini "çocuk için matematik anlamlandırma ile başlar ve gerçek matematik yapmak için her yeni safhada anlamlandırmanın esas alınması gerekir" şeklinde ifade etmiştir. Freudenthal'e göre matematik bir insan aktivitesidir, keşfedilmez icat edilir. İnsan çevresindeki olayları kontrol altında tutmak için onları sayar, ölçer, sınıflar, sıralar. Örneğin boyutları a ve b olan dikdörtgenin çevresini Ç=2a+2b ile temsil ederiz. Bu bir ölçme eylemidir ve kendi icat ettiğimiz bir şeydir. Geleneksel öğretime bir meydan okuma olarak ortaya çıkmış olan bu yaklaşıma göre, matematik öğretimi gerçek hayat problemleri ile başlamalıdır ve matematik yapma gereksinimi öğretimin ana ilkesi olmalıdır.

Freudenthal, gerçek modelden matematik kavrama ulaşma şeklinde işleyen bu sürece *matematikleştirme* adını vermiştir. Öğretimde matematikleştirme anahtar süreçtir ve bunun iki temel nedeni vardır. Bunlardan birincisi, matematikleştirme sadece matematikçilerin işi değil, her insanın işidir. Matematikleştirmeyi matematik öğretiminin merkezi yapmanın ikinci nedeni yeniden keşfetme fikri ile ilgilidir. Matematikte formal bilgiye ulaşma son basamaktır. Bu son nokta öğrettiğimiz matematiğin ilk noktası olmamalıdır. Öğrencinin çalışabileceği, denemeler yapabileceği bir ortamın hazırlanması gerekir ve öğrenme şekli sürecin matematikçi tarafından keşfi şeklinde olmalıdır. Matematikleştirme olarak açıklanan bu süreçte, öğrenci matematik bilgiye kendisi ulaşmaktadır. Matematikleştirme sürecinin kazanımı öğrencilerin günlük hayattaki durumları matematiksel yaklaşımla ele almalarını sağlar. Matematikleştirme yatay ve dikey matematikleştirme olmak üzere iki başlık altında ele alınabilir. *Yatay matematikleştirme* yaşamsal (çevresel) bir olaydan sembollere geçişi, *dikey matematikleştirme* ise sembollerle çalışma ve kavramlar arasında ilişkiler kurma suretiyle formüllere ulaşma şeklindeki daha yüksek düzeyli matematiğe ulaşmadır. Her iki matematikleştirme türü matematik öğretiminin her seviyesinde vardır (Hauvel-Panhuizen, 1996; Akt: Altun, 2006).



Şekil 1.3: Yapısalcılık ve RME'de Bloom taksonomisindeki aşamaların gösterimi

Birçok tez ve araştırma projesi RME'yi geliştirmek için yürütülmektedir. RME, birçok kuram gibi kendisini tamamlanmış olarak değil de tamamlanmamış bir kitaba benzetmektedir (Özdemir, 2008).

Bilişsel kuramın öğretim uygulamalarına getirdiği katkılar şöyle özetlenebilir (Gültekin, Karadağ ve Yılmaz, 2007):

- Bilişsel gelişim kuramı, öğrenmeyi bilgi işleme süreci üzerine temellendirmektedir. Bu anlayış, öğretimin bilişsel süreçlerin aşamalarına uygun olarak gerçekleştirilmesi gerektiğini vurgulamıştır. Öğrenme birikimli bir süreçtir. Yeni öğrenmeler daha önceden öğrenilen bilgiler üzerine kurulmaktadır. Bu nedenle, çocuğun kazanacağı yeni yaşantıların, eski yaşantılara uygun olması gerekmektedir.
- Yeni öğrenmeler çocuğun sahip olduğu bilişsel yapılarla öğrenilebilecek nitelik taşımalıdır. Bir başka deyişle, ne zor ne de kolay olmalıdır.
- Öğretim düzenli ve mantıklı bir biçimde planlanmalıdır.

- Öğrenmede bireyin en yakın çevresinden başlanmalıdır. Örneğin, birey yaşadığı şehrin haritasından önce mahallesinin krokisini öğrenmelidir. Öğretimde yakından uzağa ilkesi temel alınmalıdır.
- Çocukların öğrenme hızına saygı duyulmalı, kendi hızlarıyla öğrenmelerine olanak tanınmalıdır.
- Öğretim bireyselleştirilmelidir.
- Öğretmenler, öğrencilerin sosyal yaşını dikkate almalıdır. Onun diğer öğrencilerle ve öğretmenlerle etkileşimleri ona sosyal, duygusal ve bilişsel olanaklar kazandırır.
- Öğrenme bir keşfetme sürecidir. Bu nedenle öğrencide keşfetme isteğinin harekete geçirilmesi ve merak duygusunun yaratılması öğrenmeyi gerçekleştirmede önemli etkinliklerdir. Öğrencide merak ve öğrenme arzusunun harekete geçirilmesi için gerekli ortam ve koşulların sağlanması gerekir.

1.6.2.2. Matematik Öğretiminin Amacı

Matematiğin insan hayatındaki önemi ve bilimsel hayatın gelişmesine olan katkısından dolayı, matematik öğretimi önem kazanmakta ve matematik öğretimine okulöncesinden başlayarak, ilkokul, ortaokul ve sonrasında geniş bir zaman ayrılmaktadır. Matematik öğretiminin amacı genel olarak, kişiye günlük hayatın gerektirdiği matematik bilgi ve becerileri kazandırmak, ona problem çözmeyi öğretmek ve olayları problem çözme atmosferi içinde ele alan bir düşünme biçimi kazandırmaktır.

İnsanın çevresi geometrik eşya ve yapılarla kuşatılmıştır. Kullanılan eşyaların tamamı çok çeşitli geometrik cisimlerin yalın ya da bileşik halleridir. Bunları tanımak, insan hayatının her anında sıkça yer alan ölçü aletlerini kullanmak ve elde edilen sonuçları yorumlamak temel matematik beceriler gerektirir. Televizyon ya da gazete haberlerindeki sayısal verileri ya da grafikleri anlamak yine bazı temel matematik bilgi ve beceriler sayesinde olur. İnsan, hayatında sıkça bir şeyleri karşılaştırma, daha iyi ve daha uygun olanı seçme durumunda kalır. Karşılaştırma, varlıkların nitel ve nicel özellikleri üzerinde yapıldığı için karşılaştırmada da temel matematik bilgilerden yararlanılır.

Problem çözmeyi öğrenme ve olayları problem çözme yaklaşımı içinde ele alma amacı, insanı çevresinde olup bitenleri anlaması, olayların nedenleri ve sonuçları arasındaki ilişkileri görmesi, bunlardan faydalanmasını sağlayacak bir düşünme biçimi geliştirmesini sağlaması şeklinde açıklanabilir. Bu durum yaygın bir deyimle karşılaştırma yapma olarak ta bilinir. Burada sözü edilen problem çözme yaklaşımının aşamaları vardır. Bunlar;

• Kişinin bir güçlükle karşılaşması halinde, bu güçlüğün kaynaklarını görme ve güçlüğü yalın olarak ortaya koyma,

• Güçlüğü ortadan kaldırabilmek için kullanılacak olan stratejileri seçme ve planlama,

• Bu stratejileri kullanarak güçlüğü giderme ve çözümü değerlendirmedir. "Nasıl çözüldü? Başka çözüm yolu var mı? Çözüm bekleneni tam olarak vermekte midir? Güçlüğün değişik koşullar altında ortaya çıkması halinde çözüm nasıl yapılır?" (Altun, 1998).

Umay (2004)'da matematik öğretiminin en önemli amacının düşünmeyi, problemlere çözüm yolları aramayı, ilişkileri yakalama ve çözmeyi öğretme olduğunu belirtmektedir. Matematiksel düşünme bir zihin alışkanlığı olmakla birlikte tüm alışkanlıklar gibi farklı alanlarda sürekli kullanımlarla gelişmektedir (National Council of Teacher of Mathematics [NCTM], 2000).

Okuldaki matematik öğretiminin amaçlarının beş ayrı boyutunun bulunduğu vurgulanmaktadır (Ersoy, 1998);

- **Toplumsal Amaç:** Her yurttaşın matematik kullanıcısı olarak hazırlanması
- **Kültürel Amaç:** Matematiğin kültürel senteze katkısı
- **Kişisel Amaç:** Her kişinin yaşamında matematiğin eğitsel güç olması
- **Teknik Amaç:** Matematikçilerin ve matematik bilimcilerinin yetiştirilmesi
- **Estetik Amaç:** Matematiğin bir bilim olarak kendine özgü özellikleri ve güzelliği

1.6.2.3. Matematik Öğretim Programının Amaçları

Belirlenen genel amaçlar doğrultusunda ülkeler zaman zaman matematik öğretim programlarını gözden geçirmekte ve yenilemektedir. Örneğin, 1960'lı yıllarda Sputnik'in Rusya'da uzaya fırlatılması ile birlikte Rusya ile uzayda yarışabilmek için Amerika Birleşik Devletleri (ABD) reform hareketleri başlatmıştır. Bununda başlangıç noktasını okul matematiği oluşturmuştur. Yüksek seviyede iyi yetişmiş teknisyen, mühendis ve bilimciler ile bu yarışın kazanılmasının mümkün olabileceğine inanan ABD bugün hepimizin bildiği modern matematik hareketini başlatmış ve modern matematik öğretim programını 1960'lı yıllarda geliştirerek uygulamaya koymuştur. Türkiye'de modern matematik öğretim programı 1970'li yıllarda uygulanmaya başlamıştır. 1980'li yılların sonuna doğru modern matematik öğretim programının yetersizliği ABD'de "back to basic" hareketiyle tekrar tartışılmaya başlanmıştır. Mezunlar matematiği kullanma açısından günlük hayatta arzu edilen fonksiyonu gösteremiyor ve iş hayatının talep ettiği nitelikte eleman olamıyordu. Bunun bir sonucu olarak, 1980'li yıllarda yeniden matematik öğretimini yükseltmek ve her kesime yaygınlaştırmak, eğitimcilerin en önemli gündemi haline geldi. Okullardan mezun olan gençlerin istenilen düzeyde veya ihtiyaç duyulan seviyede matematik bilgisine ve becerisine sahip olmamaları nedeniyle, 1989 yılında NCTM (National Council of Teacher of Mathematics-Ulusal Matematik Öğretmenleri Derneği)'nin raporunun yayınlanmasına gerek duyulmuştur.

ABD'de eğitimciler bu raporda belirlenen amaçlar ve hedefler doğrultusunda öğretim programları ve stratejiler geliştirmek için yoğun çaba sarf etmişlerdir. Matematik öğretim programı geliştirme çalışmalarından yararlanarak çağa uygun bir matematik öğretim programının amaçları dört ana başlıkta toplanabilir (Baki, 2006).

Öğrenci matematiğe değer vermeyi öğrenmeli: Matematiğin insanlık tarihinde oynadığı rol, kültürümüzle ilişkisi ve günlük hayatımızdaki yeri hakkında öğrenci bilinçlendirilmelidir. Büyük matematikçilerin hayatları ve yaptıkları matematiksel çalışmalarının bugünkü medeniyetimizin gelişmesindeki rolleri ortaya koyan örnekler matematiğin değerinin kavranılması açısından önemlidir. Ayrıca matematik öğretim programının içerdiği aktivitelerin günlük hayat ile yakından ilişkilendirilmesi de öğrencinin matematiğe karşı olumlu tavır geliştirmesine yardım edecektir.

Öğrenci matematiksel düşünmeyi öğrenmeli: Öğretmen matematiksel düşünmenin önemini vurgulamalı, mantıksal çıkarım yollarını ve alternatif çözüm yollarını öğrencileri ile birlikte tartışmalı ve sadece öğretmenin matematiğini veya çözümlerini tekrar etme mahiyetinde olan ödevlerden kaçınmalıdır.

Öğrenci matematiksel konuşmayı öğrenmeli: Kişinin matematik dilini konuşabilmesi onun matematiksel düşüncesinin gelişmesine katkıda bulunacaktır.

Öğrenci iyi bir problem çözücü olarak yetiştirilmeli: Problem çözümü öyle bir yöntemdir ki onun vasıtasıyla öğrenci matematiğin gücünü keşfeder ve kullanır. Problemler öğrencinin o andaki seviyesinin çok altında veya çok üstünde olmamalıdır. Problem öyle bir yerde olmalı ki öğrenci mevcut bilgilerini kullanabilsin ve bir ileri aşamayı gerektiren düşünce ve kavramlarla problemin çözümü sırasında tanışabilsin.

ABD'de olduğu gibi ülkeler belirledikleri genel amaçlar doğrultusunda öğretim programlarını yapılandırmakta ve yenilemektedirler. Türk Milli Eğitimi'nin genel amaçları ise 1739 Sayılı Millî Eğitim Temel Kanunu'na göre (MEB, 2011);

Türk milletinin bütün fertlerini;

- Atatürk inkılâp ve ilkelerine ve Anayasada ifadesini bulan Atatürk milliyetçiliğine bağlı; Türk milletinin millî, ahlaki, insani, manevi ve kültürel değerlerini benimseyen, koruyan ve geliştiren; ailesini, vatanını, milletini seven ve daima yüceltmeye çalışan; insan haklarına ve Anayasanın başlangıcındaki temel ilkelere dayanan demokratik; laik ve sosyal bir hukuk devleti olan Türkiye Cumhuriyeti'ne karşı görev ve sorumluluklarını bilen ve bunları davranış hâline getirmiş yurttaşlar olarak yetiştirmek;
- Beden, zihin, ahlak, ruh ve duygu bakımlarından dengeli ve sağlıklı şekilde gelişmiş bir kişiliğe ve karaktere, hür ve bilimsel düşünme gücüne, geniş bir dünya görüşüne sahip, insan haklarına saygılı, kişilik ve teşebbüse değer veren, topluma karşı sorumluluk duyan; yapıcı, yaratıcı ve verimli kişiler olarak yetiştirmek;
- İlgi, istidat ve kabiliyetlerini geliştirerek gerekli bilgi, beceri, davranışlar ve birlikte iş görme alışkanlığı kazandırmak suretiyle hayata hazırlamak ve onların, kendilerini mutlu kılacak ve toplumun mutluluğuna katkıda bulunacak bir meslek sahibi olmalarını sağlamak;
- Böylece, bir yandan Türk vatandaşlarının ve Türk toplumunun refah ve mutluluğunu artırmak; öte yandan millî birlik ve bütünlük içinde iktisadi, sosyal ve kültürel kalkınmayı desteklemek ve hızlandırmak ve nihayet Türk milletini çağdaş uygarlığın yapıcı, yaratıcı, seçkin bir ortağı yapmaktır.

Milli Eğitim Bakanlığı yayınlamış olduğu ortaöğretim matematik dersi öğretim programında ortaöğretim matematik öğretiminin amaçlarını şu şekilde belirlemiştir (MEB, 2011):

Matematik Dersi Öğretim Programı'yla öğrencilerin;

- Matematiksel kavramları ve sistemleri anlayabilmeleri, bunlar arasında ilişkiler kurabilmeleri, günlük hayatta ve diğer öğrenme alanlarında kullanabilmeleri,
- Matematikte veya diğer alanlarda, ileri bir eğitim alabilmek için gerekli matematiksel bilgi ve becerileri kazanabilmeleri,
- Tümevarım ve tümdengelim ile ilgili çıkarımlar yapabilmeleri,
- Matematiksel problemleri çözme süreci içinde, kendi matematiksel düşünce ve akıl yürütmelerini ifade edebilmeleri,
- Matematiksel düşüncelerini, mantıklı bir şekilde açıklamak ve paylaşmak için matematiksel terminoloji ve dili doğru kullanabilmeleri,
- Tahmin etme ve zihinden işlem yapma becerilerini etkin olarak kullanabilmeleri,
- Problem çözme stratejileri geliştirebilecek ve bunları günlük hayattaki problemlerin çözümünde kullanabilmeleri,
- Model kurabilmeleri, modelleri sözel ve matematiksel ifadelerle ilişkilendirebilmeleri,
- Matematiğe yönelik olumlu tutum geliştirebilmeleri, özgüven duyabilmeleri,
- Matematiğin gücünü ve ilişkiler ağı içeren yapısını takdir edebilmeleri,
- Entellektüel meraklarını ilerletebilmeleri ve geliştirebilmeleri,
- Matematiğin tarihî gelişimi ve buna paralel olarak insan düşüncesinin gelişmesindeki rolü ve değerini, diğer alanlardaki kullanımının önemini kavrayabilmeleri,
- Sistemli, dikkatli, sabırlı ve sorumlu olma özelliklerini geliştirebilmeleri,
- Araştırma yapma, bilgi üretme ve kullanma gücünü geliştirebilmeleri,
- Matematik ve sanat ilişkisini kurabilmelerini, estetik duygularını geliştirebilmelerini amaçlamaktadır.

Matematik öğretiminin sadece belirlenen hedef ve davranışlara ulaşabilmek olduğu düşüncesi, öğrencilerin matematiksel bilgileri günlük yaşamlarına transfer edebilmelerini engelleyici bir yaklaşımdır. Çünkü bu hedeflere ulaşabilmeyi sağlayan dersin ve konuların özel hedeflerinin yanı sıra matematik öğretiminin genel hedefleri de bulunmaktadır. Bunlardan bir tanesi de problem çözme becerisini öğrencilere kazandırmaktır. Bunun için öğrencilerin verilen ham bilgileri belirli zamanlarda ve durumlarda uygulamanın ötesinde yorum yapabilme, muhakeme edebilme, sebepleme, matematik yoluyla iletişim kurabilme, eleştirel düşünebilme gibi matematik öğretiminde vazgeçilmez olan bazı bileşenler bulunmaktadır. Öğrencilerin yukarıda bahsedilen becerilere ulaşabilmesinin tek yolu da, matematiksel kavramları sağlam yapılandırmasını sağlamaktan geçer (Köroğlu ve Yeşildere, 2004).

1.7. KAVRAM

Türk Dil Kurumu 'nun Türkçe sözlüğünde kavram; "nesnelerin veya olayların ortak özelliklerini kapsayan ve bir ortak ad altında toplayan genel tasarım, mefhum, nosyon" olarak ifade edilmektedir (TDK, 2010).

Akuysal (2007) kavramın, bir nesnenin veya düşüncenin zihindeki soyut ve genel tasarımı olarak açıklandığını belirtmektedir.

Doğanay (2003) ise kavramlar eşyayı, olayları, insanları ve düşünceleri benzerliklerine göre sınıflandırdığımızda bu sınıflara verdiğimiz ad şeklinde tanımlamaktadır. Dolayısıyla kavramlar somut eşya, olaylar veya varlıklar olmaktan çok, belirli gruplar altında topladığımızda ulaştığımız soyut düşünce birimleridir. Gruplama veya sınıflama benzerlik ve farklılıklara göre yapılır. İnsan zihni benzerlikleri ve farklılıkları ayırt etme konusunda deneyimlidir. Gruplama yapma ve bu gruplara isim verme doğal bir süreç olmayıp deneyimlerle ilgilidir.

Kavram; nesne, olay, olgu ve düşüncelerin benzer özelliklerine göre gruplandırılması sonucu zihinde oluşan yapı veya temsil şeklinde tanımlanabilmektedir (Klausmeier, 1992). Çilek, kan ve ateş ile karşılaşan kişi özellik olarak kırmızı kavramını fark eder.

Şimşek (2006)'e göre kavram; benzer özellikleri paylaşan nesne, görüş ve olaylara verilen ortak isimdir.

Demirel (2005) ise Eğitim Sözlüğü'nde kavramı üç şekilde ifade etmiştir;

1. Kapsamı ve içeriği birim ya da düşünce anlatılarak anlam kazandırılan soyut düşünce
2. Nesneler, koşullar, olaylar ya da süreçlerin genel bazı özellikleri üzerine gruplanabilecek şekilde oluşturulan sınıflama
3. Olaylarda, süreçlerde ve cisimlerde algılanan bütünlük

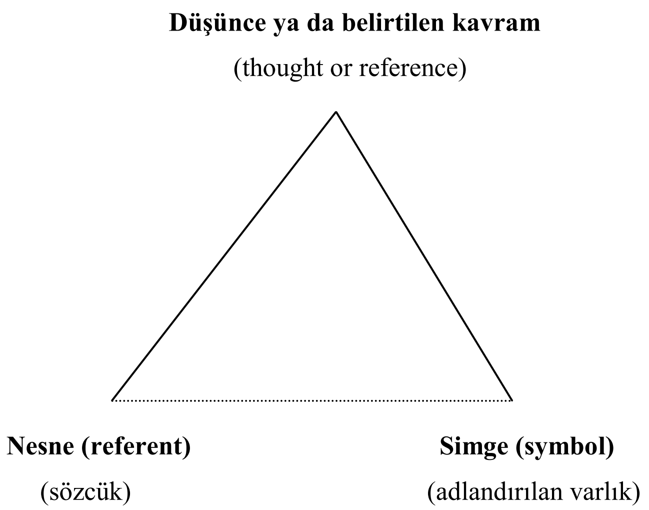
Kavramlar, tanımların zihinde oluşturulan temsilleridir. Bir tanımın tanımlanan şeyi zihnimizde oluşturan iki yönü vardır. Bunlardan ilkini zorunluluk diye adlandırabiliriz. Tanım, tanımlanan nesnenin zorunlu niteliklerini belirten ögeleri içermelidir, tanımın böyle bir niteliği yoksa tanımlanan şey bir kategori içine yerleştirilemez. Örneklersek, bir şey sandalyenin ayırt edici özelliklerine sahip değilse, o şey bir sandalye değildir. Tanımın ikinci yönü ise yeterlik olarak adlandırılabilir. Eğer bir şey tanımda belirtilen bütün ögeleri içeriyorsa kesinlikle bir kategorinin üyesidir. Tanımda sözü edilen ögelerin birine veya ikisine sahip olmak yeterli değildir. Tanımlanan şey, tanımda sözü edilen ögelerin hepsini içermelidir. Tanımı oluşturan ögelerin, "hepsi birlikte" kategori üyeliğine kesinlik kazandırırlar (Coşkun, 2011: 11).

Tepkide bulunduğumuz soyutlamalar kavram olarak bilinmektedir. Örneğin, kaşık sözcüğüyle sadece nesnenin fiziksel niteliğine tepkide bulunulmaz, fakat nesneler sınıfına özelliğini veren soyut niteliklerine de tepkide bulunulur. Kaşık kelimesiyle simgelenen kavram oldukça kolaydır. Çünkü bu örnek somut nesneler sınıfında yer alan kavram örneği oluşturulmaktadır. Buna karşılık, soyut nitelikler ve olgular arasında ilişkileri belirleyen kavramlar daha karmaşıktır (Özyürek, 1983).

Klasik görüşe göre insan, çevresindeki ***nesnelerden, ortak özellikleri*** *bakımından özdeş sayılanları, bir sınıf oluşturacak biçimde bir araya getirmekte ve bu sınıfı bir ya da birkaç sözcükle adlandırmaktadır. Ortak özelliklerin sınıflanmasına göre oluşan kavramlarda, hem içine aldığı konu veya nesneleri işaret etme, hem de bu konu ve nesnelerin ortak özelliklerini işaret etme gibi iki yön bulunmaktadır. Bir kavramın içine aldığı, işaret ettiği, belirttiği konu ve nesneler, o kavramın kapsamındadır; yani kavramın* ***örneklerini*** *göstermektedir. Bir kavramın işaret ettiği ortak özellikler o kavramın içlemidir, yani kavramın kapsamındaki nesnelerin* ***ortak özelliklerini*** *göstermektedir. Daha üst düzeyde bir zihinsel işlem olarak, kavramlar arasında belli özellikler açısından birbirini içeren hiyerarşik bir yapı kurulabilir. Bu ilişkili yapıda bazı kavramlar cins, bazıları tür konumundadır. Cins, ortak özellikleri olan genel kavramları kapsayan genel bir kavramdır. Tür ise cinsin altında bazı özellikleri dolayısıyla cinsle kısmen özdeş olan genel bir kavramdır; cins kavramı bir üst kavram, tür kavramı, bir alt kavram konumundadır (Özlem, 1999; Akt: Coşkun, 2011: 9-10).*

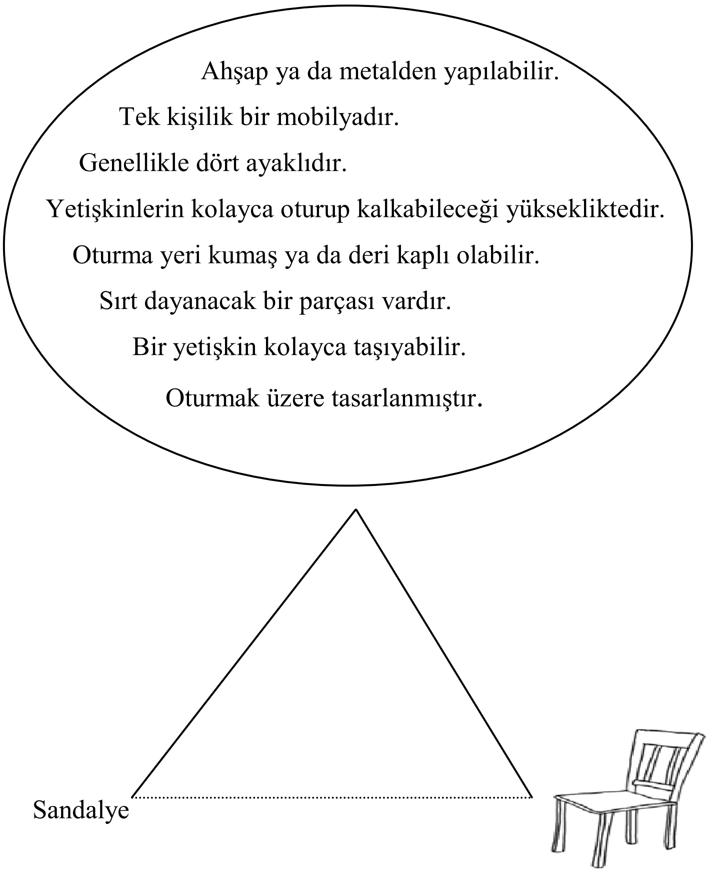
> *Ad bize neyi düşüneceğimizi söyler. Bir kavramın adı olan herhangi bir sözcüğü duyduğumuzda veya okuduğumuzda, belleğimizdeki pek çok anlam içinden yalnızca söz konusu ada ait olan anlamı hatırlarız. Bazen de ad ve anlamın eşleşmesi bir biçimde gecikir. Örneğin, sözcüğü duyarız fakat neyi düşünmemiz gerektiğini bulamayız. Böyle bir durumla karşılaştığımızda, doğru ya da ilgili anlamı bulmak için çabalarız. Adlar, belleğimizde depolanmış olan çok sayıda ve çeşitlilikteki anlam içinden gerek duyulan anlamı bulmamızı sağlayan etiketlerdir (Coşkun, 2011: 42-43).*

Aksan'ın (2007) Ogden ve Richards'dan aktardığı şemadan da görüleceği gibi, sözcükle simge arasında doğrudan bir ilişki yoktur (Bu nedenle kesikli çizgiyle gösterilmiştir); buna karşılık sözcükle (dildeki simgeyle) düşünce ya da kavram arasında, ayrıca, kavramla nesne arasında bağlantı vardır (Bu nedenle çizgiyle gösterilmiştir).



Şekil 1.4: Kavram, nesne ve sözcük ilişkisi

Anlamını bildiğimiz bir sözcüğü duyduğumuzda zihnimizde oluşan sözcük-nesne- kavram ilişkisi Richards- Ogden üçgeni üzerinde şöyle gösterilebilir (Coşkun, 2011):



Şekil 1.5: Kavram, nesne ve sözcük ilişkisinin bir örnek üzerinde gösterilmesi

Kavramlar algılanan kavram, betimlemeli kavram ve kuramsal kavram olmak üzere üç grupta incelenebilinir (Turan, 2002);

Algılanan kavramlar, insanların dış dünyadan duyu organları ile aldığı izlenimlerden oluşur. Örnekler; rüzgâr, dağ, buzul.

Betimlemeli kavramlar, dış dünyanın varlıkları ve olayları arasındaki ilişkileri açıklayan kavramlardır. Dış dünyadaki olaylarla doğrudan doğruya etkileşime giren insan, eşya ve olayların gözlenebilir niteliklerini özetlemeye, açıklamaya onlara anlam vermeye çalışır. Örnek; iklim, kuraklık, tektonik hareketler.

Kuramsal kavramlar, teorilerin oluşturduğu veya teorinin açıklanabilmesi için oluşturulan kavramlardır. Örnek; levha tektoniği teorisi, kıta kayma teorisi, Big Bang teorisi.

Şimşek (2006)'e göre ise kavramlar "Soyut Kavramlar – Somut Kavramlar", "Nesnesel Kavramlar – İlişkisel Kavramlar", "Üst Kavramlar – Alt Kavramlar – Bağlantılı Kavramlar", Kendiliğinden Kavramlar – Kendiliğinden Olmayan Kavramlar" ve “Günlük Kavramlar – Bilimsel Kavramlar” olmak üzere beş ayrı şekilde gruplandırılmıştır.

> *Matematiksel kavramlar genellikle soyut kavramlardır. Çoğu matematiksel kavramların gerçek hayatta tam bir karşılığı olmayıp onun örnekleri bulunmaktadır. Bu nedenle özellikle soyut matematik kavramlarının bolca örneklendirilmesi önem taşır. Nokta, doğru, ışın ve düzlem konusu bu duruma örnek olarak verilebilir. Tanımı yapılamayacak olan bu kavramların neyi ifade ettikleri önemlidir. Bu nedenle bir kavramla ilgili ne kadar çok örnek verilirse öğrencinin kavramı anlamlandırması ve kavramı oluşturması da kolaylaşır. Örneğin nokta ile ilgili olarak, bir kalemin ucunun kâğıt üzerinde bıraktığı iz, harita üzerindeki bir yer belirteci, bir yerden (Ankara noktasından) hareket etme ifadesi, trafik lambalarından biri, sınıf tahtasının tam köşesi vb. olarak belirtilir ve noktanın boyutsuz olduğu vurgulanırsa veya Dane’nin (2008) belirttiği gibi nokta 0 boyutlu yarıçapı (r = 0) olan bir daire olarak açıklanırsa anlamlandırma daha da kolaylaşır. Burada önemli olan fikir belirten bir işaret olarak noktanın nasıl kullanıldığı ve neyi temsil ettiği olmalıdır (Öksüz, 2010: 512).*

“Matematikteki kavramlar arasında ön-şart ilişkisi yoğundur. Ön-şart ilişkisine bağlı daha alt seviyedeki kavramlar anlaşılmadıkça üst seviyedeki bir matematiksel kavram anlaşılamaz. Bu yüzden, insan zihninde, yeni kavramların oluşması için bunların daha önce oluşmuş kavramlarla ilişkilendirilmesi gerekir” (Pesen, 2008: 36).

1.7.1. Kavram Öğrenme ve Öğretimi

Nesneleri, olayları ya da insanları bir sınıfa koyabilme ve bu sınıfa bir bütün olarak tepkide bulunabilme durumu kavram öğrenme olarak betimlenmektedir. Ancak öğrenci düzenli ve anlaşılabilir bir çevrede öğrendiği kavramları, kendi çevresine aktarır. Öğretim programlarında kavram öğrenmenin oldukça önemli bir yeri olmalıdır (Özyürek, 1983).

Ülgen (2001)’e göre; kavram öğrenme, diğer öğrenmeler için anahtardır ve temelde kavramlar, insanlarla ve onların duygu, düşünce, hareket bütünlüğü içinde edindikleri tecrübeleri ile var olurlar. İnsanların ürettiği bu kavramlar, dünyayı anlamaya ve onunla bütünleşmeye yarayan, sonuçta insanlar arası iletişimi sağlayan ve ilkeler geliştirmeye temel olan bir çeşit bilgi formudur.

Kavramların öğrenilmesi veya öğretilmesi ile ilgili kuramlarda, öğretilecek olan kavrama ait içerik öğelerinin neler olduğu, bu içerik öğelerinin nasıl sıralanacağı, hangi çıktı için nasıl bir sıralama yapılması gerektiğine ilişkin kuramsal açıklamalarla birlikte uygulamaların nasıl yapılacağı konusunda yol gösterici bilgilere de yer verildiği görülmektedir. Kavram öğretimi modellerinin dayandığı kuramsal bilgi anlaşılmaksızın söz konusu modellerin öğretimde etkili ve verimli biçimde kullanılması olanaksızdır.

Bir kavramın öğrenilmiş olması için birey kavramı kendi ifadeleri ile tanımlayabilmeli ve kavrama ilişkin örnekler verebilmelidir (Gagne, 1977).

1.7.1.1. Gagne'nin Kavram Öğretim Modeli

Gagne'ye göre öğrenilen her kavram bir üst kavrama ulaşmaya olanak sağlar ve böylece bütüne ulaşma sağlanır (Ültanır, 1997). Bireyin bir kavramı öğrenmiş olması için, kavramı kendi ifadeleri ile tanımlayabilmeli ve kavrama ilişkin örnekler verebilmelidir (Gagne, 1977).

Gagne, kavramları somut kavramlar ve tanımlanan kavramlar olarak ikiye ayırmaktadır. Gagne'ye göre; bir nesnenin renk, şekil gibi fiziksel özelliklerini gösteren kavramlar *somut kavramlardır*, çünkü bu kavramların tanınabilmesi için nesnenin fiziksel bir özelliğinin tanınmasını gerektirir. Somut kavramlardan farklı olarak; başlıca nitelikleri fiziksel özelliklerin gösterimi yoluyla değil, özelliklerin ve özellikler arasındaki ilişkilerin sözlü biçimde ifade edilebilmesi yoluyla tanımlanabilirlik olan bu kavramlara *tanımlanan kavramlar* adı verilmektedir. Yabancı kavramı başka bir ülkenin vatandaşı olarak düşünülebilir. Bu kavramı öğrenmiş olan birey, belli bir kişiyi bir ülkenin vatandaşı olmayıp başka bir ülkenin vatandaşı olan kişi tanımının özelliklerine uygun olarak sınıflayabilecektir.

Gagne'ye göre somut kavramların öğrenilmesinde öğrencinin ulaşacağı performans, bir sınıfın üyesi olan iki veya daha fazla nesne üzerinde, bu sınıfın üyesi olan nesnelerin taşıdığı özellikleri göstermesidir. Söz konusu performansı gösterebilmek içinse; öğrenci edindiği ayırtetme bilgisini hatırlamalı, buna ek olarak öğrenilen kavramın özelliklerini aynı kategorideki bir başka örneğin ilgili özellikleriyle karşılaştırabilmelidir. Dışsal koşullar ise şu şekilde belirtilmektedir:

- Hangi kavramı öğrenecekleri konusunda öğrencileri bilgilendirin.
- İlgili özelliklerin vurgulandığı kavram örneklerini sunun.
- Karışıklığa neden olacağını tahmin ettiğiniz örnekolmayanları sunun ve bunların neden kavramın örneği olmadıklarını açıklayın.
- Öğrenciye kavramın örneklerini tanıyabileceği uygulamalı alıştırmalar yaptırın.
- Aralıklı olarak hatırlama ve transfer alıştırmaları yaptırın.

Tanımlanan kavramların öğrenilmesinde ise öğrenicinin ulaşacağı performans kavramın örneklerini ve örnekolmayanlarını sınıflandırabilmesi şeklindedir. Öğrencinin söz konusu performansı gösterebilmesi için, kavramı tanım aracılığıyla edinebilmeli, kavramın bütün bileşenlerini ve bu bileşenler arasındaki ilişkileri geri çağırabilmelidir. Dışsal koşullar ise şu şekildedir:

- Öğrenilecek olan kavram veya kavramları belirtin.
- Kavramın tanımını sunun.
- Tanımın örneklerini ve örnekolmayanlarını sunun.
- Örnekleri ve örnekolmayanları sınıflandırma alşıtırmalarında, öğrencilere düzeltici geribildirim verin.
- Aralıklı olarak hatırlama ve transfer alıştırmaları yaptırın (Gagne, Wager, Golas ve Keller, 2005; Akt: Coşkun, 2011).

1.7.1.2. Merrill'in Kavram Öğretimi Modeli

Merrill (1983), öğeleri belirleme kuramı kapsamında kavram öğretimi modeli sunmuştur. Coşkun (1999)'un belirttiği gibi, Merrill bir kavram öğretilirken öğrenciye sunulması gereken içerik öğelerinin varlığından söz eder. Bu içerik öğeleri; kavramın adı, tanımı, kavramın üst-alt ve türsel sınıf kavramları, kavramın ayırt edici özellikleri ve değişebilir özellikleri (ayırt edici olmayan özellikleri), kavramın örnekleri, bu kavramın örnek olmayanları, ayırt edici özelliklerin örnek üzerinde gösterilmesidir.

Kavramın adı demek sözü edilen kavramın etiketi yani sözcükle ifade edilmesi, *kavramın tanımı* ise bir kavramın anlamının belirlenmesidir. Kavramlar üst-alt ve türsel şeklinde sınıflanabilmektedir. Üst kavram, kavramların hiyerarşik sırasında üstte olan kavramdır (Merrill, 1983; Akt: Coşkun, 1999). Örneğin, sayı kavramı üst sınıf kavramını oluşturur. Bunun altında yer alan kavram ya da kavramlar ise alt kavramları oluşturur. Doğal sayılar ve tam sayılar alt sınıf kavramlarıdır ve her ikisi de birbirinin türsel kavramlarıdır.

Bir kavramın ayırt edici özelliği kavram sınıfında bulunan üyeleri, diğer üyelerden ayıran özelliklerdir. Ayırt edici olmayan özellikler ise kavram kapsamında bulunan her örnek için farklı olan özelliklerdir. *Kavramın örneği* ise bir kavramın ayırt edici tüm özelliklerini içerisinde barındıran nesne veya durumlardır. Eğer bu kavramın ayırt edici özelliklerinden birini ya da hiçbirini taşımayan bir örnek varsa buna da kavramın örnekolmayanı denir (Merrill, 1983; Akt: Coşkun, 1999).

Merrill'e göre, bir kavramın öğretiminde kullanılabilecek içerik öğeleri aşağıdaki tablodaki gibidir (Merrill, 1983; Akt: Coşkun, 2007):

Tablo 1.3: Bir kavramın öğretiminde kullanılabilecek içerik öğeleri

Bir kavram öğretilecekse			
Öğretmenin Sunuda Kullanacağı İçerik Ögeleri		Öğrencinin Alıştırma ve Değerlendirme Etkinliklerinde Kullanacağı İçerik Öğeleri	
Genellemenin Aktarılması	Örneğin Aktarılması	Genellemenin Buldurulması	Örneğin Buldurulması
Tanım * Ad * Üst sınıf * Özelliklerin listesi * Özelliklerin önemi	**Örnek** * Ad * Nesne, olay, sembol * Bütün özellikler	**Tanımı ifade etme** * Ad * Farklı sözcüklerle ifade etme * Tanım <u>Yaratma düzeyi için</u> * Yeni tanım bulma	**Ad, Sınıflama** * Nesne, olay, sembol * Bütün özellikler * Ad * Tür <u>Yaratma düzeyi için</u> * Yeni nesneler, olaylar, semboller

Merrill geliştirdiği kuramın, Gagne'nin kuramıyla aynı sayıltılar üzerine kurulu olduğunu belirtir. Bu sayıltılar şunlardır; farklı öğrenme çıktıları vardır ve her çıktının öğretilme koşulu birbirinden farklıdır. Yalnızca bilişsel alanın öğretimi ile sınırlı olan "Öğeleri Belirleme Kuramı" içerik türlerine dayalı olarak mikro stratejiler öneren bir öğretim kuramıdır. Bu kuramda bilişsel alandaki içerik türleri; olgu, kavram, işlem, ilke; bu içerikle ulaşılmak istenen davranış düzeyleri de *hatırlama (örnek ve tanım), uygulama* ve *yaratma* olarak sınıflanmıştır.

Bir kavramın örnek hatırlama düzeyinde öğretilecekse, öğretmen önce örneği aktarır, sonra öğrenciye örnekle ilgili alıştırma yaptırır ve son olarak da öğrencinin örnekle ilgili davranışını değerlendirir.

Bir kavram tanım hatırlama düzeyinde öğretilecekse, öğretmen önce genellemeyi aktarır, sonra örneği aktarır, daha sonra genellemenin farklı sözcüklerle ifade edilmiş anlatımını verir ve son olarak da öğrencinin genellemeyle ilgili davranışlarını değerlendirir.

Bir kavram uygulama düzeyinde öğretilecekse, öğretmen önce genelleme ile ilgili bilgileri sunar, sonra birden fazla örnek verir, daha sonra yeni örnekler sunarak öğrenciye alıştırmalar yaptırır ve son olarak da yeni örnekler sunarak öğrencinin davranışını değerlendirir.

Bir kavram yaratma düzeyinde öğretilecekse, öğrenci öncelikle yeni nesne, olay ya da durumları inceleyerek kategoriler oluşturmaya çalışır. Daha sonra öğrenci bulduğu bu kategorilerle ilgili tanımlar oluşturmaya çalışır. Bunun sonucunda aldığı geri bildirimlerle tekrar yeni nesne, olay ya da durumları inceleyerek yeni kategoriler oluşturur. Daha sonra ise bu kategorileri tanımlamaya çalışır (Coşkun, 2007).

1.7.1.3. Klausmeier'in Kavram Öğretimi Modeli

Kavram Öğrenme ve Gelişim Kuramı'nın (Theory of Concept Learning and Development-CLD) uzun yıllar süren çok sayıda deneysel araştırmaya dayandığını belirten Klausmeier, geliştirdiği bu kuramın, öğrenme ve gelişim ilkelerini birleştirmesi nedeniyle klasik kuram ve prototip kuramı olarak adlandırdığı kuramlardan farklı olduğunu belirtmektedir. Klausmeier'e göre, kavramlar *somut düzey, tanıma düzeyi, sınıflama düzeyi* ve *formal düzey* olmak üzere birbirini izleyen dört düzeyde kazanılmaktadır. Bir sonraki düzeye ulaşmak için bir önceki düzeyin başarılmış olması ön koşuldur.

Kavramların somut düzeyinde ve tanıma düzeyinde kazandırılabilmesi için; kavrama ilişkin örnekler ulaşılabilir olmalı ve öğrencilerin dikkati örneğe çekilmeli, kavramın örneği olan nesne ile adı öğrenciye aynı anda sunulmalı, örneklerin incelenmesi sırasında, öğrencinin örneklerin biçim, görüntü, büyüklük, incelik, renk gibi tanımlayıcı özelliklerine dikkat çekilmeli, öğrencilere tepkilerinin ve davranışlarının doğruluğu hakkında geribildirim verilmeli ve kavramın kazanıldığından değerlendirme yaparak emin olunmalıdır.

Kavramların sınıflama düzeyinde ve formal düzeyinde kazandırılabilmesi için; yöneltici öğretim yapılmalı, kavramın tanımlayıcı özelliklerine göre yapılmış tanımı belirtilmeli, kavramsal bilgiyi uzun süreli bellekten tekrar çağırmada, öğrenciye yardım edecek bazı teknikler kullanılmalı, kavrama örnek olan ve olmayanlar kullanılmalı, tanımlayıcı özellikleri ayırtetmede öğrenciye yardım edilmeli, tanımlayıcı özelliklerin fark edilmesini ve kullanılmasını sağlayan stratejiler sunulmalı, geribildirim verilmeli ve kavramın kazanıldığından (öğrencinin kavrama ilişkin örnek olan ve olmayanları ayırtedebilme) emin olunmalıdır (Coşkun, 2011).

Klausmeier (1992) kavramların kazanımlarının dört düzeyde gerçekleştiğini ifade ederken, özellikle ilk üç düzeyde öğenin (örnek, özellik, benzerlik, farklılık, vb.) uzun süreli bellekte depolanmış olmasını, zihinsel bir süreç olarak belirtmektedir.

1.7.1.4. Martorella'nın Kavram Öğretimi Modeli

Martorella'ya göre bir kavramın öğretimine başlamadan önce bazı soruların yanıtlanması gerekmektedir. Yanıtlanması gereken ilk soru, grubun kavramı öğretmek için uygun olup olmadığına ilişkin sorular oluştururken; ikinci soru grubunu, öğretim planlamasındaki önkoşullarla ilgili sorular oluşturmaktadır. Martorella, bu soruları Kavram Uygunluk Envanteri ve Planlama Öncesi Envanteri başlıkları altında toplamıştır.

Martorella'nın kavram öğretiminde aşağıdaki aşamaları sıralanmaktadır:

1. Kavram Uygunluk Envanteri'ni ve Planlama Öncesi Envanteri'ni uygulayın.
2. Öğretim için bir giriş geliştirin. Bu giriş merak uyandırmalıdır.
3. Belli bir mantıksal uygunluk içinde geliştirdiğiniz en az yedi tane örnek ve örnekolmayanları sunun.
4. Eğer mümkünse örnekleri ve örnekolmayanları aynı anda ya da peş peşe sunun. Bu öğrencilere karşılaştırma yapma imkânı verir.
5. Öğretim sürecinde kullanılacak olan materyaller; örneklerle örnekolmayanlar arasındaki benzerlik ve farklılıklara; ayırtedici özelliklerle ayırtedici olmayan özelliklere dikkat çekmek için gerekli olan ipuçlarını, yönergeleri ve soruları kapsamalıdır.
6. Öğrencilerin yeni karşılaştığı örneklerle örnekolmayanları doğru bir şekilde ayırıp ayıramadığına bakarak kavramı en alt düzeyde kazanıp kazanamadığını ölçün.

7. Öğrencinin gelişim kapasitesine ve amaçlarınıza uygun olmasına dikkat ederek, kavramın daha üst düzeyde kazanılıp kazanılmadığını değerlendirin (Cooper, 1986; Akt: Coşkun, 2011)

Kavramların öğrenilip öğrenilmediği aşağıdaki biçimlerde belirlenebilir (Martorella, 1986):

- Kavramın ayırtedici özellikleri ve ayırtedici olmayan özelliklerini tanımlama
- Kavrama örnek olan ve olmayanları ayırma
- Kavramın kurallarını tanımlama
- Kavramı diğer kavramla ilişkilendirebilme
- Kavramı yeni haliyle kullanma

1.7.2. Kavram Yanılgısı

Matematik eğitimi literatüründe matematik öğreniminde karşılaşılan zorlukları ifade etmek için birçok terimin, çoğu zaman da birbirlerinin yerine kullanıldığı görülmektedir. "Zorluk" (difficulty), "kavram yanılgısı" (misconception), ve "hata" (mistake) terimleri öğrencilerin matematik öğreniminde yaşadıkları güçlüklerin ifade edilmesinde en sık kullanılanlar arasında gelmektedir.

"Zorluk" kapsamlı bir kavram olup, öğrencilerin matematik öğrenimi ile ilgili yaşadıkları güçlükleri genel anlamda ifade etmek için kullanılan bir terimdir. Bu özelliğinden dolayı kavram yanılgısı ve hatayı da içeren bir kavramdır. "Zorluk" teriminin genel ve kapsayıcı bir ifade olarak kullanılması, bu terimi öğrencilerin öğrenme güçlüklerini anlamlandırmada ve çözümlemede yetersiz kılmaktadır (Bingölbali vd., 2012).

Kavram yanılgısının literatürde pek çok tanımı bulunmaktadır.

Sistemli bir şekilde insanı hataya teşvik eden bir kavrayış biçimi (Nesher, 1987), öğrencilerin anlamada zorluk çektikleri kavramları bilim adamları tarafından kabul edilmiş olandan farklı biçimde kendi anlayışlarına göre yorumlamaları (Mayer, 1987) kavram yanılgısının tanımlarındandır.

Baki (2006)'ye göre kavram yanılgısı, öğrencilerin yanlış inançları ve deneyimleri sonucu ortaya çıkan davranışlardır.

Zembat (2010)'ın çeşitli kaynaklardan aktardığına göre (Smith, diSessa ve Rochella) kavram yanılgısı "sistemli bir şekilde hata üreten algıya sahip olma" şeklinde tarif edilmektedir. Dikkat edilecek olursa kavram yanılgısı basit hatadan çok sistemli bir şekilde insanı hataya teşvik eden algı biçimi olarak tarif edilmektedir.

Ubuz (1999)'a göre kavram yanılgısı**,** öğrencilerin kavramları bilimsel olarak kabul edilen kavram tanımından farklı olarak algılaması; hata ise yanıtlardaki yanlışlıklardır. "Hata (error), kavram yanılgısının bir sonucudur. Yani kavram yanılgısına sahip bir öğrenci bunun sonucu olarak problem çözümünde veya belli konularda hatalı yaklaşımlar kullanabilmekte ve hatalı sonuçlara ulaşabilmektedir. Burada öğretmenlerin odaklanması gereken şey hatadan (yani sonuçtan) çok, hatanın kaynağı olan kavram yanılgısı ve dolayısıyla yanılgının kökeninde yatan algı biçimi olmalıdır" (Zembat, 2010: 42). Bazı hatalar da öğrencilerin problemlerin temelini oluşturan kavramlara henüz tam anlamlarını yükleyememelerinden, başka bir ifadeyle kişisel şemalarının gelişme aşamasında olduğundan kaynaklanabilinir. Bu tür hatalar kavram yanılgısından ayrılarak sadece hata olarak ele alınabilir (A. Erdoğan ve E. Ö. Erdoğan, 2012).

Hata, bilimde ve matematikte doğru bir değerden sapmayı belirten terimdir. Hatayı yanıtlardaki yanlışlıklar olarak da tanımlayabiliriz. Matematikte yapılan hataları işlem hatası ve kavram hatası olarak ikiye ayırabiliriz. İşlem hatası; öğrencilerin dört işlem sırasında yaptığı hatalar olarak sınırlandırılmaktadır. Kavram hatası; genellikle yapılan çalışmalarda kavram yanılgısı olarak karşımıza çıkmaktadır (Dereli, 2009).

Yapılan araştırmalarla, öğrencilerde kavram yanılgılarının oluşumu aşağıdaki nedenlere bağlanmaktadır (Keçeli, 2007):

- Öğrencilerin, yeni öğrenme durumlarında, kendi ön bilgilerini kullanmalarındaki yetersizlik
- Öğretmenlerin, öğrencilerin zihinlerinde kavramsal değişimi sağlamada başarısızlığa uğramaları
- Kavramların öğrenciler tarafından öğrenilirken, belirli durumlarda anlam bütünlüğünün kurulamaması
- Öğrencilere öğretilen bilgilerin eksik olması, diğer bilgilerle uyuşmaması veya karışık olması

- Öğretilen konu içinde geçen yabancı kelimelerin çok fazla miktarda bir arada bulunması
- Ders kitapları ve öğretmen faktörü

Fisher (1985) de kavram yanılgılarının aşağıda belirtilen ortak özellikleri taşıdığını ileri sürmektedir (Dağlı, 2010):

- Bir veya bir grup kavram yanılgısı çoğu kişide bulunabilme özelliği gösterir.
- Kavram yanılgıları beraberinde alternatif inanışlar yaratabilmektedirler.
- Çoğu kavram yanılgısı en azından geleneksel yöntemlerle ortadan kaldırılamayacak kadar ısrarcıdırlar.
- Bazı kavram yanılgıları bireyin çok eski geçmişinde yaşadığı deneyimlere dayanmaktadır.
- Kavram yanılgıları; genetik temellerden, çeşitli nedenlerle yaşanan deneyimlerden ve okul ortamlarındaki öğretimlerden kaynaklanabilir.

1.7.2.1. Kavram Yanılgılarının Türleri

Kavram yanılgıları dört ayrı kategoride ele alınabilmektedir.

Aşırı Genelleme (Overgeneralization)

"Aşırı genellemeden kasıt belli bir sınıfa ait bir kural, prensip veya kavramın diğer sınıflarda da işliyormuş gibi düşünülmesi ve diğer sınıflara da yayılmasıdır. En sıklıkla karşılaşılan kavram yanılgısı çeşidi aşırı genellemedir" (Zembat, 2010: 43). Benzer örnekleri gören öğrenciler yeni bir durumla karşılaştıklarında bu örneğin o sınıfa ait olduğunu düşünerek aşırı genelleme yapmış olurlar (Şimşek, 2006). Kavram öğretiminde o kavrama ait olmayan örneklerin de verilmesi önemlidir. Böylece bir kavramın diğer kavramlardan ayırt edilmesi ve kavramı oluşturan örneklerin neler olduğunun anlaşılması kolaylaşır (Öksüz, 2010). Aşırı genellemeye ilişkin bir örneği Bingölbali vd. (2012: 7) şu şekilde aktarmaktadır:

> *Çarpma işlemi için, örneğin 12x15 işlemini ele alalım. Bu işlemin sonucu 180'dir. Burada gerçektende çarpma işleminin sonucunun çarpan ve çarpılandan daha büyük olduğunu görüyoruz. Çarpma işlemi ile alakalı bu tür işlemleri sürekli yapan bir öğrenci "çarpma işleminin sonucu her zaman çarpan ya da çarpılandan daha büyüktür" türü bir kavrayış geliştirebilmektedir. Bu kavrayış (2/3)x(1/5) türünden bir çarpma işlemi yapıncaya kadar geçerliliğini ve muhtemelen sonrasında bile varlığını sürdürebilme özelliğine sahiptir. Öğrencinin aşırı*

genellemeyi içeren bu kavrayıştan yola çıkarak (2/3)x(1/5) çarpımının, çarpan ve çarpılandan daha büyük olduğu sonucuna varmasını aşırı genellemeye örnek gösterebiliriz. Burada dikkat edilirse öğrencinin bu tür bir hata yapmasına çarpma işlemi ile alakalı sahip olduğu kavram yanılgısı neden olmaktadır.

Aşırı Özelleme (Overspecialization)

"Aşırı özelleme en genel anlamıyla bir kuralın, prensibin veya kavramın kısıtlı bir kavrayışa indirgenerek düşünülmesi veya kullanılmasıdır. Başka bir deyişle daha geniş kapsamda yorumlanabilecek ve kullanılabilecek bir kuralın, prensibin veya kavramın sadece bir boyuta indirgenerek düşünülmesi veya kullanılmasıdır" (Bingölbali vd., 2012: 9).

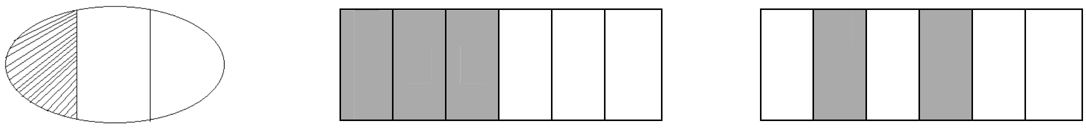
Kesirlerle işlemlerin sadece aynı paydaya sahip kesirler kısıtlanması aşırı özellemeye bir örnektir. Dolayısıyla tüm bir sınıfa (kesirlerde çarpma) ait olan bir prensip bir alt sınıfa (eş-paydalı kesirlere) kısıtlanmaktadır. Bu tarz bir algıya sahip öğrenci iki kesrin çarpımını "(2/3) x (1/6) = (4/6) x (1/6) = 4/36" şeklinde yapabilir. Her ne kadar yapılan işlemin sonucu doğru olsa da kesirlerde çarpmanın yukarıdaki gibi algılanması öğrencileri hem gereksiz işlem yapmaya zorlayacak hem de pay ve paydadaki sayıların çok büyük verilmesi durumunda içinden çıkılması zor olan yanlışlara sürükleyecektir (Zembat, 2010: 48).

Yanlış Aktarım (Mistranslation)

İşlem, formül, sembol, tablo, grafik ve cümle gibi değişik formlar arası geçişlerde yapılan sistemli hatalar zincirine yanlış aktarım denilmektedir. Adından da anlaşıldığı gibi bir formdan (örneğin, verilen bir matematiksel cümle) başka bir forma (örneğin, sembol) geçişte ortaya çıkan hatalar zinciridir. Örnek olarak sıklıkla karşılaşılan hatalardan birisi öğrencilere "2 sayısını 1/2'ye bölünüz" denildiğinde bu cümleyi "2 ÷ (1/2)" olarak aktarmaktansa "2/2" olarak aktarmalarıdır (Ma, 1999; Akt: Zembat, 2010: 49). Bu hata sanki küçük bir hataymış gibi algılansa da aslında temelinde bölme kavramının tam olarak yapılandırılamaması vardır. Bölmeyi bir sayı içinde başka bir sayının adedini belirlemek olarak algılamayan, çarpma ile bölmeyi bu bağlamda kavramsal olarak birbirine karıştıran [2 ÷ (1/2) = 2 x (1/2) gibi], sonuçta elde edilecek miktarın bölen ve bölünen cinsinden anlamını göz ardı eden bir öğrenci bu hata zincirinin bir sonucu olarak yukarıdaki bahsi geçen yanılgıya düşebilir.

Kısıtlı Algılama (Limited Conception)

Bir kavramı kısıtlı (veya olması gerekenden zayıf) olarak anlamak bu kavramın kısıtlı olarak algılanmasını doğurur. Kısıtlı algılamaya ilişkin bir örneği bölme işleminden verebiliriz. Kesirler hakkında kısıtlı kavram bilgisi şu şekilde örneklendirilebilir. “Aşağıdakilerden hangisi 1/3’ü gösterir?” tarzındaki bir soruya (I)’de ki şekli cevap olarak seçen öğrencilerin kesirleri kısıtlı anladıkları ve bunun sonucunda da kısıtlı algıladıklarını söyleyebiliriz.



(I) (II) (III)

Şekil 1.6: Kesirlerdeki kısıtlı algılamaya bir örnek

Burada dikkat edilirse sorun öğrencilerin kesri nasıl kavradığıyla ilgilidir. Kesri “bir bütünü belli sayıda parçaya bölmek” ya da “ belli sayıda parçaların kombinasyonu” olarak kısıtlı kavrayan bir öğrencinin yukarıdaki cevabı vermesi çok doğaldır. Eş parçalama kavramı parçalama işleminde etkin kullanılmazsa bu tarz sonuçlar çıkabilir (Zembat, 2010: 50).

1.7.2.2. Kavram Yanılgılarının Nedenleri

Bingölbali vd. (2010), kavram yanılgılarına yol açan sebeplerin incelenmesi noktasında öğrencilerin yaşadıkları matematiksel zorlukların ve kavram yanılgılarının üç ana sebepten kaynaklanabileceğini belirtmiştir. Bunlar;

Kavram Yanılgılarının Epistemolojik Nedenleri: Matematik öğretiminde ortaya çıkan bazı kavram yanılgıları kimi zaman öğrenilen kavramın doğasından veya özelliklerinden kaynaklanabilmektedir. Örneğin sıfır sayısı ve negatif sayıların tarihi gelişimi sürecinde karşılaşılan zorluklar, bu kavramların ifadesinde kendini gösteren güçlükler ve öğrencilerin bu sayılar ile alakalı yaşadığı zorluklar epistemolojik engeller perspektifinden ele alınabilinir. Kavramların tarihi gelişimlerinde karşılaşılan güçlükler ile öğrencilerin geliştirdikleri kavram yanılgıları ve düştükleri hatalar arasında zaman zaman çok yakın bir ilişki olduğunu görebiliriz. Cornu (1991) bir kavramın tarihsel gelişiminin bilinmesinin kavramın öğretim sürecinde karşılaşılabilecek potansiyel zorluklar hakkında fikir vermesi bakımından önemli olduğunu belirtmektedir.

Kavram Yanılgılarının Psikolojik Nedenleri: Kavram yanılgılarının psikolojik nedenleri en genel anlamda biyolojik, bilişsel ve duyuşsal boyutları içeren kişisel gelişimle alakalıdır. Öğrencinin kavrama yeteneği, becerisi, öğrenilenin öğretildiği dönemde bireyin bulunduğu gelişim aşaması, önceki bilgileri ve hazırbulunuşluk düzeyi gibi faktörlerin hepsi öğrencinin öğreneceği yeni bir kavramı nasıl öğrendiğini derinden etkilemektedir. Öğrencilerin özellikle kendilerinin ve dolayısıyla doğalarının ve düşünme biçimlerinin yol açtığı bazı kavram yanılgıları söz konusu olabilir. Bu türden kavram yanılgılarının ortaya çıkması kaçınılmazdır ve doğaldır. Zira "öğrenilen şey" insanoğlunun (veya öğrencinin) algı filtresinden geçmektedir ve bu filtre bazen doğası gereği kavram yanılgısı üretmektedir.

Kavram Yanılgılarının Pedagojik Nedenleri: Öğrencilerin matematik öğrenimlerinde yaşadıkları bazı zorlukların ve düştükleri kavram yanılgılarının sebebi; tercih edilen pedagojik yaklaşımlar, materyaller ve öğretim modelleri olabilmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin yaşadıkları matematiksel zorlukların ve kavram yanılgılarının nedeni sadece "matematiğin zor olması" ya da öğrencilerin "matematiği öğrenememesi" olmayıp, pedagojik nedenler de çok ciddi anlamda bu zorlukların ve kavram yanılgılarının oluşmasında rol oynayabilmektedir.

1.8. PROBLEM DURUMU

Çevresinde olanları anlayarak bunların nedenleri ve sonuçları arasındaki ilişkileri fark edecek bir düşünme sistemini geliştirmek matematik öğretiminin sağlayacağı en önemli faydalardan biridir. Ancak öğrenciler soyut kavramlarla uğraşan matematiğin günlük yaşamda pek de işlerine yaramadığını düşünmektedirler (Çetin, Ersoy ve Çakıroğlu, 2002). Matematik öğretiminin amacı sadece matematiği bilen değil, öğrendiği matematiksel bilgileri kullanan, problem çözebilen bireyler yetiştirmektir. Soyut olan pek çok matematiksel kavram günlük hayatta öğrencilerin karşılarına çıkmaktadır. Sayılar soyut birer kavram olmasına karşın, günlük yaşamda bir varlığa bağlı olarak kullanımı somuttur. Sadece sayılar değil bunun gibi pek çok soyut kavram karşımıza çıkmaktadır. Bu anlamda bu kavramların öğrenimi günlük yaşantımızı sürdürebilmemiz için oldukça gereklidir. Matematik öğretimi üst düzey matematiksel bilgilerin öğreniminden daha da öncelikli olarak, temel matematiksel becerileri kazanma ve bunları günlük hayatta kullanabilme, karşılaşılan problemleri çözebilme yeteneğini kazandırmaya çalışmalıdır. Ancak araştırmalar okullarda matematiksel düşünmeden çok, matematiksel kural ve formüllerin genelde ezberletirilerek öğrenildiği, kavramlar arasındaki ilişkinin kurulamadığı ve böylece matematik öğretiminin ana hedeflerinden olan problem çözme becerilerinin geliştirilmediği gösterilmektedir (Güven ve Karataş, 2003; Eraslan, 2011; Köroğlu vd., 2004). Ayrıca okullarda kavramsal öğrenmeden çok işlemsel öğrenme gerçekleştirilmektedir (Soylu vd., 2006). Baykul (2005)'un da belirttiği gibi işlemleri kurallar olarak öğrenen ve kavramlarla arasındaki bağı kuramayan bir çocukta ya ilgili kavramlar oluşmamış veya bu kavramlar oluşmuş olduğu halde işlemlerle kavramlar arasındaki bağ kurulmamış veya bunlardan bir kaçı birden gerçekleşmemiş olabilir. Matematikte kalıcı ve işlevsel bir öğrenme ancak işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenmesiyle mümkün olabilir (Baki, 1998).

Ülkemizde yapılandırılan yeni öğretim programlarında kavramsal öğrenmeye önem verilmektedir. Milli Eğitim Bakanlığı'nın yayınlamış olduğu Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda programın vizyonu şu şekilde açıklanmaktadır: Matematik öğretim programının vizyonu "her öğrenci matematiği öğrenir" olarak kurgulanmıştır. Özellikle lise düzeyinde ele alınan birçok matematiksel kavram, doğaları gereği soyut bir nitelik taşımaktadır. Bu sebeple zaman zaman öğrencilerin bu kavramları yapılandırmada güçlüklerle karşılaştıkları bilinmektedir. Bu güçlüğü ortadan kaldırmak için matematik öğretim programında ele alınan kavramlar, somut ve sonlu hayat modellerinden yola çıkılarak ele alınmıştır. Böylece programdaki esas vurgu, işlem bilgilerinden, kavram bilgilerine kaymıştır. Geleneksel, işlemsel ve bilgi odaklı matematik öğretimi yerine matematiksel kavramların sınıf ortamında tartışmalar sonucunda yapılandırıldığı kavramsal bir yaklaşımı esas almaktadır. Benimsenen bu kavramsal yaklaşımla sınıf ortamında işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenmesi amaçlanmaktadır (MEB, 2011).

Yanlış öğrenilen kavramlar ilerleyen dönemlerde pek çok sorunu beraberinde getirmektedir. Matematiğin yığılmalı bir dal olması nedeniyle herhangi bir kavram yanılgısı diğer kavramlarında öğrenimini olumsuz etkilemekte ve kavramlar arasındaki ilişkiyi doğru yorumlamayı engellemektedir. Temel bir matematik konusu olan doğal sayılarla ilgili kavram yanılgıları ortadan kalkmadığı sürece yeni kavramların öğrenilmesi ve algılanması zorlaşacaktır. Lise ve daha üst düzeydeki matematik kavramlarının oldukça soyut olması, kavramlar arasındaki ilişkinin doğru kurulmasını zorlaştırmakla beraber herhangi bir kavram yanılgısına sahip bir öğrenci bu kavramlar arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde kuramayacak, hatta matematiğe karşı olumsuz tutum ve davranış geliştirebilecektir.

Son yıllarda matematiksel kavram yanılgılarının araştırılması çalışmaları artmış olmasına rağmen, ülkemizde yapılan dokuzuncu sınıf seviyesindeki matematik konularına ilişkin öğrencilerin sahip olduğu kavram yanılgıları çalışmaları incelendiğinde, programdaki pek çok konunun araştırıldığı, ancak doğal sayılar konusunda herhangi bir çalışmanın olmadığı görülmüştür. İlkokul seviyesinden itibaren öğretim programlarında yer alan ve temel bir matematik konusu olan doğal sayılarla ilgili kavram yanılgılarının bilinmesi oldukça önemli bir adımdır. Bu araştırma ile 9. sınıf öğrencilerinin doğal sayılar konusundaki kavram yanılgıları belirlenecek, uygulayıcı olan öğretmenlerin yanılgıya düşülen kavramlarla ilgili öğretimsel önlemler almalarına ışık tutulmuş olunacaktır. Ayrıca konu ile ilgili teorisyenlerin bundan sonraki araştırmalarında, araştırma bulguları kaynak oluşturacaktır. Araştırma bulguları lise matematik programının geliştirilmesinde, konuların öğretiminde; hangi yöntem ve tekniklerin, hangi araç ve gereçlerin ve hangi öğretimsel yaklaşımların yer alması gerektiğine kaynaklık edebilecektir.

Bu araştırmanın problem cümlesi aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

1.8.1. Problem Cümlesi

9. sınıf öğrencilerinin doğal sayılar konusundaki kavram yanılgıları nelerdir?

1.8.2. Alt Problemler

1. 9. sınıf öğrencilerinin genel olarak doğal sayılar konusundaki kavram yanılgıları ve hataları nelerdir?

2. 9. sınıf öğrencilerinin doğal sayıların, pozitif doğal sayı kuvvetleri ve üslü ifadelerine ait özellikleri konularındaki kavram yanılgıları ve hataları nelerdir?

3. 9. sınıf öğrencilerinin taban aritmetiği konusundaki kavram yanılgıları ve hataları nelerdir?

4. 9. sınıf öğrencilerinin asal sayılar, aralarında asal sayılar, bir doğal sayıyı asal çarpanlarına ayırma, bir doğal sayının pozitif bölenlerinin sayısını bulma ve faktöriyel konularındaki kavram yanılgıları ve hataları nelerdir?

5. 9. sınıf öğrencilerinin kavram yanılgıları ve hatalarında cinsiyet açısından anlamlı bir farklılık var mıdır?

1.9. ARAŞTIRMANIN AMACI

Bu araştırmanın amacı 9. sınıf öğrencilerinin 9. sınıf matematik öğretim programında yer alan doğal sayılar konusundaki kavram yanılgıları ve hatalarını belirlemek, öğrencilerin doğal sayılar konusundaki kavram yanılgıları ve hatalarının cinsiyete göre anlamlı bir farklılık gösterip göstermediğini belirlemektir.

1.10. ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ

Öğrencilerin birçoğunun, aritmetik işlem bilgilerinde eksikliklerinin olduğu ve bu öğrencilerin cebiri anlamaktaki zorluklarının birçoğunun aritmetik işlem bilgisi eksikliğinden kaynaklandığını ortaya koyan birçok araştırma mevcuttur. Bu araştırmalara göre, öğrencilerin cebirsel işlemleri anlamakta zorlanmalarının nedeni, aritmetiğin temel kavramı olan sayı kavramını iyi bir şekilde kavrayamamalarıdır. Öğrencilerin, aritmetikten cebire geçişteki zorluklarının giderilmesi kolay değildir. Bu geçişin sağlanabilmesi, aritmetik kavram bilgisinin yeniden yapılandırılması ile mümkün olacaktır (Dede ve Argün, 2003).

Matematik kazanımlarının çoğunun binişik özellik göstermesinden dolayı temel kavramların doğru öğrenilmiş olması önemlidir. Bu kavram ile ilgili eksik öğrenmeler üst sınıflardaki konuların öğrenilmesini zorlaştırmakta, ayrıca matematiğin günlük hayatta da kullanımında sıkıntılar oluşturabilmektedir.

Doğal sayılar gibi matematiğin temel bir konusundaki eksik öğrenmeler ve kavram yanılgıları ortadan kalkmadığı sürece yeni kavramların öğrenilmesi ve algılanması zorlaşacaktır.

Öğrencilerin hangi kavramlarda yanılgıları ve hataları olduğunu bilen öğretmenlerin bu eksiklikleri ortadan kaldıracak şekilde öğretim yapmaları öğretim başarısının artması açısından önemlidir. Öğretmenler öğrettikleri konularda, öğrencilerin ne gibi kavram yanılgılarına ve yanlışlıklara sahip olabileceklerini bilmeleri öğretime olumlu bir katkı sağlayacaktır. Öğrencilerinin hatalarını araştırmalarda belirlenmiş olan yanılgılarla karşılaştıran öğretmenler, hataların neden kaynaklandığını daha iyi anlayabilirler.

Ülkemizde yapılmış araştırmalarda 9. sınıf matematik öğretim programının pek çok konusundaki kavram yanılgıları araştırıldığı halde doğal sayılar konusunda bir araştırma bulunmamaktadır. Bu çalışma liselere seviye belirleme sınavı ile yerleşen Anadolu türü liselerde öğrenim gören öğrenciler ile gerçekleştirilmiştir. Anadolu Lisesi öğrencileri; okula ait olma duygusu, çalışma (kontrol) stratejileri, motivasyon ve derse yönelik ilgi açısından diğer okullardaki öğrencilerden daha olumlu görüş bildirmişlerdir (Berberoğlu, 2008). Başarı düzeyi göreceli olarak daha yüksek olan okullarda öğrenci hataları daha iyi tespit edilebilmektedir (Erbaş ve Ersoy, 2002). Bu öğrenciler merkezi yerleştirme sınavları sonucu bu okullara yerleşmeye hak kazanan öğrenciler olduklarından, matematiksel bilgi ve becerilerinin belli bir seviyede olması araştırmanın bulguları ve sonuçları açısından önemlidir.

Matematik kitabı yazarlarının sadece matematik konusu öğretimi yerine kavram yanılgılarını da konunun kapsamı içinde değerlendirmeleri açısından konu hakkındaki kavram yanılgılarını ve hataları bilmeleri önemli olacaktır. Bu araştırmada elde edilen bulgular 9. sınıf matematik ders kitapları yazarlarına önemli bir kaynak oluşturabilecektir.

Bu araştırma ile matematiğin temel konularından olan doğal sayılarla ilgili kavram yanılgılarının ortaya çıkış şekilleri ve neler oldukları hakkında bulgular elde edilerek bu konuya yeni bir bakış açısı geliştirilmeye çalışılmıştır. Öğretmenlerin, öğrencilerin ne gibi kavram yanılgılarına sahip olduklarını bilmeleri bu kavram yanılgılarının giderilmesi ve ortaya çıkmasının önlenmesi açısından oldukça önemlidir. Araştırma sonuçlarının konu ile ilgili öğretim planlamalarında ve programlarında bu yanılgıları engelleyecek veya ortadan kaldıracak şekilde düzenlemeler yapılmasına, ders kitaplarının bu noktalar göz önüne alınarak hazırlanmasına ışık tutması, matematik öğretimine katkı sağlaması beklenmektedir. Ayrıca öğretim programı hazırlanırken öğrenci ihtiyaçlarının programın hedeflerine yansıtılması gerekmektedir. Araştırma bulgularıyla öğrencilerin doğal sayılar konusundaki kavram yanılgıları belirlenmeye çalışılacaktır. Bu bilimsel bulgular lise matematik öğretim programı hazırlanırken kaynak niteliği taşıyabilecektir.

1.11. SAYILTILAR

1. Öğrenci yanıtları öğrencilerin gerçek düşüncelerini yansıtmaktadır.
2. Öğrenciler teşhis testindeki soruları samimi bir şekilde yanıtlamışlardır.

1.12. SINIRLILIKLAR

1. Bu araştırma 2011-2012 öğretim yılında İstanbul İli Şişli İlçesin'deki Şişli Anadolu Lisesi, Nişantaşı Nuri Akın Anadolu Lisesi ve Mecidiyeköy Anadolu Lisesi'nde öğrenim gören 321 (Kız=156, Erkek=165) 9. sınıf öğrencisi ile sınırlıdır.
2. Araştırma; doğal sayılar, doğal sayıların, pozitif doğal sayı kuvvetleri ve üslü ifadelerine ait özellikleri, taban aritmetiği, asal sayılar, aralarında asal sayılar, bir doğal sayıyı asal çarpanlarına ayırma, bir doğal sayının pozitif bölenlerinin sayısı ve faktöriyel konuları ile sınırlıdır.
3. Araştırma, veri toplama aracı olarak kullanılan Teşhis Testi'nden elde edilecek bulgularla sınırlıdır.

1.13. TANIMLAR

Kavram Yanılgısı: Bireyin bir kavramı bilimsel olarak kabul edilen anlamından farklı şekilde anlaması (Stepans, 1996).

Hata: Yanıtlardaki yanlışlıklar (Ubuz, 1999).

Doğal Sayı: 0,1, 2, 3,…sayılarından her biri (TDK, 2010).

Rakam: Sayıları yazmak için kullanılan simgelerden her biri (Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, Sabuncuoğlu, Brown ve İbikli, 2000).

Çift Doğal Sayı: Birler basamağında 0, 2, 4, 6 ve 8 rakamlarından biri bulunan doğal sayı (Pesen, 2008).

Tek Doğal Sayı: Birler basamağında 1,3, 5, 7 ve 9 rakamlarından biri bulunan doğal sayı (Pesen, 2008).

Rasyonel Sayı: a bir tam sayı ve b, 0'dan farklı bir tam sayı olmak üzere a/b şeklinde yazılabilen sayı (Zazkis ve Sirotic, 2004).

Basamak Değeri: Basamak değerli sayı sisteminde sembollerin veya rakamların, basamaklara göre aldıkları değer (Kaplan, 2008).

Basamak tabanı: Basamak değerli sayı sisteminde sembollerin veya rakamların yerleştirildikleri basamaklar arasındaki sabit oran veya kat (Kaplan, 2008).

Üslü Sayı: x bir reel sayı ve n bir pozitif doğal sayı olmak üzere, n tane x'in çarpımını gösteren sayı (Küçük, 2004).

Tanımsız: Standart tanım kullanıldığında uygun bir sonuç bulunamaması hali (Özmantar, 2010).

Asal Sayı: 1 ve kendisinden başka pozitif böleni olmayan, 1'den büyük tam sayı (McSharry, 2006).

Aralarında Asal Sayılar: 1'den başka pozitif ortak çarpanı olmayan birden çok doğal sayı (Altun, 2011).

Çarpanlara Ayırma: Bir sayıyı veya cebirsel anlatımı, iki veya daha çok çarpanın çarpımı durumuna getirme (TDK, 2010).

Asal Çarpanlara Ayırma: Asal olmayan bir sayının, asal çarpanlarının çarpımı şeklinde yazılması (Meydan Larousse, 1990).

Bölen: Bir bölme işleminde bölünen sayının kaç eşit parçaya ayrıldığını gösteren sayı (TDK, 2010).

Faktöriyel: n bir doğal sayı olmak üzere, 1'den n'ye kadar olan tam sayıların çarpımı (Messer, 1984).

1.14. KISALTMALAR

ABD: Amerika Birleşik Devletleri

CSMS: Concepts in Secondary Mathematics and Science

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teacher of Mathematics

RME: Realistic Mathematics Education

SBS: Seviye Belirleme Sınavı

TDK: Türk Dil Kurumu

BÖLÜM II

İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde araştırma konusuyla ilişkili olduğu düşünülen bazı araştırmalara yer verilmiştir. Literatür araştırmasında doğal sayılar konusundaki kavram yanılgılarını ele alan bir araştırma bulunamasa da konu ile ilişkili olan yurtiçi ve yurtdışında pek çok araştırma yapılmıştır.

2.1. TÜRKİYE'DE YAPILAN ARAŞTIRMALAR

Özpınar ve Arslan (2012) matematik öğreniminde işlemsel ve kavramsal öğrenme arasındaki ilişkiyi değerlendirmek amacıyla bir üniversitenin İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı'nda öğrenim görmekte olan ve Genel Matematik dersi kapsamında 47 öğrenciye işlemsel ve kavramsal öğrenmeyi ölçen sorular sormuşlardır. Sorunun hangi öğrenme türünü (işlemsel veya kavramsal) ölçmeye yönelik olduğunu belirlemek için literatür incelemesi sonucu bir karakterizasyon ölçeği geliştirilmiştir. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin işlemsel öğrenmeyi ölçen sorularda daha başarılı olduğu ortaya çıkmıştır. Elde edilen bir diğer sonuç ise kavramsal olarak başarılı olan öğrencilerin işlemsel olarak da başarılı, kavramsal olarak başarısız olan öğrencilerin ise işlemsel olarak da başarısız oldukları fakat bunun aksinin doğru olmadığıdır. Benzeri bir çalışmayı yapan Soylu vd. (2006) eğitim fakültesinde öğrenim gören 100 öğrenciye 10 adet açık uçlu sorulardan oluşan bir test uygulamıştır. İşlemsel bilgi gerektiren sorulardaki başarı oranı %73,6 iken kavramsal bilgi gerektiren sorulardaki başarı oranı %17 olmuştur.

Seyhan ve Gür (2002) öğrencilerin ondalık sayılar konusundaki hata ve kavram yanılgılarını belirlemek amacıyla ilköğretim 7. ve 8. sınıfta öğrenim gören toplam 64 öğrenciye, 20 sorudan oluşan bir test uygulamıştır. Araştırmacılar testi geliştirmek için ondalık sayılar ile ilgili literatür taraması sonrasında CSMS (Concepts in Secondary Mathematics and Science) projesi kapsamındaki sorulardan yararlanmışlardır. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin ondalık sayı kavramı ile ilgili ciddi sorunlara sahip oldukları ve konuyla ilgili kavramsal bir anlama geliştiremedikleri gözlenmiştir. Öğrenciler ondalık sayının anlamını kavrayamama, ondalık virgülünü görmezden gelme, ondalık virgülünü farklı iki sayıyı ayıran bir ayıraç gibi algılama, çok basamaklı ondalık sayıların daha küçük olduğunu düşünme, çok basamaklı ondalık sayıların daha büyük olduğunu düşünme, sıfırı bir basamak değeri olarak görmeme, sıfırın bir anlamı olmadığını düşünme, ondalık sayının kesir kısmındaki basamakları doğru olarak isimlendirememe, sıfırın sayıları küçülttüğünü varsayma, kesirlerle ondalık sayılar arasındaki ilişkiyi kavrayamama gibi kavram yanılgılarına sahip oldukları belirlenmiştir.

Orhun (1998) 8. ve 9. sınıf öğrencilerinin aritmetik işlemlerde, üslü ve köklü çokluklarda ve cebirsel ifadeleri sadeleştirmede yaptıkları ortak hataları saptamak ve bazı cebirsel kuralların uygulanmasındaki becerilerini ortaya çıkarmak amacı ile bir araştırma gerçekleştirmiştir. 249 öğrenciye 10 adet açık uçlu sorulardan oluşan teşhis testi yöneltilmiş ve yanıtlar analiz edilmiştir. Öğrencilerin pek çok aritmetik işlem hatası yaptıkları, üslü ve köklü sayılar ile ilgili çok ciddi yanılgılarının olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin bir sayının negatifinin karesi ile bu sayının karesinin negatifini ayırt etmede oldukça zorlandıkları, daima pozitif sayıların kareköklerinin tanımlı olduğunu ve x sayısı negatif ise $\sqrt{x^2} = x$ eşitliğinin doğru olmadığının birçok öğrenci tarafından fark edilmediği, karekök alma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliğinin olmadığı, öğrencilerin tamamına yakını tarafından bilinmediği görülmüştür.

Güner ve Alkan (2011) yapmış oldukları araştırmada, 6. sınıf, 9. sınıf ve 12. sınıf öğrencilerinin 2010 YGS matematik sınavında çıkan sorulardan seçilerek oluşturulan soruları çözerken yapmış oldukları hataları tespit etmeyi amaçlamışlardır. Betimsel araştırma modeline dayalı olarak desenlendirilen bu araştırmada örneklem, amaca yönelik olarak belirlenmiştir. Araştırmada, 6. sınıflardan 19, 9. ve 12. sınıflardan 25'er öğrenci olmak üzere toplam 69 öğrenciye 10 soruluk bir form uygulanmıştır. Hatalı cevaplandırılan sorularda tespit edilen hatalar; soruyu hatalı anlama, basit aritmetiksel hata, sayısal özelliklerle ilgili hata, yöntemsel hata ve kavramsal hata kategorileri altında toplanmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre; öğrencilerin büyük çoğunluğunun dört işlem problemlerini boş bıraktıkları bulunmuştur. Öğrencilerin yaptıkları hatalar ele alındığında; 12. sınıf öğrencilerinin yöntemsel hataları daha çok yaptıkları görülürken 6. sınıf öğrencilerin yöntemsel hataları en az yaptıkları görülmüştür. Ayrıca bütün sınıflardaki öğrencilerin yarıdan fazlasının işlemsel hata yaptığı ve kavramsal hataların da yaklaşık olarak aynı oranda bütün sınıflarca yapıldığı tespit edilmiştir.

Ceylan (2001) cebir öğretiminde yanlışlıkları ve yanılgıları tespit etmek amacıyla 328 5. sınıf ve 290 7. sınıf öğrencisine uyguladığı teşhis testinin sonuçlarına göre öğrencilerin; parantez kullanmada, problemleri anlama ve ifade etmede, harfli ifadelerin anlamlarında, sayılarla harfli ifadeleri toplama, çıkarma ve çarpmada, harfli ifadelerde kullanılan değişme, birleşme, dağılma özelliklerini uygulamada, harfli ifadelerin sıralanmasında günlük hayatta karşılaştıkları problemleri anlamada, sözel olarak ifade etmede, probleme uygun model kurmada ve problem çözme basamaklarında ciddi yanlışlıklarının ve yanılgılarının olduğu belirlenmiştir.

Erbaş ve Ersoy (2002) Ankara Yenimahalle İlçesi'ndeki dört farklı okuldaki bir grup 9. sınıf öğrencisinin eşitlik çözmedeki başarı ve buna bağlı olarak karşılaştıkları güçlükler, yapılan hatalar ve kavram yanılgılarını araştırmışlardır. Analiz edilecek veriler, araştırmacılar tarafından daha önce Payne & Squibb (1990) tarafından kullanılan testten yararlanarak Türkçeye "Doğrusal Eşitlikler Testi" olarak uyarlanan bir başarı/yanılgı testi ile derlenmiştir. Kâğıtları değerlendirmeye alınan 208 öğrenciden toplam 2293 hata protokolü tespit edilmiştir. Belirlenen ortak yanlışlar yanlış kurallama, aritmetiksel yanılgılar (sürçme), yanlış eşitlik kavramı, yerine koyma, tanımlanamayan başlıkları altında sınıflandırılmıştır. Başarı düzeyinin göreceli olarak daha yüksek olduğu okullarda öğrenci hatalarının daha iyi teşhis edildiği belirtilmiştir.

Ertekin (2002) denklem öğretiminde hata ve yanılgıları tespit etmek amacıyla ilköğretim 7. ve 8. sınıfta öğrenim gören toplam 1070 öğrenciye 28 açık uçlu sorudan oluşan teşhis testi uygulamış ve denklem kavramı ile ilgili 22 tane hata ve yanılgı tespit etmiştir. Bu hata ve yanılgılar; ifadeyi işaretini degiştirmeden karşı tarafa geçirme, negatif katsayıyı eşitliğin diğer tarafına toplam olarak geçirme, x'in katsayısı ile eşitliğin diğer tarafındaki sayıyı çarpma, katsayıların işaretini dikkate almama, benzer terimlerle benzer olmayan terimler arasında işlem yapma, işlem hatası, paydadaki sayıyı paydaki sayıya bölme, işaret hatası, x bilinmeyenini çarpma işleminin işareti olarak algılama, parantez bilgisini yanlış algılama, işlem önceliği ile ilgili hatalar, sayılarla bilinmeyenli kısmı aynı grup olarak düşünme, daima büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarma, eşittir işaretini yanlış kullanma, çarpmanın çarpma işlemi üzerine dağılma özelliğinin olduğunu varsayma, pay ile payı, payda ile paydayı toplama, eşitliğin iki tarafındaki sayıdan büyük olanını küçük olana bölme, benzer terimleri toplayamamaktan kaynaklanan hatalar, pozitif katsayıyı eşitliğin diğer tarafına toplam olarak geçirme, bilinmeyenin negatif olamayacagı düşüncesinden dolayı işaret değiştirme, toplama ve çarpmayı karıştırma ve bilinmeyenlere sayısal değer verme olarak belirlenmiştir.

Akıncı (2012) eşitlik kavramına yüklenebilecek anlamları araştırmak amacıyla ilköğretim matematik öğretmenliği 1. 2. ve 3. sınıf öğrencileri ile bir çalışma yapmıştır. Araştırmacı tarafından hazırlanan ve eşitlik kavramı ya da eşittir işaretinin bulunduğu 38 önermeden oluşan bir sayfa dağıtılmış ve öğretmen adaylarından değişik bağlamlarda kullanılan eşitlik işaretlerini sınıflandırmaları istenmiştir. 38 önerme; sonuç bildiren eşitlikler, tanım bildiren eşitlikler; matematiksel bir nesneyi tanımlamak için kullanılan eşitlikler, formüler eşitlikler, şartlı eşitlikler (denklemler), her zaman doğru olan eşitlikler (özdeşlikler), doğru ve yanlış eşitlikler, aynı şeyi temsil eden farklı nesnelerden kaynaklanan eşitlikler şeklinde sınıflandırılmıştır. Öğrencilerin 38 önermeyi sınıflandırırken eşittir işaretinin kullanıldığı bağlamdan etkilendikleri belirlenmiştir.

Yılmaz (2007) ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin ondalık sayılar konusundaki kavram yanılgılarını belirlemek amacıyla ilköğretim okullarında öğrenim gören 7. ve 8. sınıf öğrencileri arasından rastlantısal olarak seçilen 1024 öğrenciye Baki ve Bell tarafından hazırlanmış olan "Ondalık Kesirlerle İlgili Teşhis Testi"'nden derlenerek 16 sorudan oluşan bir test uygulanmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin ondalık sayılar, ondalık sayılarda karşılaştırma, ondalık sayılarda dört işlem, problem çözme ve ondalık sayıları sayı doğrusunda gösterme konularına ilişkin çok sayıda kavram yanılgısına sahip oldukları belirlenmiştir.

Işık (2001) ilköğretim matematik öğretiminde, çoğu temel kavramın öğretilmesinde zorluk çekildiği, bu kavramların bazılarının kavratılamadığı halde sadece ezberletildiğini düşüncesiyle bu zorlukların giderilmesi için öneriler üretmek amacıyla bir araştırma yapmıştır. Çalışma evreni Erzurum ve civarındaki bazı ilköğretim okullarındaki 66 öğretmenden oluşmaktadır. Anket formu ile ilköğretimde çalışan öğretmenlerden alınan bilgilerin analizi yapılmış, açık uçlu sorulardan alınan cevaplar birleştirilmiş ve kategoriler daha anlamlı hale getirilmiştir. Veriler; hedef, içerik, öğrenme-öğretme süreçleri ve değerlendirme aşamalarına göre analiz edilmiş ve yorumlanmıştır. İstatistikî teknik olarak (%) yüzde ve (f) frekans kullanılmıştır. Araştırmanın sonucunda; anket uygulanan 66 öğretmenin, ideal ölçülerde bir sistem olmadığı için kavram öğretiminde ve bu kavramların kullanılmasında başarılı olunamadığını, fakat sistemin oturması halinde şu andaki olumsuzlukların azalacağını ve kavramları ezberletmek yerine sınıf içi etkinliklerle daha kalıcı olarak kavratılacağına inanmakta oldukları belirlenmiştir.

Baki ve Bell (1997) 15 yaş grubu öğrencilerle ondalık sayılar konusundaki kavram yanılgılarını araştırmış ve öğrencilerin basamak değeri, onluk sistemden olmayan birimlerin yorumlanması, ondalık sayıların sıralanması ve yoğunluğu konularında kavram yanılgılarının olduğunu belirlemiştir.

Dede ve Argün (2004) Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'nın son sınıfında öğrenim gören öğrencilerin bazı temel matematiksel kavram bilgilerini anlama düzeylerini ölçmek amacıyla bir araştırma yapmıştır. Araştırmanın öntestine 47, sontestine ise 51 öğrenci katılmıştır. Sorulan sorular, matematiksel kavramlar arasındaki ilişkileri görme düzeylerini belirleyecek şekilde hazırlanmaya çalışmıştır. Öntest sonuçlarına göre matematiğin temel kavramlarından olan küme, rasyonel sayılar, bağıntı, denklik sınıfı gibi kavramları anlama düzeylerinin oldukça düşük olduğu belirlenmiştir. "Matematikte Temel Kavramlar" adı altında okutulan seçmeli bir dersin sonucunda yapılan sontest sonuçlarında ise öğrencilerin anlama düzeylerinin yükseldiği görülmüştür.

Cengiz (2006) reel sayıların öğretiminde öğrencilerin yanılgılarını ve yanlışlarını tespit etmek amacıyla 163 9. sınıf öğrencisine rasyonel sayılar, üslü ifadeler ve köklü ifadeler bilgi testlerini uygulamıştır. Rasyonel sayılar bilgi testi 10, üslü ifadeler bilgi testi 22, köklü ifadeler bilgi testi ise 12 açık uçlu sorudan oluşmaktadır. Araştırma sonucunda öğrencilerin; rasyonel sayıyı sayı doğrusunda gösterme, rasyonel sayılarda aritmetik işlemler, rasyonel sayıları sıralamada kavram yanılgılarının olduğu, üslü ve köklü ifadeler ile ilgili kuralları yanlış uyguladıkları tespit edilmiştir.

Akkaya (2006) çalışmasında ilköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında karşılaştıkları kavram yanılgılarını tespit etmeyi ve bu kavram yanılgılarını gidermede etkinlik temelli öğretimin etkililiğini belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmada, "Kontrol Gruplu Ön Test-Son Test Deney Modeli" kullanılmıştır. Deney ve kontrol grubunu oluşturan toplam 49 öğrenciye eğitim öncesi ve sonrası araştırmacı tarafından geliştirilen “Cebir Testi” uygulanmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin; harfli ifade, değişken ve eşitlik kavramlarında çeşitli kavram yanılgılarına sahip oldukları, ancak etkinlik temelli öğretimin bu yanılgıları azaltmada etkili olduğu, geleneksel yönteminse kavram yanılgılarını azaltmada etkili olmadığı belirlenmiştir.

Baki ve Kartal (2002) kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin değerlendirilmesi amacıyla sayılar ile ilgili açık uçlu 20 sorudan oluşan bir test uygulamıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin konu ile ilgili kavramsal öğrenmelerinin çok düşük olduğu tespit edilmiştir.

Gökbaş (2005) öğrencilerin tam sayılar ile ilgili yapmış oldukları hata ve yanılgıları belirlemek amacıyla 396 7. sınıf öğrencisine teşhis testi uygulamıştır. Araştırma sonucuna göre öğrencilerin; tam sayılar kümesini oluşturmada, tam sayılar ile doğal sayılar arasında ilişki kurmada, sayı doğrusu üzerindeki çalışmalarda, tam sayılarda toplama ve çıkarma işlemlerinde, negatif tamsayıları sıralamada, herhangi bir tamsayının kuvvetini bulmada, mutlak değer ile ilgili ifadelerde, işlemler arasında ilişki kurmada, günlük hayatta karşılaştıkları problemleri anlamada güçlüklerinin olduğu, kural ve kavramları tam olarak bilmedikleri ve birbirine karıştırdıkları belirlenmiştir.

Şandır, Ubuz ve Argün (2007) 9. sınıf öğrencilerinin aritmetik işlemler, sıralama, denklem ve eşitsizlik çözümlerindeki hatalarını ve zorluklarını ortaya çıkarmak amacıyla bir lisenin 9. sınıfında okuyan 54 öğrenciye 10 açık uçlu sorudan oluşan “Hazırbulunuşluk Sınavı” uygulamışlardır. Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin; negatif sayılarla yapılan işlemlerde, çarpma işleminin toplama veya çıkarma üzerine dağılmasında ve denklem ve eşitsizliklerin çözümlerinde çözümleri yaparken her tarafa aynı terimin eklenip çıkarılmasında öğrencilerin çok fazla işlem hatasına düştüğü görülmüştür. Sayı kavramı ve sayıların sıralanması ile ilgili öğrencilerin özellikle irrasyonel sayıların tahmini olarak ondalık gösterimini hesaplayamadıkları, bundan dolayı da bu sayıları sıralayamadıkları ve sayı doğrusu üzerinde gösteremedikleri görülmüştür.

Şenay (2002) 9. sınıf öğrencilerinin üslü ve köklü sayılarla ilgili yaptıkları hata ve yanılgıları belirlemek amacıyla 729 9. sınıf öğrencisine çoktan seçmeli hazırlanan ve 20 sorudan oluşan teşhis testi uygulamıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin, üslü ve köklü ifadeleri tanımlama ve bu ifadelerle işlem yapabilme konularında ciddi güçlüklerinin, yanılgılarının olduğunu; kuralları, kavramları tam olarak bilmediklerini ve birbirine karıştırdıklarını belirlemiştir.

Dede, Yalın ve Argün (2002) 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hata ve kavram yanılgılarını belirlemek amacıyla özel bir dershanenin lise hazırlık kurslarına giden 120 8. sınıf öğrencisiyle yaptıkları çalışmada, veri toplama aracı olarak alt maddeleriyle birlikte 26 açık uçlu sorudan oluşan "Değişken Kavramı Hata ve Yanlış Anlamaları Belirleme Testi" kullanmışlardır. Araştırma sonucunda öğrencilerin hata ve yanlış anlamaları, değişkenin farklı kullanımlarını bilememe, değişkenin genelleme yapmadaki rolünün ve öneminin farkında olamama, değişkenin matematiğin alt bilim dallarındaki temsil yeteneğini bilememe ve yorumlayamama, matematikte daha önceden öğrenilen bilgilerin yanlış transferi, değişken kavramıyla ilgili işlem yapabilme yetersizliği şeklinde sınıflandırılmıştır.

Sulak ve Cihangir (2000) ondalık sayıların öğretiminde karşılaşılan yanılgıları belirlemek amacıyla 5. ve 7. ve 9. sınıfta öğrenim gören öğrenciler üzerinde bir araştırma yapmışlardır. Öğrencilere 10 adet açık uçlu sorudan oluşan teşhis testi uygulanarak öğrencilerin basamak değeri ve ondalık sayıların ölçüm okuma konularındaki yanılgıları belirlenmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin ondalık sayıların basamak değeri, ondalık sayılardaki virgülün anlamı, ondalık sayıların sıralanması, ondalık sayılarda ölçüm okuma konularında ciddi yanılgıları olduğu belirlenmiştir.

Soylu (2006) öğrencilerin değişken konusundaki algıları ve kavram yanılgılarını araştırmak amacıyla Ağrı Eğitim Fakültesin'deki 70 2. sınıf öğrencisine 8 sorudan oluşan açık uçlu bir test uygulamış ve bazı öğrencilerle birebir görüşmeler yapmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin, değişken kavramının anlamını, değişken ile sabit kavramları arasındaki farkı bilmedikleri, değişkeni bir eşitlikle özdeşleştirdiklerini belirlemiştir.

Melemezoğlu (2005) öğrencilerin yönlü sayılar ve yönlü sayı işlemleri ile ilgili hata ve yanılgılarını araştırmak amacıyla 12-13 yaş grubundaki 300 öğrenciye teşhis testi uygulamıştır. Melemezoğlu araştırma sonucunda öğrencilerin yönlü sayılarla ilgili sözel problemleri kavrayıp çözebilme, model oluşturabilme konularında güçlüklerinin ve yanılgılarının olduğunu belirlemiştir.

Tatar, Okur ve Tuna (2008) eğitim fakültesinde öğrenim gören öğrencilerin lise matematik konularını öğrenme güçlük düzeylerini belirlemek amacıyla eğitim fakültelerinde öğrenim gören 506 öğrenciye lise matematik konuları güçlük indeksi anketi uygulamıştır. Elde edilen bulgularda konuların sınıf seviyeleri yükseldikçe zorluk indeksinin arttığı belirlenmiştir.

Tertemiz (1994) yaptığı araştırmada öğrencilere doğal sayılar, dört işlem becerisi, problem kavrama ve işlem yapma becerisi testlerini uygulamış ve öğrenci başarı gruplarına göre (düşük başarı gösteren grup, orta düzeyde başarı gösteren grup, yüksek düzeyde başarı gösteren grup) problem çözmede etkili olan faktörleri araştırmıştır. Buna göre doğal sayıların orta düzeyde başarı gösteren grupta ikinci dereceden etkili olduğunu göstermiştir.

Kaynak, Narlı, Köroğlu, Çelik ve Alkan (2001) 9. 10. ve 11. sınıftaki 163 öğrenci ile öğrencilerin, sayı kavramı konusundaki kavram yanılgılarını belirlemek ve bu kavram yanılgılarına yönelik çözüm önerilerinde bulunmak üzere bir araştırma yapmışlardır. Araştırmacılar ve okul öğretmenleri tarafından geliştirilen 14 sorudan oluşan veri toplama aracı öğrencilere uygulanmıştır. Araştırma sonucuna göre lise düzeyindeki öğrencilerin çoğunluğunda sayı kavramının oluşmadığı, sayı kavramı ile ilgili pek çok kavram yanılgılarının bulunduğu belirlenmiştir.

Bilgin ve Akbayır (2002) 9. sınıf öğrencilerinin ondalık sayıları kavramada meydana gelen hatalarını belirlemek amacıyla 15 yaş grubu 30 öğrenciye bir test uygulamıştır. Araştırma sonuçlarına göre ondalık sayıların yoğunluğu anlaşılamamakta, basamak değeri kavramı gelişmemekte, ondalık virgüle farklı anlam verilmekte, basamak değerleri göz önünde bulundurulmadan sayma sayıları gibi düşünülmekte, araya yerleştirilen sıfırın sayının değeri üzerinde bir etkide bulunmadığı, çarpmanın daima büyük sonuç, bölmenin daima küçük sonuç verdiği sanılmakta, birimlere dikkat edilmemekte ve ondalık kesir ve bayağı kesir arasındaki ilişki yanlış kurulmaktadır.

Küçük ve Demir (2009) 6. 7. ve 8. sınıflarda matematik öğretiminde karşılaşılan bazı kavram yanılgılarının, eksik algılamaların tespiti ve bu konudaki çözüm önerilerini sunmak amacıyla en az on yılını doldurmuş matematik öğretmenleriyle görüşüp öğrencilerin matematik dersinde öğrenmede güçlük çektikleri konuları sormuş ve bu doğrultuda veri toplama aracı oluşturmuştur. Araştırmacılar, öğrencilerin temel geometrik kavramlarda güçlükler yaşadıklarını, rasyonel sayılar ile ilgili temel işlem yapma ve denklem kurma becerilerinin gelişmediği, kesirli ifadelerde payın sıfır olduğu durumları yanlış yorumladıklarını belirlemişlerdir. Ayrıca araştırmacılar Milli Eğitim Bakanlığı tarafından önerilen bazı ders kitaplarını inceleyerek, bu kitaplarda kavram yanılgılarına ve yanlış öğrenmelere yol açacak anlatım bozukluklarına ve bilimsel hatalara rastlamışlardır.

Kaplan (2008) öğrencilerin basamak ve basamak değeri ile ilgili kavrayışlarını belirlemek amacıyla 8. sınıf öğrencisi 7 öğrenci ile bir durum çalışması gerçekleştirmiştir. Araştırmacı 7 öğrenci ile birebir görüşmeler yapmıştır. Katılımcıların çoğunun onluk sayı sisteminden farklı bir sayı sistemindeki basamak ve basamak değeri ile ilgili fikirlerini açıklarken, onluk sayı sistemindeki basamak ve basamak değeri kavramları ile ilgili alışkanlıklarını sürdürmeye devam ettikleri gözlenmiştir.

Güler (2010) doğal sayıların öğretimi ile ilgili yaptığı çalışmada karikatürlerle desteklenerek yapılan öğretimin geleneksel öğretime kıyasla 6. sınıf öğrencilerinin matematik dersi doğal sayılar alt öğrenme alanındaki akademik başarılarına ve tutumlarına etkisini belirlemeye çalışmıştır. Araştırmacı tarafından hazırlanan 17 soruluk çoktan seçmeli başarı testi ön test, son test ve kalıcılık testi olmak üzere üç kez uygulanmıştır. Tutum ölçeği ise ön test ve son test olmak üzere iki kez uygulanmıştır. Dersler 5E modeli temel alınarak hazırlanan ders planlarına göre, altı şapkalı düşünme tekniğine uygun tasarlanan karikatürize edilmiş senaryolar kullanılarak işlenmiştir. Verilerin analizinin sonucunda ise öğrencilerin karikatürize edilmiş senaryolar sayesinde motivasyonlarının arttığı, ders ile daha çok ilgilendikleri, dersten daha çok zevk aldıkları, yaratıcı ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirdikleri, kendilerini daha iyi ifade edebilmeye başladıkları ve karşılaştıkları bir probleme pratik çözümler getirebildikleri belirlenmiştir.

Bayar (2007) 7. ve 8. sınıf öğrencilerin I. Dereceden Denklemler konusundaki hatalarını belirlemek amacıyla üç farklı okulda öğrenim gören 110 7. sınıf ve 54 8. sınıf öğrencisine geliştirdiği "Tanı Testi"'ni uygulamıştır. "Tanı Testi" 164 kişilik çalışma gurubuna uygulanmış ve elde edilen veriler nitel olarak analiz edilmiştir. Sonuçlar öğrencilerin denklem çözmede, değişkenin anlamında ve eşittir işaretinin anlamını kavramada literatüre benzer hatalara sahip olduklarını göstermiştir. Öğrencilerin diğer tarafa geçirirken işaret değiştir ve eşitliğin her iki tarafına aynı işlem yap kurallarını yeterince uygulayamadıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Uça (2010) 6. sınıf öğrencilerinin "Matematik Öğretiminde İşlem Sırası" konusunda Öksüz (2009) tarafından geliştirilen bellek destekleyici ipucunun (Parayı Bulan Çabucak Tatile Çıkar), öğrencilerin başarılarına etkisi ve öğrencilerin bu kuralı gerektiren problemlerdeki çözüm stratejilerini belirlemek amacıyla 6. sınıfta okuyan 156 öğrenciye "İşlem Sırası Başarı Testi" uygulamıştır. Araştırmanın sonucunda; başarı testi göz önüne alındığında, matematik öğretiminde aritmetik işlemlerde işlem sırası konusunda bellek destekleyici ipucunun kullanıldığı bir ortamın, ipucunun kullanılmadığı bir öğrenme ortamına göre başarıyı önemli ölçüde yükselttiği tespit edilmiştir.

Umay ve Kaf (2005) "Matematikte Kusurlu Akıl Yürütme Üzerine Bir Çalışma" başlıklı makalelerinde, "İlköğretim ikinci kademe öğrencileri ne gibi kusurlu akıl yürütmeler yapmaktadır?" sorusuna yanıt aramıştır. Araştırma, bir ilköğretim okulunda okumakta olan toplam 90 öğrenci üzerinde yürütülmüştür. Verilerin toplanması için araştırma grubunda bulunan öğrencilerden, verilen dört problemi çözmeleri istenmiştir. Kusurlu akıl yürütmelerde karşılaşılan durum, öğrencilerin akıl yürütme sürecini henüz tamamlamadan sona erdirmeleri ya da kavramsal eksikliklerden dolayı, alıştıkları kalıp çözümlere yönelmeleri biçimindedir. Genel olarak, öğrencilerin zayıf akıl yürütme yüzdelerinin en yüksek düzeyde olduğu, bunu kusurlu akıl yürütme yüzdesinin izlediği; doğru akıl yürütme yüzdesinin ise en düşük düzeyde kaldığı görülmektedir. Araştırma sonuçlarında, sınıflar arasında kayda değer bir farkla karşılaşılmamıştır.

Durmuş (2004) lise matematik derslerinde zor olarak algılanan konuları belirlemek ve bu zorlukların arkasında yatan nedenleri ortaya çıkarmak amacıyla yaptığı çalışmada lise matematik programındaki tüm konuların, likert tipi bir anketle zorluk indeksini tespit etmiştir. Öğrencilerle yaptığı görüşmeler sonunda zorluk sebebi olarak motivasyon eksikliği ve kavramların soyutluğu gibi iki önemli noktanın ortaya çıktığını belirtmiştir.

Uslu (2006)'nun ilköğretimin 1. ve 2. kademesi ile ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin matematiğin temel kavramlarındaki eksik ve yanlış öğrenmelerini karşılaştırdığı çalışmasında ilköğretim I. kademede kavram bilgilerinin biraz oluştuğu, ancak II. kademe ve ortaöğretime geçildiğinde kavramlardaki eksiklerinin giderilmediği, oluşan yanlış öğrenmelerin öğrencilerde kalıcı olduğu tespit edilmiştir. Özellikle kavramlar ile ilgili sorularda, öğrenci yaş grubunun artmasıyla doğru cevap verme yüzdesinin azaldığı görülmüştür. Bunun nedeni ise ortaöğretimde kavram bilgisine önem verilmeden, soru çözebilen öğrenci yetiştirmeye yönelik eğitim yapılması gösterilmiştir.

Ercan (2010) 7. sınıf öğrencilerinin, matematik dersinde tam sayı kavramı ile ilgili bilgilerinin ne gibi özellikler gösterdiğinin değerlendirilmesi amacıyla, 7. sınıfta okuyan öğrenciler arasından tesadüfî örnekleme yöntemiyle seçilen 628 öğrenciye "Tam Sayı Kavram Örneği Testi" uygulamıştır. Araştırma sonuçlarına göre; öğrencilerin tam sayı kavramının örneği olan sayıları doğru tanıma oranlarının %65, yanlış tanıma oranlarının %35, öğrencilerin tam sayı kavramının örneği olmayan sayıları doğru tanıma oranlarının %63, yanlış tanıma oranlarının %37 olduğu, tam sayı kavramının örneği olan sayılarla ilgili olarak verilen cevapların %35'inde doğru gerekçe gösterilmiş, %24'ünde yanlış gerekçe gösterilmiş ve %14'ünde gerekçe gösterilmemiştir. Tam sayı kavramının örneği olmayan sayılar ile ilgili olarak verilen cevapların %32'sinde doğru gerekçe gösterilmiş, %53'ünde yanlış gerekçe gösterilmiş ve %15'inde gerekçe gösterilmemiştir. Öğrencilerin bir kısmı için sayının önündeki işaretin verilen sayının tam sayı olarak kabul edilmesinde önemli bir etken olduğu görülmüştür. Bazı öğrencilerin sayının okunuşundan dolayı ondalık kesir biçiminde yazılan sayıları tam sayı olarak kabul ettikleri, bazı öğrencilerin ise verilen sayılar ondalık kesir biçiminde yazıldığı için tam sayı değildir, dedikleri görülmüştür.

2.2. YURT DIŞINDA YAPILAN ARAŞTIRMALAR

Crider (1998) önlisans öğrencilerinin üslü sayılar konusundaki güçlükleri ve hatalarını belirlemek amacıyla yapmış olduğu çalışmada pek çok yanlış anlamalar tespit etmiştir. Öğrenciler, üslü biçimde verilen sayıları sayı doğrusuna yerleştirememiş, bir sayının sıfırıncı kuvvetini algılayamamış ve birçoğu bir tamsayının sıfırıncı kuvvetinin kendisine eşit olduğunu belirtmiş, $(-a)^n$ ile $-a^n$ ifadelerinin aynı olduğunu düşünmüş, negatif üslü sayılarla ilgili pek çok hatalar yapmışlardır. Bazı öğrenciler sayının üssünde bulunan eksi işaretini tabandaymış gibi algılamış, bazı öğrenciler negatif üslü sayının değerini bulurken üssü pozitifmiş gibi hesaplayıp sonuçta buldukları sayının başına eksi işareti yazmışlardır. Negatif üs konusundaki hatalardan birisi de üs pozitifken tabanı çarpan öğrenciler üs negatif olduğunda bölme işlemi yapmalarıdır. Bazı öğrenciler ise negatif üslü tamsayının üssündeki eksi işaretini kaldırıp üssün çarpmaya göre tersini yazmışlardır. Öğrencilerin bir kısmı negatif üslü bir tam sayıyı $5^{-2} = 0,05$ örneğindeki gibi yanlış bir şekilde ondalık kesir biçiminde ifade etmiştir. Araştırma sonucunda bulunan diğer bulgular ise öğrencilerin x^n ve n^x ifadelerini ayırt edemedikleri, bir sayının üssünün üssünü bulurken üsleri topladıkları, üslü sayının üssünün üssünü bulurken her iki üssün negatif olması durumunda güçlük yaşadıkları, çarpım durumundaki üslü sayıların sonucunu bulurken hem tabandaki sayıları hem de üsleri çarptıkları, tabanları aynı olan üslü ifadeleri toplarken üsleri de topladıkları şeklindedir.

Dickson, Brown, Gibson (1984) ve Resnick (1982) yapmış oldukları araştırmalarda, öğrencilerin alt alta çıkarma işlemi yaparken çıkarma işleminde olmayan toplama işleminin değişme özelliğini çıkarma işlemine uygulayarak, alt basamaktaki rakamın büyük olması durumunda değişme özelliğini uygulayarak büyük olan alt basamaktaki rakamdan küçük olan üst basamaktaki rakamı çıkardıklarını tespit etmişlerdir.

Brown ve Burton (1978) öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemlerindeki hatalarını belirlemek amacıyla kapsamlı bir araştırma yapmışlardır. Brown ve Burton 1325 ilkokul öğrencisine toplam 19500 soru yönelterek en sık yapılan hataları onbeş kategoriye ayırmışlardır. Öğrenciler; toplamda sütunları birbirinden bağımsız düşünme, toplama işleminin özelliklerini çıkarma işleminde uygulama, sıfıra basamak değeri atfetmeme, toplama işleminde eldeleri işlem sonuna basamak olarak ekleme, toplama işleminde eldeleri aynı zamanda bir sonraki sütuna ve işlem sonuna basamak olarak ekleme, toplamın birler basamağını yok sayma, sayıları rakam olarak değerlendirme, çıkarılacak sayıyı soldan hizalama, en büyük basamaktan ödünç alma, sıfırdan ödünç alma gibi hatalar yapmışlardır.

Molina, Ambrose ve Castro (2004) 26 öğrenci ile bir araştırma yapmışlardır. Eşittir işareti ile ilgili yapmış oldukları bu araştırmada öğrencilerin; eşit işaretini işlem yap gibi algılayarak verilen aritmetik işlemi yaptıkları, eşittir işaretinin sol tarafında işlem yapılıp, sağ tarafında sonuç yazılacağı yanılgısında olduklarını tespit edilmiştir. Benzer sonuçlar Falkener, Levi ve Carpenter (2000) tarafından da bulunmuştur.

Oksuz (2007) eşitlik ve eşittir işareti ile ilgili 25 5.sınıf öğrencisi ve 25 6. sınıf öğrencisi ile bir araştırma yapmıştır. 25 maddeden oluşan veri toplama aracı için öğrencilere 30 dakika süre verilmiştir. Genel olarak araştırma sonuçları konu ile ilgili yapılan daha önceki araştırma sonuçlarıyla tutarlı bulunmuştur. Araştırmada öğrenciler eşittir işaretini soldan sağa doğru bir işlem yapma sembolü gibi algılamakta, hatta 6. sınıf öğrencileri eşitliğin sol tarafındaki ifadenin soru, sağ tarafındaki ifadenin ise cevap olduğunu düşünmektedirler. 6 + 2 = 5 + 3 gibi bir ifadeyi öğrenciler 6 + 2= 8 ve 5 + 3= 8 gibi iki ayrı ifade olarak düşünmüşler ve buna rağmen eşitliğin sağ tarafındaki ifadeyi yok saymışlardır. Öğrenciler sözel ifadeleri matematiksel olarak ve matematiksel ifadeleri sözel olarak ifade edememekte ve eşittir işaretini sınırlı anlamaktadırlar. Araştırmada, öğrencilerin alışkın olmadıkları soru çeşidiyle karşılaştıklarında daha fazla hata yapma eğiliminde oldukları ve sınıfta ki aktiviteler ile öğrencilerin farkında olmadan cebir öğrenebilecekleri ifade edilmektedir.

Thompson ve Bramald (2002) sekiz farklı okulda öğrenim gören 144 2. 3. ve 4. sınıf öğrencisi (her sınıftan 48'er öğrenci) ile yapmış oldukları çalışmada öğrencilerin basamak değeri konusundaki hatalarını tespit etmişlerdir. Sonuçlara göre 2. ve 3. sınıf öğrencileri basamak değeri kavramını çok az anlamakta ve bu kavramın bulunduğu işlemleri yapamamaktadırlar. Araştırmacılar başarılı (calculator) olarak tanımladıkları 91 öğrenciye iki basamaklı iki sayının toplamını zihinden bulmalarını istemişlerdir. Basamak değeri bilgilerini değerlendirdikleri bu öğrencilerden, 4 öğrenci çok iyi, 14 öğrenci iyi, 28 öğrenci orta ve kalan 45 öğrenci ise zayıf olarak değerlendirilmiştir. Araştırmacıların çalışma grubundaki 144 öğrenciye yönelttikleri iki basamaklı iki sayının karşılaştırılması, toplanması ve çıkarılması gibi zihinden yapmalarını istedikleri soruları öğrencilerin çoğunluğu doğru yapmalarına karşın, sadece 14 öğrenci basamak değerine dikkat ederek gerçek anlamda işlem yapmıştır. Bazı öğrenciler rakamın sayı değeri ile basamak değerini karıştırmışlardır. İki basamaklı bir sayının onlar basamağındaki rakamın basamak değerinin ölçüldüğü bu ve benzeri çalışmalarda başarı oranları farklı çıkmıştır. Basamak değeri kavramının ölçüldüğü bir soruda Thompson ve Bramald'ın araştırmasına katılan 2. 3. ve 4. sınıf öğrencileri sırasıyla %54, %77 ve %79 oranında doğru yanıt verirken Ross (1989)'un araştırmasında bu oran 3. 4. 5. ve 6. sınıf öğrencileri için sırasıyla %20, %33, %53 ve %67, Kamii ve Joseph (1988)'in araştırmasında 4. ve 5. sınıf öğrencileri için sırasıyla %33 ve %50, Price (1998)'ın araştırmasında ise 3. sınıf öğrencileri için %44'dür. Başarı oranları basamak değeri kavramındaki başarının oldukça düşük olduğunu göstermektedir. Araştırma grubundaki öğrencilerin sadece %10'u rakamın bir hane sola kaydırıldığında sayının değerinin 10 kat artacağını belirtebilmiştir.

Rees ve Bar (1984) ise 8613 öğrenci üzerinde yaptığı araştırmada öğrencilerin sıfırı, çarpma ve bölme işlemlerinde de etkisiz eleman gibi düşündüklerini göstermiştir. Rees ve Bar $9 \times 8 \times 0$ sorusunu yönelttiği 8613 öğrencinin %52'si 72 yanıtını vermiştir.

Yapay zekâ üzerinde çalışan Virvou ve Tsriga (2000) cebirsel işlemler konusunda 240 öğrenciyle deneysel bir çalışma gerçekleştirmiştir. Öğrencilere cebirsel işlemleri kapsayan bir test uygulanarak öğrencilerin cebirsel kavramlar ve cebirsel işlemlerdeki hata ve yanılgıları tespit edilmiştir. Virvou ve Tsriga cebir öğretimi için "EasyMath" ismini verdikleri bir yazılımı geliştirmişlerdi. Easymath'in öğrenci modelleme bileşeni hata yaklaşımı üzerine inşa edilmişti. En sık yapılan hatalar Easymath'in hata listesine kaydedilmiştir. Araştırma sonucunda EasyMath yazılımını kullanan öğrencilerin cebirsel hata ve yanılgıları, kullanmayan öğrencilere göre azalmıştır. Virvou benzer bir çalışmayı Moundridou ile web tabanlı bir öğrenme aracı geliştirerek denklem konusunda yapmıştır. Virvou ve Moundridou (2000) geliştirdikleri web tabanlı araç ile öğrencilere matematiksel denklemler çözdürmekte ve öğrenci bir hata yaptığında hatalar teşhis edilmekte ve kayıt altına alınmaktaydı. Sistemde öğrenci hataları kayıt altına alınıp, her öğrenci için öğrenci modeli oluşturulmuştur. Hataların bir yazılım tarafından kayda alınıp teşhis edilmesi ve ona göre öğretimin düzenlenmesi hata ve yanılgıları ciddi bir şekilde azaltmıştır.

Barnett (2006) çalışmasında öğrencilerin ne anladığını belirlemenin bir yolunun doğru-yanlış tipi sorular sormak olduğunu vurgulamıştır. Verilen ifadenin doğru ya da yanlıştır cevabına ilaveten neden doğru ya da yanlış olduğunun da sorgulanması gerektiğini söyleyerek bu sorulardaki amacın öğrencileri yanıltmaktan ziyade kavramların önemli özelliklerine dikkatlerin çekilmesini sağlamak olduğunu belirtmiştir. "6 ve 4 sayılarını tam bölen bir n sayısı 24'ü de böler mi? Neden?". "Her a reel sayısı için $\sqrt{a^2} = a$ ifadesi doğru mu yoksa yanlış mıdır? Neden?", "Büküm noktası aynı zamanda bir ekstremum noktadır ifadesi doğru mu yoksa yanlış mıdır? Neden?" biçimindeki sorulara verilen yazılı açıklamaların, doğru/yanlış tipi ya da yalnızca cevap seçeneğinin belirtildiği çoktan seçmeli soru tiplerine verilen cevaplara nazaran öğrencilerin yanılgılarını ve öğrenme güçlüklerini belirlemede son derece önemli olduğunu ifade etmiştir. Barnett ayrıca doğru bir cevap için yapılan yetersiz bir açıklamanın yanlış bir cevap için yapılan iyi bir açıklamadan daha az güvenilir olacağını da vurgulamıştır.

Resnick, Nesher, Francois, Magone, Omanson ve Peled (1989) öğrencilerin yeni matematik öğretimini anlama çabalarını araştırmışlardır. Beşinci ve altıncı sınıf öğrencisi olan 113 öğrenci ile bireysel görüşmeler ve yazılı mülakatlar yaparak matematiksel hataların kavramsal kaynağını araştırmışlardır. Araştırma sonucunda öğrencilerin çeşitli hataları tespit edilmiştir. Bu hatalardan başlıcası birden fazla rakama sahip tam sayıları yorumlarken bulunmuştur. Öğrenciler bu tam sayıları yorumlarken bilimsel olmayan kurallar türetip uygulamışlardır. Ayrıca tam sayılar dışında kesir sayılarını yanlış yorumladıkları tespit edilmiştir. Bu hataların ortaya çıkmasını engellemek için araştırmacılar öğrencilerin matematik konularındaki algılarını belirleyecek teşhis araçlarının kullanımını önermişlerdir.

MacGregor ve Stacey (1996) öğrencilerin temel cebirsel algıları, hataları ve yanlış anlamalarını 3 yıl boyunca araştırmışlardır. 3 yıl boyunca öğrencilerin konu hakkındaki gelişimleri gözlenmiştir. Farklı düzeydeki öğrencilerin, cebirsel kavramları algılamada sıkıntılar yaşadıkları belirlenmiştir. Öğrenciler sözel ifadeleri cebirsel olarak ifade etmede ve cebirsel ifadeleri yorumlamak da zorlanmaktadırlar. Araştırmacılar öğretme yaklaşımlarının yanlış anlamalara neden olabildiğini belirterek matematiksel kavramların ilkokul öğrencilerine somutlaştırılarak verilmesini önermiştir.

Sleeman (1984)'ın öğrencilerin temel cebir konularındaki yanlış anlamalarını araştırmak amacıyla ondört yaş grubundaki 24 öğrenci ile yapmış olduğu görüşmelerde öğrencilerin cebirsel ifadeleri anlamada çok ciddi yanılgılara sahip olduklarını, rakamları değişkenlerin yerine kullanmak gibi hatalar yaptıklarını belirlemiştir. Öğrencilerde matematiksel ifade yetersizliği ve çeşitli işlem hataları tespit edilmiştir.

Ketterlin, Jungjohann, Chard ve Baker (2007) "Cebirden Aritmetiğe" isimli çalışmalarında öğrencilerin artimetikten cebire geçişte zorlandıklarını, sayıları öğrenmede birçok güçlükle karşılaştıklarını ortaya koymuş ve özelliklede öğrencilerin tam sayılar konusunda toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerinde öğrenme güçlükleri yaşadıklarını belirtmişlerdir.

Yusof, Rahman, Razali, Abu, Bakar ve Tiong (1999) matematiksel öğrenme güçlüklerine çözüm bulmak amacıyla lise öğretmenleriyle yaptıkları çalışmalarını; öğrenme güçlüklerinin incelenmesi, kavram gelişimi, alternatif stratejiler ve sınıf içi uygulama şeklinde dört aşamada gerçekleştirmişlerdir. Araştırmacılar, öğretimde materyal kullanımı gibi etkin öğretim yöntemlerinin kullanılmasını ve problem çözme stratejilerine önem verilmesini önermişlerdir.

Nataraj ve Thomas (2007) Yeni Zelanda'da 13 yaş grubunda olan ve çok farklı milletlerden oluşan, "global" diye adlandırdıkları bir sınıfta basamaklı sayı sistemlerinde farklı sayı tabanlarındaki basamak değeri kavramının öğretiminde, sayı sistemlerinin tarihsel gelişimini temel almış ve somut materyaller kullanmışlardır. Araştırmacılar 60 dakika süren 5-6 ders boyunca dünyanın dört bir yanında kullanılmış olan Mısır, Babil, Roma, Yunan, Maya ve Hint sayı sistemlerini kullanmışlardır. Bu tarihsel gelişimi temel alarak işlenen derslerden sonra somut materyallerle (renkli çubuklar, sopalar, vb.) öğretime devam etmişlerdir. Araştırma sonuçları, tarihsel gelişimin temel alındığı dersler ve sonrasında somut materyaller ile yapılan öğretimin, basamak değeri kavramının öğretiminde oldukça yararlı olduğunu göstermiştir.

Türkiye'de ve yurt dışında yapılan araştırmalar incelendiğinde, ilkokul, ortaokul ve lise seviyesindeki pek çok öğrencinin, matematiğin temel kavramlarından olan sayı kümeleri, basamak değeri, aritmetik işlemler, cebirsel işlemler, üslü ve köklü ifadeler gibi pek çok konuda zorluklar yaşadığı ve yanlış anlamalarının olduğu görülmektedir.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde; araştırmanın modeli, evren ve örneklemi, veri toplama aracı, verilerin toplanması ve verilerin analizi incelenmiştir.

3.1. ARAŞTIRMANIN MODELİ

Bu araştırmada 9. sınıf öğrencilerinin doğal sayılar konusundaki kavram yanılgıları ve hatalarının tespiti ile bu kavram yanılgıları ve hataların cinsiyete göre anlamlı bir farklılık gösterip göstermediği araştırılmıştır. Betimsel tarama modeli verilen bir durumu olabildiğince tam ve dikkatli bir şekilde tanımlar (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2009). Tarama modelleri, geçmişte ya da halen var olan bir durumu var olduğu şekliyle betimlemeyi amaçlayan araştırma yaklaşımlarıdır. Araştırmaya konu olan olay, birey ya da nesne, kendi koşulları içinde ve olduğu gibi tanımlanmaya çalışılır. Onları, herhangi bir şekilde değiştirme, etkileme çabası gösterilmez. Bilinmek istenen şey vardır ve oradadır (Karasar, 2005). Araştırma var olan durumu olduğu haliyle betimlemeye amaçladığından tarama modelindedir. Bu çalışmada "Doğal Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgılarını Belirleme Envanteri" (Teşhis Testi)'nden elde edilen öğrenci yanıtları analiz edilmiş, öğrencilerin hata ve kavram yanılgıları tespit edilerek mevcut durum ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Öğrenciler herhangi bir şekilde etkilenmeden konu hakkındaki düşünceleri öğrenilmeye çalışılmıştır.

Araştırmada nitel ve nicel analiz yöntemleri kullanıldığından karma yöntem deseninden yararlanılmıştır.

Araştırmada nitel analiz yöntemleri kullanılarak öğrencilerin açık uçlu sorulara vermiş oldukları yanıtlar, içerik analiziyle satır satır okunarak öğrenci hataları ve kavram yanılgıları irdelenmiş, bu hatalar ve kavram yanılgıları ve yanılgıların olası nedenleri tespit edilmeye çalışılmıştır. Öğrencilerin ortak hata ve kavram yanılgılarından örnekler tarayıcı kullanılarak bilgisayar ortamına aktarılmış ve bulgular kısmında sunulmuştur.

Öğrenci yanıtlarının frekans ve yüzde dağılımları, kavram yanılgılarının cinsiyete göre anlamlı bir farklılık gösterip göstermediğine ilişkin istatistikî bilgiler için SPSS 16 programı kullanılarak nicel veriler elde edilmiştir.

3.2. EVREN VE ÖRNEKLEM

Araştırmanın çalışma evrenini, 2011-2012 eğitim-öğretim yılında İstanbul İli Şişli İlçesi'ndeki Anadolu liselerinin dokuzuncu sınıfında okuyan öğrenciler oluşturmaktadır. Her araştırmanın kendine özgü evreni, belli değişkenlere, belli özelliklere göre sınıflandırılıp tanımlanabilmektedir. Evren ya da çalışma evreni, çoğu zaman içinde çeşitli elemanları olan benzer amaçlı kümelerden oluşur. Araştırma, evrenden seçilecek kümeler üzerinde yapılabilir (Karasar, 2005). Örneklemdeki okullar, çalışma evreninde yer alan okullardan, tabakalama yöntemiyle seçilmiştir. İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü'nden elde edilen bilgiler doğrultusunda evrendeki okullar, SBS (Seviye Belirleme Sınavı) puanları esas alınarak, alt, orta ve üst başarı düzeyi olmak üzere üç gruba ayrılmıştır. Bu üç gruptan random örnekleme yoluyla okullar seçilmiştir. Bu gruplamada alt başarı düzey grubundan Mecidiyeköy Anadolu Lisesi, orta başarı düzey grubundan Şişli Anadolu Lisesi ve üst başarı düzey grubundan Nişantaşı Nuri Akın Anadolu Lisesi seçilmiştir. Örneklem grubunda, her okuldan ortalama 100 öğrenci olmak üzere toplam 321 (Kız = 156, Erkek = 165) 9. sınıf öğrencisi yer almaktadır.

Teşhis Testi'nde değerlendirmeye alınan okullar ve bu okullardaki öğrencilerin cinsiyete göre dağılımı tablo 3.1'de belirtildiği gibidir.

Tablo 3.1: Örnekleme alınan öğrencilerin okul ve cinsiyete göre dağılımı

OKUL	KIZ	ERKEK	TOPLAM
Şişli Anadolu Lisesi	59	48	107
Mecidiyeköy Anadolu Lisesi	44	54	98
Nişantaşı Nuri Akın Anadolu Lisesi	53	63	116
TOPLAM	156	165	321

Örnekleme alınan öğrencilerin cinsiyete göre dağılımı ise tablo 3.2'de belirtildiği gibidir.

Tablo 3.2: Örnekleme alınan öğrencilerin cinsiyete göre dağılımı

Cinsiyet	f	%
Kız	156	48,60
Erkek	165	51,40
TOPLAM	321	100

3.3. VERİ TOPLAMA ARACI

Öğrencilerin doğal sayılar konusundaki kavram yanılgılarının ve hatalarının belirlenmesi için "Teşhis Testi" hazırlanmıştır. Teşhis Testi'nin hazırlanmasında öncelikle konu ile ilgili gerekli alan yazın taraması yapılarak kavram yanılgıları ile ilgili önceki araştırmalar incelenmiştir. Dokuzuncu sınıf matematik öğretim programındaki doğal sayılar alt konusunun kazanımları incelenmiş ve konu hakkında deneyimli matematik öğretmenlerinin, öğrencilerin ne tür hata ve yanılgıları oldukları konusundaki bilgileri alınmıştır. Kavram yanılgısı ile ilgili yapılmış araştırmalar, öğretmen ve uzman görüşleri, Milli Eğitim Bakanlığı Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı, Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu tarafından kabul edilen 9. sınıf matematik ders kitaplarından yararlanılarak açık uçlu sorular oluşturulmuştur. Soruların açık uçlu olmasının nedeni öğrenci yanıtlarının ayrıntılı bir şekilde inceleyebilme imkânını vermesidir. Soruların bazılarında öğrencilerden, yanıtlarının nedenini açıklamaları istenmiştir. Teşhis testlerinde kullanılan kapalı-uçlu sorular daha zengin veri elde etme imkânı vermelerine rağmen yine de bilinen kavram yanılgılarının dışında veri sağlama imkânları tesadüflere kalmıştır (Aydın ve Delice, 2010). Kavram yanılgılarının belirlenmesi için sonuca dayalı testler yerine, olayların nedenini ve sürecini açıklamaya yönelik açık uçlu sorular sorulması, kavram yanılgılarının belirlenmesi için çok yararlıdır (Güneş, 2005).

Programda yer alan kazanımlar ve öğretmen görüşleri neticesinde belirtke tablosu doğrultusunda 31 açık uçlu sorudan oluşan Teşhis Testi hazırlanmıştır. Kapsam geçerliğinin belirlenmesi daha çok uzman kanılarına dayanır (Baykul, 2000). Kapsam ve görünüş geçerliğinin belirlenmesi için uzman görüşüne başvurulmuştur. Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Fakültesi'nden 1 ilköğretim matematik eğitimi doçenti ve 2 eğitim programları ve öğretim yardımcı doçenti, Marmara Üniversitesi Eğitim Fakültesi'nden 1 ortaöğretim matematik eğitimi doçenti ve Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Fakültesi'nden 1 ortaöğretim matematik eğitimi doktoru ve Teşhis Testi sorularındaki ifade hatalarını önlemek amacıyla 1 dil uzmanının görüşleri alınmıştır. Soruların hazırlanması uzman görüşleri ve eleştirileri doğrultusunda düzenlenerek 26 soruluk veri toplama aracı haline getirilmiştir.

Teşhis Testi'ndeki soruların konulara göre dağılımına ilişkin belirtke tablosu aşağıdaki gibidir:

Tablo 3.3: Teşhis Testi'ndeki soruların konulara dağılımına ilişkin belirtke tablosu

SORU NO	KAVRAMLAR																	
	Doğal Sayı	Rakam	Çift Doğal Sayı	Tek Doğal Sayı	Toplama	Çıkarma	Çarpma	Bölme	Rasyonel Sayı	Basamak Değeri	Üslü Sayı	Tanımsız	Sayı Tabanı	Asal Sayı	Aralarında Asal Sayılar	Asal Çarpanlara Ayırma	Pozitif Bölen	Faktöriyel
1	X	X	X	X					X									
2								X		X								
3					X	X	X											
4								X		X								
5						X												
6								X				X						
7	X								X									
8		X			X					X								
9		X			X					X								
10											X	X						
11					X		X				X							
12					X		X				X							
13		X								X			X					
14					X	X				X			X					
15					X					X			X					
16						X				X			X					
17							X	X		X			X					
18										X	X		X					
19								X		X			X					
20	X		X	X										X				
21	X														X		X	
22											X			X		X	X	
23																	X	
24	X						X					X						X
25								X										X
26							X				X					X	X	

Hazırlanan 26 maddelik Teşhis Testi, güvenirlik çalışmalarının yapılabilmesi, soruların anlaşılırlığını kontrol etmek ve çalışmada ulaşılmak istenen amaçlara ulaşılıp ulaşılmadığını belirlemek amacıyla örnekleme alınmayan 52 9. sınıf öğrencisine pilot uygulama yapılmıştır. Pilot çalışmanın bir diğer amacı da uygulama için ne kadar sürenin yeterli olacağını belirlemektir. Pilot uygulama sonucunda Teşhis Testi için 40 dakikalık bir sürenin yeterli olacağı belirlenmiş ve bazı soru ifadeleri tekrar düzenlenmiştir.

Pilot uygulama sonrasında öğrenci yanıtları Teşhis Testi'nde yer alan her bir madde için puanlanmıştır. Puanlamada her bir maddeye verilen doğru cevap için "1", yanlış ve boş cevaplar için "0" puan verilmiştir. Puanlama sonrasında testte yer alan maddelerin madde güçlük indeksi ve madde ayırt edicilik gücü indeksi SPSS 16 programı ile bulunmuştur.

Madde güçlük indeksinin temel işlevi, sorunun zorluk ya da kolaylık derecesini göstermesidir. Madde güçlük indeksi, soruya doğru yanıt verenlerin tüm yanıtlayıcı sayısına oranı olduğundan, soruya doğru yanıt verenlerin yüzdesini gösteren değerdir. Aynı zamanda madde güçlük indeksi, o maddeye herhangi bir yanıtlayıcının doğru yanıt verme olasılığını da gösterir (Atılgan, 2006). Bir maddenin güçlük indeksi 0 ile +1.00 arasında değişir (Tekin, 2003). Bir maddeyi doğru yanıtlayan hiçbir öğrencinin bulunmaması durumunda 0, bütün öğrencilerin doğru yanıtlaması durumunda ise 1 olarak hesaplanır (Atılgan, 2006).

Bir test maddesinin güçlük indeksi (Kutlu, 2004);

- 0.00 ile 0.39 arasında ise madde zor,
- 0.40 ile 0.59 arasında ise orta güçlükte,
- 0.60 ile 1.00 arasında ise madde kolay, şeklinde değerlendirilebilir.

Madde ayırt edicilik indeksi ise maddenin ölçülmesi beklenilen özelliğe sahip olan ve olmayanları birbirinden ayırabilmesi özelliğidir (Atılgan, 2006).

Madde ayırt edicilik gücü indeksi (Tekin, 2003);

- 0.40 ve üzeri ise madde çok iyi.
- 0.30 – 0.39 ise madde oldukça iyi fakat geliştirilebilir.
- 0.20 – 0.29 ise maddenin düzeltilmesi veya geliştirilmesi gerekli.
- 0.19 ve altı ise madde çok zayıf ve testten çıkarılmalıdır.

Teşhis Testi maddelerine ait madde güçlük indeksleri ve madde ayırt edicilik gücü indeksleri tablo 3.4'de belirtildiği gibidir.

Tablo 3.4: Teşhis Testi'nde yer alan maddelerin güçlük ve ayırt edicilik indeksleri

Madde No	Madde Güçlük İndeksi (P_j)	Madde Ayırt Edicilik İndeksi (r_{jx})
1	0,56	0,42
2	0,58	0,48
3	0,63	0,55
4	0,54	0,43
5	0,54	0,50
6	0,52	0,43
7	0,60	0,56
8	0,75	0,43
9	0,54	0,49
10	0,48	0,50
11	0,63	0,45
12	0,42	0,43
13	0,50	0,42
14	0,37	0,49
15	0,54	0,51
16	0,21	0,60
17	0,35	0,44
18	0,33	0,46
19	0,33	0,48
20	0,56	0,59
21	0,29	0,58
22	0,44	0,61
23	0,37	0,42
24	0,44	0,55
25	0,58	0,40
26	0,42	0,49

Tablo 3.4 incelendiğinde Teşhis Testi'nde yer alan maddelerin güçlük indeksleri 0,21-0,75 arası, ayırt edici güçleri ise 0,40-0,61 arasında değer aldığı görülmektedir. 3, 7, 8 ve 11. maddeler kolay, 1, 2, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 13, 15, 20, 22, 24, 25 ve 26.maddeler orta güçlükte 14, 16, 17, 18, 19, 21 ve 23. maddeler ise zor seviyede olduğu belirlenmiştir. Bu dağılım göz önüne alındığında maddelerin orta seviyede yoğunlaştığı görülmektedir.

Teşhis Testi'nde yer alan maddelerin ayırt edicilik indeksleri incelendiğinde ise 0,40'dan büyük oldukları görülmektedir. Bu durum maddelerin ayırt edicilik gücü indekslerinin oldukça iyi olduğunu göstermektedir.

Teşhis Testi'ndeki maddelerin güçlük indeksi ve ayırt edicilik gücü indeksi değerleri araştırmamız için yeterli olduğu sonucuna varılmıştır. Testin tamamı için Cronbach Alpha güvenirlik katsayısı 0,90 bulunmuştur. Güvenirlik katsayısının 0,70 ve daha yüksek olması testlerin güvenirliği için yeterli görülmektedir (Büyüköztürk, 2004).

Teşhis testindeki maddelere göre ölçülmek istenenler tablo 3.5'de belirtildiği gibidir.

Tablo 3.5: Teşhis Testi'nde yer alan maddelere göre ölçülmek istenenler

SORU NO	ÖLÇÜLMEK İSTENEN
1	Birden fazla sayı içerisinden; doğal sayı, çift doğal sayı, tek doğal sayı ve rakamları seçebilme
2	Bölüm sayısının basamaklarından en az birinde sıfır olacak şekilde iki doğal sayının bölümünde, bölümü doğru bulabilme
3	Birden fazla aritmetik işlem gerektiren durumlarda işlem sırasına dikkat etme
4	Bölen ve bölünenin sadeleşebildiği bölme işlemlerinde sadeleşme durumunda kalanın değişeceğini kavrayabilme
5	Eksilen, çıkan ve fark kavramları arasındaki ilişkiyi kurabilme
6	Sıfırın, sıfırdan farklı bir doğal sayıya bölümü ve sıfırdan farklı bir doğal sayının sıfıra bölümü bilgisi
7	Doğal sayılar kümesinin rasyonel sayılar kümesinin bir alt kümesi olmasını kavrayabilme
8	Bir doğal sayının basamak değerlerini bulabilme
9	Cebirsel olarak ifade edilmiş bir doğal sayıyı çözümleyebilme
10	Bir doğal sayının sıfırıncı kuvveti bilgisi
11	Bir doğal sayının kendisiyle birden fazla toplamını üslü sayı biçiminde yazabilme
12	Doğal sayıların üslü ifadelerine ait özelliklerin bilgisi
13	Herhangi bir sayı tabanındaki bir doğal sayının rakamlarının sayı tabanından küçük olması ve bir sayı tabanının en az kaç olabileceği bilgisi
14	Herhangi bir sayı tabanındaki bir doğal sayının rakamları değiştiğinde sayının değerini doğru bir şekilde değiştirebilme
15	Onluk tabandan farklı olmak üzere aynı sayı tabanındaki doğal sayıları toplayabilme
16	Onluk tabandan farklı olmak üzere aynı sayı tabanındaki doğal sayıları çıkarabilme
17	Farklı sayı tabanlarındaki doğal sayıları çarpabilme
18	Onluk tabandan farklı bir tabanda ifade edilmiş bir doğal sayının basamak isimlerini yazabilme
19	Onluk tabandaki bir doğal sayıyı farklı bir tabanda yazabilme
20	Asal sayıları belirleyebilme
21	Aralarında asal sayıları belirleyebilme
22	Bir doğal sayıyı asal çarpanlarına ayırabilme
23	Pozitif bölen ve pozitif çarpan kavramları bilgisi
24	Hangi sayıların faktöriyelinin bulunabileceği
25	Faktöriyel durumundaki iki doğal sayıyı bölebilme
26	Bir doğal sayının pozitif tam bölenlerinin sayısını bulabilme

3.4. VERİLERİN TOPLANMASI

Araştırmada kullanılacak olan Teşhis Testi'nin örneklemdeki okullarda uygulanabilmesi için İstanbul İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden gerekli izinler alınmıştır (EK-2). Onayı alınan Teşhis Testi çoğaltılmış, uygulama öncesinde okul idarecileri ve uygulamada yardımcı olacak öğretmenlerle görüşmeler yapılarak araştırma hakkında bilgiler verilmiş ve Teşhis Testi'nin uygulanması esnasında dikkat edilecek hususlar açıklanmıştır. Araştırmacı uygulama esnasında bizzat bulunarak araştırma ve Teşhis Testi'nin uygulanması hakkında bilgiler vermiştir. Öğrencilerin samimi cevap vermeleri için araştırmanın öneminden bahsedilmiş ve test sonuçlarının bir araştırmada kaynak olarak kullanılacağı, öğrencileri değerlendirmek için kullanılmayacağı belirtilmiştir. Teşhis Testi'nde, araştırmaya katılan öğrencilerin isim bilgilerinin yer almaması öğrencileri rahatlattığı gözlenmiştir. Uygulama için 40 dakikalık bir süre verilmiş ve verilen bu sürenin yeterli olduğu görülmüştür. Uygulama, örneklemdeki okullarda doğal sayılar konusunun öğretiminden sonra gerçekleştirilmiştir.

Teşhis Testi 328 öğrenciye uygulanmış ancak araştırmaya yönelik olmayan anlamsız cevapların bulunduğu 6 test ve boş olan 1 test değerlendirmeye alınmamıştır.

3.5. VERİLERİN ANALİZİ

9. sınıf öğrencilerinin doğal sayılar konusundaki kavram yanılgıları ve hatalarını tespit etmeyi amaçlayan bu çalışmada verileri analiz etmek için SPSS 16 istatistik programı, yüzde ve frekans hesapları kullanılmıştır.

Öğrencilerin sahip oldukları kavram yanılgılarının cinsiyete göre anlamlı bir fark oluşturup oluşturmadığını araştırmak için t-testi, öğrencilerin Teşhis Testi'ndeki maddelere verdikleri yanıtların incelenmesinde ise yüzde ve frekans hesapları kullanılmıştır.

Öğrencilerin soru çözümlerinde yapmış oldukları ortak hatalar ve kavram yanılgılarını temsil eden öğrenci yanıtlarından örnekler, tarayıcı aracılığıyla bilgisayar ortamına aktarılmıştır. Verilerin analizinde bulunan tüm hata ve yanılgılar öğrenci cevaplarından örneklerle gösterilmiştir.

Öğrencilerin yanıtları; doğru, yanlış, boş ve eksik cevap şeklinde sınıflandırılmıştır. Bu sınıflandırmanın değerlendirme kriterleri aşağıdaki gibidir:

Doğru: Tam olarak doğru olan, bilimsel fikirlerin tamamını içeren cevaplardır.

Yanlış: Tamamen yanlış olan cevaplardır.

Eksik: Soru ile ilgili bilimsel doğruların bir kısmını içeren cevaplardır.

Boş: Soru ile ilgisi olmayan veya belirgin olmayan cevaplar, yanıtsız bırakılan veya sorudaki bilgileri tekrar eden cevaplar

Araştırmada öğrencilerin açık uçlu sorulara vermiş oldukları yanıtlar, içerik analiziyle satır satır okunarak yanıtlardaki öğrenci hataları ve kavram yanılgıları irdelenmiş ve bu yanıtlardaki ortak hatalar ve kavram yanılgıları ile yanılgıların olası nedenleri tespit edilmeye çalışılmıştır.

BÖLÜM IV

BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde araştırmanın alt problemlerinin incelenmesi sonucu elde edilen bulgular ve yorumlara yer verilmiştir. Her soru ayrı ayrı incelenmiş ve her soruya ait iki tablo sunulmuştur. İlk tabloda, öğrencilerin yanıtları, “doğru”, “yanlış”, “boş” ve “eksik” kategorilerinde değerlendirilerek, bu yanıtların kategorilere göre yüzde ve frekans dağılımı gösterilmiştir. İkinci tabloda ise öğrenci hatalarından örnekler, bu hataları yapan öğrenci sayıları, yüzdeleri ve bu hataların açıklamaları yer almaktadır.

4.1. BİRİNCİ ALT PROBLEME İLİŞKİN BULGULAR VE YORUM

Birinci alt problemde “9. sınıf öğrencilerinin genel olarak doğal sayılar konusundaki kavram yanılgıları ve hataları nelerdir?” sorusuna yanıt aranmıştır.

Soru 1) Aşağıdaki boşlukları doldurunuz.

a) $A=\left\{5,\ -3,\ \frac{2}{7},\ 7,\ 0,\ \frac{1}{3},\ 4,\ 1,\ -1,\ 23,\ 10\right\}$ kümesi veriliyor. Bu kümenin elemanlarından;

Doğal sayı olanlarını yazınız ……………………..……………………………….

Doğru Cevap: 5, 7, 0, 4, 1, 23, 10

Teşhis Testi’nin ilk maddesi öğrencilerin doğal sayılar kümesini tam olarak bilip bilmedikleri ve doğal sayılar kümesi ile ilgili hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla ilk maddenin a şıkkında, öğrencilerden doğal sayı, tam sayı ve rasyonel sayı içeren A kümesindeki sayılardan, doğal sayı olanlarını seçmeleri istenmiştir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi’nin 1. maddesinin a şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.1: 1. Soru a şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
1.a	**Doğru**	221	68,85
	Yanlış	94	29,28
	Boş	---	---
	Eksik	6	1,87
	Toplam	321	100

Tablo 4.1 incelendiğinde, bu şıkkı öğrencilerin %68,85’i doğru cevaplandırmıştır. Yani örneklemdeki 221 öğrenci verilen A kümesindeki sayılardan doğal sayı olanlarını seçebilmiştir. %29,28’i yanlış seçimler yaparak istenilen seçimi yapamamış ve %1,87’si ise eksik cevaplar vermiştir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.2’de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.2: 1. Soru a şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
1.a.1	5, -3, 7, 0, 4, 1, -1, 23, 10	Negatif tam sayıların birer doğal sayı olduğunu düşünme.	37	11,53
1.a.2	5, $\frac{2}{7}$, 7, 0, $\frac{1}{3}$, 4, 1, 23, 10	Rasyonel sayıların aynı zamanda doğal sayı olduğunu düşünme.	17	5,30
1.a.3	5, 7, 4, 1, 23, 10	Sıfırın bir doğal sayı olmadığını düşünme. (Öğrenme farklılığı)	13	4,05
1.a.4	5, -3, $\frac{2}{7}$, 7, 0, $\frac{1}{3}$, 4, 1, -1, 23, 10 Hepsi	Doğal sayılar kümesinin, tam sayılar ve rasyonel sayılar kümelerini kapsadığını düşünme.	13	4,05
1.a.5	5, 7, 0, 4, 1	Doğal sayılar ile rakamları karıştırma.	10	3,12
1.a.3 ve 1.a.5	5, 4, 1, 7	Sıfırın bir doğal sayı olmadığını düşünme ve doğal sayılar ile rakamları karıştırma.	2	0,62
1.a.2 ve 1.a.3	5, 7, 4, 1, 23, 10, $\frac{2}{7}$, $\frac{1}{3}$	Rasyonel sayıların aynı zamanda doğal sayı olduğunu ve sıfırın bir doğal sayı olmadığını düşünme.	2	0,62

Öğrencilerin %11,53’ü negatif tamsayıları da doğal sayı kabul ederek (Hata 1.a.1), negatif tamsayıların doğal sayı olduğu, %,5,30’u rasyonel sayıları da doğal sayı kabul ederek (Hata 1.a.2), rasyonel sayıların doğal sayı olduğu düşüncesindedir. Bu öğrencilerin doğal sayılar kümesini tam olarak bilmedikleri, doğal sayılar kümesini tam sayılar kümesi ve rasyonel sayılar kümesi ile karıştırdıkları söylenebilir.

Yanıt olarak, A kümesindeki tüm doğal sayıları yazdıkları halde 0'ı dâhil etmeyen öğrencilerin (%4,05), 0'ın doğal sayı olmadığı düşüncesinde olduğu söylenebilir (Hata 1.a.3). Doğal sayılar kümesinde sıfırın olmadığını kabul eden kaynakların yanı sıra (Acharjya, 2009; Balcı, 1997; Cupillari, 2005; Krantz, 2003), sıfırı doğal sayılar kümesinde tanımlayan kaynaklar (Bunt, Jones ve Bedient, 1988; Reid, 2006; Pesen, 2008) da bulunmaktadır. Bu konuda ortak bir fikir olduğunu söyleyemeyiz. Genel olarak ders kitaplarımızda (Er ve Ünlü, 2011; MEB, 2009a) sıfırın doğal sayı olduğu belirtilmiş olsa da bir hata veya yanılgıdan ziyade öğrenme farklılığı şeklinde değerlendirebilir.

Bir grup öğrenci (%4,05) ise A kümesindeki tüm sayıları yazarak negatif tamsayıları ve rasyonel sayıları da doğal sayı olarak kabul etmiştir (Hata 1.a.4). Bu öğrenciler doğal sayılar kümesinin, rasyonel sayılar ve tam sayılar kümelerini kapsadığını düşünmektedirler.

23 ve 10 dışındaki tüm doğal sayıları yazabilen öğrenciler ise (%3,12) A kümesindeki rakamları yazmışlardır (Hata 1.a.5). Bu öğrenciler ise doğal sayılar ile rakamları karıştırmaktadırlar.

Hata 1.a.3 ve Hata 1.a.5 hatalarını yapan öğrencilerin oranı %0,62 iken, Hata 1.a.2 ve Hata 1.a.3 hatalarını yapan öğrencilerin oranı da %0,62'dir.

Öğrencilerin %29,28'inin doğal sayılar kümesini tam olarak bilmedikleri, doğal sayılar kümesi ile rasyonel sayılar kümesini, tam sayılar kümesini ve rakamları karıştırdıkları, doğal sayılar kümesinin tam sayılar ve rasyonel sayılar kümelerini kapsadığı yanılgısında oldukları görülmüştür.

b) $A = \left\{5,\ -3,\ \frac{2}{7},\ 7,\ 0,\ \frac{1}{3},\ 4,\ 1,\ -1,\ 23,\ 10\right\}$ kümesi veriliyor. Bu kümenin elemanlarından;

Çift doğal sayı olanlarını yazınız ……………………………………………….

Doğru Cevap: 0, 4, 10

Teşhis Testi'nin ilk maddesinin b şıkkı ise öğrencilerin çift doğal sayı kavram bilgilerini ölçmeye yöneliktir. Bu doğrultuda, öğrencilerden verilen A kümesinin elemanlarından çift doğal sayı olanlarını seçmeleri istenmiştir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 1. maddesinin b şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.3: 1. Soru b şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
1.b	**Doğru**	248	77,26
	Yanlış	73	22,74
	Boş	---	---
	Eksik	---	---
	Toplam	321	100

Tablo 4.3'e göre, öğrencilerin %77,26'sı soruyu doğru cevaplandırmış ve %22,74'ü yanlış yanıtlar vermiştir. Öğrencilerin çoğunluğu A kümesindeki çift doğal sayıları seçebilmiştir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.4'de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.4: 1. Soru b şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
1.b.1	4, 10	Sıfırın çift doğal sayı olmadığını düşünme.	64	19,94
1.b.2	0, 4	Çift doğal sayılar ile çift rakamları karıştırma.	5	1,56
1.b.1 ve 1.b.2	4	Sıfırın çift doğal sayı olmadığını düşünme ve çift doğal sayılar ile çift rakamları karıştırma.	4	1,25

Öğrencilerin %19,94'ü tüm çift doğal sayıları yazdıkları halde 0'ı yazmamıştır. Soruyu yanlış cevaplayan öğrencilerin çoğunluğunun 0'ı cevaplarına dâhil etmemesi (%19,94), 0'ın çift doğal sayı olmadığı düşüncesinde olduklarını göstermektedir (Hata 1.b.1). 0'ı doğal sayı kabul etmeyen öğrencilerin (%4,05) 0'ı çift doğal sayı olarak seçmemesi anlaşılabilir. Ancak %19,94 oranında öğrenci 0'ı çift doğal sayı olarak seçmemiştir. O halde 0'ı doğal sayı kabul ettiği halde çift doğal sayı olduğunu kabul etmeyen öğrenciler bulunmaktadır. Bu öğrencilerin 0'ı tek doğal sayı olarak da yazmamış olmaları, 0'ın ne tek ne de çift doğal sayı olmadığı düşüncesinde olduklarını göstermektedir. Bu yanılgının nedeni, öğrencilerin sıfırın ne pozitif ne de negatif doğal sayı olmadığı bilgisi ile karıştırmaları olabilir.

Az sayıda öğrenci (%1,56) ise çift doğal sayılar kümesini çift rakamlar kümesi ile karıştırarak, 10 sayısını cevaplarına dâhil etmemiştir. Yine az sayıda öğrenci (%1,25) her iki hatayı birden yapmıştır (Hata 1.b.1 ve Hata 1.b.2).

c) $A=\left\{5,\ -3,\ \frac{2}{7},\ 7,\ 0,\ \frac{1}{3},\ 4,\ 1,\ -1,\ 23,\ 10\right\}$ kümesi veriliyor. Bu kümenin elemanlarından;

Tek doğal sayı olanlarını yazınız ……..……………………………………….

Doğru Cevap: 5, 7, 1, 23

Teşhis Testi'nin ilk maddesinin c şıkkı ise öğrencilerin tek doğal sayı kavram bilgilerini ölçmeye yöneliktir. Bu doğrultuda, öğrencilerden verilen A kümesinin elemanlarından tek doğal sayı olanlarını seçmeleri istenmiştir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 1. maddesinin c şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.5: 1. Soru c şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
1.c	**Doğru**	210	65,42
	Yanlış	98	30,53
	Boş	---	---
	Eksik	13	4,05
	Toplam	321	100

Tablo 4.5 incelendiğinde, öğrencilerin %65,42'si soruyu doğru, %30,53'ü yanlış cevaplandırmış ve 13 öğrenci (% 4,05) ise eksik yanıtlar vermiştir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.6'da belirtildiği gibidir.

Tablo 4.6: 1. Soru c şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
1.c.1	5, -3, 7, 1, -1, 23	Negatif tek doğal sayıların var olduğunu düşünme.	59	18,38
1.c.2	5, 7, 1	Tek doğal sayılar ile tek rakamları karıştırma.	27	8,41
1.c.2 ve 1.c.3	5, -3, $\frac{2}{7}$, 7, $\frac{1}{3}$, 1, -1, 23	Tek doğal sayılar ile tek rakamları karıştırma ve rasyonel sayıları tek doğal sayı olarak düşünme.	8	2,49
1.c.3	5, 2/7, 7, 1/3, 1, 23	Rasyonel sayıları tek doğal sayı olarak düşünme.	2	0,62
1.c.1 ve 1.c.2	7, 5, 1, -3, -1	Negatif tek doğal sayıların var olduğunu düşünme ve tek doğal sayılar ile tek rakamları karıştırma.	2	0,62

Yanlış yanıt veren öğrencilerin çoğunluğu A kümesindeki negatif tek tam sayıları da negatif tek doğal sayı olarak ifade etmişlerdir (Hata 1.c.1). Bu öğrencilerin (%18,38) Teşhis Testi'nin 1. sorusunun a şıkkına verdikleri yanıtlar incelendiğinde, büyük bir çoğunluğunun negatif tam sayıları doğal sayı olarak kabul ettikleri görülmektedir. Bu öğrenciler doğal sayılar kümesini tam olarak bilmedikleri, tam sayılar kümesi ile doğal sayılar kümesini karıştırmaları nedeniyle yanlış yanıt vermişlerdir. Ancak, a şıkkında doğal sayıları doğru yazdığı halde tek doğal sayılara negatif tam sayıları da yazan öğrenciler de mevcuttur. Bu öğrenciler ise dikkatsizlik sonucu ya da kavramları karıştırmaları sonucu yanlış yanıt vermiş olabilirler.

Öğrencilerin %8,41'i A kümesindeki tüm tek doğal sayıları yazdıkları halde, sadece 23 sayısını yazmamıştır. Bu öğrenciler ise doğal sayılar ile rakamları karıştırmış olabilirler (Hata 1.c.2).

Öğrencilerin %2,49'u hem doğal sayıları rakamlar ile karıştırmış hem de rasyonel sayıları tek doğal sayı olarak ifade etmişlerdir (Hata 1.c.2 ve Hata 1.c.3).

Az sayıda öğrenci (%0,62) ise rasyonel sayıları tek doğal sayı olarak yazmış (Hata 1.c.3) ve yine az sayıda öğrenci (%0,62) Hata 1.c.1. ve Hata 1.c.2 hatalarını yaparak negatif tek tam sayıları negatif doğal sayı olarak kabul etmiş ve tek rakamlarla karıştırmıştır.

d) $A = \left\{ 5,\ \ -3,\ \ \frac{2}{7},\ \ 7,\ \ 0,\ \ \frac{1}{3},\ \ 4,\ \ 1,\ \ -1,\ \ 23,\ \ 10 \right\}$ kümesi veriliyor. Bu kümenin elemanlarından;

Rakam olanlarını yazınız ……………………………………………….

Doğru Cevap: 5, 7, 0, 4, 1

Teşhis Testi'nin ilk maddesinin d şıkkında ise öğrencilerin onluk tabandaki rakamlar ile ilgili yanılgı ve hatalarını belirlemek amacıyla sorulmuştur. Bu amaçla, öğrencilerden verilen A kümesindeki sayılardan rakam olanlarını seçmeleri istenmiştir

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 1. maddesinin d şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.7: 1. Soru d şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
1.d	**Doğru**	157	48,91
	Yanlış	143	44,55
	Boş	---	---
	Eksik	21	6,54
	Toplam	321	100

Tablo 4.7 incelendiğinde, öğrencilerin %48,91'i soruyu doğru, %44,55'i yanlış cevaplandırmış, 21 öğrenci (% 6,54) ise eksik yanıtlar vermiştir. Sorunun doğru cevaplanma oranı düşüktür.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.8'de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.8: 1. Soru d şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	**Öğrenci Cevaplarından Örnekler**	**Yanılgı Veya Hata**	**f**	**%**
1.d.1	1, 5, 7, 4…..	Sıfırın rakam olmadığını düşünme	84	26,17

1.d.2	...5,.1,.7,.23,.10,.4,.0...	Onluk sistemdeki rakamların 9'dan büyük olabileceğini düşünme.	19	5,92
1.d.3	..5, -3, $\frac{2}{3}$, 7, 0, $\frac{1}{3}$, 4, 1, -1, 23, 10... ...A.....kümesi...	Reel sayılar kümesinin elemanlarının rakam olduğunu düşünme.	13	4,05
1.d.1 ve 1.d.2	5,.7,.4,.1,.23,.10...	Sıfırın rakam olmadığını ve onluk sistemdeki rakamların 9'dan büyük olabileceğini düşünme.	11	3,43
1.d.2 ve 1.d.4	5,.-3,.7,0,.4,.1,.-1,.23,.10...	Onluk sistemdeki rakamların 9'dan büyük olabileceğini ve negatif tam sayıların da rakam olduğunu düşünme.	9	2,80
1.d.4	5,.-3,..7,..0,..4,..1,..-1.	Rakamlar kümesinin -9 ile +9 arasındaki tam sayılardan oluşacağını düşünme.	7	2,18

Yanlış yanıt veren öğrencilerin çoğunluğu A kümesindeki tüm rakamları yazdıkları halde 0'ı yazmamışlardır. Bu öğrencilerin (%26,17) 0'ın rakam olmadığı yanılgısında oldukları söylenebilir (Hata 1.d.1).

Bazı öğrenciler ise (%5,92) rakam olmayan ancak doğal sayılar kümesinde bulunan sayıları yazarak rakamlar ile doğal sayıları karıştırmışlardır (Hata 1.d.2).

A kümesindeki tüm elemanları yanıt olarak yazan öğrenciler ise (%4,05) reel sayılar kümesinin elamanlarının rakam olduğu yanılgısındadırlar (Hata 1.d.3). Bu durum, bu öğrencilerin rakamları tam olarak bilmemelerinden kaynaklanmaktadır.

Öğrencilerin %3,43'ü Hata1.d.1 ve Hata 1.d.2 hatalarını, %2,80'i Hata 1.d.2 ve Hata 1.d.4 hatalarını aynı anda yapmıştır.

A kümesindeki negatif tam sayıları rakam olarak ifade eden öğrencilerin oranı ise %2,18'dir (Hata 1.d.4). Bu öğrenciler rakamları -9 ile +9 arasındaki tam sayılar olarak düşünmüş olabilirler. Çünkü A kümesinde bulunan 10 ve 23 tam sayılarını yanıta dâhil etmemişlerdir. Bu yanılgının nedeni, doğal sayılar kümesinde $R = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ şeklinde tanımlanabilen onluk tabandaki rakamların, tam sayılara yanlış bir şekilde genelleştirilmesidir.

Öğrenciler doğal sayıları diğer sayılardan ayırt etmede güçlükler yaşamaktadırlar. Doğal sayılar, tam sayılar, rasyonel sayılar, reel sayılar ve rakamlar kümelerini birbirine karıştırmakta, özellikle 0'ın hangi sayı kümelerinde yer aldığı konusunda zorluk yaşamaktadırlar. Sayı kümeleri her düzey matematik dersinde kullanıldığı gibi, günlük yaşamda da kullandığımız, sayı denildiğinde aklımıza gelmesi gereken kümelerdir ve matematiğin temel taşlarını oluşturmaktadırlar. Temel sayı kümelerinin ezberlenmeksizin tam olarak kavranması gerekmektedir (Moralı, Köroğlu ve Çelik, 2004).

Soru 2) $8442 \div 14$ işleminin sonucunu bulunuz.

Doğru Cevap: 603

Teşhis Testi'nin 2. maddesi, öğrencilerin bölüm sayısının basamaklarından en az birinde sıfır olacak şekilde, iki doğal sayının bölme işlemindeki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla bölme işleminin sonucunda elde edilen sayının basamaklarından birinde sıfır olacak şekilde bir bölme işlemi sorulmuştur.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 2. maddesine verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

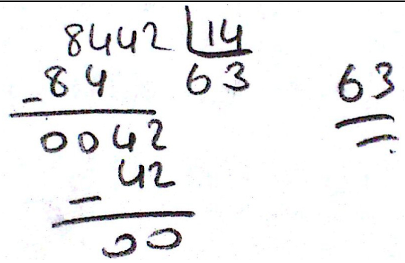
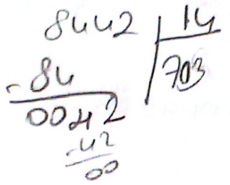
Tablo 4.9: 2. Soru için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
2	**Doğru**	204	63,55
	Yanlış	116	36,14
	Boş	1	0,31
	Eksik	---	---
	Toplam	321	100

Tablo 4.9 incelendiğinde, öğrencilerin %63,55'i soruyu doğru, %36,14'ü yanlış yanıtlamış ve 1 öğrenci (%0,31) ise cevabı boş bırakmıştır.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.10'da belirtildiği gibidir.

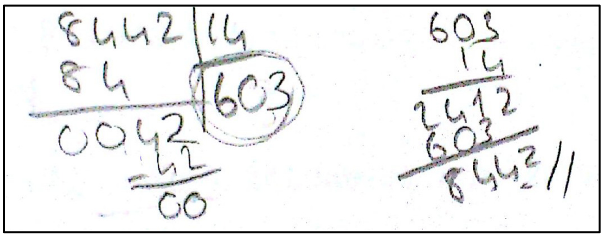
Tablo 4.10: 2. Soru için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
2.1		Basamak değerine dikkat etmeyerek, bölüme sıfır yazmama.	111	34,58
2.2		İşlem hatası.	5	1,56

Öğrencilerin %34,58'i 603 olması gereken bölümü 63 olarak bulmuş, 4 rakamını aşağı indirdikten sonra bölüme sıfır yazmayarak hatalı sonuç bulmuştur (Hata 2.1). Bu hata dikkatsizlik sonucu olabileceği gibi, %34,58 oranında öğrencinin aynı hatayı yapması Sharma (1993)'nın da belirttiği gibi öğrencilerin sıfırı basamak değeri sisteminde kullanmasının çok zor olmasından kaynaklanmaktadır. Hâlbuki bölme işlemi yaparken sıfır yazma kuralını uygulamak yerine $8400 \div 14 = 600$, $42 \div 14 = 3$ ve $600 + 3 = 603$ şeklinde sayıların basamak değerleri düşünülerek işlem yapılsaydı bu hata oluşmayacaktı. Öğrencilerin sıfırı basamak değeri olarak kullanmalarında yaşadıkları zorluk süregelen bir durumdur. Nitekim Luria (1969) araştırmasında bin yirmi sekiz yazmalarını istedikleri öğrencilerin bir kısmının 128 veya 100028 yazdıklarını gözlemlemiştir.

5 öğrenci (%1,56) ise dikkatsizlik sonucu işlem hatası yapmıştır (Hata 2.2).

Göreceli olarak başarılı sayılabilecek öğrencilerin bile sıfırı basamak değeri olarak kullanmakta zorluk yaşadıkları görülmektedir. Çözümden emin olamayan bazı öğrenciler ise sağlama işlemi yaparak cevaplarını kontrol etmeyi tercih etmişlerdir.



Şekil 4.1: Sağlama işlemi yapan öğrencilerin cevaplarından bir örnek

Soru 3) $10-2+3\cdot2$ işleminin sonucunu bulunuz.

Doğru Cevap: 14

Teşhis Testi'nin 3. maddesi, öğrencilerin birden fazla dört işlem içeren sorularda işlem sırası konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla, sırasıyla çıkarma, toplama ve çarpma işlemlerini içeren bir soru sorulmuştur.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 3. maddesine verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.11: 3. Soru için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
3	**Doğru**	271	84,42
	Yanlış	50	15,58
	Boş	---	---
	Eksik	---	---
	Toplam	321	100

Tablo 4.11 incelendiğinde, öğrencilerin %84,42'si soruyu doğru yanıtlamıştır. Öğrencilerin % 15,58'i ise hatalı yanıtlar vermiştir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.12'de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.12: 3. Soru için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	**Öğrenci Cevaplarından Örnekler**	**Yanılgı Veya Hata**	**f**	**%**
3.1	$10-2+\underbrace{3.2}_{6}=?$ $10-\underbrace{2+6}_{8}$ $10-8=2$	"-" işaretine dikkat etmeme.	29	9,03

3.2	$10-2+3.2=?$ $10-2=8$ $11.2=22$ $8+3=11$	Matematiksel işlemlerin her zaman soldan sağa doğru yapılacağını düşünme.	14	4,36
3.3	$10-\underbrace{2+\underbrace{3.2}_{6}}$ $8+6=48$	İşlem hatası.	5	1,56
3.4	$10-2+3.2=?$ $10+1.2=11.2=22$	Birden fazla dört işlem içeren sorularda, önceliğin toplama işleminde olduğunu düşünme.	2	0,62

Öğrencilerin %9,03'ü işlem önceliğine dikkat ederek önce çarpma işlemini yapmasına rağmen, toplama işlemini yaparken 2'nin "-" olan işaretini dikkate almayarak 2 ve 6 sayılarını toplamışlardır (Hata 3.1). Bu hatanın nedeni, 2 ve 6 sayılarını parantez içerisindeki işlemler gibi düşünmüş olmaları olabilir.

Öğrencilerin %4,36'sı ise işlemleri soldan sağa doğru bir sıra takip ederek yapmıştır (Hata 3.2). Bu öğrencilerin "matematiksel işlemler her zaman soldan sağa doğru yapılır" yanılgısında oldukları söylenebilir. "İşlem sırası kurallarının bilinmesi ve hatırda tutulması öğrencilerin karmaşık aritmetik ve cebirsel ifadeleri kolaylıkla çözebilmesi bakımından oldukça önemlidir" (Öksüz, 2009: 307).

Öğrencilerin %1,56'sı dikkatsizlik nedeniyle çeşitli aritmetik işlem hataları yapmıştır (Hata 3.3).

Öğrencilerin %0,62'si ise toplama işlemine öncelik vermiştir (Hata 3.4). Bu öğrenciler "birden fazla dört işlem içeren sorularda, öncelik toplama işlemindedir" yanılgısında olabilirler.

Öğrenciler negatif tamsayılarla işlem yapmakta zorlanmakta ve işlem sırası ile ilgili zorluklar yaşamaktadırlar. Öğrencilerin konuları kavramsal olarak öğrenmeden, "aynı işaretli iki tam sayı birbirine bölündüğünde sonuç pozitif, zıt işaretli iki tam sayı birbirine bölündüğünde ise sonuç negatiftir" gibi kural ezberlemeleri nedeniyle, pek çok lise öğrencisinin negatif tamsayılarla işlem yapmada güçlük yaşadığı, pek çok yanlış anlamalarının olduğu bilinmektedir (Bruno, Espinel ve Martinon, 1997; Kuchemann, 1980).

Soru 4) 3660 sayısını 180’e bölerek, kalanı bulunuz.

Doğru Cevap: 60

Teşhis Testi’nin 4. maddesi, öğrencilerin bölen ve bölünenin sadeleşebildiği bir bölme işleminde kalanı bulma konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Beklenen hata, öğrencilerin bölme işlemini yapmadan önce sadeleştirme yaparak kalanı sadeleşmeyi dikkate almadan bulmalarıdır. Bu amaçla, sadeleşebilecek iki doğal sayının bölümünden kalanı bulmaları istenmiştir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi’nin 4. maddesine verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

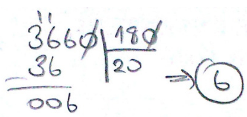
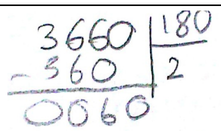
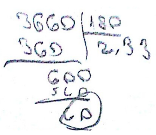
Tablo 4.13: 4. Soru için frekans ve yüzde dağılımı

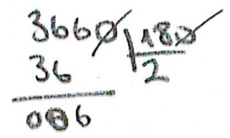
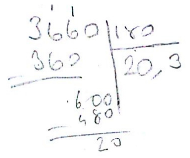
Soru		f	%
4	**Doğru**	118	36,76
	Yanlış	203	63,24
	Boş	---	---
	Eksik	---	---
	Toplam	321	100

Tablo 4.13 incelendiğinde, öğrencilerin %36,76’sı bölme işlemini doğru olarak yapmış, %63,24’ü ise hatalı yanıtlar vermiştir. Kalanı doğru bulamayan öğrenci sayısının çokluğu dikkat çekicidir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.14’de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.14: 4. Soru için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
4.1		Bölünen ile bölen sadeleştirildiğinde, kalana 0 eklenerek işleme devam edilmeyeceğini düşünme.	72	22,43
4.2	 	Bölüme 0 eklememe.	66	20,56

4.1 ve 4.2		4.1 ve 4.2 hatalarını birlikte yapma.	61	19,00
4.3		İşlem hatası.	4	1,25

Beklenildiği gibi öğrencilerin %22,43'lük kısmı bölme işlemini yapmadan önce sadeleştirme işlemi yapmıştır. Bölme işlemini yaparak kalanı bulmaları istenen soruda, öğrenciler bölünen ve bölen sayılarını 10 ile sadeleştirmiş ancak, kalana 0 eklenerek işleme devam edilmeyeceği düşüncesiyle sonucu yanlış bulmuşlardır (Hata 4.1). Bu öğrencilerin bölünen ile bölen sadeleştiğinde kalanın değişmeyeceği yanılgısında oldukları söylenebilir.

Öğrencilerin %20,56'sı ise kalanı doğru bulmalarına rağmen bölümü yanlış bulmuştur (Hata 4.2). Bu öğrenciler Teşhis Testi'nin 2. maddesinde olduğu gibi sıfırı basamak değeri olarak kullanamamışlardır.

Öğrencilerin %19'u ise her iki hatayı birden yapmıştır (Hata 4.1 ve Hata 4.2).

Öğrencilerin %1,25'i ise çeşitli aritmetik işlem hataları yapmıştır (Hata 4.3).

Öğrenciler Hata 2.1'deki gibi 0'ı basamak değeri olarak kullanmakta zorlanmakta ve bölen ile bölünenin sadeleşebildiği bir bölme işleminde, bölünen ile bölen sadeleştiğinde kalanın değişmeyeceği yanılgısındadırlar. Bölme işlemini kavramsal öğrenmeyen öğrenciler; bölen, bölünen, bölüm ve kalan kavramları arasındaki ilişkiyi kurmadan bölme işlemini alışılagelmiş bir işlem olarak yapmakta; bölen ve bölünenin sadeleşmesinin kalanı nasıl etkileyeceğini değerlendirmeden, öğrenmiş oldukları sadeleşme kuralını uygulamaktadırlar. Baykul (2005)'un belirttiği gibi işlemleri kurallar olarak öğrenen ve kavramlarla arasındaki bağı kuramayan bir öğrencide ya ilgili kavramlar oluşmamış veya bu kavramlar oluşmuş olduğu halde işlemlerle kavramlar arasındaki bağ kurulmamış veya bunlardan bir kaçı birden gerçekleşmemiş olabilir.

Soru 5) Bir çıkarma işleminde, eksilen 5 artırılır, çıkan 2 azaltılırsa, farktaki değişim ne olur?

Doğru Cevap: 7 artar

Teşhis Testi'nin 5. maddesi, öğrencilerin bir çıkarma işleminde; eksilen, çıkan ve fark kavramları arasındaki ilişkiyi kurabilme konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla öğrencilere bir çıkarma işleminde, eksilen ve çıkan sayıların değişiminin farkı nasıl etkileyeceğini tespit etmeleri gereken bir soru yöneltilmiştir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 5. maddesine verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.15: 5. Soru için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
5	**Doğru**	204	63,55
	Yanlış	111	34,58
	Boş	1	0,31
	Eksik	5	1,56
	Toplam	321	100

Tablo 4.15 incelendiğinde, öğrencilerin % 63,55'i soruya doğru, %34,58'i yanlış yanıt vermiştir. 1 öğrenci (%0,31) soruyu yanıtsız bırakmış ve 5 öğrenci (%1,56) ise eksik yanıtlar vermiştir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.16'da belirtildiği gibidir.

Tablo 4.16: 5. Soru için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
5.1	$x - y = 2$ $(x+5) - (y-2) = 2+3$ 3 artar	$-(x-y) = -x-y$	49	15,26
5.2	$x-y=2$ $(x+5)-(y-2)=2$ $x+5-y+2=2$ $x-y=2-7$ 7 azalır.	Sözel problemin yanlış bir şekilde cebirsel olarak ifade edilmesi.	16	4,98

5.3	A $-\ B+5$ $C-2$	Eksilen, çıkan ve fark kavramlarının birbirleri yerine kullanılması.	13	4,05
5.4	+5 25 → 30 − 17 −2 → 15 8 5 (8-5=3) 3 azalır.	İşlem hatası.	11	3,43
5.5	x − y = 1 (x+5) − (y−2) } 8 kat arttı. 10 − 2 = 8	Farkın kat olarak artacağını düşünme.	7	2,18
5.6	a/b = c (a → eksilen, b → çıkan, c → fark) a+5 / b−2 = d a = bc Sayısal değer verelim eksilen = 20 çıkan = 4 20 | 4 → 5, 0 ⇒ 25 | 2 → 12, 1 → fark 1 artar	Çıkarma ve bölme işlemlerini karıştırma.	5	1,56
5.7	x-y=2 (x+5)-(y-2)= x+5-y+2 = 2z+5 fark its katına çıkar ve +5 alır.	$z+2=2.z$ yanlış cebirsel kurallaması.	5	1,56
5.8	x+5 / − y−2 / ? x=1 için y=2 için: 1+5=6, 2−2=0, 6 x=2 için y=3 için: 2+5=7, 3−2=1, 6 x=3 için y=4 için: 3+5=8, 4−2=2, 6 Cevap hep 6 çıkar, değişmez Farkta bir değişiklik olmaz.	Farkta bir değişiklik olmayacağını düşünme.	5	1,56

Öğrencilerin %15,26'sı problemi cebirsel olarak doğru ifade etmelerine rağmen, çıkarma işlemi yaparken hata yapmıştır (Hata 5.1). Bu hatanın nedeni dikkatsizlik sonucu olabileceği gibi, hata yapan öğrenci sayısının çokluğu sistematik bir hatayı düşündürmektedir. Bu öğrenciler birden fazla terim içeren cebirsel ifadelerde çıkarma işlemini sadece ilk terimlerde yapmakta ikinci terimleri ise toplamaktadırlar. Bu hatanın nedeni öğrencilerin $-(x-y)=-x-y$ eşitliğinin her durumda doğru olduğu yanılgıları olabilir.

Öğrencilerin %4,98'i ise problemi cebirsel olarak yanlış ifade etmişlerdir (Hata 5.2). Eksileni 5 artırıp çıkanı 2 azalttıkları halde bu farkı ilk durumdaki farka eşitleyerek yanlış bir matematiksel ifade elde etmeleri sonucu soruyu hatalı çözmüşlerdir.

Öğrencilerin %4,05'i eksilen, çıkan ve fark kavramlarını karıştırmış, birbirleri yerine kullanmışlardır (Hata 5.3). Öğrencilerin bu kavramları yeterince bilmedikleri söylenebilir.

Öğrencilerin %3,43'ü dikkatsizlik nedeniyle çeşitli aritmetik işlem hataları yaparak yanlış sonuç bulmuştur (Hata 5.4).

Öğrencilerin %2,18'i değer vererek işlem yapmış, ancak artışı fark olarak değil kat olarak düşünüp, eksilen ve çıkan sayılarda değişiklik olduğunda farkın kat olarak artacağı yanılgısına düşmüşlerdir (Hata 5.5). Aynı zamanda bu öğrenciler, artış miktarı ile bulunan sayının, ilk sayının kaç katı olduğunu karıştırmaktadırlar.

Öğrencilerin %1,56'sı ise ilginç bir şekilde çıkarma işlemi ile bölme işlemini karıştırmıştır (Hata 5.6). Eksilen yerine bölünen, bölen yerine çıkan, bölüm yerine fark kavramlarını kullanmışlardır.

Öğrencilerin %1,56'sı $z + 2 = 2.z$ şeklinde yanlış bir cebirsel ifade kullanmıştır (Hata 5.7). Bu hata bir sürçme sonucu olabileceği gibi, yanlış öğrenilmiş bir cebirsel kurallama da olabilir.

Öğrencilerin %1,56'sı eksilen ve çıkan sayılara farklı değerler vererek işlem yapmış, sayıların ilk durumdaki farkını dikkate almayarak, eksilen ve çıkan sayılar değişse bile farkın değişmeyeceği yanılgısına ulaşmışlardır.

Öğrenciler sözel ifadeyi cebirsel olarak ifade etmekte zorlanmakta ve yanlış cebirsel kurallamalar kullanmaktadırlar. Aritmetik ile cebir arasındaki bilişsel boşluk, öğrencilerin genel olarak sözel ifadeyi denkleme dönüştürme ve çözme aşamasında engeller ve zorluklar yaşamalarına neden olmaktadır (Booth, 1988; Filloy ve Rojano, 1989; Sfard, 1994). Aritmetik ve cebir arasındaki farklılıklar, matematik problem çözümlerinde önemli bir yer tutan cebir ile ilgili kavramların gelişiminde ve aritmetikten cebire geçişte zorluklar oluşturmakta ve öğrencilerin birçok kavram yanılgıları ve hatalarına neden olmaktadır (Linchevski, 1995; Van, 2002).

Soru 6) Aşağıdaki ifadelerin sonucunu yazınız.

a) $\frac{5}{0} =$ ………

Doğru Cevap: Tanımsız

Teşhis Testi'nin 6. maddesinin a şıkkı, öğrencilerin sıfırdan farklı bir doğal sayının sıfıra bölümü konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla öğrencilere, bir doğal sayı olan 5'in sıfıra bölümünün sonucu sorulmuştur.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 6. maddesinin a şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

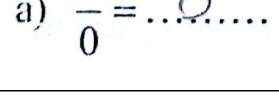
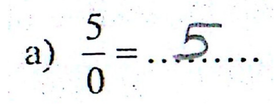
Tablo 4.17: 6. Soru a şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
6.a	**Doğru**	182	56,70
	Yanlış	136	42,37
	Boş	3	0,93
	Eksik	---	---
	Toplam	321	100

Tablo 4.17 incelendiğinde, öğrencilerin % 56,70'i soruya doğru, %42,37'si yanlış yanıt vermiştir. 3 öğrenci (%0,93) ise soruyu yanıtsız bırakmıştır.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.18'de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.18: 6. Soru a şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	**Öğrenci Cevaplarından Örnekler**	**Yanılgı Veya Hata**	**f**	**%**
6.a.1		Sıfırdan farklı bir doğal sayının sıfıra bölümünün sıfıra eşit olduğunu düşünme.	75	23,36
6.a.2		Sıfırdan farklı bir doğal sayının sıfıra bölümünün sayının kendisine eşit olduğunu düşünme.	37	11,53

6.a.3	a) $\frac{5}{0}=$ ...belirsiz (Tanımsız)	Belirsiz ve tanımsız kavramlarının aynı anlamda olduğunu düşünme.	13	4,05
6.a.4	a) $\frac{5}{0}=$ ...1...	Sıfırdan farklı bir doğal sayının sıfıra bölümünün 1'e eşit olduğunu düşünme.	11	3,43

Öğrencilerin %23,36'sının soruyu 0 şeklinde yanıtlaması, bu öğrencilerin "sıfırdan farklı bir doğal sayının sıfıra bölümü sıfıra eşittir" yanılgısında olduklarını düşündürmektedir (Hata 6.a.1). Böyle düşünmelerinin nedeni; öğrencilerin, sıfırın sıfır dışındaki bir sayıya bölümünün sıfır olması bilgisiyle karıştırmaları olabilir.

Öğrencilerin %11,53'ünün 0'a bölümü sorulan 5 sayısını yanıt olarak yazmaları, sıfırdan farklı bir doğal sayının sıfıra bölümünün sayının kendisine eşit olacağı yanılgısında olduklarını göstermektedir (Hata 6.a.2). Literatür incelendiğinde, bazı öğrencilerin 0 sayısının toplama işleminin etkisiz elemanı olması özelliğini yanlış yorumladıkları gösterilmektedir (Cengiz, 2006; Crider, 1998). Ress ve Barr (1984) da öğrencilere yöneltmiş oldukları $9\times0\times8=?$ sorusunun yanıtını %52 oranında öğrenci 72 şeklinde yanıtlamıştır. Hata 6.a.2'yi yapan öğrenciler 0'ı bölme işleminde de etkisiz eleman olarak yorumlamış olabilirler.

Öğrencilerin %4,05'i ise belirsiz ve tanımsız kavramlarını aynı anlamda kullanmıştır (Hata 6.a.3). Hâlbuki Özmantar (2010)'ın da belirttiği gibi tanımsızlık standart tanım kullanıldığında uygun bir sonuç bulunamaması durumunda, belirsizlik ise farklı olası sonuçlardan geçerli olanın bilinmediği durumlarda ya da farklı yaklaşımlarla farklı sonuçlara ulaşıldığı durumlarda kullanılmaktadır. Bu öğrenciler belirsiz ve tanımsız kavramlarının aynı olduğu yanılgısındadırlar.

Öğrencilerin %3,43'ü ise sayının sıfıra bölümünü 1 olarak yanıtlamıştır (Hata 6.a.4). Bu öğrenciler sıfırdan farklı bir doğal sayının sıfıra bölümünün 1'e eşit olacağı yanılgısındadırlar. Kavramsal öğrenme gerçekleşmeden matematiksel kuralları ezberleyen öğrenciler bu kuralları karıştırabilirler. Bu yanılgının nedeni, sıfırdan farklı tüm reel sayıların sıfırıncı kuvvetlerinin 1'e eşit olması (Thomas, Weir, Hass ve Giordano, 2004) bilgisiyle karıştırmaları olabilir.

b) $\frac{0}{5}=$ ………

Doğru Cevap: 0

Teşhis Testi'nin 6. maddesinin b şıkkı, öğrencilerin sıfırın, sıfırdan farklı bir doğal sayıya bölümü konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla sıfırın bir doğal sayı olan 5'e bölümünün sonucu sorulmuştur.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 6. maddesi b şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.19: 6. Soru b şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
6.b	**Doğru**	217	67,60
	Yanlış	102	31,78
	Boş	2	0,62
	Eksik	---	---
	Toplam	321	100

Tablo 4.19 incelendiğinde, öğrencilerin %67,60'ı soruya doğru, %31,78'i yanlış yanıt vermiştir. 2 öğrenci (%0,62) ise soruyu yanıtsız bırakmıştır.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.20'de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.20: 6. Soru b şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	**Öğrenci Cevaplarından Örnekler**	**Yanılgı Veya Hata**	**f**	**%**
6.b.1	b) $\frac{0}{5}=$ .tanımsız	Sıfırın, sıfırdan farklı bir doğal sayıya bölümünün tanımsız olduğunu düşünme.	63	19,63
6.b.2	b) $\frac{0}{5}=$ ..+1....	Sıfırın, sıfırdan farklı bir doğal sayıya bölümünün 1'e eşit olduğunu düşünme.	14	4,36
6.b.3	b) $\frac{0}{5}=$ .belirsizdir	Sıfırın, sıfırdan farklı bir doğal sayıya bölümünün belirsiz olduğunu düşünme.	10	3,12

6.b.4	b) $\frac{0}{5}=..5....$	Sıfırın, sıfırdan farklı bir doğal sayıya bölümünün, bölündüğü sayıya eşit olduğunu düşünme.	10	3,12
6.b.5	b) $\frac{0}{5}=..0,5.$	Yanlış bir şekilde ondalık sayı olarak ifade etme.	5	1,56

Soruyu tanımsız olarak yanıtlayan öğrenciler (%19,63), sıfırın, kendisinden farklı sayılara bölümü sıfıra eşit olduğu (Martin ve Umland, 2008) halde, sıfırın kendisinden farklı bir doğal sayıya bölümünün tanımsız olduğunu belirtmişlerdir (Hata 6.b.1). Bu öğrenciler, sıfırdan farklı bir doğal sayının, sıfıra bölümünün tanımsız olduğu bilgisiyle karıştırmaları nedeniyle bu hatayı yapmış olabilirler.

Öğrencilerin %4,36'sı sıfırın, sıfırdan farklı bir doğal sayıya bölümünün 1'e eşit olacağı yanılgısındadır (Hata 6.b.2). Bu öğrencilerde Hata 6.a.4'deki gibi ezbere öğrendikleri kuralları karıştırmış olabilirler.

Öğrencilerin %3,12'si ise sıfırın, sıfırdan farklı bir doğal sayıya bölümünün belirsiz olduğunu belirtmiştir (Hata 6.b.3). Bu hatanın olası nedeni Hata 6.a.3 deki gibi öğrencilerin tanımsız ve belirsiz kavramlarını ayırt edememeleridir. Hata 6.b.1'deki yanılgıya sahip öğrencilerin bir kısmı tanımsız ifadesi yerine belirsiz ifadesini kullanmış olabilir.

Sıfırın, sıfırdan farklı bir doğal sayıya bölümünün, bölündüğü sayıya eşit olacağı yanılgısına sahip öğrencilerin oranı %3,12'dir (Hata 6.b.4). Bu öğrenciler ise sıfırı yoksaymış olabilirler.

Öğrencilerin %1,56'sı ise ifadeyi yanlış bir şekilde ondalıklı sayı olarak yazmıştır (Hata 6.b.5). Noddings (1990) bir araştırmasında öğrencilerin 3/2 kesrini ondalık sayı olarak yazarken 3+2=5 işlemini yapıp sonrada 5'in önüne virgül (0,5 şeklinde) yazarak ondalıklı sayıya çevirme işlemini yaptıklarından bahsetmektedir (Baki, 2006). Az sayıda öğrencinin (%1,56) yapmış olduğu bu hata, Noddings'in araştırma bulguları ile benzerlik gösterse de öğrenciler dikkatsizlik sonucu da bu hatayı yapmış olabilirler.

Öğrenciler sıfırdan farklı bir doğal sayının sıfıra bölümü ve sıfırın, sıfırdan farklı bir doğal sayıya bölümü konusunda çeşitli zorluklar yaşamaktadırlar.

Soru 7) Her doğal sayı aynı zamanda rasyonel sayı mıdır? Neden böyle düşündüğünüzü açıklayınız.

Doğru Cevap: Doğal sayılar, rasyonel sayılar kümesinin tanımını sağlayacak şekilde ifade edilebilmeleri nedeniyle aynı zamanda rasyonel sayıdır. Doğal sayılar kümesi, rasyonel sayılar kümesinin bir alt kümesidir.

Teşhis Testi'nin 7. maddesi, öğrencilerin doğal sayılar kümesi ile rasyonel sayılar kümesi arasındaki altküme-kapsama ilişkisi ile ilgili hata ve yanılgılarını belirlemek amacıyla sorulmuştur. Bu amaçla öğrencilerin her doğal sayının aynı zamanda bir rasyonel sayı olup olmadığını nedeniyle birlikte açıklamaları istenmiştir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 7. maddesine verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.21: 7. Soru için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		**f**	**%**
7	**Doğru**	205	63,86
	Yanlış	77	23,99
	Boş	20	6,23
	Eksik	19	5,92
	Toplam	321	100

Tablo 4.21 incelendiğinde, öğrencilerin %63,86'sı soruyu doğru, %23,99'u yanlış yanıtlamıştır. Öğrencilerin %6,23'ü soruyu yanıtsız bırakmış ve %5,92'si ise eksik yanıtlar vermiştir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.22'de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.22: 7. Soru için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
7.1	Hayır depildir. Çünkü doğal sayılar paydaları yoktur. ıçıklayınız. Hayır. Çünkü rasyonel sayılar yarım, çeyrek gibi ifadelerken, doğal sayıla tamdır.	Doğal sayıların rasyonel sayı olarak ifade edilemeyeceğini düşünme.	24	7,48
7.2	açıklayınız. Her doğal sayı birer rasyonel sayıdır. Çünkü rasyonel sayının anlamı "gerçek sayılar" dır.	Rasyonel sayılar kümesi ile reel sayılar kümesini karıştırma.	17	5,30
7.3	Evet. Çünkü doğal sayılar, rasyonel sayıları da kapsar. Hayır. Her rasyonel sayı doğal sayıdır. Çünkü rasyonel sayı doğal sayının alt kümesidir.	Doğal sayılar kümesinin rasyonel sayılar kümesini kapsadığını düşünme.	14	4,36
7.4	ıçıklayınız. rasyoneldir. Çünkü rasyonel sayılar kümesi doğal sayılar kümesinden büyüktür.	Rasyonel sayılar kümesinin doğal sayılar kümesinden daha fazla sayıda elemana sahip olduğunu düşünme.	9	2,80
7.5	Hayır değildir. Çünkü rasyonel sayılar doğal sayıları kapsar. 1 hem doğal sayı hem de rasyonel sayıdır. Fakat 1/2 doğal sayı değil rasyonel sayıdır.	Altküme-kapsama ilişkisini yanlış yorumlama.	8	2,49
7.6	Evet Çünkü N∈R	Altküme sembolü yerine eleman sembolünü kullanma.	3	0,93
7.7	Her doğal sayı rasyonel sayıdır, Çünkü Doğal sayılar rasyonel sayıların içindedir layınız. Evet. Çünkü rasyonel sayıların içine sirer.	İfade hatası.	2	0,62

Öğrencilerin %7,48'i doğal sayıların rasyonel sayı olarak ifade edilemeyeceği yanılgısındadır (Hata7.1). Öğrencilerin bu şekilde düşünmelerinin nedeni ise doğal sayıların paydasız olduğunu düşünmeleridir.

Öğrencilerin %5,30'u rasyonel sayılar kümesi ile reel (gerçek) sayılar kümesini karıştırmış (Hata 7.2), %4,36'sı doğal sayılar kümesinin rasyonel sayılar kümesini kapsadığını belirtmiştir (Hata 7.3). Bu öğrenciler sayı kümelerini tam olarak bilmemeleri nedeniyle sayı kümeleri arasındaki altküme-kapsama ilişkilerini kuramayıp hatalı yanıtlar vermektedirler.

Bazı öğrenciler (%2,80) ise kapsama durumu için büyüklük ifadesini kullanmıştır. Kapsayan küme için büyük ifadesi kullanılmamakla birlikte bu öğrenciler büyüklük kelimesiyle rasyonel sayılar kümesinin doğal sayılar kümesinin elemanlarından daha fazla sayıda elemana sahip olduğunu ifade etmeye çalışmışlardır. Hâlbuki rasyonel sayılar kümesi doğal sayılar kümesini kapsamasına rağmen, bu kümelerin elemanları bire-bir eşleşmektedir (Dauben, 1979). Yani bu kümeler sayılabilir sonsuz küme olup (Balcı, 1997) eşgüçlü kümelerdir. Öğrenciler parça-bütün ilişkisinden yola çıkarak, rasyonel sayılar kümesinin doğal sayılar kümesinden daha fazla elemana sahip olduğunu düşünmüşlerdir. Burada asıl sorun sonsuz kümeler söz konusu olduğunda, sonlu kümeler için düşünülen yapıların veya düşünce şekillerinin geçerli olduğunun sanılmasıdır (Clegg, 2003). Öğrencilerin bu düşüncelerine çok da şaşırmamak gerekir, çünkü bu yanılgının epistemolojik kaynaklı bir yanılgı olduğu söylenebilir. Matematik tarihini incelediğimizde sonsuzluk kavramı matematikçiler tarafından yıllarca tartışılmıştır. Fishbein (2001) uzun yıllar sonsuzluk fikrinin çelişkilerle dolu olduğunun düşünüldüğünü ifade eder. Ancak doğal sayılar kümesi ile rasyonel sayılar kümesinin ve tam sayılar kümesinin birebir eşlendiğini (Wrede ve Spiegel, 2002), Cantor ispatlamıştır (Özmantar, 2010).

Öğrencilerin %2,49'u tüm açıklamaları doğru olduğu halde, altküme-kapsama ilişkisini doğru yorumlayamamaları nedeniyle soruyu yanlış yanıtlamışlardır (Hata 7.5). Bu öğrencilerin açıklamaları doğru olduğu halde doğal sayılar kümesinin rasyonel sayılar kümesinin alt kümesi olmadığını ifade etmişlerdir. Öğrenciler altküme ve kapsama kavramlarını karıştırmış ya da bu ilişkiyi kuramıyor olabilirler.

Öğrencilerin %0,93'ü altküme sembolü yerine eleman sembolünü kullanmıştır (Hata 7.6).

Öğrencilerin %0,62'si ise altküme-kapsama ilişkisini doğru kurmuş, ancak altküme kavramı için doğal sayılar kümesinin rasyonel sayılar kümesinin içinde olduğunu belirtmişlerdir. Asıl ifade edilmek istenen doğal sayıların aynı zamanda rasyonel sayı olduğu gerçeği olsa da iki küme arasındaki ilişki altküme kavramı ile ifade edilmemiştir.

Bazı öğrenciler ise soruyu doğru yanıtladıkları halde nedenini açıklayamamış, bir kural olarak bildiklerini ifade etmişlerdir. Bu öğrenciler sayı kümeleri arasındaki altküme-kapsama ilişkisini bir kural gibi ezberlemişlerdir.

Her doğal sayı aynı zamanda Rasyonel sayıdır. Kural böyle

Şekil 4.2: Teşhis Testi 7. maddesine eksik yanıt veren öğrencilerin cevaplarından bir örnek

Öğrencilerin %23,99'u yanlış açıklamalar yaparak doğal sayılar ile rasyonel sayılar arasındaki altküme-kapsama ilişkisini kuramamıştır. Turanlı, Keçeli ve Türker (2007)'in 10. sınıf öğrencileriyle yapmış oldukları araştırmada, araştırmaya katılan öğrencilerin %70'inin sayı kümeleri arasındaki alt küme ve kapsama ilişkileri ile ilgili hatalara sahip olduklarını belirlemişlerdir. Öğrenciler sayı kümeleri arasındaki alt küme-kapsama ilişkilerini kurmakta zorlanmaktadırlar.

Soru 8) Beş basamaklı 25321 doğal sayısında, rakamları aynı olan sayıların basamak değerleri toplamını bulunuz.

Doğru Cevap: 20020

Teşhis Testi'nin 8. maddesi, öğrencilerin bir doğal sayıyı oluşturan rakamların basamak değerini bulma konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla, öğrencilerden iki basamağında aynı rakam bulunan beş basamaklı bir doğal sayının, rakamları aynı olan sayıların basamak değerlerinin toplamını bulmaları istenmiştir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 8. maddesine verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.23: 8. Soru için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
8	**Doğru**	250	77,88
	Yanlış	56	17,45
	Boş	12	3,74
	Eksik	3	0,93
	Toplam	321	100

Tablo 4.23 incelendiğinde öğrencilerin %77,88'i soruyu doğru, %17,45'i yanlış yanıtlamıştır. Öğrencilerin %3,74'ü soruyu yanıtsız bırakmış ve %0,93'ü ise eksik yanıtlar vermiştir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.24'de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.24: 8. Soru için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
8.1	10.000 + 10 = 10.010	Basamak değeri ile basamak kavramlarını karıştırma.	39	12,15
8.2	2.10 + 2.10000 20000+20 = 2020	İşlem hatası.	13	4,05
8.3	2+2=4	Basamak değeri ile sayı değerini karıştırma.	2	0,62
8.4	20.000 + 20 40.200	Toplama hatası.	2	0,62

Yanlış yanıt veren öğrencilerin çoğunluğu basamak isimlerini basamak değeri olarak kabul edip toplamışlardır (Hata 8.1). Bu öğrenciler (%12,15) basamak değeri ile basamak isimlerinin aynı olduğu düşüncesinde olabilirler. Basamak, konumlu bir sayı sisteminde herhangi bir sayıyı oluşturan sembollerin ayrı ayrı ya da bir küme halinde yazıldığı yer, yani konumdur. Basamak değeri ise konumlu bir sayı sisteminde herhangi bir sayıyı oluşturan sembollerin basamaklarına bağlı olarak aldığı değerdir. Kaplan (2008), 6 öğrenci ile yapmış olduğu nitel araştırmasında öğrencilerin basamak ve basamak değeri kavramlarının uygun bir şekilde yapılanmadığını belirlemiştir.

Öğrencilerin %4,05'i dikkatsizlik nedeniyle çeşitli aritmetik işlem hataları yaparak sonucu yanlış bulmuştur (Hata 8.2).

Bazı öğrenciler ise (%0,62) sayı değeri ile basamak değerini karıştırıp, basamaklarda bulunan aynı rakamların sayı değerlerini toplamışlardır (Hata 8.3).

2 öğrenci ise (%0,62) ise toplama işlemi yaparken sayıları soldan hizalamıştır (Hata 8.4).

Öğrenciler, basamak değeri ve basamak kavramlarını ayırt etmede güçlükler yaşamakta ve diğer sorularda olduğu gibi bu soruda da pek çok aritmetik işlem hatası yapmaktadırlar. Öğrencilerin matematikte dört işlem konusunda güçlük yaşamaları, çoğunlukla basamak ve gruplama kavramlarını bilmemeleri veya eksik bilmelerinden kaynaklanmaktadır (Varol ve Kubanç, 2012).

Soru 9) ab ve ba iki basamaklı doğal sayılarının toplamı 165 olduğuna göre, kaç farklı ab sayısı yazılabilir?

Doğru Cevap: 69, 78, 87 ve 96 olmak üzere 4 tane yazılabilir.

Teşhis Testi'nin 9. maddesi, öğrencilerin cebirsel olarak ifade edilen bir doğal sayıyı çözümleme konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 9. maddesine verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.25: 9. Soru için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
9	**Doğru**	170	52,96
	Yanlış	34	10,59
	Boş	41	12,77
	Eksik	76	23,68
	Toplam	321	100

Tablo 4.25 incelendiğinde, öğrencilerin %52,96'sı soruyu doğru, %10,59'u yanlış yanıtlamıştır. Öğrencilerin %12,77'si soruyu yanıtsız bırakmış ve %23,68'i ise eksik yanıtlar vermiştir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.26'da belirtildiği gibidir.

Tablo 4.26: 9. Soru için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
9.1	a+b=15 1 14 14 1 2 13 15 0 9) 3 12 0 15 say 4 11 5 10 6 9 7 8 8 7 9 6 10 5 11 4 12 3 13 2 15 tane	Basamakları oluşturan rakamlara 9'dan büyük değer verilebileceğini düşünme.	22	6,85
9.2	ab + ba = 165 10b + 100a + 10a + 100b = 165	Çözümleme hatası.	6	1,87
9.3	ab+ba=165 2.ab=165	ab iki basamaklı doğal sayısını a.b olarak algılama.	4	1,25
9.4	10a+10b+a+b=165 a+b(10+10+1+1)=165	$A.x+B.y+C.x+D.y=x+y.(A+B+C+D)$	2	0,62

Öğrencilerin %6,85'i sözel problemi cebirsel olarak doğru ifade etmelerine ve çözümlemeyi doğru yapmalarına karşın, rakamlardan oluşması gereken basamakları 9'dan büyük olabileceğini düşünmüşler ve 0 sayısını değer olarak vermişlerdir (Hata 9.1). Bu hatanın nedeni, öğrencilerin ab ve ba sayılarının iki basamaklı doğal sayılar olmalarına dikkat etmemeleri olabilir. Muhtemelen bu hatayı yapan öğrenciler iki basamaklı sayıyı oluşturan rakamların 9'dan büyük olamayacağını bilmektedirler. Ancak problemi cebirsel olarak doğru bir şekilde ifade ettikten sonra 9'dan büyük değerler vermişlerdir. Bu öğrencilerin cebirsel ifadelerde zorluk yaşadıkları görülmektedir. Kuchemann (1981) öğrencilerin harflere istedikleri değerleri verdiklerini, cebirsel ifadelerde harfleri genelleştirilmiş sayılar gibi kullanabildiklerini belirtmektedir.

Öğrencilerin %1,87'si çeşitli çözümleme hataları yapmıştır (Hata 9.2).

Öğrencilerin %0,62'si ise ab ve ba iki basamaklı doğal sayılarını a.b şeklinde çarpım durumundaki sayılar olarak ele almıştır (Hata 9.3). Bu öğrencilerde ab ve ba sayılarının iki basamaklı doğal sayılar olduklarına dikkat etmemişlerdir.

Öğrencilerin %0,62’si sayıları doğru çözümledikleri halde yanlış cebirsel kurallama hatası yapmıştır (Hata 9.4). Bu öğrenciler $A.x + B.y + C.x + D.y = x + y.(A + B + C + D)$ ifadesinin her zaman doğru olduğu yanılgısında olabilirler.

4.2. İKİNCİ ALT PROBLEME İLİŞKİN BULGULAR VE YORUM

İkinci alt problemde “9. sınıf öğrencilerinin doğal sayıların, pozitif doğal sayı kuvvetleri ve üslü ifadelerine ait özellikleri konularındaki kavram yanılgıları ve hataları nelerdir?” sorusuna yanıt aranmıştır.

Soru 10) Aşağıdaki ifadelerin sonuçlarını boşluklara yazınız.

a) $5^0 = ...$

Doğru Cevap: 1

Teşhis Testi’nin 10. maddesinin a şıkkı öğrencilerin sıfırdan farklı bir doğal sayının sıfırıncı kuvvetini bulma konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla öğrencilerden, 5 doğal sayısının sıfırıncı kuvvetini yazmaları istenmiştir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi’nin 10. maddesinin a şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.27: 10. Soru a şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
10.a	**Doğru**	307	95,64
	Yanlış	14	4,36
	Boş	---	---
	Eksik	---	---
	Toplam	321	100

Tablo 4.27 incelendiğinde, öğrencilerin büyük bir çoğunluğu (%95,64) soruyu doğru olarak yanıtlamış, %4,36’sı ise hatalı yanıtlar vermiştir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.28’de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.28: 10. Soru a şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
10.a.1	a) $5^0 = .0.$	Sıfırdan farklı bir doğal sayının, sıfırıncı kuvvetinin 0'a eşit olduğunu düşünme.	6	1,87
10.a.2	a) $5^0 = ..5..$	Sıfırdan farklı bir doğal sayının, sıfırıncı kuvvetinin sayının kendisine eşit olduğunu düşünme.	5	1,56
10.a.3	a) $5^0 =$ .belirsiz	Sıfırdan farklı bir doğal sayının, sıfırıncı kuvvetinin belirsiz olduğunu düşünme.	3	0,93

Az sayıda öğrencinin yanlış yanıtladığı bu soruda, öğrencilerin %,1,87'si sonucun 0 olduğunu belirtmiştir. Hâlbuki sıfırdan farklı tüm reel sayıların sıfırıncı kuvveti 1'e eşittir (Thomas vd., 2004). Bu durum öğrencilerin sıfırdan farklı bir doğal sayının sıfırıncı kuvvetinin sıfıra eşit olduğu şeklinde bir yanılgıları olduğunu göstermektedir (Hata 10.a.1). Bu hatanın nedeni; öğrencilerin sıfırın, pozitif kuvvetlerinin sıfıra eşit olması bilgisiyle karıştırmaları olabilir.

Öğrencilerin %1,56'sı ise cevabı sayının kendisi olduğunu belirtmiştir (Hata 10.a.2). Bu öğrenciler sıfırdan farklı bir doğal sayının, sıfırıncı kuvvetinin sayının kendisine eşit olduğu düşüncesindedirler. Hata 6.a.2'dekine benzer şekilde öğrenciler 0 sayısının toplama işleminin etkisiz eleman olması özelliğini yanlış yorumlayarak bu yanılgıya düşmüş olabilirler. Bu sonuç Cengiz (2006) ve Crider (1998)'in yapmış oldukları araştırma sonuçlarıyla örtüşmektedir.

Bazı öğrenciler (%0,93) ise sayının sıfırıncı kuvvetinin belirsiz olduğunu ifade etmişlerdir.

b) $0^0 = ...$

Doğru Cevap: Tanımsız veya belirsiz

Teşhis Testi'nin 10. maddesinin b şıkkı öğrencilerin 0'ın sıfırıncı kuvveti bilgilerini ölçmeye yöneliktir. Bu amaçla, öğrencilerden 0'ın sıfırıncı kuvvetini yazmaları istenmiştir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 10. maddesi b şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.29: 10. Soru b şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
10.b	**Doğru**	123	38,32
	Yanlış	195	60,75
	Boş	3	0,93
	Eksik	---	---
	Toplam	321	100

Tablo 4.29 incelendiğinde, öğrencilerin %38,32'si soruyu doğru, %60,75'i yanlış yanıtlamış ve %0,93'ü ise soruyu yanıtsız bırakmıştır. Sorunun doğru cevaplanma yüzdesinin oldukça düşük olduğu görülmektedir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.30'da belirtildiği gibidir.

Tablo 4.30: 10. Soru b şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
10.b.1	b) $0^0 = \ldots 0$	0'ın sıfırıncı kuvvetinin sıfıra eşit olduğunu düşünme.	100	31,15
10.b.2	b) $0^0 = .1\ldots$	0'ın sıfırıncı kuvvetinin 1'e eşit olduğunu düşünme.	91	28,35
10.b.3	b) 0^0 = ..Sonsuz	0'ın sıfırıncı kuvvetinin sonsuz olduğunu düşünme.	4	1,25

Hata yapan öğrencilerin çoğunluğu, 0'ın sıfırıncı kuvvetinin sıfır olduğunu belirtmişlerdir (Hata 10.b.1). Hâlbuki sıfırın pozitif kuvvetleri sıfıra eşittir (Er vd., 2011). Bu öğrenciler (%31,15) sıfırıncı kuvvet için geçerli olmayan bu durumu yanlış bir şekilde genelleştirip sıfırıncı kuvvet içinde geçerli olduğunu düşünmektedirler.

Çok sayıda öğrenci (%28,35) 0'ın sıfırıncı kuvvetinin 1 olduğu yanılgısındadır (Hata 10.b.2). Bu öğrencilerde sıfır için geçerli olmayan doğal sayıların sıfırıncı kuvvetinin 1'e eşit olmasını sıfırı da dâhil ederek genelleştirmişlerdir.

4 öğrenci (%1,25) ise 0'ın sıfırıncı kuvvetinin sonsuz olduğunu belirtmiştir (Hata 10.b.3). Üslü ifade tanımına uymayan 0^0 tanımsız olarak nitelendirilmekle birlikte belirsizlik durumu olarakta karşımıza çıkmaktadır (Aşık, 2010).

Tanımsız ve belirsizlikle ilgili kavramlar matematik tarihinde sürekli tartışılmış kavramlar olmaları nedeniyle, tanımsız ve belirsiz olarak kabul edilebilen 0^0 sayısında öğrencilerin yanılgıya düşmeleri epistemolojik engel olarak değerlendirilebilir. Epistemolojik engeller öğrenilecek kavramın doğasında vardır (Bingölbali vd., 2012).

Soru 11) Aşağıdaki ifadenin eşitini karşısındaki boşluğa yazınız.

$$\underbrace{7+7+7+............+7}_{25\text{ tane}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Doğru Cevap: 7.25

Teşhis Testi'nin 11. maddesi öğrencilerin bir doğal sayının kendisiyle birden fazla kez toplamını üslü sayı biçiminde ifade etme konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla, öğrencilerden yirmibeş tane 7'nin toplamını ifade etmeleri istenmiştir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 11. maddesine verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.31: 11. Soru için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
11	**Doğru**	273	85,05
	Yanlış	46	14,33
	Boş	2	0,62
	Eksik	---	---
	Toplam	321	100

Tablo 4.31 incelendiğinde, öğrencilerin %85,05'i soruya doğru, %14,33'ü yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin %0,62'si ise soruyu yanıtsız bırakmıştır.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.32'de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.32: 11. Soru için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
11.1	$\underbrace{7+7+7+\ldots\ldots\ldots+7}_{25\text{ tane}} = \ldots 7^{25} \ldots$	$\underbrace{x+x+x+\ldots+x}_{n\text{ tane}} = x^n$ şeklinde yanlış kurallama.	36	11,21
11.2	$\underbrace{7+7+7+\ldots\ldots\ldots+7}_{25\text{ tane}} = \ldots 145 \ldots$	İşlem hatası.	8	2,49
11.3	$25^7 = 5^{14}$	$\underbrace{x+x+x+\ldots+x}_{n\text{ tane}} = n^x$ şeklinde yanlış kurallama.	2	0,62

Öğrencilerin %11,21'i bir x doğal sayısının kendisiyle n kez $(n \in \mathbb{N}^+)$ toplamının x^n'e eşit olduğu yanılgısındadır (Hata 11.1). Bu yanılgının nedeni $\underbrace{x.x.x...x}_{n\text{ tane}} = x^n$, $(x, n \in \mathbb{N}^+)$ şeklinde bir doğal sayının kendisiyle n kez çarpımı için geçerli olan kuralı, n kez toplama işlemine yanlış bir şekilde genelleştirmeleridir. İşlemler, kurallar ve formüllerin arkasında var olan matematiksel düşünceler öğrenciler tarafından anlaşılmadığından kurallar ezberlenmekte ve ezberlenen bu bilgiler ise kavramsal öğrenme gerçekleşmediğinden karıştırılmaktadır.

Öğrencilerin %2,49'u çeşitli aritmetik işlem hataları yapmıştır (Hata 11.2).

2 öğrenci (%0,62) ise Hata 11.1'dekine benzer şekilde $\underbrace{x.x.x...x}_{n\text{ tane}} = x^n$, $(x, n \in \mathbb{N}^+)$ şeklindeki kuralı $\underbrace{x+x+x+\ldots+x}_{n\text{ tane}} = n^x$ şeklinde kullanmıştır (Hata 11.3). Bu öğrenciler ezberledikleri kuralı yanlış bir şekilde kullanmaktadırlar. Matematiksel bilgileri yüzeysel ya da ezberleyerek öğrenen öğrencilerin bu bilgileri hatırlayamadıkları, bağıntıları ve özellikleri yanlış kullanarak matematiksel geçerliği olmayan işlemler yaptıkları gözlenmiştir (Baki, 2006).

Soru 12) Aşağıdaki ifadeleri, karşılarındaki boşluklara üslü biçimde yazınız.

a) $\underbrace{5.5.5.5\ldots\ldots\ldots\ldots5}_{10\text{ tane}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Doğru Cevap: 5^{10}

Teşhis Testi'nin 12. maddesinin a şıkkı, öğrencilerin bir doğal sayının kendisiyle birden fazla kez çarpımını üslü sayı biçiminde ifade etme konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 12. maddesinin a şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.33: 12. Soru a şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		**F**	**%**
12.a	**Doğru**	297	92,52
	Yanlış	21	6,54
	Boş	3	0,93
	Eksik	---	---
	Toplam	321	100

Tablo 4.33 incelendiğinde, öğrencilerin %92,52'si soruyu doğru, %6,54'ü yanlış yanıtlamış, %0,93'ü ise soruyu yanıtsız bırakmıştır. Öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun soruyu doğru yanıtladığı görülmektedir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.34'de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.34: 12. Soru a şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	**Öğrenci Cevaplarından Örnekler**	**Yanılgı Veya Hata**	**f**	**%**
12.a.1	$\underbrace{5.5.5.5..............5}_{10\text{ tane}} = ...10.5^1...$	$\underbrace{x.x.x...x}_{n\text{ tane}} = n.x$	16	4,98
12.a.2	$\underbrace{5.5.5.5..............5}_{10\text{ tane}} = ..10^5.....$	$\underbrace{x.x.x...x}_{n\text{ tane}} = n^x$	5	1,56

Öğrencilerin %4,98'i bir x doğal sayısının kendisiyle n kez $(n \in \mathbb{N}^+)$ çarpımının $n.x$'e eşit olduğunu ifade etmiştir (Hata 12.a.1). Bu öğrencilerde $\underbrace{x.x.x...x}_{n\text{ tane}} = x^n$, $(x, n \in \mathbb{N}^+)$ kuralını $\underbrace{x.x.x...x}_{n\text{ tane}} = n.x$ şekilde yanlış bir şekilde kullanmışlardır.

Öğrencilerin %1,56'sı ise aynı kuralı $\underbrace{x.x.x...x}_{n\text{ tane}} = n^x$ şeklinde yanlış kullanmışlardır (Hata 12.a.2). Crider (1998) de araştırmasında öğrencilerin x^n ve n^x

ifadelerini ayıramadıklarını belirlemiştir.

Öğrencilerin bu hataları yapmalarının nedeni, matematiksel kuralları anlamlandırmadan ezbere bir şekilde öğrenmeleri sonucunda yanlış uygulamalarıdır.

b) $3^4.3^5.3^2$ = …………………………..........

Doğru Cevap: 3^{11}

Teşhis Testi'nin 12. maddesinin b şıkkı, öğrencilerin tabanları aynı olan üslü ifadelerin çarpımını, üslü sayı biçiminde ifade etme konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 12. maddesinin b şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.35: 12. Soru b şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
12.b	**Doğru**	295	91,90
	Yanlış	26	8,10
	Boş	---	---
	Eksik	---	---
	Toplam	321	100

Tablo 4.35 incelendiğinde, öğrencilerin %91,90'ı soruyu doğru, %8,10'u ise yanlış yanıtlamıştır.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.36'da belirtildiği gibidir.

Tablo 4.36 : 12. Soru b şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
12.b.1	b) $3^4.3^5.3^2 = 3^{40}$	Tabanları aynı olan üslü sayıları çarparken, üslerin çarpılarak ortak tabanın kuvveti şeklinde yazılacağını düşünme.	24	7,48
12.b.2	b) $3^4.3^5.3^2 = 3^2(3^2.3^3.1)$	Yanlış ortak çarpan parantezine alma.	2	0,62

Öğrencilerin %7,48’i tabanları aynı olan üslü sayıların üslerini toplamaları gerekirken (Bloch, 2008) çarpma işlemi yaparak, tabanları aynı olan üslü sayıları çarparken üsleri çarpma yanılgısına düşmüşlerdir (Hata 12.b.1).

Öğrencilerin %0,62’si ise çarpım durumunda bulunan üslü sayıları, toplama durumunda geçerli olacak şekilde ortak çarpan parantezine almıştır.

c) $2^8.5^8 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Doğru Cevap: 10^8

Teşhis Testi’nin 12. maddesinin c şıkkı, öğrencilerin üsleri aynı olan doğal sayıların çarpımını, üslü sayı biçiminde ifade etme konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi’nin 12. maddesinin c şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.37: 12. Soru c şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
12.c	**Doğru**	288	89,72
	Yanlış	26	8,10
	Boş	7	2,18
	Eksik	---	---
	Toplam	321	100

Tablo 4.37 incelendiğinde, öğrencilerin %89,72’si soruyu doğru, %8,10’u yanlış yanıtlamış ve %2,18’i ise cevabı boş bırakmıştır.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.38’de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.38: 12. Soru c şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	**Öğrenci Cevaplarından Örnekler**	**Yanılgı Veya Hata**	**f**	**%**
12.c.1	c) $2^8.5^8 = \ldots\ldots 7^8 \ldots\ldots$	Üsleri aynı olan üslü sayıları çarparken, tabandaki sayıların toplanacağını düşünme.	14	4,36

12.c.2	c) $2^8.5^8 = ...10^{16}........$	Üsleri aynı olan üslü sayıları çarparken, tabandaki sayıların çarpılıp üslerin toplanacağını düşünme.	8	2,49
12.c.3	c) $2^8.5^8 = ...10^{64}....$	Üsleri aynı olan üslü sayıları çarparken, hem tabandaki sayıların hem de üslerin çarpılacağını düşünme.	4	1,25

Öğrencilerin %4,36’sı tabanları çarpmak yerine toplamıştır (Hata 12.c.1). Öğrenciler “tabanları aynı olan üslü sayılar çarpılırken üsler toplanır” kuralını, “tabanları farklı üsleri aynı olan doğal sayılar çarpılırken taban sayıları toplanır” şeklinde yanlış bir genelleme yapmışlardır.

Öğrencilerin %2,49’u tabanları çarpmış, ancak üsleri de toplamıştır (Hata 12.c.2). Bu öğrenciler tabanları aynı olan üslü sayıların çarpımında üslerin toplanması kuralını yanlış bir şekilde tabanları farklı üsleri aynı olan üslü sayıların çarpma işlemine genellemişlerdir. Benzer bulgu Şenay (2002)’ın çalışmasında da elde edilmiştir.

Öğrencilerin %1,25’i ise hem tabanları hem de üsleri çarpmıştır (Hata 12.c.3). Bu öğrenciler tabanları farklı üsleri aynı olan doğal sayıların çarpımında, taban sayılarının çarpılmasını yanlış bir şekilde genelleştirip üslere de uygulamışlardır.

d) $2^{\left(5^2\right)} = ...$

Doğru Cevap: 2^{25}

Teşhis Testi’nin 12. maddesinin d şıkkı, öğrencilerin bir doğal sayının parantez kuvvetini üslü sayı biçiminde ifade etme konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi’nin 12. maddesinin d şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.39: 12. Soru d şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
12.d	**Doğru**	242	75,39
	Yanlış	62	19,31
	Boş	17	5,30
	Eksik	---	---
	Toplam	321	100

Tablo 4.39 incelendiğinde, öğrencilerin %75,39'u soruyu doğru, %19,31'i yanlış yanıtlamış, %5,30'u ise soruyu yanıtsız bırakmıştır.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.40'da belirtildiği gibidir.

Tablo 4.40: 12. Soru d şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	**Öğrenci Cevaplarından Örnekler**	**Yanılgı Veya Hata**	**f**	**%**
12.d.1	d) $2^{(5^2)} = 2^{10}$...	$x^{(a^b)} = x^{a.b}$	54	16,82
12.d.2	d) $2^{(5^2)} =$ ....32^2....	$x^{(a^b)} = (x^a)^b$	4	1,25
12.d.3	d) $2^{(5^2)} =$ ....10^2....	$x^{(a^b)} = (x.a)^b$	4	1,25

Öğrencilerin %16,82'si paranteze dikkat etmeyerek bir doğal sayının üssünün üssü hesaplanırken üslerin çarpılması kuralını yanlış uygulamışlardır (Hata 12.d.1). Bu öğrenciler $x^{(a^b)} = x^{a.b}$ eşitliğinin her zaman doğru olduğu yanılgısındadırlar.

Öğrencilerin %1,25'i $x^{(a^b)} = (x^a)^b$ (Hata 12.d.2) ve yine öğrencilerin %1,25'i $x^{(a^b)} = (x.a)^b$ (Hata 12.d.3) eşitliklerinin her zaman doğru olduğu yanılgısındadırlar.

e) $(2^5)^2$ = …………………………...

Doğru Cevap: 2^{10}

Teşhis Testi'nin 12. maddesinin e şıkkı, öğrencilerin bir doğal sayının üssünün üssünü, üslü sayı biçiminde ifade etme konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 12. maddesinin e şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.41: 12. Soru e şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
12.e	**Doğru**	306	95,33
	Yanlış	11	3,43
	Boş	4	1,25
	Eksik	---	---
	Toplam	321	100

Tablo 4.41 incelendiğinde, öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun (%95,33) soruyu doğru yanıtladığı görülmektedir. Öğrencilerin %3,43'ü soruyu yanlış yanıtlamış ve %1,25'i ise yanıtı boş bırakmıştır.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.42'de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.42: 12. Soru e şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
12.e.1	$(2^5)^2 = \ldots 2^7 \ldots$	$(x^a)^b = x^{a+b}$	11	3,43

Öğrencilerin %3,43'ü üs durumundaki sayıları çarpmaları gerekirken toplamıştır (Hata 12.e.1). Crider (1998) de araştırmasında aynı sonucu bulmuştur. Bu hatanın sebebi öğrencilerin tabanları aynı olan üslü sayılarda çarpma işlemi yaparken üslerin toplanması kuralını, üslü sayının üssünü bulma işlemine yanlış bir şekilde genellemeleridir (Duatepe, 2010: 15).

f) $2^{10} + 2^{11} =$ ………………...…………..

Doğru Cevap: 3.2^{10}

Teşhis Testi'nin 12. maddesinin f şıkkı, öğrencilerin tabanları aynı üsleri farklı doğal sayıların toplamını, üslü sayı biçiminde ifade etme konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 12. maddesi f şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.43: 12. Soru f şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
12.f	**Doğru**	139	43,30
	Yanlış	122	38,01
	Boş	51	15,89
	Eksik	9	2,80
	Toplam	321	100

Tablo 4.43 incelendiğinde, öğrencilerin %43,30'u soruyu doğru, %38,01'i yanlış yanıtlamıştır. Öğrencilerin %15,89'u soruyu yanıtsız bırakmış ve %2,80'i ise eksik yanıtlar vermiştir. Bu soruda başarı oranının düşük olduğu görülmektedir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.44'de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.44: 12. Soru f şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
12.f.1	f) $2^{10}+2^{11}=2^{21}$	Tabanları aynı olan üslü sayılar toplanırken, üslerin toplanarak aynı tabanda yazılacağını düşünme.	68	21,18
12.f.2	f) $2^{10}+2^{11}=2^{10}+2^{10}\cdot 2^{1}$ $2^{1}\cdot 2^{10}\cdot 2^{1}=2^{12}$	Matematiksel işlemlerin soldan sağa doğru yapılacağını düşünme.	17	5,30
12.f.3	f) $2^{10}+2^{11}=4^{10+11}=4^{21}=(2^{2})^{21}=2^{42}$	Tabanları aynı olan üslü sayılar toplanırken, tabanların ve üslerin aralarında toplanacağını düşünme.	15	4,67
12.f.4	f) $2^{10}+2^{11}=2^{10}+2^{10}+2$	$x^{a+b}=x^{a}+x^{b}$	6	1,87
12.f.2 ve 12.f.3	f) $2^{10}+2^{11}=2^{10}+2^{10}\cdot 2^{1}=4^{20}\cdot 2^{1}$	Matematiksel işlemlerin soldan sağa doğru yapılacağını ve tabanları aynı olan üslü sayılar toplanırken, tabanların ve üslerin aralarında toplanacağını düşünme.	5	1,56
12.f.5	f) $2^{10}+2^{11}=2^{110}$	Tabanları aynı olan üslü sayılar toplanırken, üslerin çarpılacağını düşünme.	5	1,56

12.f.1 ve 12.f.2	f) $2^{10}+2^{11} = 2^{10}+2.2^{10}$ 2.2^{20}	Tabanları aynı olan üslü sayılar toplanırken, üslerin toplanarak aynı tabanda yazılacağını ve matematiksel işlemlerin soldan sağa doğru yapılacağını düşünme.	4	1,25
12.f.6	f) $2^{10}+2^{11} = 2^{10}+2^{10}.2^{1} = 4^{10}.2 = 8^{10}$	Matematiksel işlemlerin soldan sağa doğru yapılacağını, tabanları aynı olan üslü sayıları toplarken tabanların toplanacağını (veya çarpılacağını) ve üslü sayılar çarpılırken hem tabanların hem de üslerin çarpılacağını düşünme.	2	0,62

Öğrencilerin %21,18’i üsleri toplayıp aynı tabanda yazmıştır (Hata 12.f.1). Bu hatanın sebebi Hata 12.e.1’dekine benzer şekilde öğrencilerin tabanları aynı olan üslü sayılarda çarpma işlemi yaparken üslerin toplanması kuralını, tabanları aynı olan üslü sayıların toplanması işlemine yanlış bir şekilde genellemeleridir.

Öğrencilerin %5,30’u Hata 3.2’deki gibi “matematiksel işlemler her zaman soldan sağa doğru yapılır” yanılgısıyla işlem yaparak yanlış sonuç bulmuştur (Hata 12.f.2).

Öğrencilerin %4,67’si hem tabanları hem de üsleri toplamıştır (Hata 12.f.3). Bu öğrenciler tabanları aynı olan üslü sayıların çarpma işleminde geçerli olan üslerin toplanması kuralını yanlış bir şekilde genelleyerek toplama işlemine uyarlamış, hem taban hem de üs deki sayıları toplamışlardır.

Öğrencilerin %1,87’si bir üslü ifadeyi tabanları aynı olmak üzere çarpım şeklinde yazmaları gereken durumda toplam şeklinde yazmışlardır (Hata 12.f.4). Bu öğrenciler $x^{a+b} = x^a + x^b$ cebirsel ifadesinin her zaman doğru olduğu düşüncesinde olabilirler.

Öğrencilerin %1,56’sı Hata 12.f.2 ve Hata 12.f.3’ü aynı anda yapmışlardır.

Öğrencilerin %1,56’sı üsleri çarpmıştır (Hata 12.f.5). Bu öğrenciler “tabanları aynı olan üslü sayılar toplanırken üsler çarpılır” yanılgısındadırlar. Bu hatanın sebebi ise öğrencilerin üsleri aynı olan üslü sayılarda çarpma işlemi yaparken tabanların çarpılması kuralını, tabanları aynı olan üslü sayıların toplanması işlemine yanlış bir şekilde genellemeleridir.

Öğrencilerin %1,25’i Hata 12.f.1 ve Hata 12.f.2’yi yapmıştır. Bu öğrenciler aritmetik işlemleri soldan sağa doğru düşünmüşler ve tabanları aynı olan üslü sayıları toplarken üsleri toplayıp aynı tabanda yazmışlardır.

Öğrencilerin %0.62’si ise işlem önceliğine dikkat etmeyerek işlemleri soldan sağa doğru yapmış, tabanları aynı olan üslü sayıları toplarken tabanları toplamış (veya çarpmış) ve üslü sayıları da çarparken Hata 12.c.3’deki gibi hem tabanları hem de üsleri çarpmıştır (Hata 12.f.6).

g) $3.5^9 + 4.5^9 + 5^9 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Doğru Cevap: 8.5^9

Teşhis Testi’nin 12. maddesinin g şıkkı, öğrencilerin benzer üslü ifadelerin toplamını üslü sayı biçiminde ifade etme konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi’nin 12. maddesi g şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.45: 12. soru g şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
12. g	Doğru	176	54,83
	Yanlış	102	31,78
	Boş	43	13,40
	Eksik	---	---
	Toplam	321	100

Tablo 4.45 incelendiğinde, öğrencilerin %54,83’ü soruya doğru, %31,78’i yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin %13,40’ı ise soruyu yanıtsız bırakmıştır. Sorunun doğru yanıtlanma oranı düşüktür. Öğrencilerin Teşhis Testi’nin 12. maddesinin f ve g şıklarında başarılarının düşük oldukları görülmektedir. Üslü sayılarda toplama işlemine yönelik bu sorulardaki başarı oranlarının düşük olması, öğrencilerin bu konuda zorlandıklarını göstermektedir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.46’da belirtildiği gibidir.

Tablo 4.46: 12. Soru g şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
12.g.1	g) $3.5^9 + 4.5^9 + 5^9 = \ldots 40^9 \ldots$ $15^9 + 20^9 + 5^9$	Üslü sayının tabanının katsayı ile çarpılacağını ve tabanların toplanıp tek kuvvette yazılacağını düşünme.	29	9,03
12.g.2	g) $3.5^9 + 4.5^9 + 5^9 = \ldots 5^9.(3+4)\ldots$	$a.x + b.x + x = (a+b).x$ şeklinde yanlış paranteze alma.	25	7,79
12.g.3	g) $3.5^9 + 4.5^9 + 5^9 = \ldots$ $15^9 + 20^9 + 5^9$	Üslü sayının tabanının katsayı ile çarpılacağını düşünme.	20	6,23
12.g.4	g) $3.5^9 + 4.5^9 + 5^9 = 5^9.(3.4.1)$ 12.5^9	$a.x + b.x + c.x = (a.b.c).x$ şeklinde yanlış paranteze alma.	12	3,74
12.g.5	g) $3.5^9 + 4.5^9 + 5^9 = \ldots 8^9 \ldots$	Katsayıların toplanıp aynı kuvvette yazılacağını düşünme.	8	2,49
12.g.6	g) $3.5^9 + 4.5^9 + 5^9 = 5^9.(3+4+5)$	Yanlış paranteze alma.	4	1,25
12.g.7	g) $3.5^9 + 4.5^9 + 5^9 = \ldots 12.5^{27} \ldots$	Katsayıların çarpılıp, üslerin toplanacağını düşünme.	4	1,25

Öğrencilerin %9,03'ü üslü sayının tabanını katsayı ile çarpmış ve elde ettikleri üslü sayıların tabanlarını toplayıp aynı kuvvette yazmıştır (Hata 12.g.1).

Öğrencilerin %7,79'u ifadeyi ortak çarpan parantezinde yazmaya çalışırken katsayısı 1 olan sayıyı parantez içinde ifade etmeyerek $a.x + b.x + x = (a+b).x$ şeklinde tüm durumlarda doğru olamayacak bir eşitlik elde etmişlerdir (Hata 12.g.2). Bu öğrenciler ifadeyi ortak çarpan parantezine alırken katsayısı 1'den farklı olanların katsayılarını parantez içerisinde ifade etmiş olmalarına rağmen, katsayısı 1 olan son terimin katsayısını yazmamışlardır. Bu durum dikkatsizlik sonucu olabileceği gibi, 1 sayısının çarpma işleminin etkisiz elemanı olması nedeniyle katsayı olarak yazılmamış olması, öğrencilerin katsayının olmadığı şeklinde yanlış anlamalarına yol açması nedeniyle de olabilir.

Öğrencilerin %6,23'ü Hata 12.g.1'dekine benzer şekilde üslü sayının tabanını katsayı ile çarpmıştır (Hata 12.g.3).

Öğrencilerin %3,74'ü ifadeyi ortak çarpan parantezinde yazmaya çalışırken, parantez içerisine yazdığı katsayıları toplam yerine çarpım durumunda yazmışlardır (Hata 12.g.4). Öğrenciler $a.x+b.x+c.x=(a.b.c).x$ şeklinde yanlış bir şekilde ortak çarpan parantezine almaktadırlar.

Öğrencilerin %2,49'u ifadeyi katsayıların toplamını taban olarak yazıp ortak kuvvette yazmışlardır (Hata 12.g.5).

Öğrencilerin %1,25'i ifadeyi ortak çarpan parantezinde yazarken katsayısı 1 olan terimi yanlış yazmışlardır (Hata 12.g.6). 1 sayısı çarpma işleminin etkisiz elemanı olduğundan katsayı olarak yazılmaması nedeniyle Hata 12.g.2'dekine benzer bir şekilde son terimin katsayısını fark edemeyen öğrenciler, son terimin tabanını katsayı olarak yazmışlardır. Hata 12.g.2 ve Hata 12.g.6 öğrencilerin bir ifadeyi ortak çarpan parantezinde yazarken, katsayısı 1 olan terimi yazmakta zorlandıklarını göstermektedir. Hata 12.g.2, Hata 12.g.4 ve Hata 12.g.6 öğrencilerin bir ifadeyi ortak çarpan parantezinde yazma konusunda zorluklar yaşadıklarını göstermektedir.

Öğrencilerin %1,25'i ise katsayıları çarpmış, üsleri ise toplamıştır (Hata 12.g.7).

Teşhis Testi'nin 12. maddesine öğrencilerin vermiş oldukları yanıtlar incelendiğinde, hata yapan öğrenciler genel olarak üslü ifadelere ait özellikleri bir kural gibi ezberlemeleri nedeniyle, öğrenmiş oldukları kuralları karıştırdıkları görülmektedir. Matematiksel bilgileri yüzeysel ya da ezberleyerek öğrenen öğrenciler, bu bilgileri hatırlayamamakta, bağıntıları ve özellikleri yanlış kullanarak matematiksel geçerliliği olmayan işlemler yapmaktadırlar (Baki, 2006).

4.3. ÜÇÜNCÜ ALT PROBLEME İLİŞKİN BULGULAR VE YORUM

Üçüncü alt problemde "9. sınıf öğrencilerinin taban aritmetiği konusundaki kavram yanılgıları ve hataları nelerdir?" sorusuna yanıt aranmıştır.

Soru 13) Aşağıdaki boşlukları doldurunuz.

a) 5 sayı tabanındaki üç basamaklı en büyük doğal sayı ………..

Doğru Cevap: $(444)_5$

Teşhis Testi'nin 13. maddesinin a şıkkı, öğrencilerin bir sayı tabanını oluşturan doğal sayılar konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla öğrencilere bir sayı tabanını oluşturan rakamların sayı tabanından küçük olması gerektiği bilgisini kullanmalarını gerektiren bir soru sorulmuştur.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 13. maddesi a şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.47: 13. Soru a şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
13.a	**Doğru**	193	60,12
	Yanlış	80	24,92
	Boş	48	14,95
	Eksik	---	---
	Toplam	321	100

Tablo 4.47 incelendiğinde, öğrencilerin %60,12'si soruyu doğru, %24,92'si yanlış yanıtlamış ve %14,95'i ise cevabı boş bırakmıştır.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.48'de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.48: 13. Soru a şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
13.a.1	999........	On tabanında gibi düşünme.	46	14,33
13.a.2	...432...	Basamaklardaki rakamları birbirinden farklı olarak düşünme.	22	6,85
13.a.3	...555...	Bir sayı tabanında kullanılan rakamların, taban sayısına eşit olabileceğini düşünme.	12	3,74

Öğrencilerin %14,33'ü soruyu on tabanında doğru olacak şekilde cevaplamıştır (Hata 13.a.1). Hâlbuki bir sayı tabanında kullanılan rakamlar taban sayısından küçük olmak zorundadır (Er vd., 2011). Öğrenciler soru beş tabanında sorulduğu halde on tabanındaki gibi cevaplamışlardır. Hatayı yapan öğrenci sayısının çokluğu bunun bir sürçme olamayacağını düşündürmektedir. Bu öğrenciler bir sayı tabanında kullanılan rakamların, taban sayısından küçük olmak zorunda olduğunu bilmiyor olabilirler.

Öğrencilerin %6,85'i soruda ön şart olarak verilmediği halde basamakları oluşturan sayıları farklı olarak düşünmüşlerdir (Hata 13.a.2).

Öğrencilerin %3,74'ü sayıyı oluşturan rakamların, taban sayısı ile aynı olacak şekilde ifade etmişlerdir (Hata 13.a.3). Bu öğrenciler bir sayı tabanında kullanılan rakamların, taban sayısına eşit olabileceği yanılgısındadır.

b) En küçük sayı tabanı ……......

Doğru Cevap: 2

Teşhis Testi'nin 13. maddesinin b şıkkı, öğrencilerin bir sayı tabanını oluşturan doğal sayılar konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir Bu amaçla, öğrencilerden en küçük sayı tabanını yazmaları istenmiştir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 13. maddesi b şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.49: 13. Soru b şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
13.b	**Doğru**	144	44,86
	Yanlış	112	34,89
	Boş	65	20,25
	Eksik	---	---
	Toplam	321	100

Tablo 4.49 incelendiğinde, öğrencilerin %44,86'sı soruyu doğru, %34,89'u yanlış yanıtlamış ve %20,25'i ise cevabı boş bırakmıştır.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.50'de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.50: 13. Soru b şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
13.b.1		En küçük sayı tabanının 1 olduğunu düşünme.	90	28,04

13.b.2		En küçük sayı tabanının 0 olduğunu düşünme.	22	6,85

Öğrencilerin %28,04'ü en küçük sayı tabanının 1 olduğu (Hata 13.b.1), %6,85'i ise 0 olduğu (Hata 13.b.2) yanılgısındadır. Hâlbuki taban olarak seçilebilecek en küçük doğal sayı 2'dir (Altun, 2004).

Hata yapan öğrenciler, bir sayı sistemini oluşturan rakamların taban sayısından küçük olmaları gerektiği ve en küçük sayı tabanının kaç olduğu konusunda bilgi eksiklikleri ve zorluklar yaşamaktadırlar.

Soru 14) 6 tabanındaki $(abcd)_6$ sayısında, b 2 artırılıp, c 3 azaltılırsa sayı on tabanında kaç artar?

Doğru Cevap: 54 artar.

Teşhis Testi'nin 14. maddesi, öğrencilerin onluk tabandan farklı bir sayı tabanında verilen bir sayıyı oluşturan rakamlar değiştiğinde, sayının değerinin ne kadar değişeceğini belirleme konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla 6 tabanındaki bir sayının 6'lar ve 36'lar basamağındaki rakamlar değiştiğinde sayının değerinin ne kadar değişeceği sorulmuştur.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 14. maddesine verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.51: 14. soru için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
14	**Doğru**	47	14,64
	Yanlış	93	28,97
	Boş	167	52,02
	Eksik	14	4,36
	Toplam	321	100

Tablo 4.51 incelendiğinde, öğrencilerin %14,64'ü soruyu doğru, %28,97'si yanlış yanıtlamıştır. Öğrencilerin %52,02'si cevabı boş bırakmış ve %4,56'sı ise eksik yanıtlar vermiştir. Bu soruda başarı yüzdesi oldukça düşüktür.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.52'de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.52: 14. Soru için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	**Öğrenci Cevaplarından Örnekler**	**Yanılgı Veya Hata**	**f**	**%**
14.1	abcd → yüzler basamağı. 2 x100 = 200 → artar 3.10 = 30 → azalır. 200 − 30 = 170 artar	On tabanında gibi düşünme.	34	10,59
14.2	$\cancel{216a} + \cancel{36b} + 2 + \cancel{6c} - 3$ $\cancel{216a} + \cancel{36b} + \cancel{6c}$ 1 azalır	Sayı değeri yerine basamak değerini düzenleme.	21	6,54
14.3	72 − 18 = 64	İşlem hatası.	18	5,61
14.4	216a + 36b + 6c + d 216a + 38b + 3c + d	Sayının basamak değerlerinin katsayısını düzenleme.	13	4,05
14.5	216 36 6 ki (abcd)$_6$	Yanlış çözümleme.	3	0,93
14.6	18 12 6 1 daki (abcd)$_6$ s	Yanlış çözümleme.	3	0,93
14.7	(abcd)$_6$ 12 3 6 tabanında 3 ise 10	Taban sayısı ile sayı değeri arasındaki değişimin doğru orantılı olduğunu düşünme.	1	0,31

Öğrencilerin %10,59'u sayı onluk tabandaymış gibi işlem yapmıştır (Hata 14.1). Öğrencilerin sayının altı tabanında olmasına dikkat etmeyerek, on tabanındaki bir sayı gibi işlem yapmalarının olası nedeni, basamak değeri kavramını kavramsal anlamda bilmemeleri nedeniyle onluk tabandan farklı tabandaki bir sayının basamak değerlerinin, onluk tabandaki basamak değerleri ile aynı olacağı şeklindeki bir yanılgıdır.

Öğrencilerin %6,54'ü doğru çözümleme yaptıkları halde sayının değeri yerine sayının basamak değerini artırmış veya azaltmışlardır (Hata 14.2). Öğrenciler soru cümlesindeki sözel ifadeyi denkleme dönüştürmekte zorlanmaktadırlar.

Öğrencilerin %5,61'i çeşitli aritmetik işlem hataları yapmıştır (Hata 14.3).

Öğrencilerin %4,05'i verilen sayının basamak değerlerinin katsayısını değiştirmiştir (Hata 14.4).

Öğrencilerin %0,93'ü çözümleme hatası yaparak, birler basamağını dikkate almamışlardır (Hata 14.5). Bunun nedeni dikkatsizlik olabileceği gibi, "n tabanındaki bir sayının ilk basamağının değeri n'dir" şeklinde bir yanılgı da olabilir.

Öğrencilerin %0,93'ü farklı bir çözümleme hatası yaparak, sayının basamak değerlerini altılar basamağından sonra yanlış yazmıştır (Hata 14.6). Öğrenciler, taban sayısının kuvvetleri şeklinde olması gereken sayının basamaklarını, taban sayısının katları şeklinde düşünmüşlerdir.

Bir öğrenci ise taban sayısı ile artış veya azalış miktarı arasında doğru orantı kurmaya çalışmıştır (Hata 14.7). Bu öğrenci, taban sayısı ile sayı değerindeki değişimin doğru orantılı olduğu yanılgısındadır.

Teşhis Testi'nin bu sorusunda boş cevap oranı (%52,02) ve yanlış cevap oranı (%28,97) oldukça yüksektir. Öğrenciler onluk tabanda işlem yapmaya alışkın olmaları nedeniyle farklı bir tabanda işlem yapmakta oldukça zorlanmaktadırlar. Başarı oranının çok düşük olması, bu soruda öğrencilerin basamak değeri kavramını kullanmaları gereği ve sorunun ifade şeklinin cebirsel olması nedeniyle olabilir. Basamak değeri kavramını kavramsal öğrenmeden on sayı tabanında bir alışkanlık olarak kullanmaya alışmış öğrenciler, farklı bir tabanda bu kavramı kullanamamaktadırlar. Öğrencilerin bir kısmının sayıyı doğru bir şekilde çözümleyerek elde ettikleri cebirsel ifadeyi, soruda istenilen şekilde düzenleyememeleri, bu öğrencilerin cebirsel ifadelerle ilgili zorluklar yaşadıklarını göstermektedir. Pek çok araştırma öğrencilerin cebirsel kavramlara sahip olsalar da cebirsel işlemlerde güçlükler yaşadıklarını göstermektedir (Kieran, 1992).

Soru 15) 4 sayı tabanını göstermek üzere, aşağıdaki toplama işlemini yapınız.

$$\begin{array}{r} (10322)_4 \\ (21333)_4 \\ + \ (233)_4 \\ \hline (\ldots\ldots\ldots)_4 \end{array}$$

Doğru Cevap: $(33220)_4$

Teşhis Testi'nin 15. sorusu, öğrencilerin onluk tabandan farklı bir tabanda olmak üzere, aynı tabanda verilen sayıları toplama konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla, öğrencilerden 4 sayı tabanında verilen üç doğal sayının toplamlarını bulmaları istenmiştir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 15. maddesine verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.53: 15. soru için frekans ve yüzde dağılımı

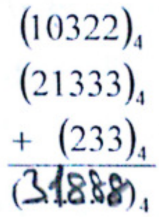
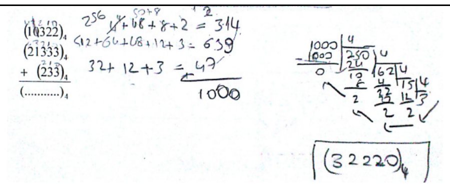
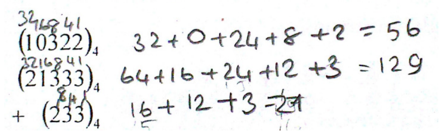
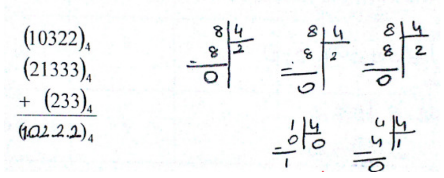
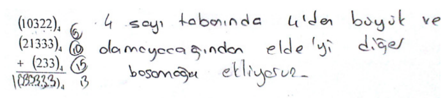
Soru		f	%
15	**Doğru**	171	53,27
	Yanlış	111	34,58
	Boş	39	12,15
	Eksik	---	---
	Toplam	321	100

Tablo 4.53 incelendiğinde, öğrencilerin %53,27'si soruyu doğru, %34,58'i yanlış yanıtlamış ve %12,15'i ise cevabı boş bırakmıştır.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.54'de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.54: 15. Soru için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
15.1	$(10322)_4$ $(21333)_4$ $+\ (233)_4$ $(31000)_4$	Eldeyi dikkate almama.	29	9,03

15.2		Taban sayısına dikkat etmeden onluk tabandaki gibi toplama işlemi yapılabileceğini düşünme.	25	7,79
15.3		İşlem hatası.	22	6,85
15.4		Çözümleme hatası.	16	4,98
15.5		Toplama, kalan yerine bölümün yazılacağını düşünme.	11	3,43
15.6		4 tabanındaki en büyük rakam olan 3'ü yazıp, onluk tabandaki gibi toplama yapılacağını düşünme.	8	2,49

Öğrencilerin %9,03'ü yaptıkları toplama işleminde eldeyi hesaplamaya dâhil etmemişlerdir (Hata 15.1).

Öğrencilerin %7,79'u verilen sayıları onluk tabanda gibi toplamıştır (Hata 15.2). Bu öğrenciler taban aritmetiği konusunu yeterince bilmemeleri nedeniyle, verilen sayıların hangi tabanda olduklarına dikkat etmeyerek onluk tabandaki sayılar gibi toplamış olabilirler.

Öğrencilerin %6,85'i çeşitli aritmetik işlem hataları yapmıştır (Hata 15.3).

Öğrencilerin %4,98'i çeşitli çözümleme hataları yapmıştır (Hata 15.4). Bu öğrenciler 4 tabanındaki sayıların on tabanındaki karşılıklarını bulup toplamak istemişlerdir. Ancak öğrenciler, 4 tabanındaki sayıları yanlış çözümleyerek on tabanındaki karşılıklarını doğru bulamamaları nedeniyle yanlış sonuçlar bulmuşlardır. Öğrenciler, basamak değeri kavramını kavramsal öğrenmemeleri nedeniyle ya da basamak değerlerini ezberleyerek bir kural gibi öğrenmeleri nedeniyle basamak değerlerini yanlış hesaplamışlardır.

Öğrencilerin %3,43'ü aynı sütundaki basamaklarda bulunan sayıların toplamının taban sayısına bölümünden elde edilen bölümü toplama yazmakta, kalanı ise elde olarak düşünmektedir (Hata 15.5). Hâlbuki aynı tabandaki sayılar toplanırken, aynı sütunda bulunan sayıların toplamının taban sayısına bölümünden elde edilen kalanı toplama yazıp, bölümdeki sayıyı da elde olacak şekilde işlem yapılabilmektedir (Er vd., 2011). Toplama işlemini kavramsal olarak öğrenmeyip, sadece kural ezberleyen öğrenciler kuralı yanlış bir şekilde kullanmaktadırlar.

Öğrencilerin %2,49'u oldukça ilginç bir çözüm sunmuşlardır. Bu öğrenciler dört tabanındaki bir sayının basamaklarındaki rakamlar en fazla üç olabileceğinden, verilen sayıları on tabanındaki gibi toplayıp, toplama üç yazmış ve kalanı elde olacak şekilde toplama işlemini sürdürmüşlerdir (Hata 15.6).

Öğrenciler onluk tabandan farklı bir tabandaki sayıları toplamakta pek çok güçlük yaşamaktadırlar. Muhtemelen onluk tabandaki sayıları toplamakta zorlanmayan bu öğrenciler, toplama işlemini işlemsel öğrenmiş olmaları nedeniyle zorlanmaktadırlar.

Soru 16) 6 sayı tabanını göstermek üzere, aşağıdaki çıkarma işlemini yapınız

$$\begin{array}{r} (4504)_6 \\ -\ (2545)_6 \\ \hline (\ldots\ldots\ldots)_6 \end{array}$$

Doğru Cevap: $(1515)_6$

Teşhis Testi'nin 16. maddesi, öğrencilerin onluk tabandan farklı bir tabanda olmak üzere, aynı tabanda verilen sayılarda çıkarma işlemindeki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla altı tabanındaki iki doğal sayının farkı sorulmuştur.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 16. maddesine verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.55: 16. Soru için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
16	**Doğru**	87	27,10
	Yanlış	184	57,32
	Boş	50	15,58
	Eksik	---	---
	Toplam	321	100

Tablo 4.55 incelendiğinde, öğrencilerin %27,10'u soruyu doğru, %57,32'si yanlış yanıtlamış ve %15,58'i ise cevabı boş bırakmıştır. Soruyu doğru yanıtlayan öğrenci sayısı oldukça azdır.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.56'da belirtildiği gibidir.

Tablo 4.56: 16. Soru için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	**Öğrenci Cevaplarından Örnekler**	**Yanılgı Veya Hata**	**f**	**%**
16.1	$\overset{3\,14\,9\,14}{(4\cancel{5}04)_6} - (2545)_6 = (1959)_6$	Taban sayısına dikkat etmeden onluk tabandaki sayılar gibi çıkarma işleminin yapılacağını düşünme.	28	8,72
16.2	$(4504)_6 - (2545)_6 = (2215)_6$	0'dan bir tam ödünç alınabileceğini düşünme. $0 \equiv 6 (\bmod 6)$	27	8,41
16.3	$(4504)_6 - (2545)_6$; 24 7 12 6 ; $4160+96 = 160$; $48+60+24+5 = 138$	Çözümleme hatası.	22	6,85
16.4	$432+180+24+5=541$	İşlem hatası.	20	6,23
16.5	$(4504)_6 - (2545)_6 = (11453)_6$	Çıkarma yerine toplama yapma.	19	5,92
16.6	$(4504)_6 - (2545)_6 = (1353)_6$	Onluk tabandaki sayılar gibi çıkarma yapıp, sonucun 6'ya bölümünden (veya farkından) kalanın yazılacağını düşünme.	19	5,92
16.7	$\overset{10\;\,3\,4\,4\,10}{(4504)_6} - (2545)_6 = (1525)_6$	Altılar basamağından 1 eksiltilmeyeceğini düşünme.	11	3,43

16.8	$\begin{array}{r} (4504)_6 \\ -\ (2545)_6 \\ \hline (1425)_6 \end{array}$	En büyük basamaktan ödünç alınacağını düşünme ya da sıfıra basamak değeri atfetmeme.	16	4,98
16.9	$\begin{array}{r} (4504)_6 \\ -\ (2545)_6 \\ \hline (2055)_6 \end{array}$	Sıfırın bulunduğu basamakta çıkarma işlemini yanlış yapma.	10	3,12
16.10	$\begin{array}{r} (4504)_6 \\ -\ (2545)_6 \\ \hline (2025)_6 \end{array}$	Aynı sütundaki basamaklardaki rakamlardan küçük olan rakama 6 ilave edileceğini düşünme. $0 \equiv 6 \pmod 6$ ve $4 \equiv 10 \pmod 6$	8	2,49
16.11	$\begin{array}{r} (4504)_6 \\ -\ (2545)_6 \\ \hline (2041)_6 \end{array}$	Aynı sütundaki basamaklardaki rakamlardan büyük olandan küçük olanın çıkarılacağını düşünme.	4	1,25

Öğrencilerin %8,72’si Hata 14.1 ve Hata 15.2’dekine benzer bir şekilde basamak değeri kavramını anlamlandıramamış olmaları nedeniyle, verilen sayıların altı tabanında olmasına dikkat etmeyerek onluk tabandaki sayılar gibi işlem yapmıştır (Hata 16.1).

Öğrencilerin %8,41’i altılar basamağındaki 0’dan bir tam ödünç almaktadır (Hata 16.2). Burada öğrenciler sıfırı bir altılık olarak düşünmektedirler. Bu öğrencilerin 0’ı bir altılık olarak düşünmeleri; öğrencilerin taban aritmetiği ve modüler aritmetik konularını ilişkilendirerek, $\mathbb{Z}/6$’da 6’nın 0’ın denklik sınıfında yer alıyor olması nedeniyle olabilir. 0 ve 6’nın modül 6’ya göre denk olması nedeniyle 0 yerine denk olduğu 6 sayısını almış olabilirler.

Öğrencilerin %6,85’i altı tabanındaki sayıların, onluk tabandaki karşılıklarını bulup çıkarma işlemini onluk tabanda yapmak amacıyla, altı tabanındaki sayıları on tabanında yazarken Hata 15.4’e benzer hatalar yapmışlardır. Öğrenciler basamakları yanlış isimlendirmeleri nedeniyle basamak değerlerini yanlış bulmuş ve hatalı bir çözümleme yapmışlardır (Hata 16.3).

Öğrencilerin %6,23’ü çeşitli aritmetik işlem hatası (Hata 16.4), %5,92’si ise dikkatsizlik nedeniyle çıkarma işlemi yerine toplama işlemi yapmıştır (Hata 16.5).

Öğrencilerin %5,92'si verilen sayıları onluk tabandaki sayılar gibi çıkarma işlemi yapmış, buldukları sonucun altıya bölümünden (veya farkından) kalanı yazarak işleme devam etmişlerdir (Hata 16.6). Öğrenciler basamak değeri kavramındaki bilgi eksiklikleri ve taban aritmetiği kurallarını ezberlemeleri nedeniyle böyle bir hata yapmış olabilirler.

Öğrencilerin %3,43'ü soldaki basamaktan aldıkları tam değerleri sağ taraftaki basamaklara aktarırken, altılar basamağındaki 0'dan birler basamağına bir tam aktardıkları halde, altılar basamağından 1 eksiltmemişlerdir. (Hata 16.7). Öğrenciler sıfırın bulunduğu basamakta işlem yaparken zorlanmaktadırlar.

Öğrencilerin %4,98'i çıkarma işlemi yaparken birler ve altılar basamağına bir tam ödünç almak istediklerinde 5'in bulunduğu basamaktan almıştır (Hata16.8). Bu hata öğrencilerin sürekli olarak eksilen sayıdaki en büyük basamaktan ödünç almaları ya da sıfıra basamak değeri atfetmeyip sıfırdan sonraki basamaktan ödünç almaları nedeniyle olabilir.

Öğrencilerin %3,12'si sıfırın bulunduğu basamaktan bir tam alarak birler basamağına aktarmış, ancak sıfırın bulunduğu basamakta çıkarma işlemini doğru olarak yapamamıştır (Hata 16.9). Muhtemelen bu öğrenciler altılar basamağında çıkarma yaparken 0'ı 10 gibi düşünmüşlerdir. Hata 16.7 ve Hata 16.9 öğrencilerin sıfırın bulunduğu basamaklarda işlem yapmakta zorlandıklarını göstermektedir.

Öğrencilerin %2,49'u eksilen sayının basamaklarındaki rakam, çıkan sayının basamaklarındaki rakamdan küçük olduğunda, küçük olan rakama 6 ilave ederek çıkarma işlemi yapmıştır (Hata 16.10). Öğrencilerin bu hatayı yapmalarının nedeni $\mathbb{Z}/6$'da denklik sınıflarındaki sayılara 6 ekleme ya da çıkarmanın denkliği değiştirmemesi olabilir. Öğrenciler $0 \equiv 6 \pmod 6$ ve $4 \equiv 10 \pmod 6$ denkliklerini kullanarak 0 yerine 6 ve 4 yerine 10 alarak çıkarma işlemini yapmış olabilirler.

Öğrencilerin %1,25'i aynı sütundaki basamaklarda bulunan büyük rakamdan küçük rakamı çıkarmıştır (Hata 16.11). Öğrenciler toplama işleminin değişme özelliğini çıkarma işlemine yanlış bir şekilde genelleştirmiş olabilirler.

Öğrenciler onluk tabandan farklı tabandaki sayıları toplama işleminde olduğu gibi çıkarma işleminde de oldukça zorlanmaktadırlar. Hilaire ve Westphal (1964) onluk taban dışındaki tabanlarda işlem yapmanın zorluğunu bu aritmetik işlemlere aşina olmamıza bağlamaktadır.

Soru 17) 3 tabanındaki $(212)_3$ sayısının, 5 katının 3 tabanındaki değeri kaçtır?

Doğru Cevap: $(11021)_3$

Teşhis Testi'nin 17. maddesi, öğrencilerin farklı tabanlardaki sayıları çarpma konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla üç tabanında ve on tabanında verilmiş olan iki sayınının çarpımı sorulmuştur.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 17. maddesine verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

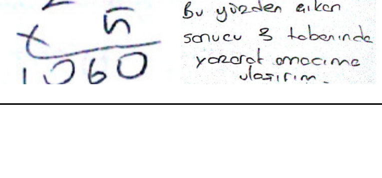
Tablo 4.57: 17. Soru için frekans ve yüzde dağılımı

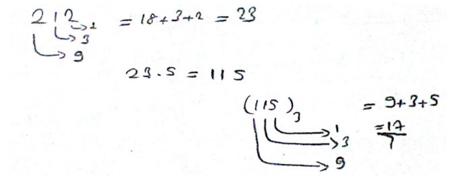
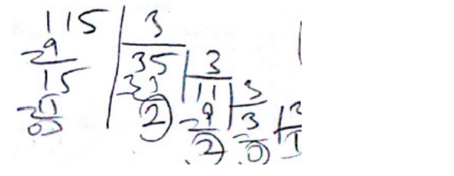
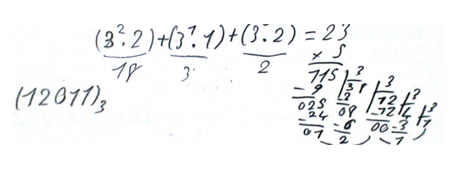
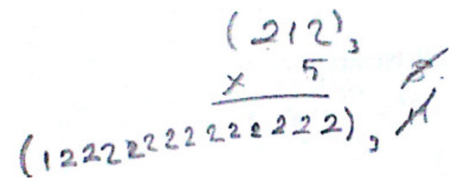
Soru		f	%
17	**Doğru**	54	16,82
	Yanlış	162	50,47
	Boş	88	27,41
	Eksik	17	5,30
	Toplam	321	100

Tablo 4.57 incelendiğinde, öğrencilerin %16,82'si soruyu doğru, %50,47'si yanlış yanıtlamış ve %27,41'i ise cevabı boş bırakmıştır. 17 öğrenci (%5,30) ise eksik yanıt vermiştir. Bu sorunun doğru cevaplanma oranı oldukça düşüktür.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.58'de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.58: 17. Soru için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
17.1		Farklı tabanlardaki sayıları doğrudan çarpılabileceğini düşünme.	71	22,12

17.2		Tabanlar arası geçiş hatası.	42	13,08
17.3		İşlem hatası.	34	10,59
17.4		Kalanları yanlış sıralama.	8	2,49
17.5		Onluk tabandaki sayılar gibi çarpılacağını ve 3 tabanındaki en büyük doğal sayı olan 2'nin yazılacağını düşünme.	7	2,18

Öğrencilerin %22,12'si üç ve on tabanındaki sayıları tabanları eşitlemeden çarpıp buldukları sonucu istenen üç tabanında yazmışlardır (Hata 7.1). Bu öğrenciler farklı tabanlardaki sayıların, doğrudan çarpılabileceği yanılgısındadırlar.

Öğrencilerin %13,08'i farklı tabanlardaki sayıları aynı tabanda yazıp işlem yapma düşüncelerine rağmen, onluk tabandaki bir sayıyı farklı bir tabanda yazma ya da onluk tabandan farklı tabandaki bir sayıyı onluk tabanda ifade ederken kullanılan kuralları karıştırmışlardır (Hata 17.2). Kuralların arkasında var olan matematiksel düşünceler öğrenciler tarafından anlaşılmadığından kurallar ezberlenmekte ve ezberlenen bu bilgiler ise kavramsal öğrenme gerçekleşmediğinden karıştırılmaktadır.

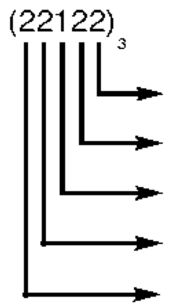
Öğrencilerin %10,59'u çeşitli aritmetik işlem hataları yapmıştır (Hata 17.3).

Öğrencilerin %2,49'u tüm işlemleri doğru yaptıkları halde on tabanındaki sayıyı üç tabanında yazarken, sayının sürekli üçe bölümünden elde edilen kalanların sıralamasını yanlış yapmışlardır (Hata 17.4). Onluk tabandaki bir sayıyı ondan farklı bir tabandaki karşılığını bulmak için sayı istenen tabana, bölüm kalandan küçük oluncaya kadar bölünerek elde edilen kalanları sondan başa doğru sıralamak suretiyle yazılabilir (Er vd., 2011). Ancak burada öğrenciler ezberledikleri kuralı karıştırarak kalanları sondan başa doğru sıralamak yerine baştan sona doğru sıralamışlardır.

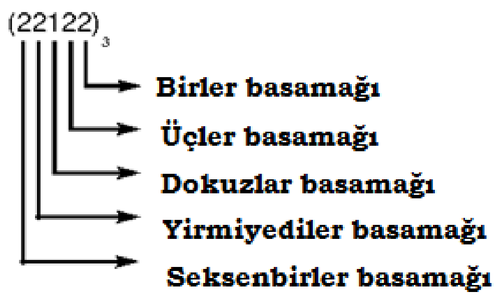
Öğrencilerin %2,18'i farklı tabanlardaki sayıları doğrudan çarpmanın yanı sıra Hata 15.6'dakine benzer bir şekilde sayıları onluk tabandaki sayılar gibi çarpıp, üç tabanındaki en büyük rakam 2 olduğundan çarpıma 2 yazmış ve kalanı elde olacak şekilde çarpma işlemini sürdürmüştür (Hata 17.5).

Öğrencilerin bu sorudaki başarı oranı çok düşük olup, farklı tabanlardaki sayıları çarpma konusunda, pek çok hata ve kavram yanılgıları bulunmaktadır.

Soru 18) Üç tabanındaki $(22122)_3$ sayısının, basamaklarının isimlerini aşağıdaki boşluklara yazınız.



Doğru Cevap:



Teşhis Testi'nin 18. maddesi, öğrencilerin onluk tabandan farklı bir tabandaki bir doğal sayının basamak isimleri konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaç doğrultusunda, öğrencilerden üç tabanındaki bir sayının basamaklarının isimlerini yazmaları istenmiştir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 18. maddesine verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

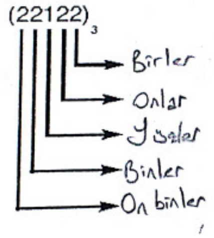
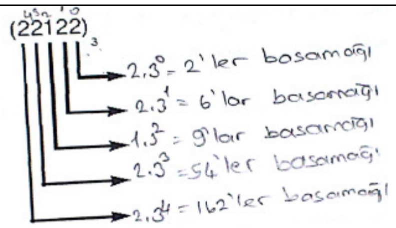
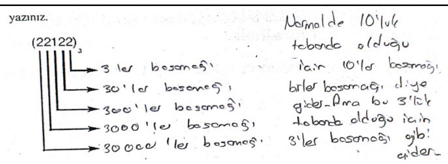
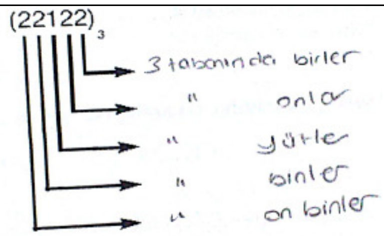
Tablo 4.59: 18. Soru için frekans ve yüzde dağılımı

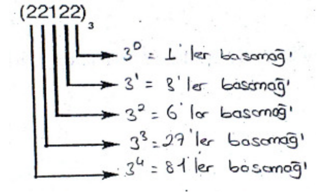
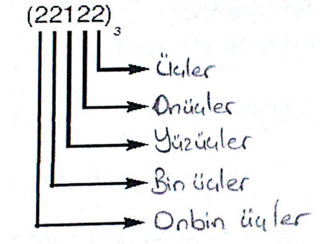
Soru		f	%
18	**Doğru**	71	22,12
	Yanlış	184	57,32
	Boş	66	20,56
	Eksik	---	---
	Toplam	321	100

Tablo 4.59 incelendiğinde, öğrencilerin %22,12'si soruyu doğru, %57,32'si yanlış yanıtlamış ve %20,56'sı ise cevabı boş bırakmıştır. Başarı oranının oldukça düşük olduğu görülmektedir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.60'da belirtildiği gibidir.

Tablo 4.60: 18. soru için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
18.1		Onluk tabandaki sayılar gibi isimlendirileceğini düşünme.	116	36,14
18.2		Basamak değerlerinin basamak ismi olarak ifade edileceğini düşünme.	26	8,10
18.3		Sayının basamaklarını onluk tabanla ilişkilendirerek 3'ler, 30'lar, 300'ler… şeklinde isimlendirileceğini düşünme.	20	6,23
18.4		Onluk tabandaki basamak isimlerinin başına "üç tabanında" ifadesinin ekleneceğini düşünme.	14	4,36

18.5		İşlem hatası.	5	1,56
18.6		Onluk tabandaki basamak isimlerinin sonuna 3 sayısının ilave edileceğini düşünme.	3	0,93

En sık yapılan hata öğrencilerin (%36,14) basamak isimlerinin onluk tabandaki sayıların basamak isimleri gibi yazmalarıdır (Hata 18.1). Bu öğrenciler tüm tabanlardaki sayıların basamak isimlerinin onluk tabandaki sayılar gibi isimlendirileceği yanılgısında olabilirler.

Öğrencilerin %8,10'u basamak değerlerini basamak isimleri olarak ifade etmiştir (Hata 18.2). Bu öğrenciler Hata 8.1'deki gibi basamak değeri ile basamak kavramlarını karıştırmakta ya da aynı anlamda kullanmaktadırlar.

Öğrencilerin %6,23'ü üç tabanında verilen sayının basamaklarını onluk tabanla ilişkilendirerek 3'ler, 30'lar, 300'ler… şeklinde isimlendirmişlerdir (Hata 18.3). Bu öğrenciler "n tabanındaki bir sayının basamaklarının "$n.10^0$'lar, $n.10^1$'ler, $n.10^2$'$ler,...$" şeklinde isimlendirilebileceği düşüncesindedirler.

Öğrencilerin %4,36'sı yine onluk tabanla ilişki kurarak onluk tabandaki basamak isimlerinin başına "üç tabanında" ifadesini eklemişlerdir (Hata 18.4). Bu öğrenciler "n tabanındaki bir sayının basamaklarının n tabanında 10^0, n tabanında 10^1, n tabanında 10^2,…" şeklinde isimlendirilebileceği düşüncesindedirler.

Öğrencilerin %1,56'sı çeşitli aritmetik işlem hataları yapmıştır (Hata 18.5).

Öğrencilerin %1,56'sı Hata 18.3 ve Hata 18.4'dekine benzer şekilde basamak isimlerini onluk tabanla ilişkilendirerek onluk tabandaki basamak isimlerine 3 sayısını ilave etmişlerdir (Hata 18.6). Bu öğrenciler ise n tabanındaki bir sayının basamaklarını, on tabanındaki basamak isimlerinin sonuna n ekleyerek isimlendirebileceğini düşünmektedirler.

Öğrenciler basamak ve basamak değeri kavramlarını kavramsal olarak öğrenmemeleri nedeniyle alışkın oldukları onluk tabandaki basamak isimleri ve basamak değerleri ile ilişkilendirerek isimlendirmeye çalışmışlardır. Bu durum, öğrencilerin basamak ve basamak değeri kavramlarını işlemsel olarak öğrenmiş olduklarını göstermektedir.

Soru 19) Bir bilgisayar, açılıp kapanabilen çok sayıda ince elektronik anahtarları içerir. 0 ve 1 rakamları bilgisayar dilinin alfabesidir. Bu ikili dil, 2 sayı tabanını kullanmaktadır. 21 sayısının ikili dildeki karşılığını yazınız.

Doğru Cevap: $(10101)_2$

Teşhis Testi'nin 19. maddesi öğrencilerin, onluk tabandaki bir sayının, onluk tabandan farklı bir tabandaki karşılığını bulma konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla onluk tabandaki 21 sayısının ikilik tabandaki karşılığı sorulmuştur.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 19. maddesine verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

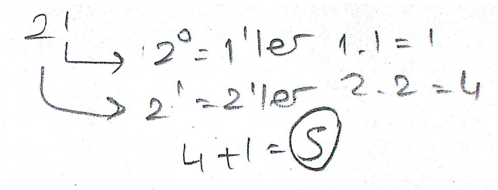
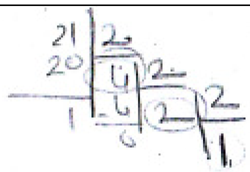
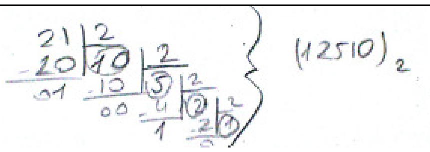
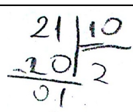
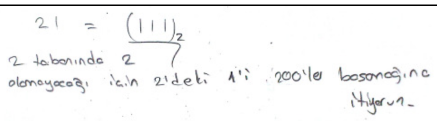
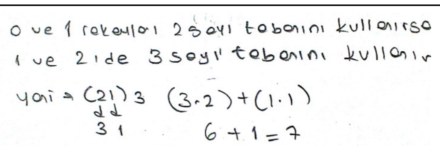
Tablo 4.61: 19. Soru için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		F	%
19	**Doğru**	80	24,92
	Yanlış	137	42,68
	Boş	85	26,48
	Eksik	19	5,92
	Toplam	321	100

Tablo 4.61 incelendiğinde, öğrencilerin %24,92'si soruyu doğru, %42,68'i yanlış yanıtlamıştır. Öğrencilerin %26,48'i cevabı boş bırakmış ve %5,92'si ise eksik yanıtlar vermiştir. Bu soruda başarı yüzdesi oldukça düşüktür.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.62'de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.62: 19. Soru için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
19.1		Onluk tabandaki 21 sayısının ikilik tabandaki sayılar gibi çözümleneceğini düşünme.	78	24,30
19.2		İşlem hatası.	24	7,48
19.3		Bölme işlemi sonucunda bulunan kalanları yazmak yerine bölümdeki sayıların yazılacağını düşünme.	11	3,43
19.4		21 sayısının 2 yerine 10'a bölüneceğini düşünme.	9	2,80
19.5		Onlar basamağındaki 2 sayısının iki tabanında 111 şeklinde ifade edileceğini düşünme.	9	2,80
19.6		21 sayısının, 3 tabanında olduğunu düşünme.	6	1,87

Öğrencilerin %24,30'u onluk tabanda verilen 21 sayısını ikilik tabandaki bir sayı gibi çözümlemişlerdir (Hata 19.1). Öğrenciler soruda verilen sayının ikilik tabanda olduğunu düşünmüş ya da Hata 17.2'ye benzer bir şekilde, herhangi bir tabandaki sayının farklı bir tabandaki karşılığını bulma kurallarını karıştırmış olabilirler.

Öğrencilerin %7,48'i çeşitli aritmetik işlem hataları yapmıştır (Hata 19.2).

Öğrencilerin %3,43'ü onluk tabandaki 21 sayısının iki tabanındaki karşılığını bulmak için 2 sayısına bölerek kalanlar yerine bölümleri sıralamışlardır (Hata 19.3). Onluk tabandaki bir sayıyı ondan farklı bir tabandaki karşılığını bulmak için sayı, istenen tabana bölüm kalandan küçük oluncaya kadar bölünerek elde edilen kalanları sondan başa doğru sıralamak suretiyle yazılabilir (Er vd., 2011) . Bu kuralı ezberleyen öğrenciler, kalanlar yerine bölümleri sıralamışlardır.

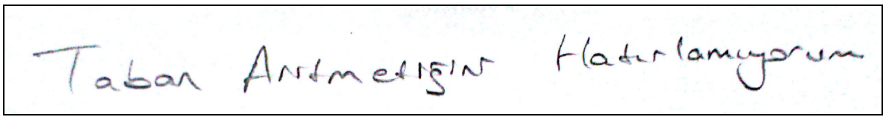
Öğrencilerin %2,80'i onluk tabandaki 21 sayısının ikilik tabandaki karşılığını bulmak için 2 yerine 10'a bölmüştür (Hata 19.4). Bu öğrenciler ezberledikleri kuralı yanlış uygulamaktadırlar.

Öğrencilerin %2,80'i Hata 15.6 ve Hata 17.5'deki gibi iki tabanındaki en büyük rakam 1 olduğundan önce 1 yazıp sonra yanına kalanı yazmıştır (Hata 19.5). Aynı zamanda basamak ismi yazan bazı öğrenciler Hata 18.3 ve diğer basamak isimlendirme hatalarını burada da yapmışlardır.

Öğrencilerin %1,87'si onluk tabanda verilen 21 sayısının, sayı tabanının sayı değerlerinden büyük olacağı düşüncesiyle üç tabanında olduğunu düşünmüşlerdir (Hata 19.6). Hâlbuki kullandığımız sayı sistemi onluk sistemdir (Altun, 2004).

Taban aritmetiği konusu ile ilgili olan üçüncü alt problemin diğer sorularında olduğu gibi bu soruda da öğrenci başarı oranı yüksek değildir. Öğrenciler taban sayısı belirtilmemiş olan bir sayının hangi tabanda olduğu konusunda zorluklar yaşamışlar ve ezberledikleri kuralları yanlış kullanmış ya da kuralları birbirine karıştırmışlardır.

Öğrencilerin Teşhis Testi'nde, taban aritmetiği konusundaki başarılarının diğer alt problemlere göre daha düşük olduğu görülmektedir. Araştırmaya katılan pek çok öğrenci taban aritmetiği konusunu hatırlamadıklarını uygulama sonrası dile getirmekle beraber, Teşhis Testi'nde de ifade etmişlerdir.



Şekil 4.3: Üçüncü alt probleme ilişkin bir öğrenci yanıtı

Hilaire vd. (1964)'nde belirttiği gibi öğrenciler onluk taban dışındaki tabanlara aşina olmadıkları için bu tabanlarda işlem yapmakta zorlanmaktadırlar. Onluk tabandaki sayıların farklı tabanlardaki karşılığını bulma ve onluk tabandan farklı bir tabandaki sayının onluk tabandaki karşılığını bulmak için yapılan işlemleri, işlemsel öğrenen öğrenciler bu işlemleri anlamlandıramayarak kavramsal öğrenmeyi sağlayamamakta ve bunun sonucu olarak ezberledikleri kuralları birbirine karıştırmaktadırlar.

4.4. DÖRDÜNCÜ ALT PROBLEME İLİŞKİN BULGULAR VE YORUM

Dördüncü alt problemde "9. sınıf öğrencilerinin asal sayılar, aralarında asal sayılar, bir doğal sayıyı asal çarpanlarına ayırma, bir doğal sayının pozitif bölenlerinin sayısını bulma ve faktöriyel konularındaki kavram yanılgıları ve hataları nelerdir?" sorusuna yanıt aranmıştır.

Soru 20) Aşağıdaki çizelgede yer alan sayılar için uygun olan kutucuğun içine (X) işareti koyup, neden böyle düşündüğünüzü açılayınız.

	Sayılar	**Asal mıdır?**		
		Evet	Hayır	Neden Böyle Düşündüğünüzü Belirtiniz.
a)	1			

Doğru Cevap: 1 asal sayı değildir. Asal sayıların tanımında, asal sayıların 1'den büyük olması gerektiği ifade edilmektedir.

Teşhis Testi'nin 20. maddesinin a şıkkı, öğrencilerin 1 sayısının asal sayı olma konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla, öğrencilerden 1 sayısının asal olup olmadığını nedeniyle birlikte açıklamaları istenmiştir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 20. maddesinin a şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.63: 20. Soru a şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		F	%
20.a	**Doğru**	205	63,86
	Yanlış	70	21,81
	Boş	2	0,62
	Eksik	44	13,71
	Toplam	321	100

Tablo 4.63 incelendiğinde, öğrencilerin %63,86'sı soruyu doğru, %21,81'i yanlış yanıtlamıştır. Öğrencilerin %0,62'si cevabı boş bırakmış ve %13,71'i ise eksik yanıtlar vermiştir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.64'de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.64: 20. Soru a şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	**Öğrenci Cevaplarından Örnekler**	**Yanılgı Veya Hata**	**f**	**%**
20.a.1	1 | X | | Kendisinden başka bir sayıla bölünmez. (Vede 1'e)	1'in asal sayı olduğunu düşünme.	51	15,89
20.a.2	X | 1'de asaldır ama her sayıya bölünebildiği için asal sayılmıyor	Bölme ve bölünebilme kavramlarının karıştırılması.	19	5,92

Öğrencilerin %15,89'u "1" sayısının asal sayı olduğu yanılgısındadır (Hata 20.a.1). Lovasz, Pelikan ve Vesztergombi (2003)'nde belirttiği gibi 1 asal değildir. Asal sayıların, 1 ve kendisi olmak üzere iki tane pozitif böleni vardır (Graham Knuth ve Patashnik, 1990). Hâlbuki 1'in pozitif böleni bir tanedir.

Öğrencilerin %5,92'si ise bölme ve bölünebilme kavramlarını karıştırarak, 1'in her sayıya tam bölünebildiği düşüncesindedir (Hata 20.a.2).

	Sayılar	**Asal mıdır?**		
		Evet	Hayır	Neden Böyle Düşündüğünüzü Belirtiniz.
b)	2			

Doğru Cevap: 1 ve kendisinden başka pozitif tam böleni olmaması nedeniyle 2 asal sayıdır.

Teşhis Testi'nin 20. maddesinin b şıkkı öğrencilerin en küçük asal sayı olan 2'nin asal sayı olma konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla, öğrencilerden 2 sayısının asal olup olmadığını nedeniyle birlikte açıklamaları istenmiştir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 20. maddesinin b şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.65: 20. Soru b şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
20.b	**Doğru**	304	94,70
	Yanlış	6	1,87
	Boş	---	---
	Eksik	11	3,43
	Toplam	321	100

Tablo 4.65 incelendiğinde öğrencilerin %94,70'i soruyu doğru , %1,87'si yanlış yanıtlamış ve %3,43'ü eksik yanıtlar vermiştir. Bu sorunun doğru yanıtlanma oranı oldukça yüksektir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.66'da belirtildiği gibidir.

Tablo 4.66: 20. Soru b şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
20.b.1	2 Kendi dışındaki sayılara bölünür.	2'nin asal sayı olmadığını düşünme.	6	1,87

Öğrencilerin %1,87'si 2'nin asal sayı olmadığını belirtmiştir (Hata 20.b.1). Hâlbuki en küçük asal sayı 2'dir (Goldstein, 1973).

	Sayılar	Asal mıdır?		
		Evet	Hayır	Neden Böyle Düşündüğünüzü Belirtiniz.
c)	3			

Doğru Cevap: 1 ve kendisinden başka pozitif tam böleni olmaması nedeniyle 3 asal sayıdır.

Teşhis Testi'nin 20. maddesinin c şıkkı öğrencilerin en küçük tek asal sayı olan 3'ün asal sayı olma konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla, öğrencilerden 3 sayısının asal olup olmadığını nedeniyle birlikte açıklamaları istenmiştir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 20. maddesinin c şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.67: 20. Soru c şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
20.c	**Doğru**	302	94,08
	Yanlış	6	1,87
	Boş	-	-
	Eksik	13	4,05
	Toplam	321	100

Tablo 4.67 incelendiğinde, öğrencilerin %94,08'i soruyu doğru, %1,87'si yanlış yanıtlamış ve %4,05'i ise eksik yanıtlar vermiştir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.68'de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.68: 20. Soru c şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
20.c.1	Çünkü üçü ikiye böldüğümüzde bölünebilir. Asal sayı ise sadece kendine bölünür	3'ün asal sayı olmadığını düşünme.	6	1,87

Öğrencilerin %1,87'si 3'ün asal sayı olmadığını belirtmiştir (Hata 21.1). Bu hata dikkatsizlik nedeniyle olabileceği gibi, öğrenciler tanımdaki bölünme kavramının tam bölünme şeklinde olduğunu bilmiyor olabilirler.

	Sayılar	Asal mıdır?		
		Evet	Hayır	Neden Böyle Düşündüğünüzü Belirtiniz.
d)	0			

Doğru Cevap: 1 ve kendisinden başka pozitif bölenleri olması ve 1'den büyük bir sayı olmaması nedeniyle 0 asal sayı değildir.

Teşhis Testi'nin 20. maddesinin d şıkkı, öğrencilerin 0 sayısının asal sayı olma konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla, öğrencilerden 0 sayısının asal sayı olup olmadığını nedeniyle birlikte açıklamaları istenmiştir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 20. maddesinin d şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.69: 20. Soru d şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
20.d	**Doğru**	197	61,37
	Yanlış	35	10,90
	Boş	30	9,35
	Eksik	59	18,38
	Toplam	321	100

Tablo 4.69 incelendiğinde, öğrencilerin %61,37'si soruyu doğru, %10,90'ı yanlış yanıtlamıştır. Öğrencilerin %9,35'i cevabı boş bırakmış ve %18,38'i ise eksik yanıtlar vermiştir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.70'de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.70: 20. Soru d şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	**Öğrenci Cevaplarından Örnekler**	**Yanılgı Veya Hata**	**f**	**%**
20.d.1	0 | X | | kendisi hariç başka sayıya bölünemez	0'ın kendisinden farklı sayılara bölünememesi nedeniyle asal sayı olmadığını düşünme.	32	9,97
20.d.2	0 | | X | Çünkü yutan elemandır. Hangi sayıya bölünürse bölünsün sonucu 0 yapar.	0'ın bölme işleminin yutan elemanı olduğunu düşünme.	3	0,93

Öğrencilerin % 9,97'si 0'ın asal sayı olduğunu belirtmiştir (Hata 21.1). Öğrenciler bunun sebebini ise, sıfırın kendisinden farklı sayılara bölünemeyeceği ile açıklamışlardır. Muhtemelen öğrenciler asal sayıların kendisi ve 1 dışındaki sayılara tam bölünemeyeceğini bilmektedirler. Ancak buradaki temel yanılgı; sıfırın, sıfırdan farklı sayılara bölünemeyeceği yanılgısıdır. Bunun olası nedeni ise öğrencilerin bir sayının sıfıra bölünemeyeceği bilgisiyle karıştırmalarıdır.

Öğrencilerin %0,62'si 0'ın kendisi dışındaki tüm sayılara bölümünün sıfır olmasını yutan eleman olma özelliğiyle açıklamıştır (Hata 21.2). Öğrenciler sıfırın, çarpmanın yutan elemanı olması özelliğini yanlış bir şekilde bölme işlemine genelleştirmeleri nedeniyle bu hatayı yapmaktadırlar. Öğrenciler, çarpma işleminin yutan elemanı olan 0'ın aynı zamanda bölme işleminin de yutan elemanı olduğu yanılgısındadırlar.

	Sayılar	**Asal mıdır?**		
		Evet	Hayır	Neden Böyle Düşündüğünüzü Belirtiniz.
e)	-3			

Doğru Cevap: Asal sayıların 1'den büyük pozitif tam sayılar olması nedeniyle -3 asal sayı değildir.

Teşhis Testi'nin 20. maddesinin e şıkkı, öğrencilerin asal bir sayının negatif işaretlisinin asal sayı olup olmadığına ilişkin hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla, öğrencilerden 3 asal sayısının negatif işaretlisi olan -3'ün asal olup olmadığını nedeniyle birlikte açıklamaları istenmiştir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 20. maddesinin e şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

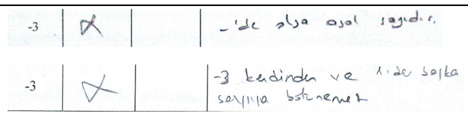
Tablo 4.71: 20. Soru e şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		**f**	**%**
20.e	**Doğru**	241	75,08
	Yanlış	42	13,08
	Boş	14	4,36
	Eksik	24	7,48
	Toplam	321	100

Tablo 4.71 incelendiğinde, öğrencilerin %75,08'i soruyu doğru, %13,08'i yanlış yanıtlamıştır. Öğrencilerin %4,36'sı cevabı boş bırakmış ve %7,48'i ise eksik yanıtlar vermiştir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.72'de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.72: 20. Soru e şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	**Öğrenci Cevaplarından Örnekler**	**Yanılgı Veya Hata**	**f**	**%**
20.e.1		Asal sayıların negatiflerinin de asal sayı olduğunu düşünme.	42	13,08

Öğrencilerin %13,08'i -3 sayısının asal sayı olduğunu belirtmiştir (Hata 21.1). Asal olmayan -3 sayısının asal olduğunu belirten öğrenciler, asal sayıların negatif de olabileceğini düşünmektedirler. Yanıtların nedenleri incelendiğinde bu öğrencilerin asal sayının tanımını bildikleri ancak yanlış yorumladıkları görülmektedir. Öğrencilerin bu sorudaki olası yanılgısı, asal sayıların negatiflerinin de asal sayı olduğudur. Öğrenciler $\{2, 3, 5, 7...\}$ şeklindeki asal sayılar kümesini tam sayılara genellemiş olabilirler.

Öğrenciler en çok 1, 0 ve asal sayıların negatif işaretlilerinin asal sayı olma konusunda yanılgıya düşmüşlerdir. Matematikte bir konu ile ilgili tanımlar, öğrenci tarafından tam olarak kavranmadığı sürece bu konunun anlaşılması kolay olamayacaktır. Konu; tanım, kavram ve kavramları yorumlayabilme bütünlüğü içerisinde öğrenilmelidir (Özdemir, 2000).

Soru 21) Aşağıdaki çizelgede yer alan sayılar için uygun olan kutucuğun içine (X) işareti koyup, neden böyle düşündüğünüzü açılayınız.

	Sayılar	**Aralarında asal mıdır?**		
		Evet	Hayır	Neden Böyle Düşündüğünüzü Belirtiniz.
a)	4 ile 9			

Doğru Cevap: 4 ve 9’un, 1’den başka pozitif ortak böleni olmaması nedeniyle aralarında asal sayılardır.

Teşhis Testi’nin 21. sorusunun a şıkkı, öğrencilerin 1’den başka pozitif ortak böleni bulunmayan iki doğal sayının aralarında asal olma konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla, öğrencilerden 4 ve 9’un aralarında asal olup olmadığını nedeniyle birlikte açıklamaları istenmiştir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi’nin 21. maddesinin a şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

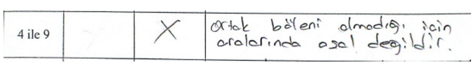
Tablo 4.73: 21. Soru a şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
21.a	**Doğru**	234	72,90
	Yanlış	33	10,28
	Boş	18	5,61
	Eksik	36	11,21
	Toplam	321	100

Tablo 4.73 incelendiğinde, öğrencilerin %72,90’ı soruyu doğru, %10,28’i yanlış yanıtlamıştır. Öğrencilerin %5,61’i cevabı boş bırakmış ve %11,21’i ise eksik yanıtlar vermiştir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.74’de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.74: 21. Soru a şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
21.a.1	 4 ile 9 X 4 ve 9 asal değildir.	Aralarında asal sayıların, asal sayı olması gerektiğini düşünme.	18	5,61
21.a.2	 4 ile 9 X ortak böleni olmadığı için aralarında asal değildir.	1’den başka pozitif ortak böleni olmayan sayıların, aralarında asal olmadığını düşünme.	15	4,67

Öğrencilerin %5,61’i verilen sayıların asal olmadığı nedeniyle bu sayıların aralarında asal olmadıklarını belirtmiştir (Hata 21.a.1). Öğrencilerin açıklamaları incelendiğinde, öğrencilerin sayıların aralarında asal olabilmesi için, sayıların asal olmaları gerektiği yanılgısında oldukları görülmektedir.

Öğrencilerin %4,67’si ise 1’den başka pozitif ortak çarpanı olmayan birden çok doğal sayının aralarında asal olması (Altun, 2011) tanımını karıştırarak, 1’den başka pozitif ortak böleni olmayan sayıların aralarında asal olamayacaklarını belirtmiştir (Hata 21.a.2). Öğrenciler ezberledikleri tanımı yanlış hatırlamaktadırlar.

	Sayılar	**Aralarında asal mıdır?**		
		Evet	Hayır	Neden Böyle Düşündüğünüzü Belirtiniz.
b)	1 ile 4			

Doğru Cevap: 1 ve 4’ün, 1’den başka pozitif ortak böleni olmaması nedeniyle aralarında asal sayılardır.

Teşhis Testi’nin 21. maddesinin b şıkkı, öğrencilerin 1 ile bir doğal sayının aralarında asal olma konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla, öğrencilerden 1 ve 4’ün aralarında asal olup olmadığını nedeniyle birlikte açıklamaları istenmiştir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi’nin 21. maddesinin b şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.75: 21. Soru b şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		**f**	**%**
21.b	**Doğru**	160	49,84
	Yanlış	106	33,02
	Boş	26	8,10
	Eksik	29	9,03
	Toplam	321	100

Tablo 4.75 incelendiğinde, öğrencilerin %49,84'ü soruyu doğru, %33,02'si yanlış yanıtlamıştır. Öğrencilerin %8,10'u cevabı boş bırakmış ve %9,03'ü ise eksik yanıtlar vermiştir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.76'da belirtildiği gibidir.

Tablo 4.76: 21. Soru b şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	**Öğrenci Cevaplarından Örnekler**	**Yanılgı Veya Hata**	**f**	**%**
21.b.1	1 ile 4 | | √ | Çünkü 1, 4'ü bölebilir	1'in doğal sayılar ile aralarında asal olmadığını düşünme.	77	23,99
21.b.2	4, 2'ye de bölünür. Asal değildir 1 de asal sayı değildir.	Aralarında asal sayıların, asal sayı olmaları gerektiğini düşünme.	17	5,30
21.b.3	1'den başka ortak böleni yoktu. Bu yüzden aralarında asal değildi	1'den başka pozitif ortak böleni olmayan sayıların, aralarında asal olmadığını düşünme.	12	3,74

Öğrencilerin %23,99'u 1 ile 4'ün aralarında asal olmadığını belirtmiştir (Hata 21.b.1). Hatayı yapan öğrenci sayısının çokluğu dikkat çekicidir. Bu hatanın nedeni öğrencilerin aralarında asal sayı olma tanımını birbirine tam bölünemeyen sayılar şeklinde kodlamaları olabilir. Sayılardan biri 1 olmamak şartıyla aralarında asal sayıların birbirine tam bölünememesi doğrudur. Ancak sayılardan birisi 1 olduğunda bu durum geçerliliğini yitirmektedir. Öğrenciler sayılardan birinin 1 olması durumunda geçerli olmayan asal sayıların birbirine tam bölünememesini, 1'i de dâhil ederek yanlış bir şekilde genellemişlerdir.

Hata 21.a.1'i tekrarlayan öğrenciler (%5,30) sayıların asal sayı olmaması nedeniyle aralarında asal olamayacağını (Hata 21.b.2) ve Hata 21.a.2'yi tekrarlayan öğrencilerde (%2,80), 1'den başka pozitif ortak böleni olmayan sayıların aralarında asal olmadığını belirtmiştir (Hata 21.b.3).

	Sayılar	Aralarında asal mıdır?		
		Evet	Hayır	Neden Böyle Düşündüğünüzü Belirtiniz.
c)	3, 6 ve 20			

Doğru Cevap: 3, 6 ve 20, 1'den başka pozitif ortak böleni olmaması nedeniyle aralarında asal sayılardır.

Teşhis Testi'nin 21. maddesinin c şıkkı, öğrencilerin; bir kısmının ortak böleni bulunan ikiden çok doğal sayının, aralarında asal olma konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla, öğrencilerden bir kısmının ortak böleni bulunan üç sayının aralarında asal olup olmadığını nedeniyle birlikte açıklamaları istenmiştir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 21. maddesinin c şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.77: 21. Soru c şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		**f**	**%**
21.c	**Doğru**	94	29,28
	Yanlış	184	57,32
	Boş	26	8,10
	Eksik	17	5,30
	Toplam	321	100

Tablo 4.77 incelendiğinde, öğrencilerin %29,28'i soruyu doğru, %57,32'si yanlış yanıtlamıştır. Öğrencilerin %8,10'u cevabı boş bırakmış ve %5,30'u ise eksik yanıtlar vermiştir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.78'de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.78: 21. Soru c şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
21.c.1	3,6 ve 20 | | X | Ortak bölenleri 6 ve 20'de $\boxed{2}$	Sayılardan ikisinin ortak böleni olduğundan, sayıların aralarında asal olmadığını düşünme.	155	48,29
21.c.2	6 ve 20 2'ye de bölünür. Asal değildir.	Aralarında asal sayıların, asal sayı olması gerektiğini düşünme.	17	5,30
21.c.3	1'den başka ortak böleni yoktu. Bu yüzden aralarında asal değildi	1'den başka pozitif ortak böleni olmayan sayıların, aralarında asal olmadığını düşünme.	12	3,74

Öğrencilerin %48,29'u verilen üç doğal sayıdan iki tanesinin ortak böleni olması nedeniyle, bu üç sayının aralarında asal olmadıklarını belirtmişlerdir (Hata 21.c.1). Hâlbuki tanım gereği sayıların aralarında asal olabilmesi için tüm sayıların 1'den başka pozitif ortak böleni olmaması gerekmektedir. Bu öğrenciler, ikiden çok doğal sayının bir kısmının ortak böleninin olması halinde bu sayıların aralarında asal olamayacağı yanılgısındadırlar.

Hata 21.a.1'i tekrarlayan öğrenciler (%5,30) sayıların asal olmaması nedeniyle aralarında asal olamayacağını (Hata 21.c.2) ve Hata 21.a.2'yi tekrarlayan öğrencilerde (%3,74), 1'den başka pozitif ortak böleni olmayan sayıların aralarında asal olmadığını belirtmişlerdir (Hata 21.c.3).

Soru 22) 600 sayısını asal çarpanlarına ayırınız.

Doğru Cevap: $2^3.3.5^2$

Teşhis Testi'nin 22. maddesi, öğrencilerin bir doğal sayıyı asal çarpanlarına ayırma konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla, öğrencilerden 600 sayısını asal çarpanlarına ayırmaları istenmiştir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 22. maddesine verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.79: 22. Sorusu için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
22	**Doğru**	282	87,85
	Yanlış	30	9,35
	Boş	9	2,80
	Eksik	-	-
	Toplam	321	100

Tablo 4.79 incelendiğinde, öğrencilerin çoğunluğu (%87,85) verilen sayıyı doğru bir şekilde asal çarpanlarına ayırabilmiştir. Öğrencilerin %9,35'i soruyu yanlış yanıtlamış ve %2,80'i ise cevabı boş bırakmıştır.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.80'de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.80: 22. Soru için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
22.1	$\begin{array}{r\|l} 600 & 2 \\ 300 & 2 \\ 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$ $2^3.3^2.5$	İşlem hatası.	15	4,67
22.2	$3.8.25$	Çarpanlarına ayırma.	10	3,12
22.3	2^3+3+5^2	Toplam şeklinde yazılacağını düşünme.	5	1,56

Öğrencilerin %4,67'si çeşitli aritmetik işlem hataları yaparak yanlış sonuç bulmuştur (Hata 22.1).

Öğrencilerin %3,12'si asal çarpanlarına ayrılması istenen sayıyı çarpanlarına ayrılmış haliyle ifade etmişlerdir (Hata 22.2). Öğrenciler bir doğal sayıyı çarpanlarına ayırma ile asal çarpanlarına ayırma arasındaki farkı bilmiyor ya da çarpanların asal sayı olması gerektiğine dikkat etmemiş olabilirler.

Öğrencilerin %1,56'sı sayıyı doğru bir şekilde çarpanlarına ayırdıkları halde toplam şeklinde ifade etmişlerdir (Hata 22.3). Bu hata dikkatsizlik nedeniyle olabileceği gibi öğrenciler asal çarpanlara ayırmayı bir kural gibi öğrenmeleri nedeniyle, kuralı yanlış uygulamış olabilirler.

Soru 23) Aşağıdaki boşlukları doldurunuz.

6 sayısının,

a) Pozitif Bölenleri ………………………..

Doğru Cevap: 1, 2, 3 ve 6

Teşhis Testi'nin 23. maddesinin a şıkkı, öğrencilerin bir doğal sayının pozitif bölenlerini bulma konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla, öğrencilerden 6 sayısının pozitif bölenlerini yazmaları istenmiştir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 23. maddesinin a şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.81: 23. Soru a şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
23.a	**Doğru**	163	50,78
	Yanlış	66	20,56
	Boş	12	3,74
	Eksik	80	24,92
	Toplam	321	100

Tablo 4.81 incelendiğinde, öğrencilerin %50,78'i soruyu doğru, %20,56'sı yanlış yanıtlamıştır. Öğrencilerin %3,74'ü cevabı boş bırakmış ve %24,92'si ise eksik yanıtlar vermiştir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.82'de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.82: 23. Soru a şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
23.a.1	6 sayısının,⇒ 6=(3.2) asal çarpımı. a) Pozitif Bölenleri (Asal çarpanların üssünün 1 fazlasının çarpımı) ⇒ 2.2=4	Pozitif bölenlerin sayısını bulma.	49	15,26
23.a.2	a) Pozitif Bölenleri ..3,2,0,1,6....	Sıfırın pozitif bölen olduğunu düşünme.	13	4,05
23.a.3	a) Pozitif Bölenleri (12.2),(6.1),(24.4).	Birbirine bölümü 6 olabilen doğal sayıların, 6'nın pozitif bölenleri olduğunu düşünme.	4	1,25

Öğrencilerin %15,26'sı doğal sayının pozitif bölenleri sorulduğu halde pozitif bölenlerin sayısını bulmuştur (Hata 23.a.1). Bu hatayı yapan öğrenci sayısının çokluğu dikkat çekicidir. Öğrenciler soruyu anlamlandırmadan, çözmeye alışık oldukları sorulardan biri zannederek pozitif bölenlerin sayısını bulmuşlardır. Bu durum öğrencilerin matematik problemlerini çözerken, öncelikle problemi anlamak yerine zihninde şemalandırdığı soru tipleriyle benzerlik gösterdiğinde en kısa sürede, ezberlediği çözüm yolunu kullanarak soruyu çözdüklerini göstermektedir. Birgin vd. (2009) merkezi yerleştirme sınavlarının öğrencileri ezberci öğrenmeye özendirdiğini, işlemsel bilgiyi öne çıkardığını, sadece kural, formül ve işlem yürütmeye dayalı bilgileri ölçtüğünü belirtmektedir. Öğrenciler matematik problemlerini en kısa sürede çözmek amacıyla soruyu anlamaktan önce çözmeye çalışmaktadırlar.

Öğrencilerin %4,05'i 0'ı pozitif bölen olarak kabul etmiştir (Hata 23.a.2). Burada iki hatadan söz edebiliriz. Birincisi sıfırın pozitif bir sayı olarak düşünülmesi, ikincisi ise sıfırın bir bölen olarak kabul edilmesidir.

Öğrencilerin %1,25'i ise bölümü 6 olabilen iki doğal sayıyı, 6'nın pozitif bölenleri olarak ifade etmiştir (Hata 23.a.3). Bu öğrenciler ise bir doğal sayının pozitif bölenleri denildiğinde, birbirine bölümü o doğal sayıyı veren doğal sayı çiftleri olarak algılamaktadır.

b) Pozitif Çarpanları ……………………….

Doğru Cevap: 1, 2, 3 ve 6

Teşhis Testi'nin 23. maddesinin b şıkkı, öğrencilerin bir doğal sayının pozitif çarpanlarını bulma konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla, öğrencilerden 6 sayısının pozitif çarpanlarını yazmaları istenmiştir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 23. maddesi b şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.83: 23. Soru b şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
23.b	**Doğru**	96	29,91
	Yanlış	41	12,77
	Boş	65	20,25
	Eksik	119	37,07
	Toplam	321	100

Tablo 4.83 incelendiğinde, öğrencilerin %29,91'i soruyu doğru, %12,77'si yanlış yanıtlamıştır. Öğrencilerin %20,25'i cevabı boş bırakmış ve %37,07'si ise eksik yanıtlar vermiştir. Eksik cevap sayısının bu kadar çok olmasının nedeni, öğrencilerin bazı alternatif cevaplara dikkat etmemeleridir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.84'de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.84: 23. Soru b şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
23.b.1	b) Pozitif Çarpanları 6, 12, 18, 24, 30......	6'nın katlarının, 6'nın pozitif çarpanları olduğunu düşünme.	34	10,59
23.b.2	b) Pozitif Çarpanları ....IN^+...	Tüm pozitif doğal sayıların, 6'nın pozitif çarpanları olduğunu düşünme.	7	2,18

Öğrencilerin %10,59'u pozitif çarpanlar yerine sayının katlarını yazmıştır (Hata 23.b.1). Bu öğrenciler bir doğal sayının pozitif çarpanlarının, sayının katları olduğu yanılgısındadırlar.

Öğrencilerin %2,18'i ise tüm pozitif doğal sayıların pozitif çarpan olduğunu ifade etmiştir (Hata 23.b.2).

Bu öğrenciler, 6'nın pozitif çarpanları ifadesini 6.x şeklinde düşünüp; Hata 23.b.1'i gerçekleştiren öğrenciler x yerine pozitif doğal sayıları yazarak 6'nın katlarını elde etmişler, Hata 23.b.2'yi gerçekleştiren öğrenciler ise 6.x ifadesinde x yerine yazılabilecek tüm pozitif doğal sayıları pozitif çarpan olarak düşünmüş olabilirler.

Bir doğal sayının çarpanının aynı zamanda söz konusu sayının böleni olduğunun vurgulanmasının gerektiği Milli Eğitim Bakanlığı Matematik Öğretim Programı (2009a)'nda yer almaktadır.

Soru 24) Aşağıdaki ifadelerin varsa, sonuçlarını bulunuz.

a) 3! = …………………..

Doğru Cevap: 6

Teşhis Testi'nin 24. sorusunun a şıkkı, öğrencilerin pozitif bir doğal sayının faktöriyelini bulma konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla, öğrencilerden 3 sayısının faktöriyelini bulmaları istenmiştir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 24. maddesinin a şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.85: 24. Soru a şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
24.a	Doğru	316	98,44
	Yanlış	3	0,93
	Boş	2	0,62
	Eksik	---	----
	Toplam	321	100

Tablo 4.85 incelendiğinde, öğrencilerin %98,44'ü soruyu doğru, %0,93'ü yanlış yanıtlamış ve %0,62'si ise cevabı boş bırakmıştır. Bu soruda öğrencilerin başarı oranı oldukça yüksektir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.86'da belirtildiği gibidir.

Tablo 4.86: 24. Soru a şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
24.a.1	....3.2.1...=.7	İşlem hatası.	3	0,93

Öğrencilerin %0,93'ü aritmetik işlem hataları nedeniyle yanlış sonuç bulmuştur (Hata 24.a.1).

b) (-3)! = …...……………...

Doğru Cevap: Tanımsız

Teşhis Testi'nin 24. sorusunun b şıkkı, öğrencilerin negatif bir tam sayının faktöriyelinin varlığı konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla -3 sayısının faktöriyeli sorulmuştur.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 24. maddesinin b şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.87: 24. Soru b şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
24.b	**Doğru**	252	78,50
	Yanlış	60	18,69
	Boş	9	2,80
	Eksik	---	---
	Toplam	321	100

Tablo 4.87 incelendiğinde, öğrencilerin %78,50'si soruyu doğru, %18,69'u yanlış yanıtlamış ve %2,80'i ise cevabı boş bırakmıştır.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.88’de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.88: 24. Soru b şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
24.b.1	$-1.-2.-3 \Rightarrow 2.-3 \Rightarrow (-6)$	Negatif tam sayıdan -1’e kadar olan tamsayıların çarpılacağını düşünme.	42	13,08
24.b.2	$-3.-2.-1.0.1=0$	Negatif tam sayıların faktöriyeli nin sıfıra eşit olduğunu düşünme.	10	3,12
24.b.3	$-3.-4.-5 \ldots\ldots -\infty$	Negatif tam sayıyı birer azaltarak elde edilen sonsuz sayıda negatif tam sayının çarpımı şeklinde düşünme.	8	2,49

Öğrencilerin %13,08’i verilen negatif tamsayıdan -1’e kadar olan tamsayıları çarparak sonucu -6 bulmuştur (Hata 24.b.1). Faktöriyel fonksiyonu verilen pozitif tamsayının kendisi dâhil, kendisinden önceki bütün tamsayılarla 1'e inilinceye kadar çarpılması sonucunda elde edilen çarpımı gösterir (Messer, 1984). Bu öğrenciler, negatif tam sayıların faktöriyelinin sayının kendisi de dâhil olmak üzere verilen sayıdan -1’e kadar olan tam sayıların çarpımı şeklinde bulunabileceği yanılgısındadırlar.

Öğrencilerin %3,12’si faktöriyel tanımında geçen 1’e kadar ki doğal sayıların çarpımını negatif tam sayılara genellemişlerdir (Hata 24.b.2). Hâlbuki bu tanım, negatif tam sayılar için geçerli değildir. Bu öğrenciler negatif bir tam sayının faktöriyelinin verilen sayı dâhil olmak üzere verilen sayıdan 1’e kadar olan tam sayıların çarpımı şeklinde bulunabileceği ve dolayısıyla negatif tam sayıların faktöriyelinin sıfıra eşit olacağı yanılgısındadırlar.

Öğrencilerin %2,49’u verilen negatif tam sayıyı birer azaltarak elde edilen sonsuz sayıda, negatif tam sayıların çarpımı şeklinde göstermiştir (Hata 24.b.3). Bu öğrencilerde faktöriyel tanımında bulunan pozitif doğal sayıların faktöriyelini hesaplarken sayının kendisi ve 1 dâhil birer azaltarak 1’e kadarki tam sayıların çarpılmasını, negatif tamsayılar içinde uyarlamış ve negatif tam sayıyı sürekli bir azaltarak elde ettikleri sonsuz sayıda negatif tam sayının çarpımı şeklinde düşünmüşlerdir. Bu öğrenciler, negatif tam sayıların faktöriyelinin negatif tamsayı ve bu sayıdan daha küçük olan sonsuz sayıda negatif tam sayının çarpımı olduğu yanılgısındadırlar.

Öğrencilerin %18,69'u negatif tam sayıların faktöriyelinin bulunabileceği yanılgısındadır.

c) 0! = …………………..

Doğru Cevap: 1

Teşhis Testi'nin 24. sorusunun c şıkkı, öğrencilerin sıfır sayısının faktöriyeli konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla 0 sayısının faktöriyeli sorulmuştur.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 24. maddesini c şıkkına verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.89: 24. Soru c şıkkı için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
24.c	**Doğru**	166	51,71
	Yanlış	139	43,30
	Boş	16	4,98
	Eksik	---	---
	Toplam	321	100

Tablo 4.89 incelendiğinde, öğrencilerin %51,71'i soruyu doğru, %43,30'u yanlış yanıtlamış ve %4,98'i ise cevabı boş bırakmıştır.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.90'da belirtildiği gibidir.

Tablo 4.90: 24. Soru c şıkkı için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	Öğrenci Cevaplarından Örnekler	Yanılgı Veya Hata	f	%
24.c.1	0! = ..0..	$0! = 0$ eşitliğinin doğru olduğunu düşünme.	82	25,55

24.c.2	0! = tanımsız	0!’in tanımsız olduğunu düşünme.	54	16,82
24.c.3	0! = ………Belirsiz	0!’in belirsiz olduğunu düşünme.	3	0,93

Öğrencilerin %25,55’i 0!’in sıfıra eşit olduğu (Hata 24.c.1), %16,82’si 0!’in tanımsız olduğu yanılgısındadır (Hata 24.c.2). Hâlbuki 0!, 1’e eşittir (Zawaira ve Hitchcock, 2008).

Öğrencilerin %0,93’ü ise 0!’in belirsiz olduğunu ifade etmiştir (Hata 24.c.3). Bu öğrenciler 0!’in tanımsız olduğunu düşünüp, Hata 6.a.3’dekine benzer bir şekilde tanımsız ifadesi yerine belirsiz ifadesini kullanmış olabilirler.

Öğrencilerin pozitif sayıların faktöriyelini bulabilmelerine karşın, “0!” ve negatif tam sayıların faktöriyelleri konusunda pek çok hata ve kavram yanılgıları bulunmaktadır. Matematikte bir tanımın veya kavramın kalıcı olmasını sağlamak için, o tanımı içeriğinden habersiz olarak ezberlemek yerine, kendi matematik terimlerinin özelliğini bilerek öğrenmek gerekmektedir (Dilber, Aksakallı, Karahan ve Bakkaloğlu, 2000).

Soru 25) 6! sayısı, 3! sayısının kaç katıdır?

Doğru Cevap: 120

Teşhis Testi’nin 25. maddesi, öğrencilerin faktöriyel durumundaki iki doğal sayının bölümünü bulma konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla öğrencilere 6!’i 3!’e bölmelerini gerektiren bir soru sorulmuştur.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi’nin 25. maddesine verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

Tablo 4.91: 25. Soru için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
25	**Doğru**	269	83,80
	Yanlış	43	13,40
	Boş	9	2,80
	Eksik	---	---
	Toplam	321	100

Tablo 4.91 incelendiğinde, öğrencilerin %83,80'i soruyu doğru, %13,40'ı yanlış yanıtlamış ve %2,80'i ise cevabı boş bırakmıştır.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.92'de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.92: 25. Soru için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	**Öğrenci Cevaplarından Örnekler**	**Yanılgı Veya Hata**	**f**	**%**
25.1	6.5.4.3.2.1 = 480 3.2.1 = 6 $\begin{array}{r\|l} 480 & 6 \\ 48 & 80 \\ 00 & \end{array}$ 80 katıdır.	İşlem hatası.	24	7,48
25.2	$\frac{6\cancel{!}}{\cancel{3!}} = 2$ katıdır	$\left(\frac{x!}{y!}\right) = \left(\frac{x}{y}\right)!$	15	4,67
25.3	$\frac{6.5.\overset{2}{\cancel{4}}.3.\cancel{2}.1 = 180}{3.2 = 6}$ $\frac{180}{6} = 30$	Çarpım durumundaki sayıların sadeleşebileceğini düşünme.	2	0,62
25.4	$\frac{6\cancel{!}}{3\cancel{!}} = 2$ katıdır	"!" işaretlerinin sadeleşebileğini düşünme.	2	0,62

Öğrencilerin %7,48'i çeşitli aritmetik işlem hataları yapmıştır (Hata 25.1).

Öğrencilerin %4,67'si faktöriyel durumundaki sayıları sadeleştirmiştir (Hata 25.2). Bu öğrenciler faktöriyel durumundaki iki sayının birbirine bölümünde, önce sayıları bölüp sonrasında elde edilen bölümün faktöriyelini bularak hesaplanabileceğini düşünmüş olabilir. Öğrenciler $\left(\frac{x!}{y!}\right) = \left(\frac{x}{y}\right)!$ eşitliğinin tüm durumlarda doğru olabileceği yanılgısında olabilirler.

Öğrencilerin %0,62'si çarpım durumunda bulunan sayıları sadeleştirmiştir (Hata 25.3).

Öğrencilerin %0,62'si soruda verilen sayılardaki "!" işaretini bir değişken gibi sadeleştirip, kalan sayıları da kendi arasında sadeleştirerek sonucu bulmuştur (Hata 25.4). Öğrenciler bu konudaki bilgi eksiklikleri nedeniyle bu hatayı yapmış olabilirler.

Başarı oranın yüksek olduğu bu soruda, hata yapan öğrencilerin çoğu aritmetik işlem hatası yapmıştır. Bu sonuç, Erbaş vd. (2002)'nin yaptıkları araştırmanın bir sonucu olan "Başarı düzeyi göreceli olarak düşük öğrencilerde ve okullarda yapılan hatalar, daha çok yanlış kurallamalar odaklı iken, başarı düzeyi orta ve yüksek olanlarda hataların daha çok aritmetiksel veya işlemsel olduğu görülmektedir." ile örtüşmektedir.

Soru 26) 72 sayısının kaç tane <u>pozitif</u> tam böleni vardır?

Doğru Cevap: 12 tane

Teşhis Testi'nin 26. maddesi, öğrencilerin pozitif bir doğal sayının pozitif tam bölenlerinin sayısını bulma konusundaki hata ve yanılgılarını belirlemeye yöneliktir. Bu amaçla, öğrencilerden 72 sayısının pozitif tam bölenlerinin sayısını bulmaları istenmiştir.

Aşağıdaki tabloda, öğrencilerin Teşhis Testi'nin 26. maddesine verdikleri yanıtların frekans ve yüzde dağılımı görülmektedir.

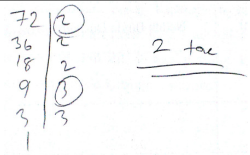
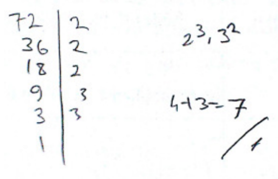
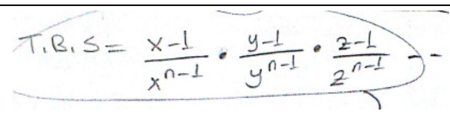
Tablo 4.93: 26. Soru için frekans ve yüzde dağılımı

Soru		f	%
26	**Doğru**	123	38,32
	Yanlış	65	20,25
	Boş	48	14,95
	Eksik	85	26,48
	Toplam	321	100

Tablo 4.93 incelendiğinde, öğrencilerin %38,32'si soruyu doğru, %20,25'i yanlış yanıtlamıştır. Öğrencilerin %14,95'i cevabı boş bırakmış ve %26,48'i ise eksik yanıtlar vermiştir.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri ortak hatalı cevaplar tablo 4.94’de belirtildiği gibidir.

Tablo 4.94: 26. soru için verilen ortak hatalı cevap örneklerinin analizi

Hatalar	**Öğrenci Cevaplarından Örnekler**	**Yanılgı Veya Hata**	**f**	**%**
26.1		Asal bölenlerinin sayısını bulma.	34	10,59
26.2		Formülü yanlış uygulama.	29	9,03
26.3		Formülü yanlış hatırlama	2	0,62

Öğrencilerin %10,59’u sayının pozitif bölenlerinin sayısı sorulduğu halde asal bölenlerinin sayısını bulmuştur (Hata 26.1).

Öğrencilerin %9,03’ü pozitif bir doğal sayının pozitif tam bölenlerinin sayısını bulmak için kullanılan formülü yanlış bir şekilde kullanmıştır (Hata 26.2). Bu öğrenciler verilen sayıyı asal çarpanlarına ayırdıktan sonra elde edilen sayıların üslerini bir artırıp çarpmaları gerekirken toplamışlardır.

Öğrencilerin %0,62’si pozitif bir doğal sayının pozitif tam bölenlerinin sayısını bulmak için kullanılan formülü yanlış hatırlamıştır (Hata 26.3).

Öğrenciler ezberlemiş oldukları formülü kullanarak soruyu çözmeye çalışmakta ve formülü yanlış uygulamakta ya da yanlış hatırlamaktadırlar. Burada bir işlemsel öğrenme mevcut olup, öğrenciler yaptıkları işlemleri neden yaptıklarını bilmemektedirler. Formülü kullanırken neden üsleri 1 artırıp sonrasında buldukları sayıları çarptıkları konusunda fikirleri olmayan öğrenciler, kavramsal öğrenmenin gerçekleşmemesi neticesinde ezberledikleri formül ya da kuralları bir algoritma olarak uygulamakta ve formül ya da kuralları birbirine karıştırmaktadırlar. Öğrencilerin eğilimi daha çok formül kullanarak problem çözme yönündedir. Kavramlar öğrenilmeden problem çözme isteği öğrenciyi formül ezberlemeye yönlendirmektedir (Kandemir, 2004).

4.5. BEŞİNCİ ALT PROBLEME İLİŞKİN BULGULAR VE YORUM

Beşinci alt problemde "9. sınıf öğrencilerinin kavram yanılgıları ve hatalarında cinsiyet açısından anlamlı bir farklılık var mıdır?" sorusuna yanıt aranmıştır. Öğrencilerin Teşhis Testi'ndeki maddelere verdikleri cevaplara göre kavram yanılgıları ve hatalarının cinsiyete göre t-testi sonuçları tablo 5.1'de belirtildiği gibidir.

Tablo 5.1: Öğrencilerin kavram yanılgıları ve hatalarının cinsiyete göre farklılığına ilişkin t-testi sonuçları

Cinsiyet	N	$\bar{x}$	SS	sd	t	p
Kız	156	13,04	1,95	319	1,53	.13
Erkek	165	12,72	1,84			

Tablo 5.1 incelendiğinde, öğrencilerin kavram yanılgılarının cinsiyete göre anlamlı bir fark göstermediği görülmektedir [$t_{(319)}$=1,53; p>.05]. Kızların ortalaması erkeklerin ortalamasından biraz daha yüksek olsa da bu fark istatistiksel açıdan anlamlı değildir. Kız öğrencilerin erkek öğrencilere göre matematik başarılarının düşük olduğunu gösteren araştırmalar (Cohen, Manion ve Morrison, 1998; Stone, 2001; Lorenz ve Lupart, 2001) bulunmasına rağmen, kız öğrencilerin erkek öğrencilere göre daha başarılı olduğunu gösteren araştırmalarda (Linn ve Kessel, 1996) vardır. Birgin vd. (2009)'nin de belirttiği gibi matematik öğrenmede cinsiyetin önemli bir etken olmadığı ve erkek öğrencilerin kızlardan daha başarılı olduğu düşüncesinin yanlış olduğu (Hyde, Fennema, ve Lamon, 1990; Fan, Chen ve Matsumoto, 1997) ortaya konulmuştur.

BÖLÜM V

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmanın bulgularına ve yorumlarına dayalı olarak elde edilen sonuçlar ve bu sonuçlara ilişkin önerilere yer verilmiştir.

5.1. SONUÇLAR

9. sınıf öğrencilerinin 9. sınıf matematik öğretim programında yer alan doğal sayılar konusundaki kavram yanılgıları ve hatalarını belirlemek, kavram yanılgıları ve hataların cinsiyete göre anlamlı bir farklılık oluşturup oluşturmadığının tespit edilmesi amacıyla yapılan bu araştırmada elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibidir.

5.1.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Sonuçlar

Araştırmanın birinci alt problemi "9. sınıf öğrencilerinin doğal sayılar konusunda genel olarak sahip oldukları kavram yanılgıları ve hataları nelerdir?" şeklinde ifade edilmiştir.

Öğrenciler doğal sayıları diğer sayılardan ayırt etmede güçlükler yaşamaktadırlar. Doğal sayılar, tam sayılar, rasyonel sayılar, reel sayılar ve rakamlar kümelerini birbirine karıştırmakta, basamak değeri kavramı ve doğal sayılar ile yapılan aritmetik işlemlerde çok ciddi kavram yanılgıları ve hatalara sahiptirler. Bu hata ve kavram yanılgılarının başlıcaları şunlardır:

- Doğal sayıları diğer sayılardan ayırt edememe (%29,28).
- Negatif tam sayıların birer doğal sayı olduğunu düşünme (%11,53).
- Rasyonel sayıların birer doğal sayı olduğunu düşünme (%5,30).
- Sıfırın doğal sayı olmadığını düşünme (Öğrenme farklılığı) (%4,05).
- Doğal sayılar kümesinin, tam sayılar ve rasyonel sayılar kümelerini kapsadığını düşünme (%4,05).
- Doğal sayılar kümesinin, onluk tabandaki rakamlardan oluştuğunu düşünme (%3,12).
- 0'ın çift doğal sayı olmadığını düşünme (%19,94).
- Rakamları diğer sayılardan ayırt edememe (%44,55).
- 0'ın rakam olmadığını düşünme (%26,17).

- On sayı tabanını oluşturan rakamların 9'dan büyük olabileceğini düşünme (%5,92).
- Reel sayılar kümesinin elemanlarının, rakamları oluşturduğunu düşünme (%4,05).
- Bölüm sayısının basamaklarından en az birinde sıfır olacak şekilde iki doğal sayının bölme işleminde, bölümdeki 0'ı yazamama (%34,58).
- $-x+y=-(x+y)$ yanlış cebirsel kurallaması (%9,03).
- Matematiksel işlemlerin her zaman soldan sağa doğru yapılacağını düşünme (%4,36).
- Bölünen ile bölen sadeleştirildiğinde kalanın değişmeyeceğini düşünme (%22,43).
- $-(x-y)=-x-y$ yanlış cebirsel kurallaması (%15,26).
- Sözel problemin yanlış bir şekilde cebirsel olarak ifade edilmesi (%4,98).
- Eksilen, çıkan ve fark kavramlarının birbirleri yerine kullanılması (%4,05).
- Sıfırdan farklı bir doğal sayının, sıfıra bölümünün sıfır olduğunu düşünme (%23,36).
- Sıfırdan farklı bir doğal sayının, sıfıra bölümünün sayının kendisine eşit olduğunu düşünme (%11,53).
- Belirsiz ve tanımsız kavramlarının aynı anlamda olduğunu düşünme (%4,05).
- Sıfırdan farklı bir doğal sayının, sıfıra bölümünün 1'e eşit olduğunu düşünme (%3,43).
- Sıfırın, sıfırdan farklı bir doğal sayıya bölümünün tanımsız olduğunu düşünme (%19,63).
- Sıfırın, sıfırdan farklı bir doğal sayıya bölümünün 1'e eşit olduğunu düşünme (%4,36).
- Sıfırın, sıfırdan farklı bir doğal sayıya bölümünün, bölündüğü sayıya eşit olduğunu düşünme (%3,12).
- Doğal sayılar kümesi ile rasyonel sayılar kümesi arasındaki altküme-kapsama ilişkisini kuramama (%23,99).

- Doğal sayıların, rasyonel sayı olarak ifade edilemeyeceğini düşünme (%7,48).
- Rasyonel sayılar kümesi ile reel sayılar kümesini karıştırma (%5,30).
- Rasyonel sayılar kümesinin, doğal sayılar kümesinin elemanlarından daha fazla sayıda elemana sahip olduğunu düşünme (%2,80).
- Doğal sayılar kümesinin, rasyonel sayılar kümesini kapsadığını düşünme (%4,36).
- Basamak değeri ile basamak kavramlarının aynı anlamda olduğunu düşünme (%12,15).
- Onluk tabandaki sayıların basamaklarını oluşturan rakamlara, 9'dan büyük değer verilebileceğini düşünme (%6,85).

5.1.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Sonuçlar

Araştırmanın ikinci alt problemi "9. sınıf öğrencilerinin doğal sayıların, pozitif doğal sayı kuvvetleri ve üslü ifadelerine ait özellikleri konularındaki kavram yanılgıları ve hataları nelerdir?" şeklinde ifade edilmiştir.

Öğrencilerin doğal sayıların, pozitif kuvvetleri ve üslü ifadelerine ait özellikleri konusunda pek çok hata ve kavram yanılgılarının olduğu tespit edilmiştir. Öğrenciler özellikle, üslü ifadelere ait özellikleri kullanmakta zorlanmaktadırlar. Bu hata ve kavram yanılgılarının başlıcaları şunlardır:

- 0'ın sıfırıncı kuvvetinin sıfıra eşit olduğunu düşünme (%31,15).
- 0'ın sıfırıncı kuvvetinin 1'e eşit olduğunu düşünme (28,35).
- $\underbrace{x+x+x+...+x}_{n \text{ tane}} = x^n$ eşitliğinin her zaman doğru olduğunu düşünme (%11,21).
- $\underbrace{x.x.x...x}_{n \text{ tane}} = n.x$ eşitliğinin her zaman doğru olduğunu düşünme (%4,98).
- Tabanları aynı olan üslü sayıları çarparken, üslerin çarpılacağını düşünme (%7,48).
- Üsleri aynı olan üslü sayıları çarparken, tabandaki sayıların toplanacağını düşünme (%4,36).
- Üsleri aynı olan üslü sayıları çarparken, tabandaki sayıların çarpılacağını ve üslerin toplanacağını düşünme (%2,49).

- $x^{\left(a^{b}\right)} = x^{a.b}$ eşitliğinin her zaman doğru olduğunu düşünme (%16,82).
- $\left(x^{a}\right)^{b} = x^{a+b}$ eşitliğinin her zaman doğru olduğunu düşünme (% 3,43).
- Tabanları aynı olan üslü sayıları toplarken, üslerin toplanarak aynı tabanda yazılacağını düşünme (%21,18).
- Tabanları aynı olan üslü sayıları toplarken, tabanların ve üslerin aralarında toplanacağını düşünme (%4,67).
- Benzer üslü sayıları toplarken, üslü sayının tabanının katsayı ile çarpılacağını ve tabanların toplanarak tek kuvvette yazılacağını düşünme (%9,03).
- $a.x + b.x + x = (a + b).x$ şeklinde paranteze alma hatası (%7,79).
- Benzer üslü sayıları toplarken, üslü sayıların tabanlarının katsayılar ile çarpılacağını düşünme (%6,23).
- $a.x + b.x + c.x = (a.b.c).x$ şeklinde paranteze alma hatası (%3,74).
- Benzer üslü sayıları toplarken, katsayıların toplanarak ortak kuvvette yazılacağını düşünme (%2,49).

5.1.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Sonuçlar

Araştırmanın üçüncü alt problemi "9. sınıf öğrencilerinin taban aritmetiği konusundaki kavram yanılgıları ve hataları nelerdir?" şeklinde ifade edilmiştir.

Öğrencilerin başarı oranlarının en düşük olduğu konu taban aritmetiği konusu olmuştur. Öğrenciler onluk tabandan farklı tabandaki sayıları onluk tabandaki sayılar gibi algılama eğilimindedirler. Öğrenciler onluk tabandan farklı tabanlarda ki sayılar ile onluk tabandaki sayılar gibi işlem yapmışlar, basamakları onluk tabandaki sayılar gibi isimlendirmişler ve basamak değeri kavramını anlamlandıramamaları nedeniyle onluk tabandan farklı tabanlardaki sayıların basamak değerlerini onluk tabandaki sayıların basamak değerleri gibi düşünmüşlerdir. Hilaire vd. (1964)'nde belirttiği gibi öğrenciler onluk taban dışındaki tabanlara aşina olmadıkları için bu tabanlarda işlem yapmakta zorlanmaktadırlar. Onluk tabandaki sayıların farklı tabanlardaki karşılığını bulma ve onluk tabandan farklı bir tabandaki sayının onluk tabandaki karşılığını bulmak için yapılan işlemleri, işlemsel öğrenen öğrenciler bu işlemleri anlamlandıramayarak kavramsal öğrenmeyi sağlayamamakta ve bunun sonucu olarak ezberledikleri kuralları birbirine karıştırmaktadırlar. Öğrencilerin taban aritmetiği konusundaki başlıca hata ve kavram yanılgıları şunlardır:

- Bir sayı tabanı oluşturan rakamların taban sayısından büyük olabileceğini düşünme (%14,33).
- Önşart olarak verilmediği halde sayının basamaklarındaki rakamları birbirinden farklı olarak düşünme (%6,85).
- Bir sayı tabanında kullanılan rakamların, taban sayısına eşit olabileceğini düşünme (%3,74).
- En küçük sayı tabanın 1 olduğunu düşünme (%28,04).
- En küçük sayı tabanın 0 olduğunu düşünme (%6,85).
- Onluk tabandan farklı tabandaki bir sayının basamaklarının, onluk tabandaki sayıların basamakları gibi 10'un kuvvetleri şeklinde olduğunu düşünme (%10,59).
- Sayı değeri yerine, basamak değerini düzenleme (%6,54).
- Sayı değeri yerine, sayının basamak değerlerinin katsayısını düzenleme (%4,05).
- Onluk tabandan farklı tabanda olmak üzere, aynı tabandaki sayıları toplarken eldeyi hesaplamaya dâhil etmeme (%9,03).
- Onluk tabandan farklı tabanda olmak üzere, aynı tabandaki sayıları toplarken onluk tabandaki sayılar gibi toplanacağını düşünme (%7,79).
- Onluk tabandan farklı tabandaki sayıların onluk tabandaki karşılıklarını bulmak için yapılan çözümlemede, basamak değerlerini yanlış hesaplama (%4,98).
- Onluk tabandan farklı tabanda olmak üzere, aynı tabandaki sayıları toplarken, aynı sütundaki basamaklarda bulunan sayıların toplamının taban sayısına bölümünden elde edilen bölümün toplama yazılacağını ve kalanın elde olarak ele alınacağını düşünme (%3,43).
- Onluk tabandan farklı tabanda olmak üzere, aynı tabandaki sayıları çıkarırken onluk tabandaki sayılar gibi çıkarılacağını düşünme (%8,72).
- Onluk tabandan farklı bir tabanda olmak üzere, aynı tabanda verilen sayılarda çıkarma işlemi yaparken 0'dan bir tam ödünç alınacağını düşünme (%8,41).
- Farklı tabanlardaki sayıların doğrudan çarpılabileceğini düşünme (%22,12).

- Onluk tabandaki bir sayıyı farklı bir tabanda yazma veya onluk tabandan farklı tabandaki bir sayıyı on tabanında yazarken yapılan işlemleri karıştırma (%13,08).
- Onluk tabandan farklı tabandaki sayıların basamaklarını yanlış isimlendirme (%57,32).
- Onluk tabandan farklı tabandaki sayıların basamaklarının, onluk tabandaki sayılar gibi 10'un kuvvetleri şeklinde isimlendirileceğini düşünme (%36,14).
- Onluk tabandan farklı tabandaki sayıların basamaklarının, basamak değerleri ile isimlendirileceğini düşünme (%8,10).
- Onluk tabandan farklı n tabanındaki bir sayının basamaklarının, $n.10^0\,'lar,\ n.10^1\,'ler,\ n.10^2\,'ler,...$ şeklinde isimlendirileceğini düşünme (%6,23).
- Onluk tabandan farklı n tabanındaki bir sayının basamaklarının, n tabanında 10^0, n tabanında 10^1, n tabanında 10^2,… şeklinde isimlendirileceğini düşünme (%4,36).
- Onluk tabandaki bir sayıyı, ondan farklı bir tabandaki karşılığını bulmak için sayının istenen tabana, bölüm kalandan küçük oluncaya kadar bölünerek elde edilen bölümlerin, sondan başa doğru sıralanmasıyla yazılabileceğini düşünme (%3,43).

5.1.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Sonuçlar

Araştırmanın dördüncü alt problemi "9. sınıf öğrencilerinin asal sayılar, aralarında asal sayılar, bir doğal sayıyı asal çarpanlarına ayırma, bir doğal sayının pozitif bölenlerinin sayısını bulma ve faktöriyel konularındaki kavram yanılgıları ve hataları nelerdir?" şeklinde ifade edilmiştir.

Öğrencilerin asal sayılar, aralarında asal sayılar, bir doğal sayıyı asal çarpanlarına ayırma, bir doğal sayının pozitif bölenlerinin sayısını bulma ve faktöriyel konularındaki hata ve kavram yanılgılarının başlıcaları şunlardır:

- 1'in asal sayı olduğunu düşünme (%15,89).
- Bölme ve bölünebilme kavramlarının birbirlerinin yerine kullanılması (%5,92).
- 0'ın asal sayı olduğunu düşünme (%9,97).
- Asal sayıların negatif işaretlilerinin de asal sayı olduğunu düşünme (%13,08).

- Aralarında asal sayıların, asal sayı olmaları gerektiğini düşünme (%5,61).
- 1'den başka pozitif ortak böleni olmayan doğal sayıların, aralarında asal olmadığını düşünme (%4,67).
- 1 ile doğal sayıların aralarında asal olmadığını düşünme (%23,99).
- İkiden çok doğal sayının bir kısmının ortak böleninin olması halinde, bu sayıların aralarında asal olmadığını düşünme (%48,29).
- Bir doğal sayının pozitif bölenleri sorulduğu halde pozitif bölenlerin sayısını bulma (%15,26).
- Sıfırın pozitif bölen olduğunu düşünme (%4,05).
- Bir doğal sayının pozitif çarpanlarının sayının katları olduğunu düşünme (%10,59).
- Negatif tam sayıların faktöriyelinin tanımlı olduğunu düşünme (%18,69).
- Negatif tam sayıların faktöriyelinin sayı dâhil olmak üzere sayıdan -1'e kadar olan tam sayıların çarpımı şeklinde bulunacağını düşünme (%13,08).
- Negatif tam sayıların faktöriyelinin 0'a eşit olduğunu düşünme (%3,12).
- $0! = 0$ 'ın doğru olduğunu düşünme (%25,55).
- $0!$'in tanımsız olduğunu düşünme (%16,82).
- $\left(\frac{x!}{y!}\right) = \left(\frac{x}{y}\right)!$ eşitliğinin her zaman doğru olduğunu düşünme (%4,67).
- Bir doğal sayının pozitif bölenlerinin sayısı sorulduğu halde asal bölenlerinin sayısını bulma (%10,59).
- Bir doğal sayının pozitif tam bölenlerinin sayısını bulmak için kullanılan formülü yanlış bir şekilde kullanma (% 9,03).

5.1.5. Beşinci Alt Probleme İlişkin Sonuçlar

Araştırmanın beşinci alt problemi "9. sınıf öğrencilerinin kavram yanılgıları ve hatalarında cinsiyet açısından anlamlı bir farklılık var mıdır?" şeklinde ifade edilmiştir. Öğrencilerin kavram yanılgıları ve hatalarının cinsiyete göre farklılığına ilişkin yapılan t-testi sonuçlarına göre, kızların ortalaması erkeklerin ortalamasından biraz daha yüksek olsada, bu fark istatistiksel açıdan anlamlı bulunmamıştır. Öğrencilerin kavram yanılgıları ve hatalarının cinsiyete göre anlamlı bir fark göstermediği tespit edilmiştir.

5.2. ÖNERİLER

5.2.1. Uygulamaya İlişkin Öneriler

- Bu çalışmada ilköğretimden beri matematik öğretim programlarında yer alan ve matematiğin temel kavramlarını içeren doğal sayılar konusu ile ilgili pek çok kavram yanılgısı tespit edilmiştir. Temel matematiksel kavramları tüm yönleriyle öğrenmemiş öğrenciler, sonraki kavramları da tam olarak öğrenmede ve kavramlar arasındaki ilişkileri kurmada güçlük yaşayacaklardır. Bu anlamda hem temel kavramlar, hem de diğer matematiksel kavramların tam olarak, tüm yönleriyle öğrenilmesine dikkat edilmeli, kavramların tanılayıcı ve ayırt edici özellikleri fark ettirilmeli ve bir kavram tam olarak öğrenilmeden bir diğerine geçilmemelidir.
- Matematik konularının öğretiminde kavramsal ve işlemsel öğrenmenin dengeli olmasına dikkat edilmelidir. Çok sayıda benzer soru çözmek öğrencilerin soru kalıbını ezberlemesine yol açmakta, anlamlı ve kalıcı bir öğrenmenin gerçekleşmesini engellemektedir. Ağırlıklı olarak işlemsel öğrenen öğrenciler kuralları, formülleri karıştırmakta ve kavramlar arasında ki ilişkiyi kuramamaktadırlar.
- Yapılandırmacı yaklaşım çerçevesinde öğrencilerin aktif olduğu çeşitli öğretim modelleri (buluş yoluyla öğretim, proje tabanlı öğretim vb.) kullanılarak matematik konularının öğretimi etkin bir şekilde yapılabilir.
- Hazırlanan öğretim programları yapılandırmacı yaklaşıma göre hazırlanmış olsa da, asıl uygulayıcılar olan öğretmenlerin, yeni öğretim yöntemleri konusunda bilgilendirilmeleri sağlanmalıdır.
- Öğretim esnasında öğretilecek olan kavrama yönelik örnekler verildiği gibi kavrama örnek olmayanlarında sunulması, kavramı öğrenci zihninde daha da netleştirecektir.
- Öğretmenler, bilimsel yayınları takip ederek hem öğrencilerin hem de kendilerinin sahip olabileceği kavram yanılgılarının farkına vararak, öğretim sürecini ona göre şekillendirmeleri kavram yanılgılarını azaltacaktır.
- İlköğretim Matematik Öğretmenliği ve Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği lisans programlarına “Matematik Öğretiminde Karşılaşılan Kavram Yanılgıları” içerikli bir ders konularak, eğitim sisteminin uygulayıcısı olacak öğretmen adaylarının konuya ilişkin farkındalığı geliştirilebilir.

- Basamak değeri, dört işlem gibi temel matematiksel kavramlar öğretilirken kavramsal öğrenmenin gerçekleşmesine dikkat edilmelidir.
- Öğretmenler, sınavları sadece puan vermek için değil, öğrencilerin hata ve yanılgılarını belirlemek amacıyla da değerlendirmeli ve tespit ettiği yanılgı ve hataları düzeltecek gerekli önlemleri almalıdır.
- Öğretmenler, hazırladıkları sınavlara işlemsel bilgiyi ölçen soruların yanı sıra kavram bilgisini ölçen sorulara da yer vermelidir.
- Hazırlanan matematik öğretim programı kılavuzları ve matematik ders kitapları öğrencilerin sahip olabileceği kavram yanılgıları dikkate alınarak hazırlanmalıdır. Kitap yazarları ve program tasarlayıcıları bu çalışmada ve farklı araştırmalarda tespit edilmiş olan kavram yanılgılarını inceleyerek, öğretmenlere gerekli uyarıları kılavuzlarda yapmalı ve içeriği ona göre hazırlamalıdırlar.
- Bu araştırmada öğrencilerin taban aritmetiği konusunda bilgi eksiklikleri ve ciddi kavram yanılgıları tespit edilmiştir. Matematik tarihinden faydalanılarak 60'lık taban kullanan Babillerin sayı sistemi temel alınarak hazırlanan bir ders öğrencilerin hem ilgisini çekebilir, hem de taban aritmetiği konusunun kalıcı bir şekilde öğrenilmesine neden olabilir. Bunun gibi pek çok konuda matematik tarihinden yararlanmak kavramların öğrenilmesine fayda sağlayabilir.

5.2.2. Yapılacak Araştırmalara Yönelik Öneriler

- Öğretmen adayları ve öğretmenler de çeşitli kavram yanılgılarına sahip olabilirler. Öğretmen adayları ve öğretmenler üzerinde çeşitli kavram yanılgıları çalışmaları yapılabilir.
- Bu çalışmada tespit edilen doğal sayılar konusundaki kavram yanılgılarının giderilmesine yönelik çalışmalar yapılabilir.
- Bu çalışma nitel durum çalışması şeklinde yapılabilir.
- Bu çalışma örnekleminde yer almayan; düz liseler, meslek liseleri, özel okullar, fen liseleri gibi farklı okul türlerindeki öğrenciler üzerinde araştırma yapılabilir ve okul türleri arasındaki kavram yanılgılarının dağılımı incelenebilir.

KAYNAKÇA

Acharjya, D. P. (2009) *Fundamental Approach to Discrete Mathematics (2nd Edition),* New Age International Ltd.: Daryaganj, Delhi.

Akbayır, K. ve Bilgin, T. (2002) "Lise 1. Sınıf Öğrencilerinin Ondalık Sayıları Yorumlama ve Uygulamada sahip Oldukları Kavram Yanılgıları", *Kastamonu Eğitim Dergisi*, c. 10, s. 1, ss. 109-118.

Akıncı, M. (2012) "Eşittir İşaretinin Anlamları Üzerine İlköğretim Matematik Öğretmenliği Öğrencileri ile Bir Çalışma", *X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi,* 27-30 Haziran 2012, Niğde Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Niğde.

Akkaya, R. (2006) *İlköğretim Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanında Karşılaşılan Kavram Yanılgılarının Giderilmesinde Etkinlik Temelli Yaklaşımın Etkililiği,* Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü: Bolu.

Akkayüz, E. (2003) *İlköğretim 4. ve 6. Sınıf Öğrencilerinin Kavram Haritası Hazırlama Düzeyleri*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü: Adana.

Aksan, D. (2007) *Her Yönüyle Dil: Ana Çizgileriyle Dilbilim*, Cilt: 3, Türk Dil Kurumu Yayınları: Ankara.

Akuysal, N. (2007) *İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin 7. Sınıf Ünitelerindeki Geometrik Kavramlardaki Yanılgıları,* Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü: Konya.

Altun, M. (1998) *Matematik Öğretimi,* Anadolu Üniversitesi Yayınları: Eskişehir.

Altun, M. (2004) "Asal Sayıların, Bileşik Sayılardan Ayırımına İstatistiksel Bir Yaklaşım", *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi,* c. XVII, s. 1, ss. 1-12.

Altun, M. (2005) *Eğitim Fakülteleri ve İlköğretim Öğretmenleri İçin Matematik Öğretimi*, Aktüel Yayıncılık: Bursa.

Altun, M. (2006) "Matematik Öğretiminde Gelişmeler", *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* c. XIX, s. 2, ss. 223-238.

Altun, M. (2011) *Eğitim Fakülteleri ve Lise Matematik Öğretmenleri İçin Liselerde Matematik Öğretimi,* Alfa Aktüel: Bursa.

Aşık, S. (2010) *Tanımsızlık ve Belirsizlik Kavramlarının Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Görüş ve Performansları Bağlamında İncelenmesi: 0, 1 ve ∞ ile Yapılan İşlemler,* Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü: İstanbul.

Atılgan, H. (2006) *Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme*, Anı Yayıncılık: Ankara.

Aydın, E. ve Delice, A. (2010) "Ölçme ve Değerlendirmeye Kavram Yanılgıları Perspektifinden Bir Bakış", *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri,* Edt.: Özmantar, M. F., Bingölbali, E. ve Akkoç, H., Pegem Akademi: Ankara.

Aydın, S. ve Yeşilyurt, M. (2007) "Matematik Öğretiminde Kullanılan Dile İlişkin Öğrenci Görüşleri", *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi,* c. 6, s. 22, ss. 90-100, uvt.ulakbim.gov.tr/uvt/index.php?cwid=9&vtadi=TSOS&ano=83760_19d4fa46e09da1c3c090759be0ca7c7d

Bağlı, M. T. (2004) "Oyun, Bilişsel Gelişim ve Toplumsal Dünya: Piaget, Vygotsky ve Sonrası", *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, c. 37, s. 2, ss. 137-169.

Baki, A. (1996) "Matematik Eğitiminde Değişim", *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* c. 2, s. 14, ss. 41-47.

Baki, A. ve Bell, A. (1997) *Ortaöğretim Matematik Öğretimi,* YÖK/Dünya Bankası MEGP Hizmet Öncesi Öğretmen Eğitimi, YÖK Yayınları: Ankara.

Baki, A. (1998) "Cebirle İlgili İşlem Yanılgılarının Değerlendirilmesi", *III. Ulusal Fen Bilimleri Eğitimi Sempozyumu,* Karadeniz Teknik Üniversitesi, 23-25 Eylül 1998, Trabzon.

Baki, A. ve Kartal, T. (2002) "Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Bağlamında Lise Öğrencilerinin Cebir Bilgilerinin Değerlendirilmesi", *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi,* 16-18 Eylül 2002, ODTÜ, Ankara, Bildiriler Kitabı, ss. 208-211, Ankara.

Baki, A. (2006) *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi,* Bilge Matbaacılık: İstanbul.

Balcı, M. (1997) *Matematik Analiz Cilt: 1*, Bilim yayınları: Ankara.

Barnett, J. H. (2006) *True or False? Explain!*, University of Southern Colorado, www.maa.org/saum/maanotes49/101.html

Başaran, İ. E. (1994) *Eğitime Giriş*, Kadıoğlu Matbaası: Ankara.

Bayar, H. (2007) *I. Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Konusundaki Öğrenci Hatalarının Analizi,* Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü: Balıkesir.

Bayazıt, İ. (2010) “Fonksiyonlar Konusunun Öğreniminde Karşılaşılan Zorluklar ve Çözüm Önerileri”, *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri,* Edt.: Özmantar, M. F., Bingölbali, E. ve Akkoç, H., Pegem Akademi: Ankara.

Baykul, Y. (1999) *İlköğretimde Matematik Öğretimi (1-5. Sınıflar İçin),* Anı Yayıncılık: Ankara.

Baykul, Y. (2000) *Eğitimde ve Psikolojide Ölçme: Klasik Test Teorisi ve Uygulaması*, ÖSYM Yayınları: Ankara.

Baykul, Y. (2005) *İlköğretim Matematik Öğretimi (1-5 Siniflar) (8. Baskı),* Pegem Akademi Yayıncılık: Ankara.

Berberoğlu, G. (16.03.2012) *Türk Bakış Açısından PISA Araştırma Sonuçları*, www.konrad.org.tr/Egitimturk/07girayberberoglu.pdf

Bilgin, T. ve Akbayır, K. (2002) “Lise 1. Sınıf Öğrencilerinin Ondalık Sayıları Yorumlama ve Uygulamada Sahip Oldukları Kavram Yanılgıları”, *Kastamonu Eğitim Dergisi,* c. 10, s. 1.

Bingölbali, E. ve Özmantar, M. F. (2012) “Matematiksel Kavram Yanılgıları: Sebepleri ve Çözüm Arayışları”, *İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri,* Edt.: Bingölbali, E. ve Özmantar, M. F., Pegem Akademi: Ankara.

Birgin, O. ve Gürbüz, R. (2009) “İlköğretim II. Kademe Öğrencilerinin Rasyonel Sayılar Konusundaki İşlemsel ve Kavramsal Bilgi Düzeylerinin İncelenmesi”, *Uludağ Eğitim Fakültesi Dergisi,* c. *XXII,* s. 2, ss. 529-550.

Bloch, W. G. (2008) *Unimaginable Mathematics of Borges' Library of Babel*, Oxford University Press: NC, USA.

Booth, L. R. (1988) *Algebra: Children's Strategies and Errors,* NFER-Nelson: Windsor, UK.

Bunt, L. N. H., Jones, P. S. & Bedient, J. (1988) *The Historical Roots of Elementary Mathematics,* Courier Dover Publications: Mineola, New York.

Büyükkaragöz, S. S. ve Çivi, C. (1998) *Genel Öğretim Metodları,* Öz Eğitim Yayınları: İstanbul.

Brown, J. S. & Burton, R. R. (1978) "Diagnostic Models for Procedural Bugs in Basic Mathematical Skills", Cognitive Science, c. 2, ss. 155-192, http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1207/s15516709cog0202_4/pdf

Bruno, A., Espinel, M. C. & Martinon, A. (1997) "Prospective Teachers Solve Additive Problems with Negative Numbers", *Focus on Learning Problems in Mathematics*, s. 19, ss. 36-55.

Büyüköztürk, Ş. (2004) *Sosyal Bilimler için Veri Analizi El Kitabı*, Pegem A Yayıncılık: Ankara.

Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2009) *Bilimsel Araştırma Yöntemleri (4. Baskı)*, Pegem Akademi: Ankara.

Cabral, B. (2004) *The Van Hiele's Model and Cognitive Visualization in Learning Geometry at Secondary School*, ETD Collection: The University of Texas, El Paso, Texas.

Cengiz, Ö. M. (2006) *Reel Sayıların Öğretiminde Bir Kısım Ortaöğretim Öğrencilerinin Yanılgıları ve Yanlışları Üzerine Bir Çalışma*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü: Erzurum.

Ceylan, N. (2001) *Cebir Öğretiminde Yapılan Yanlışlıklar ve Yanılgıların Teşhisi ve Alınması Gereken Tedbirler,* Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü: Konya.

Clegg, B. (2003) *A Brief History of Infinity: The Quest to Think the Unthinkable*, Robinson Publishing: London.

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (1998) *A Guide to Teaching Practice (Fourth Edt.)* Routledge: London and New York.

Cornu, B. (1991) "Limits", *Advanced Mathematical Thinking,* s. 11, ss. 153-166.

Coşkun, M. (1999) *Ögeleri Belirleme Kuramına Dayalı Kavram Öğretiminin Akademik Başarı ve Kalıcılığa Etkisi,* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü: Adana.

Coşkun, M. K. (2007) *İçeriğin Öğretim İçin Düzenlenmesi*, Pegem A Yayıncılık: Ankara.

Coşkun, M. K. (2011) *Kavram Öğretimi,* Karahan Kitabevi: Adana.

Crider, M. R. (1998) *The Effects of Using "Spliting" Multiplicative Stuctures on Students' Understanding of Integer Exponents,* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Texas A & M Üniversitesi: Texas.

Crowley, M. L. (1987) "The Van Hiele Model of the Development of Geometric" *Learning and Teaching Geometry K-12*, *1987 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics,* Edt.: Mary Montgomery Lindquist, ss. 1-16, Reston, Virginia.

Çekici, E. ve Yıldırım, H. (2011) "Matematik Eğitimi Üzerine Bir İnceleme", *Marmara Üniversitesi İ.İ.B.F. Dergisi,* c. 31, s. 2, ss. 175-196.

Çetin, Y., Ersoy, Y. ve Çakıroğlu, E. (2002) "Kule: Keşfederek, Uygulayarak Logaritma Öğretimi Etkinlikleri", *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi,* 16-18 Eylül 2002, ODTÜ, Ankara.

Dağlı, H. (2010) *İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Çevre, Alan ve Hacim Konularına İlişkin Kavram Yanılgıları,* Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü: Afyon.

Dauben, J. W. (1979) *Georg Cantor: His Mathematics and Philosophy of the Infinite*, Harvard University Press: Boston.

De Corte, E. (2004) "Mainstreams and Perspectives in Research on Learning Mathematics from Instruction", *Applied Psychology,* c. 2, s. 53, ss. 279-310.

Dede, Y., Yalın, H. ve Argün, Z. (2002) "İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Değişken Kavramının Öğrenimindeki Hataları ve Kavram Yanılgıları", *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi,* 16-18 Eylül 2002, ODTÜ, Ankara.

Dede, Y. ve Argün, Z. (2003) "Cebir, Öğrencilere Niçin Zor Gelmektedir?", *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* s. 24, ss. 180-185.

Dede, Y. & Argün, Z. (2004) "Matematiksel Düşüncenin Başlangıç Noktası: Matematiksel Kavramlar", *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi Dergisi,* s. 39, ss. 338-355.

Demirel, Ö. (2005) *Eğitim Sözlüğü*, Pegem A Yayıncılık: Ankara.

Dereli, A. (2009) *Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Olasılık Konusundaki Hataları ve Kavram Yanılgıları,* Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü: Eskişehir.

Dickson, L., Brown, M. & Gibson, O. (1984*) Children Learning Mathematics: A Teacher's Guide to Recent Research,* Cassel Education: London.

Dilber R., Aksakallı, A., Karahan, İ. H. ve Bakkaloğlu, Ö. F. (2000) "Fizik Konularının Unutulma Süreci Üzerine Bir Çalışma", *IV. Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi,* 6-8 Eylül 2000, *Hacettepe Üniversitesi,* ss. 354-358, Ankara.

Driscoll, M. P. (1994) *Psychology of Learning for Instruction,* Allyn & Bacon: Boston.

Doğanay, A. (2003) *Öğretimde Kavram ve Genellemelerin Geliştirilmesi, Hayat Bilgisi ve Sosyal Bilgiler Öğretimi,* Pegem Yayıncılık: Ankara.

Duatepe, A. (2010) "Üslü ve Köklü Sayılar Konularındaki Öğrenme Güçlükleri", *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri*, Edt.: Bingölbali, E. ve Özmantar, M. F., Pegem Akademi: Ankara.

Durmuş, S. (2004) "Matematikte Öğrenme Güçlüklerinin Saptanması Üzerine Bir Çalışma", *Kastamonu Eğitim Dergisi,* c. 12, s. 1, ss. 125–128.

Elitok, K. A. ve Türkoğlu, A. (2012) "Ortaöğretim Kurumlarının Okul Yaşam Kalitesi Düzeyi ve Ortaöğretim Öğretmenlerinin Sınıf İçi İletişimde Kullandıkları Örtük Davranışlar" *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* s.31, ss. 149-162.

Er, H. ve Ünlü, A. A. (2011) *Ortaöğretim Matematik 9 Ders Kitabı,* Nova Yayıncılık: Ankara.

Eraslan, A. (2011) "Matematik Öğretmeni Adayları ve Kopya: Hiç Çekmedim Desem Yalan Olur!", *Eğitim ve Bilim Dergisi,* c.36, s. 160, ss. 52-64.

Erbaş, A. K. ve Ersoy, Y. (2002) "Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Eşitliklerin Çözümündeki Başarıları ve Olası Kavram Yanılgıları", *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi,* 16-18 Eylül 2002, ODTÜ, Ankara.

Ercan, B. (2010) *İlköğretim Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayı Kavramı ile İlgili Bilgilerinin Değerlendirilmesi,* Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü: Adana.

Erden, M. (1998) *Öğretmenlik Mesleğine Giriş,* Alkım Yayınları: İstanbul.

Erdoğan, A. ve Erdoğan, E. Ö. (2012) "Toplama ve Çıkarma Kavramlarının Öğretimi ve Öğrenci Güçlükleri", *İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri,* Edt.: Bingölbali, E. ve Özmantar, M. F., Pegem Akademi: Ankara.

Ergün, M. ve Özsüer, S. (2006) "Vygotsky'nin Yeniden Değerlendirilmesi", *Afyon Karahisar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi,* s. 2, ss. 269-192.

Ersoy, Y. (1998) "İlköğretim Matematik Programını Yenileme: Programın Çatkısı ve Yeni Düzenlemeden Yansımalar", *Fen ve Matematik Öğretimi Sempozyumu,* 5-6 Haziran 1998, Kültür Koleji, İstanbul.

Ersoy, Y. (2003) *Teknoloji Destekli Matematik Eğitimi-1:Gelişmeler, Politikalar ve Stratejiler,* İlköğretim Online Dergisi, c. 2, s. 1, ss. 18-27, https://ilkogretim-online.org.tr/vol2say1/v02s01c.pdf?ref=imagesview.com

Ertekin, E. (2002) *Denklem Öğretimindeki Hata ve Yanılgıların Teşhisi ve Alınması Gereken Tedbirler,* Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü: Konya.

Ertürk, S. (1998) *Eğitimde Program Geliştirme*, Meteksan: Ankara.

Falkener, K. P., Levi, L. & Carpenter, T. P. (2000) “Childrens’ Understanding of Equality: A Foundation For Algebra”, *Teaching Children Mathematics,* c. 6, s. 4, ss. 232-236.

Fidan, N. (1996) *Okulda Öğrenme ve Öğretme*, Alkım Kitabevi: Ankara.

Filloy, E. & Rojano, T. (1989) “Solving Equations: The Transition from Arithmetic to Algebra”, *For The Learning of Mathematics,* c. 9, s. 2, ss. 19-25.

Fishbein, E. (2001) “Tacit Models and Infinity”, *Educational Studies in Mathematics,* s. 48, ss. 309-329.

Gagne, R. M. (1977) *The Conditions of Learning (Third Edition),* Holt, Rinehart and Winston: New York.

Gerlach, V. S., Ely, D. P. & Melnick, R. (1980) *Teaching and Media :A Systematic Approach, (Second Edition)*, Prentice-Hall Incorporated: Englewood Cliffs, New Jersey.

Goldenberg, E. P., Cuoco, A. A. & Mark, J. (1998) “A Role for Geometry in General Education”, *Designing Learning Environments for Developing Understanding of Geometry and Space,* Edt.: R. Lehrer, & D. Chazan, Mahwah, (New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates), ss. 3-44,

Goldstein, L. J. (1973) “A History of the Prime Number Theorem”, *The American Mathematical Monthly,* c. 80, s. 6, ss. 599-615.

Golinskaia, L. (1997*) Van Hiele Theory in Russian and United States Geometry Curricululum,* Doktora Tezi, Columbia University: New York.

Gökbaş, H. (2005) *Tamsayılar Konusunun Öğretimindeki Hata ve Yanılgıların Teşhisi ve Alınması Gereken Tedbirler,* Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü: Konya.

Göker, L. (1989) *Matematik Tarihi,* Kaynak Eserler Dizisi: 23, Kültür Bakanlığı: Ankara.

Güler, H. K. (2010) *Karikatür Kullanılarak Yapılan Öğretimin İlköğretim 6. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersi Doğal Sayılar Alt Öğrenme Alanındaki Akademik Başarılarına ve Matematik Dersine Karşı Tutumlarına Etkisi,* Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü: Ankara.

Gültekin, M., Karadağ, R. ve Yılmaz, F. (2007) "Yapılandırmacılık ve Öğretim Uygulamalarına Yansımaları", *Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, c. 7, s. 2, ss. 503-528.

Günçe, G. (1971) "Jean Piaget ve Temel Kuramsal Fikirleri", *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi,* s. 4.

Güner, N. ve Alkan, V. (2011) "İlköğretim ve Ortaöğretim Öğrencilerinin 2010 YGS Matematik Sorularını Cevaplandırırken Yaptıkları Hatalar", *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* c. 2, s. 30, ss. 125-140.

Güneş, B. (2005) *Konu Alanı Ders Kitabı İnceleme Klavuzu: Bilimsel Hatalar ve Kavram Yanılgıları,* Gazi Kitabevi: Ankara.

Güven, B. ve Karataş, İ. (2003*) Dinamik Geometri Yazılımı Cabri ile Geometri Öğrenme: Öğrenci Görüşleri,* The Turkish Online Journal of Educational Technology – TOJET, c.2, s.2, ss. 67-78, www.tojet.net/articles/v2i2/2210.pdf

Güven, D. E. (2005) “Eğitim Üzerine Yinelenen Eleştiriler, Alternatif Öneriler”, *Başkent Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Pivolka Dergisi,* c. 4, s. 17.

Graham, L. R., Knuth, D. E. & Patashnik, O. (1990) *Concrete Mathematics,* Addison-Wesley Publishing Company: USA.

Hacısalihoğlu, H. H., Hacıyev. A., Kalantarov, V., Sabuncuoğlu, A., Brown, M. L. ve İbikli, E. (2000) *Matematik Terimleri Sözlüğü*, Türk Dil Kurumu Yayınları: Ankara.

Hacısalihoğlu, H. H., Mirasyedioğlu, Ş. ve Akpınar, A. (2004) *Matematik Öğretimi, Matematikte İşbirliğine Dayalı Yapılandırıcı Öğrenme ve Öğretme,* Asil Yayıncılık: Ankara.

Hesapçıoğlu, M. (2010) *Öğretim İlke ve Yöntemleri*, Beta Yayınları: İstanbul.

Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986) *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics,* Lawrence Erlbaum Associates Inc.: New Jersey.

Hilaire, P. & Westphal, W. (1964) “New Numerals for Base-five Arithmetic”, *The Arithmetic Teacher,* c. 11, s. 5, ss. 331-333.

Işık, A. (2001) “Matematik Dünyasında Değişimler”, *Kastamonu Eğitim Dergisi*, c.10, s. 2, ss. 365-368.

Kamii, C. & Joseph, L. (1988) “Teaching Place Value and Double-Column Addition”, *Arithmetic Teacher*, c. 35, s. 6, ss. 48-52.

Kandemir, M. (2004) “Matematikte Kavram Kalıcılığı”, *Kastamonu Eğitim Dergisi,* c. 12, s. 2, ss. 397-416.

Kaplan, H. A. (2008) *İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Basamak ve Basamak Değeri Kavramları İle İlgili Zihinsel Yapılarının İncelenmesi,* Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü: Ankara.

Karasar, N. (2005) *Bilimsel Araştırma Yöntemi*, Nobel Yayın Dağıtım: Ankara.

Kaynak, M., Narlı, S., Köroğlu, H., Çelik, A. ve Alkan, H. (2000) "9., 10. ve 11. Sınıf Öğrencilerinin 9. Sınıf Matematik Dersinde Düştükleri Bazı Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi ve Çözüme Yönelik Öneriler", *IV. Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi*, 6-8 Eylül 2000, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Ankara.

Keçeli, V. (2007) *Karmaşık Sayılarda Kavram Yanılgısı ve Hata ile Tutum Arasındaki İlişki,* Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü: Ankara.

Ketterlin-Geller, L. R., Jungjohann, K., Chard, D. J. & Baker, S. (2007) "From Arithmetic to Algebra", *Educational Leadership,* c. 65, s. 3, ss. 66-71.

Kızıloluk, H. (2002) *Öğretmenlik Mesleğine Giriş*, Mikro Yayınları: Ankara.

Kieran, C. (1992) "The Learning and Teaching of School Algebra", *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning,* Edt.: D. Grouws (New York: Macmillan Library Reference), ss. 390- 419.

Klausmeier, H. J. (1992) "Concept Learning and Concept Teaching", *Educational Psychologist*, c. 27. s. 3, ss. 267-286.

Knight, C. K. (2006) *An Investigation Into the Change in the Van Hiele Levels of Understanding Geometry of Pre-service Elementary and Secondary Mathematics Teachers*, Yüksek Lisans Tezi, The University of Maine: Orono, Maine.

Köroğlu, H. ve Yeşildere, S. (2004) "İlköğretim Yedinci Sınıf Matematik Dersi Tamsayılar Ünitesinde Çoklu Zeka Teorisi Tabanlı Öğretimin Öğrenci Başarısına Etkisi", *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi,* c. 24, s. 2, ss. 25-41.

Kuchemann, D. (1980) "Children's Understanding of Integers", *Mathematics in School*, c. 9, s.2, ss. 31-32.

Kuchemann, D. (1981) "Algebra", *Children's Understanding of Mathematics 11-16,* Edt.: K. Hart (London: John Murray), ss. 102-119.

Kutlu, Ö. (2004) *Ölçme ve Değerlendirme Dersi Yayımlanmamış Ders Notları*, Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi: Ankara.

Kuzgun, Y. ve Deryakulu, D. (2004) *Eğitimde Bireysel Farklılıklar*, Nobel Yayın Dağıtım: Ankara.

Küçük, A. ve Demir, B. (2009) "İlköğretim 6-8. Sınıflarda Matematik Öğretiminde Karşılaşılan Bazı Kavram Yanılgıları Üzerine Bir Çalışma", *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi,* s.13, ss. 97-112.

Küçük, Y. (2004) *Genel Matematik*, Anadolu Üniversitesi Yayınları: Eskişehir.

Krantz, S. G. (2003) *Calculus Demystified*, The McGraw-Hill Companies, Inc: NC, USA.

Linchevski, L. (1995) "Algebra with Numbers and Arithmetic with Letters: A Definition of Pre-algebra", *The Journal of Mathematical Behaviour*, c. 14, s. 1, ss. 113-120.

Linn, M. C. & Kessel, C. (1996) "Success in Mathematics: Increasing Talent and Gender Diversity Among College Majors" *Research in Collegiate Mathematics Education II,* Edt.: J. Kaput, A. H. Schoenfeld and E. Dubinsky, American Mathematically Society: U.S.A.

Özmantar, F. M. (2010) “Sonsuzluk Kavramı”, *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri,* Edt.: Bingölbali, E. ve Özmantar, M. F., Pegem Akademi: Ankara.

Lorenz, H. & Lupart, J. (2001) “Gender Differences in Math, English, and Science for Grade 7 and 10 Students-Expectations for Success”, *Presented at the Canadian Society for Studies in Education,* 25 May 2001, Quebec, Canada.

Lovasz, L. Pelikan, J. & Vesztergombi, K. (2003) *Discrete Mathematics*, Springer Verlag New York Inc.: Secaucus, NJ, USA.

Luria, A. F. (1969) “On the Pathology of Computational Operations”, *Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics,* Edt.: J. Kilpatrick ve I. Winszup (Chicago: Chicago University), ss. 37-74.

MacGregor, M. & Stacey, K. (1996) “Students’ Understanding of Algebraic Notation: 11–15”, *Educational Studies in Mathematics,* s. 33, ss. 1–19.

Martin, L. & Umland, K. (2008) “Mathematics for Middle School Teachers: Choises, Successes and Challenges”, *The Montana Mathematics Enthusiast*, c. 5, s. 2-3, ss. 305-314.

Martorella, P. H. (1986) “Teaching Concepts”, *Classroom Teaching Skills*, Edt.: M. C. James, Healty and Company: USA.

Mayer, R. E. (1987) *Educational Psychology: A Cognitive Approach*, Little, Brown and Company: Toronto.

McSharry, P. (2006) *Hutchinson Everyday Numbers*, Helicon Publishing: Oxford.

MEB. (2011) Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, *Matematik Dersi Öğretim Programı ve Kılavuzu:* Ankara.

MEB. (2009a) Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, *İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu*: Ankara.

MEB. (2009b) *Ortaöğretim Matematik 9. Sınıf Ders Kitabı*, Devlet Kitapları: Ankara.

Merrill, D. (1983) "Component Display Theory", *Instructional Design Theories and Models: An Overview of their Current States Instructional Desing Theories And Models,* Edt.*:* C. M. Reigeluth (Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates)

Messer, R. (1984) "Factorial!", *The Mathematics Teacher*, c. 77, s. 1, ss. 50-51.

Meydan Larousse, (1990) *Meydan Larousse Ansiklopedisi*, Meydan Yayınevi: İstanbul.

Melemezoğlu, Ç. (2005) *Yönlü Sayıların Öğretiminde Öğrencilerin Yaptığı Hatalar ve Yanılgıları Üzerine Bir Araştırma*, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü: Konya.

Mistretta, R. G. (1996) *A Supplemental Geometry Unit to Enhance Eighth Grade Students' Van Hiele Thinking Levels,* Doktora Tezi, Teachers College Columbia University: New York.

Molina, G. M., Ambrose, R. & Castro, M. E. (2004) "In the Transition from Arithmetic to Algebra: Misconceptions of the Equal Sign", *28th International Group for the Psychology of Mathematics Education* ,14-18 July 2004, Bergen University College*,* Bergen, Norway.

Moralı, S., Köroğlu, H. ve Çelik, A. (2004) "Buca Eğitim Fakültesi Matematik Öğretmen Adaylarının Soyut Matematik Dersine Yönelik Tutumları ve Rastlanan Kavram Yanılgıları", *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi,*c. 24, s.1, ss. 161-17.5.

Nasibov, F. ve Kaçar, A. (2005) “Matematik ve Matematik Eğitimi Hakkında”, *Kastamonu Eğitim Dergisi,* c. 13, s. 2, ss. 339-346.

Nataraj, M. S. & Thomas, M. O. J. (2007) “Developing The Concept of Place Value”, Mathematics: Essential Research, Essential Practice: Proceedings of the 30th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, , v. 2, ss. 523-532, Wahroonga, Australia.

NCTM. (2000) *Principles and Standards for School Mathematic,* National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) Pub.: Reston,VA.

Nesher, P. (1987) “Towards an Instructional Theory: The Role of Students Misconceptions”, *For the Learning of Mathematics*, c. 7, s. 3, ss. 33-40.

Oksuz, C. (2007) *Children's Understanding of Equality and the Equal Symbol,* International Journal for Mathematics Teaching and Learning, www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/oksuz.pdf

Orhun, N. (1998) “Cebir Öğretiminde Aritmetik İşlemlerdeki Üslü ve Köklü Çokluklardaki Yanılgıların Tesbiti”, *Atatürk Üniversitesi 40. Kuruluş Yılı Matematik Sempozyumu*, 20-22 Mayıs 1998, Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi ve Fen- Edebiyat Fakültesi, Bildiriler Kitabı, ss. 273-279, Erzurum.

Öksüz, C. (2009) *İşlem Sırasının Kavratılması,* İlköğretim Online Dergisi, c. 8, s. 2, ss. 306-312, www.ilkogretim-online.org.tr/vol8say2/v8s2m3.doc

Öksüz, C. (2010) *İlköğretim Yedinci Sınıf Üstün Yetenekli Öğrencilerin “Nokta, Doğru ve Düzlem” Konularındaki Kavram Yanılgıları,* İlköğretim Online Dergisi, c. 9, s. 2, ss. 508–525, www.ilkogretim-online.org.tr/vol9say2/v9s2m7.pdf

Özdemir, E. (2008) *Gerçekçi Matematik Eğitimine (RME) Dayalı Olarak Yapılan "Yüzey Ölçüleri ve Hacimler" Ünitesinin Öğretiminin Öğrenci Başarısına Etkisi ve Öğretime Yönelik Öğrenci Görüşleri,* Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü: Balıkesir.

Özdemir, H. B. (2000) "Matematik Öğretiminde Tanım, Terim ve Sembollerin Önemi", *H. Ü. Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi, 19-20 Eylül 2000,* ss. 647-649, İzmir.

Özden, Y. (1998) *Öğrenme ve Öğretme,* Pegem Özel Eğitim ve Hizmetleri: Ankara.

Özmantar, F. M. (2010) "Sonsuzluk Kavramı", *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri,* Edt.: Bingölbali, E. ve Özmantar, M. F., Pegem Akademi: Ankara.

Özpınar, İ. ve Arslan, S. (2012) "İşlemsel ve Kavramsal Öğrenme Arasındaki İlişki: Genel Matematik Dersi Örneği", *X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi,* 27-30 Haziran 2012, Niğde Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Niğde.

Özyürek, M. (1983) "Kavram Öğrenme ve Öğretme", *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi,* c. 2, ss. 347-366.

Pappas, T. (1993) *Yaşayan Matematik* (Çev. Y. Silier), Sarmal Yayınevi: İstanbul.

Pesen, C. (2008) *Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımına Göre Matematik Öğretimi,* Sempati: Ankara.

Price, P. S. (1998) "Year 3 students' Place-Value Misconceptions: Another Look at MAB", *Teaching Mathematics in New Times, Proceedings of the Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia Incorporated*, 5-8 July 1998, c. 2, ss. 452-459, Australasia.

Rees, R & Barr, G. (1984) *Diagnosis and Prescription in the Classroom*: *Some Common Mathematics Problems,* Harper and Row: London.

Reid, C. (2006) *From Zero to Infinity: What Makes Numbers Interesting,* A K Peters Limited: Natick, Massachusetts, USA.

Resnick, L. B. (1982) "Syntax and Semantics in Learning to Subtract", *Add and Subtraction: A Cognitive Perspective,* Edt*.:* T. P. Carpenter, J. M. Moser, ve T. A. Romberg (Hillsdale, NJ: Erlbaum), ss. 136-155.

Resnick, L. B., Nesher, P., Francois, L., Magone, M., Omanson, S. & Peled, I. (1989) "Conceptual Bases of Arithmetic Errors: The Case of Decimal Fractions", *Journal for Research in Mathematics Education*, c. 20, s. 1, ss. 8-27.

Ross, S. (1989) "Parts, Wholes and Place Value: A Developmental View", *Arithmetic Teacher*, c. 36, s. 6, ss. 47-51.

Santos, M. (1998) "Instructional Qualities of A Successful Mathematical Problem Solving Class**"** *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,* c. 29, s**.** 5, ss. 631-647.

Senemoğlu, N. (2003) *Gelişim Öğrenme ve Öğretim,* Spot Matbaa: Ankara.

Seyhan, G. ve Gür, H. (2002) "İlköğretim 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Ondalık Sayılar Konusundaki Hataları ve Kavram Yanılgıları", *Matematikçiler Derneği Kongresi*, Milli Kütüphane, Ankara.

Sfard, A. (1994) "The Gains and Pitfalls of Reification: The Case of Algebra", *Educational Studies in Mathematics*, s. 26, ss. 191- 228.

Sharma, M. C. (1993) "Place Value Concept: How Children Learn It and How to Teach It", *Math Notebook*, c. 10, s. 1-2, ss. 1-26.

Sleeman, D. (1984) “An Attempt to Understand Students Understanding of Basic Algebra”, *Cognitive Science*, s. 8, ss. 387-412.

Soylu, Y. ve Aydın, S. (2006) “Matematik Derslerinde Kavramsal ve İşlemsel Öğrenmenin Dengelenmesinin Önemi Üzerine Bir Çalışma”, *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi,* c. 8, s. 2.

Soylu, Y. (2006) “Öğrencilerin Değişken Kavramına Vermiş Oldukları Anlamlar ve Yapılan Hatalar”, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, s. 30, ss. 211-219.

Stepans. J. (1996) *Targeting Students' Science Misconceptions: Physical Science Concepts Using The Conceptual Change Model*, Idea Factory: Riverview, Fla.

Stone, K. (2001) *Girls' Math Scores Could Indicate Success and Aspirations,* Academic Report, Texas A&M University, http://teep.tamu.edu/reports/report014.pdf

Sulak, H. ve Cihangir A. (2000) “Ondalık Sayıların Öğretiminde Yanılgılar”, *IV. Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi,* 6-8 Eylül 2000, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Şandır, H., Ubuz, B. ve Argün, Z. (2007) “9. Sınıf Öğrencilerinin Aritmetik İşlemler, Sıralama, Denklem ve Eşitsizlik Çözümlerindeki Hataları”, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* s. 32, ss. 274-281.

Şenay, Ş. C. (2002) *Üslü ve Köklü Sayıların Öğretiminde Öğrencilerin Yaptıkları Hatalar ve Yanılgıları Üzerine Bir Araştırma*, Yüksek Lisans Tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü: Konya.

Şimşek, A. (2006) *İçerik Türlerine Dayalı Öğretim: Kavramların Öğretimi (1. Baskı)*, Nobel Yayın Dağıtım: Ankara.

Şirin, A. (2008) "Oluşturmacılığın Kuramsal Temelleri", *Marmara Coğrafya Dergisi,* s. 17, ss. 196-207.

Tatar, E., Okur, M. ve Tuna, A. (2008) "Ortaöğretim Matematiğinde Öğrenme Güçlüklerinin Saptanmasına Yönelik Bir Çalışma", *Kastamonu Eğitim Dergisi,* c. 16, s. 2, ss. 507-516.

TDK. (1983) *Matematik Terimleri Sözlüğü*, Sevinç Basımevi: Ankara.

TDK. (2010) *Türkçe Sözlük,* Türk Dil Kurumu Yayınları: Ankara.

Tertemiz, N. (1994) *İlkokulda Aritmetik Problemlerini Çözmede Etkili Görülen Bazı Faktörler,* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü: Ankara.

Thomas, G. B., Weir, M. D., Hass, J. R. & Giordano, F. R. (2004) *Thomas' Calculus (11th Edt.),* Pearson Addison Wesley: Boston.

Thompson, I. & Bramald, R. (2002*) An Investigation of the Relationship Between Young Children's Understanding of the Concept of Place Value and their Competence at Mental Addition, Report for the Nuffield Foundation,* Final Report, Department of Education, University of Newcastle: Newcastle Upon Tyne.

Turan, İ. (2002) "Lise Coğrafya Derslerinde Kavram ve Terim Öğretimi ile İlgili Sorunlar", *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, c. 22, s. 2, ss. 67-84.

Turanlı, N., Keçeli, V. ve Türker, N. K. (2007) "Ortaöğretim İkinci Sınıf Öğrencilerinin Karmaşık Sayılara Yönelik Tutumları ile Karmaşık Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgıları ve Ortak Hataları", *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi,* c. 9, s. 2, ss. 135-149.

Tekin, H. (2003) *Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme,* Yargı Yayınevi: Ankara.

Tural, H. (2005) *İlköğretim Matematik Öğretiminde Oyun ve Etkinliklerle Öğretimin Erişi ve Tutuma Etkisi,* Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü: İzmir.

Tyler, R. W. (1949) *Basic Principles of Curriculum and Instruction*, University of Chicago Press: Chicago.

Ubuz, B. (1999) "10. ve 11. Sınıf Öğrencilerinin Temel Geometri Konularındaki Hataları ve Kavram Yanılgıları", *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* s. 16, s. 17, ss. 95-104.

Uça, S. (2010) *Matematik Öğretiminde İşlem Sırasının Kavratılmasında Yeni Bir Yaklaşım: MNEMONİ,* Yüksek Lisans Tezi, Adnan Menderes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü: Aydın.

Umay, A. (2002) "Öteki Matematik", *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* s. 23, ss. 275-281.

Umay, A. (2004) *Matematik Eğitiminde Değişim*, Matematikçiler Derneği Matematik Köşesi Makaleleri, www.matder.org.tr/index.php?option=com_content&view=article&id=80:matematikegitimindedegisim&catid=8:matematikkosesimakaleleri&Itemid=172

Umay, A. ve Kaf, Y. (2005) "Matematikte Kusurlu Akıl Yürütme Üzerine Bir Çalışma", *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, s. 28, ss. 188-195.

Uslu, C. Ş. (2006) *İlköğretim 1. ve 2. Kademesi ile Ortaöğretim 10. Sınıf Öğrencilerinin Matematiğin Temel Kavramlarındaki Eksik ve Yanlış Öğrenmelerinin*

Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü: Konya.

Ülgen, G. (2001) *Kavram Geliştirme: Kuramlar ve Uygulamalar (3. Baskı),* Pegem A Yayıncılık: Ankara.

Ültanır, Y. G. (1997) *Öğrenme Kuramları (Genişletilmiş 2. Baskı),* Hatiboğlu Yayıncılık: Ankara.

Ünal, Ç. (2008) *Öğrenme-Öğretme Kuramları ve Coğrafya Eğitimine Yansımaları*, Eser Matbaası: Erzurum.

Ünal, Ç. (2012) "Bilişsel Kuramların Coğrafya Eğitimi ve Öğretiminde Uygulanabilirliği", *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi,* c. 16, s.1, ss. 345-360.

Ünal, Z. A. ve İpek A. S. (2009) *Gerçekçi Matematik Eğitiminin İlköğretim 7.Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılarla Çarpma Konusundaki Başarılarına Etkisi*, Eğitim ve Bilim Dergisi, c. 34, s. 152, http://egitimvebilim.ted.org.tr/index.php/EB/article/viewFile/8/6

Van, A. B. (2002) *Reinvention of Early Algebra: Developmental Research on the Transition from Arithmetic to Algebra.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, University of Utrecht: The Netherlands.

Varış, F. (1996) *Eğitimde Program Geliştirme Teoriler, Teknikler*, Alkım Kitabevi: Ankara.

Varol, F. ve Kubanç, Y. (2012) *Öğrencilerin Dört İşlemde Yaşadıkları Yaygın Aritmetik Güçlükler*, ww.turkishstudies.net/Makaleler/1327598339_117_varolfiliz_kuban%C3%A7yasemin_2067-2074.pdf

Virvou, M. & Moundridou, M. (2000) “A Web-based Authoring Tool for Algebra-related Intelligent Tutoring Systems”, *Educational Technology & Society,* c. 3, s. 2, ss. 61-70.

Virvou, M. & Tsiriga, V. (2000) “Involving Effectively Teachers and Students in the Life Cycle of An Intelligent Tutoring System”, *Educational Tecnology & Society,* c. 3, s. 3.

Wrede, R. & Spiegel, M. R. (2002) *Theory and Problems of Advanced Calculus* (2nd Edition), The McGraw-Hill Companies, Inc: NC, USA.

Yıldırım, C. (2008) *Matematiksel Düşünme*, Remzi Kitabevi: İstanbul.

Yıldızlar, M. (2007) *Matematik Problemlerini Çözebilme Yöntemleri*, Eylül Yayıncılık: Ankara.

Yılmaz, Z. (2007) *İlköğretim İkinci Kademe Öğrencilerinin Ondalık Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgıları (Uşak İli Örneği),* Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü: Eskişehir.

Yusof, Y. M., Rahman, R. A., Razali, M. R., Abu, M. S., Bakar, M. N. & Tiong, O. C. (1999) “Overcoming Mathematical Learning Difficulties: A Case Study of Collaborative Research”, *Proceeding 8th Southeast Asian Conference,* 30 May- 4 June, Ateneo de Manila University, ss. 375–380, Manila, Phillippine.

Zawaira, A. & Hitchcock, G. (2008) *Primer for Mathematics Competitions,* Oxford University Pres: Oxford.

Zazkis, R., Dubinsky, E. & Dautermann, J. (1996). “Coordinating Visual and Analytic Strategies: A Study of Students’ Understanding of the Group D4”, *Journal for Research in Mathematics Education,* s.27, ss. 435-457.

Zembat İ.Ö. (2010) “Kavram Yanılgısı Nedir?”, *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri,* Edt.: Özmantar, M. F., Bingölbali, E. ve Akkoç, H., Pegem Akademi: Ankara.

EK 1: Doğal Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgılarını Belirleme Envanteri (Teşhis Testi)

DOĞAL SAYILAR KONUSUNDAKİ KAVRAM YANILGILARINI BELİRLEME ENVANTERİ (Teşhis Testi)

Okulu			
Cinsiyeti	E ( ) K ( )	Sınıfı	

Sevgili Öğrenciler,

Aşağıdaki teşhis testi öğrencilerin doğal sayılar konusunda sahip oldukları kavram yanılgılarını tespit etmek amacıyla hazırlanmıştır. Sorulara vereceğiniz cevaplar bilimsel bir araştırmada kaynak olarak kullanılacak olup, **sizi değerlendirmek amacıyla kesinlikle kullanılmayacaktır**.

Araştırmanın amacına ulaşabilmesi için, soruları dikkatli bir şekilde okuyarak, çözüme ulaşmak için yapacağınız tüm işlemleri boş bırakılan yerlere açıkça yazınız. Araştırmaya katkılarınızdan dolayı teşekkür eder, başarılar dilerim.

Hayri ÖZDEŞ

Matematik Öğretmeni

1) Aşağıdaki boşlukları doldurunuz.

$A = \left\{ 5,\ -3,\ \frac{2}{7},\ 7,\ 0,\ \frac{1}{3},\ 4,\ 1,\ -1,\ 23,\ 10 \right\}$ kümesi veriliyor. Bu kümenin elemanlarından;

a) Doğal sayı olanlarını yazınız ……………………………………………….

b) Çift doğal sayı olanlarını yazınız ……………………………………………….

c) Tek doğal sayı olanlarını yazınız ……………………………………………….

d) Rakam olanlarını yazınız ……………………………………………….

2) $8442 \div 14$ işleminin sonucunu bulunuz.

3) $10 - 2 + 3 \cdot 2$ işleminin sonucunu bulunuz.

4) 3660 sayısını 180'e bölerek, kalanı bulunuz.

5) Bir çıkarma işleminde, eksilen 5 artırılır, çıkan 2 azaltılırsa, farktaki değişim ne olur?

6) Aşağıdaki ifadelerin sonuçlarını yazınız.

a) $\frac{5}{0} = \ldots\ldots\ldots$ b) $\frac{0}{5} = \ldots\ldots\ldots$

7) Her doğal sayı aynı zamanda rasyonel sayı mıdır? Neden böyle düşündüğünüzü açıklayınız.

8) Beş basamaklı 25321 doğal sayısında, rakamları aynı olan sayıların basamak değerleri toplamını bulunuz.

9) ab ve ba iki basamaklı doğal sayılarının toplamı 165 olduğuna göre, kaç farklı ab sayısı yazılabilir?

10) Aşağıdaki ifadelerin sonuçlarını boşluklara yazınız.

a) $5^0 = ...$ b) $0^0 = ...$

11) Aşağıdaki ifadenin eşitini karşısındaki boşluğa yazınız.

$\underbrace{7+7+7+............+7}_{25\text{ tane}} = ...$

12) Aşağıdaki ifadeleri, karşılarındaki boşluklara üslü biçimde yazınız.

a) $\underbrace{5.5.5.5..............5}_{10\text{ tane}} = ...$ b) $3^4.3^5.3^2 = ...$

c) $2^8.5^8 = ...$ d) $2^{(5^2)} = ...$

e) $(2^5)^2 = ...$ f) $2^{10}+2^{11} = ...$

g) $3.5^9 + 4.5^9 + 5^9 = ...$

13) Aşağıdaki boşlukları doldurunuz.

a) 5 sayı tabanındaki üç basamaklı en büyük doğal sayı ………..

b) En küçük sayı tabanı ……….....

14) 6 tabanındaki $(abcd)_6$ sayısında, b 2 artırılıp, c 3 azaltılırsa sayı on tabanında kaç artar?

15) 4 sayı tabanını göstermek üzere, aşağıdaki toplama işlemini yapınız.

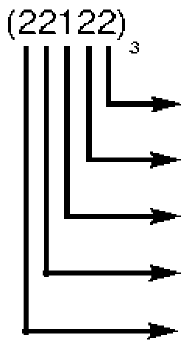
$$\begin{array}{r} (10322)_4 \\ (21333)_4 \\ +\ (233)_4 \\ \hline (..........)_4 \end{array}$$

16) 6 sayı tabanını göstermek üzere, aşağıdaki çıkarma işlemini yapınız.

$$\begin{array}{r} (4504)_6 \\ -\ (2545)_6 \\ \hline (.........)_6 \end{array}$$

17) 3 tabanındaki $(212)_3$ sayısının, 5 katının 3 tabanındaki değeri kaçtır?

18) Üç tabanındaki $(22122)_3$ sayısının, basamaklarının isimlerini aşağıdaki boşluklara yazınız.



19) Bir bilgisayar, açılıp kapanabilen çok sayıda ince elektronik anahtarları içerir. 0 ve 1 rakamları bilgisayar dilinin alfabesidir. Bu ikili dil, 2 sayı tabanını kullanmaktadır. 21 sayısının ikili dildeki karşılığını yazınız.

20) Aşağıdaki çizelgede yer alan sayılar için uygun olan kutucuğun içine (X) işareti koyup, neden böyle düşündüğünüzü açılayınız.

Sayılar	**Asal mıdır?**		
	Evet	Hayır	Neden Böyle Düşündüğünüzü Belirtiniz.
1			
2			
3			
0			
-3			

21) Aşağıdaki çizelgede yer alan sayılar için uygun olan kutucuğun içine (X) işareti koyup, neden böyle düşündüğünüzü açılayınız.

Sayılar	**Aralarında asal mıdır?**		
	Evet	Hayır	Neden Böyle Düşündüğünüzü Belirtiniz.
4 ile 9			
1 ile 4			
3, 6 ve 20			

22) 600 sayısını asal çarpanlarına ayırınız.

23) Aşağıdaki boşlukları doldurunuz.

6 sayısının,

a) Pozitif Bölenleri ………………………..

b) Pozitif Çarpanları ……………………….

24) Aşağıdaki ifadelerin varsa, sonuçlarını bulunuz.

a) 3! = …………………..

b) (-3)! = …...……………...

c) 0! = …………………..

25) 6! sayısı, 3! sayısının kaç katıdır?

26) 72 sayısının kaç tane pozitif tam böleni vardır?

EK 2: Teşhis Testi'nin Uygulanmasına İlişkin Valilik İzni

T.C.
İSTANBUL VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : **B.08.4.MEM.0.34.14.00-020-/ 69871**
Konu : Anket (Hayri ÖZDEŞ) **23/05/2012**

VALİLİK MAKAMINA

İlgi : a) Adnan Menderes Üniversitesi Rektörlüğü'nün 17/05/2012 tarihli ve 605.01.3416 Sayılı yazısı
b) MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü'nün 07.03.02012 tarihli ve 3616 sayılı ve 2012/13 No'lu Genelgesi.
c) Milli Eğitim Komisyonunun 22.05.2012 tarihli tutanağı.

Adnan Menderes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı Eğitim Programları ve Öğretim Yüksek lisans öğrencisi Hayri ÖZDEŞ'in **"Ortaöğretim 9.Sınıf Öğrencilerinin Doğal Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgıları"** konulu tezine dair, Anket çalışmasını İlimiz Şişli İlçesinde bulunan ortaöğretim kurumlarında öğrenim gören 9.sınıf öğrencilerine doğal sayılar konusundaki kavram yanılgılarını belirleme envanteri (26 maddelik) anket uygulama isteği, hakkındaki ilgi (a) yazı ve ekleri müdürlüğümüzce incelenmiştir.

Yüksek lisans öğrencisi Hayri ÖZDEŞ'in söz konusu talebi; bilimsel amaç dışında kullanılmaması, Eğitim öğretimi aksatmaması koşuluyla, okul idarelerinin denetim, gözetim ve sorumluluğunda ilgi (b) Bakanlık emri esasları dâhilinde uygulanması, sonuçtan Müdürlüğümüze rapor halinde (CD formatında) bilgi verilmesi kaydıyla Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde Olurlarınıza arz ederim.

Dr. Muammer YILDIZ
Milli Eğitim Müdürü

OLUR
.. /05/2012

Mustafa GÜRAN
Vali a.
Vali Yardımcısı

5070 Sayılı Kanuna Göre MUSTAFA GÜRAN tarafından 35994288399687810 SeriNolu Sertifika ile 24.05.2012 14:46:00 Tarihinde Elektronik Olarak İmzalanmıştır.

S

NOT: Verilecek cevapta tarih, numara ve dosya numarasının yazılması rica olunur.
STRATEJİ GELİŞTİRME BÖLÜMÜ E-Posta: sgb34@meb.gov.tr,
ADRES: İl Milli Eğitim Müdürlüğü D Blok Bab-ı Ali Cad. No:13 Cağaloğlu
Telefon: Snt.212 455 04 00 Dahili: 243, Faks: 212 520 05 64 Şb.Md.: 212 511 16 65

EK 3: Özgeçmiş

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı	: Hayri ÖZDEŞ
Doğum Yeri ve Tarihi	: Danimarka-1977

Eğitim Durumu

Lisans Öğrenimi	: Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi Matematik
Yüksek Lisans Öğrenimi	: Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı Eğitim Programları ve Öğretim
Bildiği Yabancı Diller	: İngilizce

İş Deneyimi

Projeler	: İstanbul İl Mili Eğitim Müdürlüğü ve İstanbul Kültür Üniversitesi işbirliği YÖNVER Projesi-2012
Çalıştığı Kurumlar	: Aydın Bozdoğan Anadolu Lisesi Şişli Anadolu Sağlık Meslek Lisesi

İletişim

e-posta Adresi	: hayriozdes@yahoo.com