

T.C.
ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI
FİZ-YL-2009-0003

**BAZI NONLİNEER ÇİFTLENİMLİ SALINICILARIN
ÖZELLİKLERİNİN İNCELENMESİ**

Özlem TAN

DANIŞMAN
Prof. Dr. Halil YARANERİ

AYDIN-2009

T.C.
ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI
FİZ-YL-2009-0003

BAZI NONLİNEER ÇİFTLENİMLİ SALINICILARIN
ÖZELLİKLERİNİN İNCELENMESİ

Özlem TAN

DANIŞMAN
Prof. Dr. Halil YARANERİ

AYDIN-2008

T.C.
ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE
AYDIN

Fizik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Programı öğrencisi Özlem TAN tarafından hazırlanan “Bazı Nonlineer Çiftlenimli Salıncıların Özelliklerinin İncelenmesi” başlıklı tez, 16.09.2009 tarihinde yapılan savunma sonucunda aşağıda isimleri bulunan jüri üyelerince kabul edilmiştir.

Unvanı, Adı ve Soyadı:

(Başkan) Prof. Dr. Hamza POLAT

(Üye) Prof. Dr. Halil YARANERİ

(Üye) Doç. Dr. Cesur EKİZ

Üniversitesi:

DEÜ, Fen Fakültesi

ADÜ, Fen Fakültesi

ADÜ, Fen Fakültesi

İmzası:

Jüri üyeleri tarafından kabul edilen bu Yüksek Lisans tezi, Enstitü Yönetim Kurulunun Sayılı kararıyla tarihinde onaylanmıştır.

Prof. Dr. Serap AÇIKGÖZ

Enstitü Müdürü

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
KABUL VE ONAY.....	i
İÇİNDEKİLER.....	ii
İNİTİHAL (AŞIRMA) BEYAN SAYFASI.....	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	vi
ÖNSÖZ.....	viii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	ix
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	xi
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Harmonik Salıncı	2
1.2 Zorlanımlı Salınım Hareketi.....	5
1.3 Çiftlenimli Salınım Hareketi	6
2. KAYNAK ÖZETLERİ	8
2.1 Isı Deposu İle Etkileşen İki Van Der Pol Salıncısının Dinamiği.....	8
2.2 Çiftlenimli Nonlineer Sarkaç	10
2.3 Çiftlenimli İki Nonlineer Salıncıda Parametrik Kararsızlık	11
3. MATERYAL METOD	16
3.1 Mathematica Yazılım Programı Ve Runge-Kutta Metodu.....	16
3.2 Diferansiyel Denklemlerin Basit Geometrik Yöntemle İncelenmesi	20
3.3 Pertürbasyon (Tedirgenme) Metodu	26
3.4 Enerji Aktarım Hızı Metodu	28
4. BULGULAR ve TARTIŞMA	33
4.1 Lineer Bir Salıncı İle Tamamen Nonlineer Bir Salıncının Lineer Çiftlenimi	34
4.2 Lineer Bir Salıncı İle Nonlineer Bir Salıncının Lineer Çiftlenimi	35
4.3 Lineer Bir Salıncı İle Nonlineer Salıncının Parametrik Çiftlenimi	37
4.4 Lineer Bir Salıncı İle Nonlineer Salıncının Parametrik Ve Zorlanımlı Çiftlenimi	40
5. SONUÇ	50
KAYNAKLAR	54
ÖZGEÇMİŞ	56

İntihal (Aşırma) Beyan Sayfası

Bu tezde görsel, işitsel ve yazılı biçimde sunulan tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uyularak tarafımdan elde edildiğini, tez içinde yer alan ancak bu çalışmaya özgü olmayan tüm sonuç ve bilgileri tezde kaynak göstererek belirttiğimi beyan ederim.

Adı Soyadı : Özlem TAN

İmza :

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

Bazı Nonlineer Çiftlenimli Salıncıların Özelliklerinin İncelenmesi

Özlem TAN

Adnan Menderes Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Halil YARANERİ

Bu tezde nonlinear çiftlenimli salıncılar arasındaki etkileşim incelenmiştir. Konu kimyasal reaksiyonlardan , sürüngenlerin gözlerinin hareketine , deprem dalgalarıyla binaların etkileşimine kadar geniş bir alanla ilgilidir. Özellikle çiftlenim yapan nonlinear salıncıların hareketlerinin davranışını değiştiren bazı parametrelere bağlı olarak aniden değişmesi , bazı kiplerinin kararlı iken kararsız hale gelmesinin (çatallanma) incelenmesi önemli çalışma konusudur. Örnek olarak atların yürüyüş şekilleri hızlarının bir fonksiyonu olarak aniden değişir. Hız arttıkça normal yürüyüşten tırıs yürüyüşüne geçerler , hız daha da artarsa artık tırıs yürüyüşüne devam edemezler ve dörtnala koşmaya başlarlar. Tırıs hareketi kararsız hale gelir ve kararsız olan dörtnala hareket bu hızda kararlı olur. Bu hareket çiftlenimli dört nonlinear salıncının etkileşimi olarak incelenebilir.

Çalışmada nonlinear iki çiftlenimli sarkaç arasındaki etkileşimler ele alınmıştır. Salıncılardaki enerjinin birinden diğerine aktarılması ve enerji aktarılan salıncının genliğinin artarak artık salınım yapmayacak şekilde kararsız hale gelmesi Enerji Aktarım Hızı Metodu (Energy-Rate Method) kullanılarak incelenmiştir.

Nonlinear çiftlenimli salıncılardan enerjinin tek yönlü aktarımının artmasının sağlanması için asimetrik olanlar ele alınmıştır. Enerjinin doğrudan zorlanım veya parametrik rezonansla aktarımının incelenmesi için değişik nonlinear çiftlenimli salıncı örneklerinde

hareketlerin genliklerinin ve hızlarının zamanla değişimi sayısal olarak hesaplanmıştır. Bu genlik ve hız değerlerindeki değişimler kullanılarak incelenen salınıcıya aktarılan enerji , frekans-genlik (w, β) uzayının belli bölgelerinde hesaplanmıştır. Aktarılan enerjinin pozitif değerlerinde salınıcının kararsız hale geldiği ve belli bir genlikten daha büyük genlikler için kararsız hale geldiği görölmüş ve kararlı olduğu bölge ile kararsız olduğu bölgeler bulunmuştur.

İncelenen her bir nonlinear çiftlenimli salınıcıda nonlinearliğin , zorlanmanın ve parametrik rezonansın etkisi gösterilmiştir.

İncelenen son örnekte sabit frekanslı bir salınıcı ile çiftlenimde olan , salınıcının genliği ile frekansı azalan bir nonlinear salınıcının hareketi depremin etkisinde olan bir binaya aktarılan enerji ve binanın kararlılığını incelenmesi için model olarak seçilerek incelenmiştir. Binanın titreşim frekansı depremin frekansından büyük seçilmiş ve binanın da esnekliğinin genlikle azalacağı varsayılmıştır.

Bu koşullar için w zorlanım frekansı ve β genlik olmak üzere (w, β) uzayında kararlı ve kararsız bölgeler bulunmuştur. Etkileşimin normal zorlanımın yanında parametrik rezonans özelliği de bulunmaktadır. Hem analitik hem de sayısal çözümlerden , etkileşimde parametrik rezonansın ve nonlinearliğin daha baskın olduğu anlaşılmıştır.

Herhangi bir örnek frekans $(w = 0.5)$ ile değişik genlikler $(\beta = 0.133$ ve $\beta = 1.225)$ için salınıcının (binanın) genliklerinin zamanla değişimi hesaplanmıştır. Bunların incelenmesinden binanın kararsızlığa doğru yaklaştıkça genliğinin gittikçe arttığı salınıcının frekansının azaldığı ve sonunda binanın kararsız bölgeye geçtiği tespit edilmiştir.

Bundan sonraki çalışmalarda bu modelin geliştirilmesi ve deprem-bina etkileşiminin değişik durumlar için incelenmesi planlanmaktadır.

2009, 56 sayfa

Anahtar Sözcükler

Çiftlenimli salınıcılar, nonlinear salınıcılar, parametrik rezonans, enerji aktarım hızı metodu

ABSTRACT

M. Sc. Thesis

INVESTIGATION OF PROPERTIES OF SOME COUPLED NONLINEAR OSCILLATORS

Özlem TAN

Adnan Menderes University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Physics

Supervisor: Prof. Dr. Halil YARANERİ

Interaction between nonlinear oscillators are investigated in this thesis. Subject covers vast area from chemical reactions, the movements of eyes of some reptiles to moving styles of horses and the effect of earthquakes to the buildings. Especially the abrupt changing of behaviour of nonlinear coupled oscillators as a function of some parameters and appearance of instability of some modes of motion and stability of others (bifurcation) are subject of great concern. For example the way motion of horses change as a function of their velocity. As their velocity increase, at some critical velocity, normal walking horses abruptly start trotting. With further increase in velocity horses stop trotting and start galloping. At this moment it is said that trotting loses stability and galloping are stabilized. This motion can be analysed as a coupling of four nonlinear oscillator (Jacobus, 2001).

Interaction between only two nonlinear oscillators are investigated in this thesis. Transfer of energy from one coupled oscillators to other and increasing of amplitude of other oscillator due to this energy transfer and becoming unstable is investigated. Energy transfer is calculated by Energy-Rate Method (Jazar, 2008).

In order to make one way only energy transfer possible, nonlinear coupled asymmetric oscillators are taken into consideration. Effect of parametric and normal resonances and their influence on energy transfer various different nonlinear couplings are investigated by choosing different coupling mechanism and change of amplitude and velocity of each

oscillator in time are calculated by numerical integration. These amplitudes and velocities are used to calculate energy transfer in some parts of (ω, β) frequency-amplitude space. Positive values of energy transfer correspond to unstable and the rest is stable part of this space. For every coupled oscillator taken into consideration the effect of nonlinearity, forcing and parametric resonance are interpreted.

In the last example of nonlinear coupled oscillator, an oscillator of constant frequency coupled to an oscillator of soft nonlinearity are investigated as a model of nonlinear interaction between earthquake and a building. Transfer of energy from one oscillator (earthquake) to the other (building) are calculated. In the model frequency of building are chosen a little higher than earthquake's and frequency of building is assumed to decrease as its amplitude increases.

For these assumptions for forcing frequency ω and amplitude β stable and unstable areas in (ω, β) space are determined by calculating energy transfer integral. Interaction between oscillators show dominant parametric resonance features. This is also worked out from analytical analysis of differential equation of the system under consideration.

To investigate the nature of motion of oscillator (building) as one crosses in to unstable region from stable one, an arbitrary ($\omega = 0.5$) forcing frequency are chosen and change of amplitude in time of forced oscillator for different forcing amplitudes ($\beta = 0.133$ ve $\beta = 1.225$) are calculated. From analysis of these results it is found that, as it is moved nearer to unstable region amplitude increases and frequency of oscillation decreases and at the border it becomes unstable. It is a reminiscent of period doubling of parametric resonance.

In further work other cases of earthquake-building interaction and development of more general model is planned

2009, 56 page

Key Words :

Coupled Oscillators, Nonlinear Oscillators, Parametric resonance, Energy-Rate Method

ÖNSÖZ

Sevgiyle çalışmak ;

*Bir kumaşı , sevdiğiniz kişinin giymesi için dokur gibi ,
Kalbinizden çıkardığımız ipliklerle dokumaktır.*

*Bir evi , sevdiğiniz kişinin oturması için yapıyormuş gibi ,
sevgiyle ve özenle inşa etmektir.*

*Bir meyveyi sevdiğiniz kişinin yemesi için yetiştiriyormuş gibi ,
tohumlarını şefkatle atmak , ürünü neşeyle toplamaktır.*

Tasarladığımız her şeye kendi ruhumuzdan bir soluk katmaktır.

Halil Cibran

Bilinenleri ve keşfedilmeyi bekleyen güzellikleriyle , uzun , zorluklarla dolu bir o kadar da zevkli fizik dünyasındaki yolculuğumda , ikinci durağım olan yüksek lisans eğitimimde desteğini , bilgi birikimini , zamanını ve zaman zaman umutsuzluğa düştüğümde sitemlerime gösterdiği sabrını benden esirgemeyen çok değerli hocam Prof.Dr. Halil YARANERİ'ne kendisindeki fizik ruhundan bana da soluk kattığı için teşekkür ederim. Sayesinde her dakikasının benim açımdan verimli geçtiğini düşündüğüm bir yüksek lisans eğitimi geçirdim. Aynı zamanda kendilerinden ders alarak değerli bilgilerinden faydalanma fırsatını bulduğum Doç.Dr. Cesur EKİZ ve Yrd.Doç.Dr. Nuray HORASAN'a ve de zaman zaman benden yardımını esirgemeyen arkadaşım Arş.Gör. Ş.Gökçe ZENCİRCİ'ye de teşekkür ederim. Tabi ki , öğretmenlik hayatımla birlikte sürdürmeye çalıştığım bu eğitim sürecinde ve hayatım boyunca zamanımın yetersiz olduğu , kaygı düzeyimin yükseldiği , stresli olduğum dönemlerde bana gösterdikleri sabır , ilgi ve özveriden dolayı anneme ve babama çok teşekkür ederim. Son olarak ta zamanım yok bahanesiyle , zaman zaman onu gezdirmeye çıkaramadığımda , bana olan sevgisinde en ufak bir azalma olmayan , duygusal terrierim Nazlı'ya çok teşekkür ederim.

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1 Basit lineer salınıcı.....	2
Şekil 1.2 Lineer(mavi) ve nonlinear (kırmızı) harmonik salınıcı için potansiyel enerjinin değişim eğrisi.....	4
Şekil 1.3 Lineer(mavi) ve nonlinear (kırmızı) harmonik salınıcı için kuvvet (F) nin konum (x) ile değişim eğrisi.....	4
Şekil 1.4 Harmonik salınıcı.....	5
Şekil 1.5 Zorlanımlı salınım hareketi.....	5
Şekil 1.6 Zorlanımlı salınıcının rezonans eğrisi.....	6
Şekil 1.7 Nonlinear çiftlenimli salınıcı.....	7
Şekil 2.1 (Z) Isı deposu ile etkileşen iki van der pol salınıcısı.....	9
Şekil 2.2 Çiftlenimli nonlinear sarkaç.....	10
Şekil 2.3 (w, α) uzayında sistemin hareketinin kararlılığı.....	11
Şekil 2.4 Çiftlenimli iki sarkacın hareketi.....	12
Şekil 2.5 Birbirine yayla bağlanmış nonlinear çiftlenimli kütle yay sistemi.....	12
Şekil 2.6 Mathieu Denklemi için parametrik rezonansı gösteren eğri.....	14
Şekil 2.7 $\alpha > 0$ Yumuşak (soft) nonlinearlik için kararsız 1. kip.....	14
Şekil 2.8 $\alpha < 0$ sert(hard) nonlinearlik için kararsız 2. kip.....	15
Şekil 3.1 Mathieu denklemi nin {a,b} parametre uzayında enerji değişiminin nümerik değerinin kararlılık digramı.....	32
Şekil 4.1 Nonlinear çiftlenimli sarkaç.....	33
Şekil 4.2 $\alpha=1.15$ ve $w_2=1$ için birinci salınıcının genliğinin zamanla değişimi.....	34
Şekil 4.3 Açısal zorlanım frekansı ve genliğine göre enerji aktarımı.....	35
Şekil 4.4 $\alpha=1.15$ ve $w_2=1$ ve $w_1=0.5$ için birinci salınıcının genliğinin zamanla değişimi.....	36
Şekil 4.5 $\alpha=1.15$ ve $w_2=1$ ve $w_1=0.5$ için birinci salınıcıya enerji aktarımı.....	37
Şekil 4.6 $w_1=0$ için birinci salınıcıya enerji aktarımı.....	38
Şekil 4.7 $w_1=0.5$ için birinci salınıcıya enerji aktarımı.....	39
Şekil 4.8 $w_1=1$ için birinci salınıcıya enerji aktarımı.....	39
Şekil 4.9 (w, β) uzayında Γ enerji aktarım hızının integrali.....	44

Şekil 4.10 a-) (w, β) uzayında , $w = 0.5$ ve $\beta = 0.225$ değerleri için birinci salıncının genliğinin zamanla değışimi.....46

Şekil 4.10 b-) (w, β) uzayında , $w = 0.5$ ve $\beta = 0.225$ değerleri için birinci salıncının genliğinin zamanla değışimi.....46

ÇİZELGELER DİZİNİ

Tablo 3.1 Bir değişken parametrelili nonlinear denklemlerde çatallanma çeşitleri.....	21
Tablo 3.2 İkinci dereceden diferansiyel denklemlerin denge noktalarının özellikleri.....	23

1. GİRİŞ

Doğada hareketlerin önemli bir bölümü periyodik hareketlerdir. Kalp atışları , gece gündüz değişimi , her türlü dönme hareketi , deprem , ışık ve ses gibi dalgalar , hayvanların yürüme hareketleri gibi. Bunların bazıları basit bazıları çok karmaşık hareketlerdir. Bazıları kararlı ve zamanla değişmez iken bazıları da zamanla değişir ve hatta kararsız duruma gelen hareketlerdir. Bunlarda en önemli konu enerji aktarımıdır. Basit salınım hareketi bile sistemin toplam enerjisinin kinetik ve potansiyel enerjiye sürekli dönüşümü olduğundan karmaşıktır. Bundan başka salınım hareketi yapan sistemler birbirleriyle etkileşirler ve aralarında enerji aktarımı doğar. Bir salınıcıdan diğerine enerji aktarılır. Sözgelimi vücudumuzdan kalbe sürekli enerji aktarılır ve o da salınımına devam eder. Bir diğer örnek te atların yürümesidir. Yavaş yürürken hızlandıklarında ayakları salınım yapan ve birbirleri ile etkileşen dört salınıcı gibi alındığında : bunların birbirleri ile etkileşimi sonucu , normal yürüyüşten tırıs yürüyüşüne geçerler. Daha da hızlandığında ise tırıs yürüyüşünden dört nala koşma durumuna geçerler. Bu her değişim bir hareket durumunun kararsız olduğuna , diğerinin kararlı duruma geçtiğini gösterir. Böylesi salınım hareketleri çiftlenimli ve nonlinear hareket biçimleridir (Rabinovich, 1989; Jacobus, 2001; Camacho, 2004).

Bir başka örneği herkes deneyebilir. İki elin işaret parmaklarını ileri doğru uzatıp , birbirine ters yönde aşağı yukarı doğru sallarken , bunun frekansı arttırılırsa (yani : daha hızlı salındırılırsa) iki parmağımızın zıt yönde değil de , bir aşamadan sonra biz istemesek te aynı yönde hareket etmeye başladığı görülür. Bu da karmaşık bir salınım hareketidir. Üstelik burada sistem bir hareket türünden diğerine geçer. Buna , çatallanma denir. Faz geçişlerine benzer (Leise *et al.*, 2007).

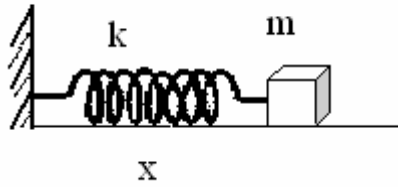
Çiftlenimli salınıcılar , birbirlerine zorlanımlı ve parametrik olarak iki şekilde enerji aktarırlar. Bunlar da fizikte zorlanımlı rezonans ve parametrik rezonans olarak adlandırılır. Bu çalışmada parametrik rezonans ile enerji aktarımı üzerinde durulacaktır (Denardo, 1999; Gendelman, 2001).

Burada basit salınım hareketinden başlanıp sırasıyla zorlanımlı , nonlinear , çiftlenimli salınımlara kısaca değinilecek ve bunlara gerek görüldüğünde kısa örnekler verilecektir.

Bölümün sonuna doğru da çiftlenimli salıncıların birbirine parametrik etkileşmelerle enerji aktardığı örnekler üzerinde durulacaktır (Hayashi, 1985; Manevitch, 1999).

1.1. HARMONİK SALINICI

Salınım hareketi fizikte çok yaygın periyodik bir harekettir. Basit salınım hareketi yapan en basit sistemlerin hareket denklemi (Crawford, 1968).



Şekil 1.1 Basit lineer salıncı

$$m\ddot{x} = -w^2 x \quad (1-1-1)$$

şeklindedir. Burada $w_0^2 = k/m$ ve w , m , k sırasıyla açısal frekans , kütle ve yay sabitidir. Bu m kütleli bir cismin

$$V(x) = \frac{1}{2} k x^2 \quad (1-1-2)$$

potansiyelinde hareketini göstermektedir. Kütleye etki eden kuvvet

$$F = -k x \quad (1-1-3)$$

şeklinde x yer değiştirmesinin lineer fonksiyonudur . O nedenle lineer salıncı olarak adlandırılır. Denklemnin çözümü

$$x(t) = A \cos(w_0 t) + B \sin(w_0 t) \quad (1-1-4)$$

veya

$$x(t) = A \cos(w_0 t + \phi) \quad (1-1-5)$$

şeklinde yazılabilir. A ve ϕ salınımın genliği ve fazıdır.

Bu lineer diferansiyel denklemin çözümü üst üste gelme (süperpozisyon) ilkesine uyar. Bir diğer önemli nokta da lineer salınımlarda w açısal frekansları A genliğinden bağımsızdır (Hayashi, 1985; Strogatz, 1994; Thompson *et al.*, 2002).

Eğer m kütlesi

$$V(x) = \frac{1}{2} k x^2 + \frac{\alpha}{3} x^3 + \frac{\beta}{4} x^4 \quad (1-1-6)$$

gibi nonlinear potansiyeli ve

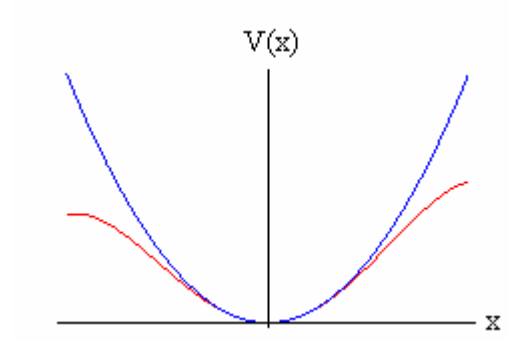
$$F = -k x - \alpha x^2 - \beta x^3 \quad (1-1-7)$$

gibi nonlinear geri çağırıcı kuvvetin etkisi altında hareket ederse, hareket denklemi

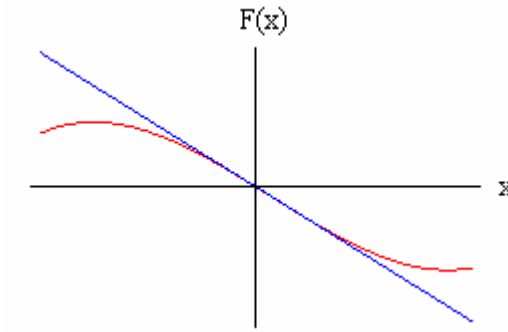
$$m \ddot{x} = -w_0^2 x - \alpha x^2 - \beta x^3 \quad (1-1-8)$$

şeklinde olur. Burada α ve β nonlinearlik katsayılarıdır. $F(x)$ kuvveti, artık x konumunun lineer bir fonksiyonu değildir. Bu nedenle hareket denklemi nonlinear bir diferansiyel denklemdir ve çözümleri üst üste gelme ilkesine (süperpozisyon) uymazlar. Ayrıca salınımın w açısal frekansı A genliğine bağlı hale gelir.

Şekil 1.2 ve Şekil 1.3 de lineer (mavi) ve nonlinear (kırmızı) potansiyel ve kuvvetin x e göre değişimi gösterilmiştir.

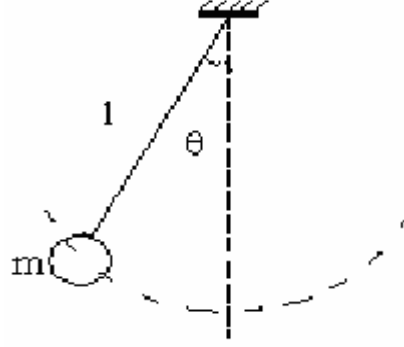


Şekil 1.2 Lineer(mavi) ve nonlinear (kırmızı) harmonik salıncı için potansiyel enerjinin değişim eğrisi



Şekil 1.3 Lineer(mavi) ve nonlinear (kırmızı) harmonik salıncı için kuvvet (F) nin konum (x) ile değişim eğrisi

Bunun en iyi örneği l uzunluğundaki bir ipe bağlı m kütesinden oluşan sarkaçtır. l uzunluğundaki bir ipe bağlı m kütesinden oluşan sarkaç ve hareketini veren denklemi (Rızaoğlu ve ark., 2006).



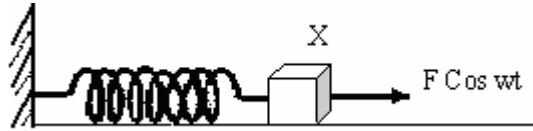
Şekil 1.4 Harmonik salıncı

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{l} \sin(\theta) \quad (1-1-9)$$

şeklinde olur. Burada $\sin(\theta)$, θ nın nonlinear bir fonksiyonudur ve denklemi nonlinear yapar. Salınımın frekansı genliğe bağlı olarak değişir ve sistemde üst üste gelme ilkesi (süperpozisyon) geçersizdir.

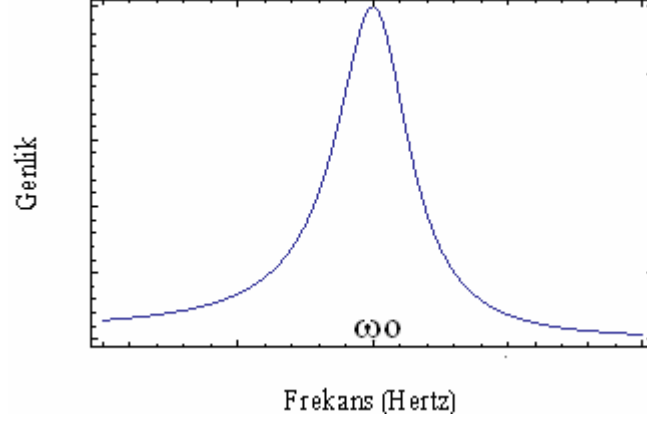
1.2. ZORLANIMLI SALINIM HAREKETİ

Salınım hareketi yapan Şekil 1.4 deki gibi bir sisteme dışardan $F \cos(\omega t)$ kuvveti uygulanırsa (Crawford, 1968).



Şekil 1.5 Zorlanmış salınım hareketi.

Linear harmonik salıncının (genlik – frekans) grafiği Şekil 1.6 deki gibi olur :



Şekil 1.6 Zorlanımlı salıncının rezonans eğrisi

w salıncıya uygulanan kuvvetin frekansı ve w_0 salıncının doğal frekansıdır.

$w = w_0$ olduğunda sisteme maksimum enerji aktarılır. Bu lineer harmonik salıncı için genlik frekansa bağlı değildir.

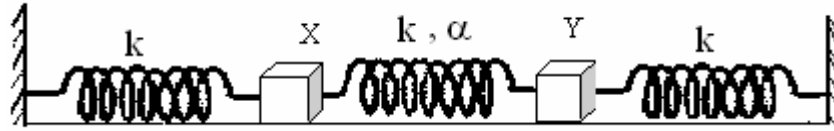
Birbirinden bağımsız fakat aralarında az ya da çok etkileşim olan iki veya daha fazla harmonik salıncıdan oluşan sistemlere çiftlenimli sistemler denir. En basit şekliyle bir çiftlenimli salıncı modeli , iki sarkaç ve bu iki sarkacı birbirine bağlayan yaydan oluşan bir sistem olarak hayal edilebilir.

Çiftlenimli salıncıların incelenmesi kipler arasındaki enerji aktarımının gözlenmesi açısından önem taşımaktadır.

1.3. ÇİFTLENİMLİ SALINIM HAREKETİ

Çiftlenimli salıncılar aralarındaki kuvvetin nonlinear / linear olmasına bağlı olarak nonlinear / linear olabilir. Linear salıncıların anlaşılması oldukça kolaydır. Bunların kipleri arasında etkileşim olmaz. Sistem hangi kipte hareket ederse , o kipte hareketine devam eder. Kipler arasında enerji aktarımı olmaz. Eğer salınım nonlinear ise problem biraz daha karmaşık hale gelir. Kipler arasında etkileşimler meydana gelir. Bir kipteki hareket zamanla diğer kiplere geçebilir böylece kipler kararsız hale gelebilir.

2 serbestlik dereceli lineer ve nonlinear çiftlenimli salıncıların bir örneği Şekil 1.7 de gösterilmiştir. Burada X ve Y kütlelerin yer değiştirmelerini, k ve α ise yay sabitleri ve nonlinearlik katsayılarını göstermektedir.



Şekil 1.7 Nonlinear çiftlenimli salıncı

Çiftlenimli salıncıların hareket denklemleri

$$\ddot{x} = -w_0^2 x - \alpha x^3 + k(y - x) \quad (1-3-1)$$

$$\ddot{y} = -w_0^2 y - \alpha y^3 + k(x - y) \quad (1-3-2)$$

şeklinde yazılır ve $\alpha=0$ ise sistem lineer olur (Rand, 2002).

2. KAYNAK ÖZETLERİ

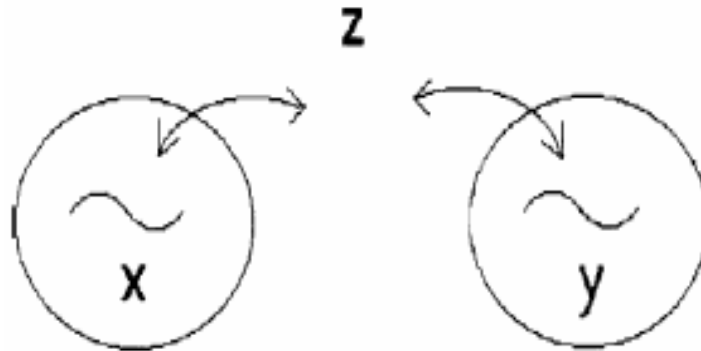
Lineer çiftlenimli salınıcılarda sistemin bir bütün olarak aynı frekansta hareket etmesine kip(mod) denir. Bu hareketler sistemin yapabileceği hareket içinde özel konuma sahiptirler. Bunlar lineer sistemlerde birbirleriyle etkileşmezler ve sistem bir veya birkaç kipte harekete başlarsa : hareket o kiplerde devam eder , diğer kipler gözlenmez. Kipler arasında etkileşme olmaz. Kipler karardır.

Sistemde nonlineerlik varsa durum değişir. Kipler arasında enerji aktarımı olur ve bazen kipler sistemin belli parametreleri için kararlılığını kaybeder. Bu değişime çatallanma (bifurcation) denir (Gendelman, 1999; Strogatz, 1997; Leise *et al.*, 2007).

Çiftlenimli salınıcılar konusunda yapılmış araştırmalardan birkaç örnek şunlardır :

2.1. ISI DEPOSU İLE ETKİLEŞEN İKİ VAN DER POL SALINICISININ DİNAMIĞI

Bir sürüngenin sahip olduğu iki gözün bağımsız olarak yaptıkları hareketlerin bu iki göz için ortak olan bir parametreye bağlı olarak birbirlerine olan etkileri ve sonuçları diferansiyel denklemlerle incelenmiştir. Burada gözlerin birbiriyle direk bir bağlantısı yoktur. Isı deposu olarak isimlendirilen kavram iki gözde de bulunan ve içinde melatonin hormonu bulunan kandan oluşur. Gözlerin içinde dolaşan kandaki melatonin hormonu yoluyla iki göz arasındaki bağlantı sağlamaktadır. İncelemede başlıca iki durum söz konusudur. Bunlar , gözlerin aynı veya zıt fazda hareket etmesi durumlarıdır.



Şekil 2.1 (Z) Isı deposu ile etkileşen iki van der pol salınıcısı

Gözlerin ikisi de aynı tarafa ve aynı miktarda hareket ediyorsa , sistem 1.kipte hareket eder. Bu durum normal bir insan gözünün davranışdır. Gözler zıt tarafa ve aynı miktarda hareket ediyorsa , sistem 2. kipte hareket eder. Bu , şaşılık durumudur ve sürüngenlerin gözlerinde görülen davranış biçimidir.

Sürüngenlerde belli koşullar altında birinci kip kararsız olur ve gözler ikinci kipte birbirinin tersi yönde hareket ederler. Sistemin hareket denklemleri x ve y gözlerin hareketini , z ise ara bölgenin etkisinin belirtmek üzere

$$\ddot{x} = \varepsilon(1 - x^2)\dot{x} - x + K(z - x) \quad (2-1-1)$$

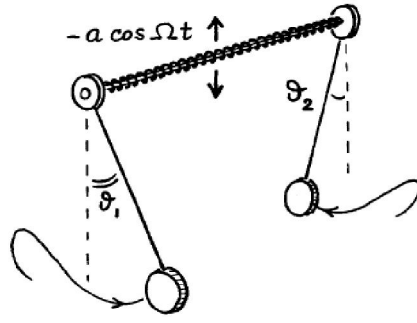
$$\ddot{y} = \varepsilon(1 - y^2)\dot{y} - y + K(z - y) \quad (2-1-2)$$

$$\ddot{z} = K(x - z) + K(y - z) \quad (2-1-3)$$

şeklindedir. K gözler ve ısı deposu arasındaki çiftlenimdir. ε bu denklem sistemini nonlineer yapar ve hareket 1.kipte başladığında genlik küçükse : aynı kipte kalır , ancak büyükse : ikinci kipe geçer (Camacho *et al.*, 2004).

2.2. ÇİFTLENİMLİ NONLİNEER SARKAÇ

Birbirine yayla bağlı olan çiftlenimli sarkaç sisteminin incelenmesi , doğada birçok olayın anlaşılması için önemlidir. Örneğin dört ayaklı atların hızları arttıkça önce normal yürüyüşten tırısaya hızın daha da artmasıyla dötrnala koşmaya başlamalarının anlaşılmasında bir başlangıç noktası oluşturduğundan önemlidir. Burada üstten birbirine bağlı iki sarkaç Ω frekansıyla aşağı yukarı hareket ettirilmektedir. Sistem dışarıdan parametrik zorlamanın etkisi altındadır. O nedenle sistem parametrik rezonans davranışı gösterir ve denklem çiftlenimli bir Mathieu denklemidir. Sistem Şekil 2.2 de gösterilmiştir.



Şekil 2.2 Çiftlenimli nonlinear sarkaç

Gösterilen sistemin hareket denkleminde sarkaçlar arasındaki nonlinear çiftlenim

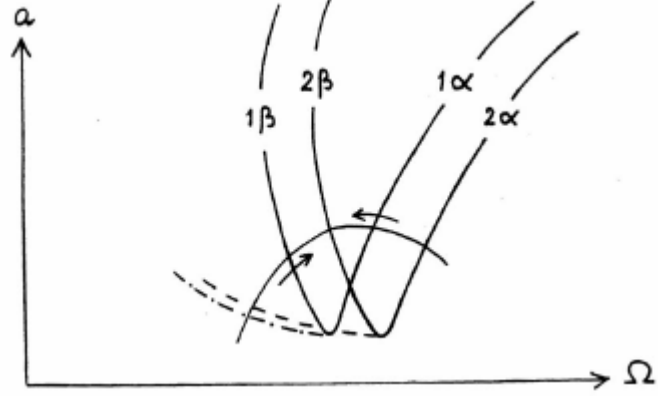
$$f(\theta_1, \theta_2) = K(\theta_1 - \theta_2) + L(\theta_1 - \theta_2)^3 \quad (2-2-1)$$

biçiminde yazılır. Sistemi ifade eden denklemler

$$\ddot{\theta}_1 + \gamma \dot{\theta}_1 + \frac{1}{l} (g + a\Omega^2 \cos \omega t) \sin \theta_1 + K(\theta_1 - \theta_2) + L(\theta_1 - \theta_2)^3 = 0 \quad (2-2-2)$$

$$\ddot{\theta}_2 + \gamma \dot{\theta}_2 + \frac{1}{l} (g + a\Omega^2 \cos \omega t) \sin \theta_2 - K(\theta_1 - \theta_2) - L(\theta_1 - \theta_2)^3 = 0 \quad (2-2-3)$$

şeklinde yazılır. Şekil 2.3 sistemin hareketinin (α, Ω) uzayında kararlılığını göstermektedir. Üçgenin dışında sistem yukarıdan uygulanan kuvvetin etkisiyle kararlı şekilde hareket ederken, ok yönünde hareket edildiğinde: çizgiyi geçerken sistem salınım hareketi yapmaya başlar ve genliği gittikçe büyür, frekansı yarıya iner, enerjiyi soğurur ve kararsız hale gelir. Bu mekanizma canlılardaki bir çok olayın altında yatan parametrik rezonanstır (van der Weele *et al.*, 2001; Banning *et al.*, 1997).



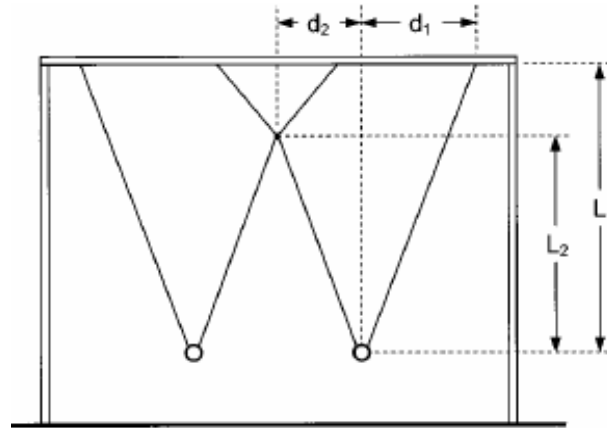
Şekil 2.3 (a, Ω) uzayında sistemin hareketinin kararlılığı

2.3. ÇİFTLENİMLİ İKİ NONLİNEER SALINICIDA PARAMETRİK KARARSIZLIK

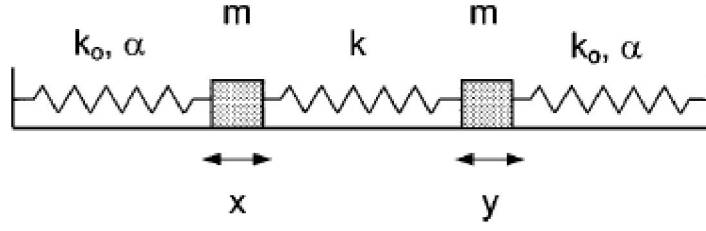
Bir örneği tarafımızdan oluşturulan ve deney olarak yapılan bir başka nonlinear çiftlenimli sarkaç da Şekil 2.4 de gösterilmiştir.

Buradaki çiftlenimin büyüklüğü düğüm noktası , aşağı – yukarı kaydırılarak değiştirilebilir.

Bu sistemin hareket denklemleri yazıldığında Şekil 2.5 de gösterilen birbirine yayla bağlanmış nonlinear çiftlenimli kütle - yay sisteminin eşdeğeri olduğu görülür. O nedenle hareket denklemi



Şekil 2.4 Çiftlenimli iki sarkacın hareketi



Şekil 2.5 Birbirine yayla bağlanmış nonlineer çiftlenimli kütle - yay sistemi

$$\ddot{x} + w_0^2 x = -\frac{k}{m}(x-y) + \alpha x^3 \quad (2-3-1)$$

$$\ddot{y} + w_0^2 y = \frac{k}{m}(x-y) + \alpha y^3 \quad (2-3-2)$$

olur. Bu denklem sisteminde k , k_0 , α , $(x-y)$, m sırasıyla yay sabitleri , nonlineerlik katsayısı , çiftlenim katsayısı ve kütleli ifade eder.

Aynı sistem için x^3 ve y^3 nonlineerliği belirler. Eğer kütleler arasındaki çiftlenimi yok etmek istiyorsak , $k=0$ olmalıdır.

$$\ddot{x} + w_0^2 x = -\frac{k}{m}(x-y) + \alpha x^3 \quad (2-3-3)$$

$$\ddot{y} + w_0^2 y = \frac{k}{m}(x-y) + \alpha y^3 \quad (2-3-4)$$

Denklem sisteminde $w_0^2 = \frac{k_0}{m}$ şeklinde tanımlanmıştır. Bu sistem için $\xi = \frac{(x+y)}{2}$ ve

$\eta = \frac{(x-y)}{2}$ dönüşümü yapılırsa , sistemin birinci ve ikinci kiplerinin zamanla değişimi

incelenir. Bu durumda hareket denklemleri

$$\ddot{\xi} + w_0^2 \xi = \alpha \xi^3 + 3\alpha \eta^2 \xi \quad (2-3-5)$$

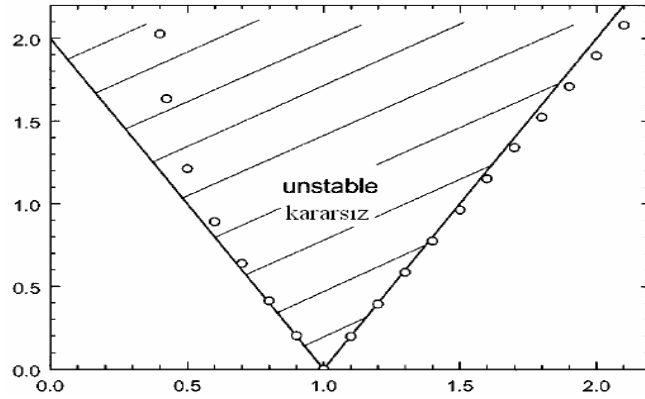
$$\ddot{\eta} + w_1^2 \eta = \alpha \eta^3 + 3\alpha \xi^2 \eta \quad (2-3-6)$$

olur. Burada ξ ve η birinci ve ikinci kipin genliğini göstermektedir. Bu modelde sadece 1. kipin uyarılması durumunda $\eta = 0$ ve $\xi = A \cos(\omega t)$ olur. Aynı şekilde ikinci kipin uyarılması durumunda $\eta = A \cos(\omega t)$ ve $\xi = 0$ olur. İfadelerde $\omega^2 = \omega_0^2 - \frac{3\alpha}{4} A^2$ alınır. Bu denklem sisteminin her biri Mathieu denklemidir ve

$$\ddot{x} + [\Omega^2 + a \cos(2\omega t)]x = 0 \quad (2-3-7)$$

formundadır.

Yukarıda denklemde Ω ve ω , sırasıyla salıncının doğal salınım frekansı ve sürücü frekansıdır. Salıncının doğal salınım frekansı ile sürücü frekans arasındaki ilişki $\Omega = 2\omega$ şeklindedir.



Şekil 2.6 Mathieu Denklemi için parametrik rezonansı gösteren eğri

Yukarıdaki çiftlenimli nonlinear denklem incelendiğinde eğer sistem yeteri kadar büyük genlikte ise :

$\alpha > 0$ olduğunda (genlik arttıkça yumuşayan yay) birinci kipte harekete başlarsa : kararsız olduğu ve sistemin ikinci kipe geçtiği , fakat ikinci kip uyarıldığında : her zaman kararlı olduğu ,

gelmelidir. Vuru olayını net bir şekilde gözlemleyebilmek için ya da başka bir ifade biçimiyle vuru olayına ulaşma süresini kısaltmak için : sarkaçların birbirine bağlandığı düğüm noktasını aşağıya çekerek çiftlenimi azaltmak gerekmiştir (Denardo *et al.*, 1999; Rand, 2002).

3. MATERYAL METOD

Bu çalışmada , Mathematica yazılım programı , Runge-Kutta Metodu , Pertürbasyon Yöntemi ile Enerji Aktarım Metodu kullanılmıştır.

3.1. MATHEMATICA YAZILIM PROGRAMI ve RUNGE – KUTTA METODU

Fiziksel problemlerin çözümlerinde bilgisayar alanındaki gelişmelerle birlikte daha kolay ve daha hızlı işlem yapabilmek amacıyla çok çeşitli bilgisayar programları kullanılmaktadır. Bu programlar sayesinde fiziksel olarak gerçek hayatta oluşturulması çok emek ve maliyet gerektiren laboratuvar ortamları dahi bilim insanının kendisinin yapacağı bir yazılım programı tarafından bilgisayar ortamında oluşturulabilmektedir. Bu yazılımlarda sadece değişik veriler yükleyerek adeta gerçek bir laboratuvar ortamında koşulları değiştirerek deneysel çalışmalar yapıyormuşçasına bulgular elde edebilme şansına sahip olunabilmektedir. Özellikle fizik alanında kullanılan bu bilgisayar programlarından bazıları : Fortran , Matlab , Mathematica vb. olarak sayılabilir. Bazı nonlinear çiftlenimli salınıcıların özelliklerinin incelenmesi konulu bu çalışmada diferansiyel denklemlerin sayısal çözümlerinde de Mathematica yazılım programı kullanılmıştır. Mathematica yazılım programının özgeçmişi hakkında kısa tanıtıcı bilgi aşağıda verilmiştir :

Mathematica yazılım programı , Stephen Wolfram tarafından yapılmıştır (Wolfram, 1993). Wolfram ın , Mathematica yazılım programının gelişimi 1986 yılının sonlarına doğru olmuş ve ilk defa 1988 de bilim dünyası Mathematica yazılım programı ile tanışmıştır. Bu program ortaya çıkmadan önce her biri farklı fonksiyonları olan paket programlar kullanılmaktaydı. Mathematica yazılım programı ise kendinden önceki bütün bu programların fonksiyonlarını bir araya toplayan bir bilgisayar programı olma özelliği ile bilim insanları için tam bir keşif olarak kabul edildi.

Mathematica yazılım programı zaman içerisinde taşıdığı geniş fonksiyon kapasitesi sayesinde fizik bilim dalından sonra kimya , biyoloji ve özellikle mühendislik alanında da hak ettiği yere kısa sürede yerleşmiştir .

Mathematica yazılım programı sahip olduğu özelliklerinden dolayı basit bir hesap makinesi gibi kullanılabileceği gibi diferansiyel denklemlerin çözümünde ya da nonlinear diferansiyel denklemlerin çözümünde de kullanılabilir. Çok geniş bir işlem yelpazesine sahip olan Mathematica yazılım programı istenilen işlemi yapar en yaklaşık ve uygun çözümleri verir , veri analizleri yapar , kendisine verilen fonksiyonların sonuçlarını istenilen her bir değer için animasyonlu grafik olarak bilim dünyasının hizmetine sunabilir. Ayrıca Mathematica yazılım programı sayesinde birçok matematiksel terim ve işlem hakkında bilgi edinebilir ve uygulamalı örneklerine ulaşılabilir. Mathematica yazılım programının ileri düzeyde işlem kapasitesine sahip olma özelliğinden dolayı , çok zaman gerektiren yoğun işlemleri bile çok kısa sürede yapabilecek şekilde geliştirilmiştir. Bu çalışmada gerek nonlinear diferansiyel denklemlerin sayısal çözümünde gerekse Perturbasyon metodlarının sembolik hesaplamalarında bu yazılım kullanılmıştır.

Runge – Kutta Metodu , esas olarak Euler Yöntemi ile aynı felsefe ile çalışmaktadır . Runge – Kutta Metodu , Euler Yöntemine göre çok daha hassas hesaplama yapabilmektedir. Bunun nedeni hesaplama yaparken , ardışık iki adım arasını Euler Yöntemine göre çok daha küçük parçalara bölerek taramasıdır. İki nokta arasında eğimi hesaplarken bu aralıkta birkaç farklı yerde eğimi hesaplayıp asıl hesaplamada bunların ortalamasını kullanmasıdır. Ardışık iki adım arasının çok daha küçük parçalara bölerek hesaplama yapmak hata payını da azaltmaktadır. Hata payını küçültmesi bu metodu tercih edilir kılar. Ancak şunu da belirtmek gerekir ki bu metodun uygulanması sırasında , ardışık iki adım arası ne kadar küçük parçaya bölünürse adım sayısı o kadar artar. Hata payı adım sayısı mertebesinden ifade edilir yani adım sayısı kadar hata payı küçülür ve de her adım için fonksiyon ardışık iki adım arasındaki parça sayısı kadar hesaplanır. İşlemin duyarlılığı , ardışık iki adım arasındaki parça sayısı kadar artarken hesaplanma süresi de o kadar uzar.

x , $y(x)$, $f(x, y)$ sırasıyla bağımsız değişken ve reel fonksiyonlar olsun.

Başlangıç koşulu $y(x=0) = y_0$ olarak verilen

$$\dot{y}(x) = f(x, y) \quad (3-1-1)$$

şeklinde bir diferansiyel denklemi sayısal olarak çözmek x ekseninde konumu x_1, x_2, \dots, x_N olarak tanımlanan her biri birbirinde h uzaklıkta olan noktalarda aldığı y_1, y_2, \dots, y_N değerlerini hesaplamaktır.

$$\dot{y}(x) = f(x, y) \quad (3-1-2)$$

Denkleminin başlangıç koşuluna göre basit Euler metoduyla türevin tanımı kullanılarak yaklaşık çözümü

$$\frac{y_{i+1} - y_i}{h} + Q(h) = f(x_i, y_i) \quad (3-1-3)$$

formülünden bulunabilir. Bu denklem yazılırken x_i gibi bir noktadan x_{i+1} gibi kendisinden h kadar uzaklıktaki bir nokta için hesaplama yapılmış ve hata payı $Q(h)$ olarak yazılmıştır. Biraz düzenleme yapılır ve bu denklem y_{i+1} için çözümlerse

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i) + Q(h^2) \quad (3-1-4)$$

Burada bir adımdaki hata $Q(h^2)$ iken N adım için hata payı $NQ(h^2) \approx Q(h)$ olur.

Runge – Kutta Yöntemi ise yukarıda anlatılan Euler Yöntemi ne göre biraz daha detaylı bir hesaplama yapar. Euler metodunda olduğu gibi direk x_i noktasından x_{i+1} noktasına geçerek hesaplama yapılmaz, ara değerler için de hesaplama yapılır. Herhangi bir x_i noktasından x_{i+1} noktasına geçmek için kullanılacak ara değerler k_1 ve k_2 olup aşağıdaki gibi ifade edilir :

İki adımlı Runge-Kutta Metoduna göre

$$k_1 = h f(x_i, y_i) \quad (3-1-5)$$

$$k_2 = h f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_1}{2}\right) \quad (3-1-6)$$

h aralığında iki noktada eğimler hesaplanarak : y fonksiyonundaki artış hesaplanır.

Sırasıyla $k_1, k_2, (x_i, y_i)$ ve ondan yarım adım sonraki $(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_1}{2})$ noktalarında

y deki artış miktarlarını vermektedir. İki adımlı Runge-Kutta Yöntemini ifade eden formül :

$$y_{i+1} = y_i + k_2 + Q(h^3) \quad (3-1-7)$$

şeklinde olur. Burada $2Q(h^3) \approx Q(h^2)$ dir.

Biraz daha hassas hesaplama yapılırsa yani adım sayısı arttırılır. Dört adımlı metod için

$$k_1 = f(x_i, y_i) \quad (3-1-8)$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_1}{2}\right) \quad (3-1-9)$$

$$k_3 = f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_2}{2}\right) \quad (3-1-10)$$

$$k_4 = f(x_i + h, y_i + hk_3) \quad (3-1-11)$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) + Q(h^5) \quad (3-1-12)$$

alınır. Burada $4Q(h^5) \approx Q(h^4)$ olur (Karaoğlu, 2004).

3.2. DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN BASİT GEOMETRİK YÖNTEMLE İNCELENMESİ

Nonlinear fizik diferansiyel denklemlerin doğrudan çözümü yerine parametre veya faz uzaylarındaki çözümünü geometrik olarak da inceler. Bu , dinamik sistemin zamanla nasıl değişeceğini değişmeden kaldığı denge noktalarını ve bunların kararlı/kararsız durumdan kararsız/kararlı hale dönüşüp dönüşmeyeceğini görmek olanağı verir. Örneğin , genel şekilde

$$\frac{dx}{dt} = f(x) \quad \text{veya} \quad \dot{x} = f(x)$$

biçiminde yazılabilen bir diferansiyel denklem ele alınsın. Bunlar

$$\frac{dx^2}{dt^2} = \ddot{x} = -kx \quad (3-2-1)$$

gibi lineer ya da

$$\frac{dx^2}{dt^2} = \ddot{x} = -kx + \alpha x^2 \quad (3-2-2)$$

şeklinde nonlinear diferansiyel denklem olabilir. Burada \dot{x} ve \ddot{x} , x değişkeninin zamana göre birinci ve ikinci türevini göstermektedir. $\dot{x} = f(x) = 0$ eşitliğini sağlayan bütün noktalara denge noktası denir. Denge noktası x^* şeklinde gösterilir. Buna sabit nokta da denilebilir. Bu noktalarda x zamanla değişmez. İkinci dereceden denklemler için ise denge noktaları

$$\dot{x} = f(x, y) = 0 \quad (3-2-3)$$

$$\dot{y} = g(x, y) = 0 \quad (3-2-4)$$

koşullarından bulunur. $f'(x^*)$ denge noktasındaki eğimi ifade etmek üzere o noktada $f'(x^*)$ negatif/ pozitif ise denge noktasına kararlı / kararsız denge noktası denir.

Sistemin hareketi : kararlı noktalara yaklaşmak , kararsız noktalardan uzaklaşmak eğilimindedir.

Diferansiyel denklem $\dot{x} = f(x, r)$ şeklinde r gibi bir parametreye bağlı ise bunun değişik değerleri için denge noktasının karalı iken kararsız veya karasız iken kararlı olmasına ya da denge noktasının tamamen değişmesi durumuna çatallanma denir.

Çatallanma çeşitleri

$\dot{x} = r - x^2$	Blue-Sky
$\dot{x} = r + x^2$	Saddle-Node
$\dot{x} = r x - x^2$	Transcritical
$\dot{x} = r x - x^3$	Pitckfork
$\dot{x} = r x + x^3$	Subcritical Pithfork

Tablo 3.1 Bir değişken parametrelili nonlineer denklemlerde çatallanma çeşitleri

şeklinde adlandırılır. Bu sınıflandırmalar iki parametrelili ve ikinci dereceden diferansiyel denklemler için de genelleştirilebilir (Strogatz, 1994).

İkinci dereceden diferansiyel denklemlerin incelenmesi biraz daha zordur. Ancak bunlar da kolayca birbirleriyle etkileşen iki birinci dereceden denkleme dönüştürülerek incelenebilirler.

Böylesi bir denklem sistemi

$$\dot{x} = a x + b y \quad (3-2-5)$$

$$\dot{y} = c x + d y \quad (3-2-6)$$

şeklinde gösterilir. Burada a , b , c ve d katsayılarıdır ve bu durumda sistem lineerdir. Bu denklem sisteminin katsayılarından oluşan matris

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad (3-2-7)$$

şeklinde yazılabilir. Burada A bir operatör (işlemci) , v de vektördür. Buna göre yukarıdaki denklem sistemi

$$A v = \lambda v \quad (3-2-8)$$

Özdeğer sistemi şeklinde yazılabilir. Burada λ özdeğer v de A matrisinin özvektörüdür.

Öz değerler ve öz vektörler

$$[A - I \lambda]v = 0 \quad \text{veya}$$

$$\text{Det}[A - I \lambda] = 0 \quad (3-2-9)$$

Denkleminin çözümünden bulunur. Burada I birim matrisi göstermektedir. A matrisi burada yerine konularak

$$\text{Det} \begin{bmatrix} a - \lambda & b \\ c & d - \lambda \end{bmatrix} = \lambda^2 - (a + d) \lambda + (a d - b c) = 0 \quad (3-2-10)$$

olur. $\Gamma = a + d$ ve $\Delta = a d - b c$, A matrisinin izini ve diskriminantını tanımlar ve özdeğerler

$$\lambda_{1,2} = \frac{\Gamma \pm \sqrt{\Gamma^2 - 4\Delta}}{2} \quad (3-2-11)$$

ifadesinden bulunur. λ_1 ve λ_2 in aldığı değerlere göre sistemin durumları aşağıda verilmiştir :

$\lambda_{1,2} = \pm i w$	Merkez
$\lambda_{1,2} = a \pm i w$	$a < 0 / a > 0$ ise kararlı/kararsız odak
$\lambda_1 \neq \lambda_2$ ve $\lambda_1 < \lambda_2 < 0$ $\lambda_1 \neq \lambda_2$ ve $\lambda_1 < 0 < \lambda_2$ $\lambda_1 \neq \lambda_2$ ve $0 < \lambda_1 < \lambda_2$	kararlı düğüm stable node) noktası Eğer noktası(saddle) Kararsız düğüm noktası (unstable node)
$\lambda < 0$	Kararlı yıldız noktası (stable star node)
$\lambda > 0$	Kararsız yıldız noktası (unstable star node)
$\lambda = 0$	Her nokta denge noktasıdır

Tablo 3.2 İkinci dereceden diferansiyel denklemlerin denge noktalarının özellikleri

Örnek olarak kütlesi $m = 1$ ve potansiyel enerjisi , $V(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x^4$ olan nonlineer bir sistem alınırsa hareket denklemi

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = F = m a = m \ddot{x} = x - x^3 \quad (3-2-12)$$

şeklinde yazılır. Yukarıda kuvvet denkleminde $m = 1$ ise denklem

$$\ddot{x} = x - x^3 \quad (3-2-13)$$

olur. Bu ikinci dereceden diferansiyel denklemi

$$\dot{x} = y = f(x, y) \quad (3-2-14)$$

$$\dot{y} = x - x^3 = g(x, y) \quad (3-2-15)$$

Şeklinde , birinci dereceden iki denklem halinde yazarız. Sistemin denge noktaları

$$\dot{x} = 0 \quad (3-2-16)$$

$$\dot{y} = 0 \quad (3-2-17)$$

ya da

$$f(x, y) = 0 \quad (3-2-18)$$

$$g(x, y) = 0 \quad (3-2-19)$$

koşulundan bulunur. Denge noktaları $y_1^* = 0$ ve $x_1^* = 0$, $x_2^* = 1$, $x_3^* = -1$ şeklinde olur. Bu denge noktalarının durumları sistemin Jacobian matrisi

$$A = \begin{bmatrix} \frac{df}{dx} & \frac{df}{dy} \\ \frac{dg}{dx} & \frac{dg}{dy} \end{bmatrix} \quad \text{kullanılarak bulunur. Sistemde bu ,}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 - 3x^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-3-20)$$

olur. $(0, 0)$ noktası için öz değerler

$$\Gamma = 0 \quad , \quad \Delta = 3x^2 \quad , \quad \lambda_{1,2} = \frac{\Gamma \pm \sqrt{\Gamma^2 - 4\Delta}}{2} \quad (3-2-21)$$

ifadeleri kullanılarak $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = -1$ olarak bulunur.

Yukarıda verilen öz değerlerin biri pozitif diğeri negatif olduğundan bu denge noktasına eğer (saddle) adı verilir. Şimdi bu noktalar için öz vektörler hesaplanırsa

$$[A - I\lambda] \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = 0 \quad , \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \mathbf{v} \quad (3-2-22)$$

ifadelerinden $(0, 0)$ noktası ve $\lambda_1 = 1$ öz değeri için öz vektör

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = 0 \quad x = y \quad \mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3-2-23)$$

olur. Aynı şekilde ifadelerinden $(0, 0)$ noktası ve $\lambda_1 = -1$ öz değeri olarak bulunur.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = 0 \quad x = -y \quad \mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (3-2-24)$$

Benzer işlemler $(x^*, y^*) = (\pm 1, 0)$ denge noktaları için de yapıldığında λ_1 ve λ_2 öz değerleri $\lambda_1 = i\sqrt{2}$, $\lambda_2 = -i\sqrt{2}$ şeklinde bulunur. Yukarıda verilen öz değerlerin ikisi de komplekstir ve gerçekte kısımları olmadığından bu nokta merkezdir (center). Bunlara karşılık gelen öz vektörler ise

$(1, 0)$ noktası , $\lambda_1 = i\sqrt{2}$ ve $\lambda_2 = -i\sqrt{2}$ öz değerleri için

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} -i\sqrt{2} \\ -2 \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} i\sqrt{2} \\ -2 \end{bmatrix} \quad (3-2-25)$$

$(-1, 0)$ noktası , $\lambda_1 = i\sqrt{2}$ ve $\lambda_2 = -i\sqrt{2}$ öz değerleri için öz vektörler

$$\mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} i\sqrt{2} \\ 2 \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad \mathbf{v}_4 = \begin{bmatrix} -i\sqrt{2} \\ 2 \end{bmatrix} \quad (3-2-26)$$

olur (Strogatz, 1994).

3.3. PERTÜRBASYON (TEDİRGENME) METODU

Pertürbasyon yönteminde , denklemin çözülmesi sırasında önerilen çözüm bir seridir. Denklemin önerilen çözümü pertürbasyon katsayısının serisi olarak yazılır ve denkleme yerine konular. Önerilen bu seri çözüm açılarak yerine konulduğunda ilk yaklaşım olarak $\varepsilon^2, \varepsilon^3, \dots$ gibi daha büyük dereceden pertürbasyon (tedirgenme) parametresi içeren terimler ihmal edilir. İçerisinde aynı dereceden ε terimleri bulunduran ifadeler ayrı ayrı sifıra eşitlenir. Böylece denklem grubu oluşturulur. İçerisinde ε katsayı bulunmayan terimlerin katsayıları toplamı sifıra eşitlenir ve bunun için bir çözüm önerilir. Önerilen bu çözüm bir sonraki denklem sistemin de yerine konarak çözülür. Bu çözüm sırasında rezonans teriminin katsayıları sifıra eşitlenir. Buradan önerilen çözümdeki değişkenler arasında bir ilişki bulunur. Bu yöntem bir sonraki denklemlere aynı şekilde uygulanarak bütün denklem sistemi çözülür (Nayfeh, 1993; Rand, 2002).

Kısa bir örnek olarak

$$\frac{dx^2}{dt^2} + (\delta + \varepsilon \text{Cos } \omega t) x = 0 \quad (3-3-1)$$

Mathieu denklemini ele alınırsa ξ hızlı zaman , η yavaş zaman olmak üzere $\xi = \omega t$ ve $\eta = \varepsilon t$ değişken değiştirilmesi yapıldıktan sonra yukarıda verilen denklemde yerine konarak x çözümü seriye açılarak

$$x(\xi, \eta) = x_0(\xi, \eta) + \varepsilon x_1(\xi, \eta) + \dots \quad (3-3-2)$$

şeklinde tanımlanabilir. Seriyeye açılmış olarak önerilen x çözümü , değişken değiştirme işleminden sonra yukarıda verilen denklemde yerine yazılır ve $Q(\varepsilon^2)$ ve daha yüksek dereceli katsayıları içeren terimler ihmal edilir. Denkleminde yukarıda bahsedilen düzenlemeler yapıldıktan sonra aynı ε katsayısı içeren terimler ayrı ayrı sifıra eşitlenerek

$$\frac{\partial x_0^2}{\partial \xi^2} + \delta x_0 = 0 \quad (3-3-3)$$

$$\frac{\partial x_1^2}{\partial \xi^2} + \delta x_1 = -2 \frac{\partial^2 x_0}{\partial \xi \partial \eta} - x_0 \cos \xi \quad (3-3-4)$$

denklem sistemi elde edilir. İlk denklem için

$$x_0(\xi, \eta) = A(\eta) \cos \sqrt{\delta} \xi + B(\eta) \sin \sqrt{\delta} \xi \quad (3-3-5)$$

çözümü önerilirse ve bu ikinci denklemde yerine konularak , düzenlenirse

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_1^2}{\partial \xi^2} + \delta x_1 = 2\sqrt{\delta} \frac{dA}{d\eta} \sin \sqrt{\delta} \xi - 2\sqrt{\delta} \frac{dB}{d\eta} \cos \sqrt{\delta} \xi - A \cos \sqrt{\delta} \xi \cos \xi - \\ B \sin \sqrt{\delta} \xi \cos \xi \end{aligned} \quad (3-3-6)$$

şeklini alır.

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_1^2}{\partial \xi^2} + \delta x_1 = 2\sqrt{\delta} \frac{dA}{d\eta} \sin \sqrt{\delta} \xi - 2\sqrt{\delta} \frac{dB}{d\eta} \cos \sqrt{\delta} \xi - A \cos \sqrt{\delta} \xi \cos \xi - \\ B \sin \sqrt{\delta} \xi \cos \xi \end{aligned} \quad (3-3-7)$$

Denklemin sağ tarafındaki sinüs ve cosinüslü rezonans terimlerinin katsayıları rezonans

terimleri pertürbasyon varsayımını geçersiz kılacağından sıfıra eşitlenir. Buradan $\frac{dA}{d\eta}$ ve

$\frac{dB}{d\eta}$ terimlerinin denklemleri bulunur ve bu denklemlerin kullanılarak oluşturulacak olan

Jacobian matristen faydalanılarak bulunacak olan öz değer ve öz vektörler , denge noktalarının karalılığı ya da kararsızlığı hakkında bilgi verir.

3.4. ENERJİ AKTARIM HIZI METODU

Salınım yapan sistemlerin kararlılığı büyük oranda dışarıdan onlara aktarılan enerji ile orantılıdır. Rezonans da zaten sisteme maksimum miktarda enerji aktarılması koşuludur. Bu yöntem parametrik diferansiyel denklemlerin kararlılığının incelenmesi amacıyla geliştirilmiş bir yöntemdir ve sisteme aktarılan enerjinin pozitif /negatif olmasına göre sistemin kararsız / kararlı olmasını belirler.

Parametrik diferansiyel denklem iki parametreye bağlıdır. Bu parametrik diferansiyel denklem üzerinde çeşitli düzenlemeler yapılarak , bu sistemin sahip olduğu enerji : bu parametrik diferansiyel denkleme bağlı bir fonksiyon olarak ifade edilmeye çalışılır. Bu fonksiyon enerji aktarım fonksiyonu olarak isimlendirilir. Başlangıçta verilen parametrik diferansiyel denklem iki parametreye bağlı olarak ifade edilmişti. Son olarak enerji aktarım fonksiyonunun , bu iki parametreden oluşan uzayda kararlılığı incelenir.

$$\frac{dx^2}{dt^2} + a x - 2 b x \text{ Cos } (2 w t) = 0 \quad (3-4-1)$$

şeklinde zorlanımsız Mathieu denklemi incelenirse bu

$$\frac{dx^2}{dt^2} + f(t) x = 0 \quad (3-4-2)$$

şeklinde Hill denklemi olarak ifade edilebilir. Zorlanımsız Mathieu denklemi daha genel bir diferansiyel denklem olarak (Rand, 2002).

$$\frac{dx^2}{dt^2} + f(x) + g(x, \dot{x}, t) = 0 \quad (3-4-3)$$

gibi de yazılabilir. Bu diferansiyel denklemde yer alan $f(x)$ ve $g(x, \dot{x}, t)$ sırasıyla tek değişkenli fonksiyon , düzgün ve periyodik değişen fonksiyondur.

Bu denklemde $g(x, \dot{x}, t)$ fonksiyonunu

1-) $x = 0$ ve $\dot{x} = 0$ de $g(0, 0, t) = 0$ ve

2-) $g(x, \dot{x}, t) = g(x, \dot{x}, t + T)$ yani $g(x, \dot{x}, t)$, düzgün periyodik fonksiyon olma koşullarını sağlar.

Şimdi $\frac{dx^2}{dt^2} + f(x) + g(x, \dot{x}, t) = 0$ denkleminde küçük bir düzenleme yapılırsa :

$\frac{dx^2}{dt^2} + f(x) = -g(x, \dot{x}, t)$ olur. Bu eşitliğin sol tarafı kuvvet olarak tanımlanabilir.

Yukarıda verilen sistemin enerjisi yani mekanik enerji kinetik enerji ile potansiyel enerjinin toplamıdır. $T(\dot{x}) = \dot{x}^2/2$ ve $V(x) = \int f(x)dx$ sırasıyla kinetik enerji ve potansiyel enerji olarak ifade edilebilir.

Sistem için mekanik enerji ise

$$E = T(\dot{x}) + V(x) \quad (3-4-4)$$

olur. $T(\dot{x})$ ve $V(x)$ ifadeleri yerine yazılırsa

$$E = \dot{x}^2/2 + \int f(x)dx \quad (3-4-5)$$

olur. Enerjideki değişim ise

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} [\dot{x}^2/2 + \int f(x)\dot{x}dt] \quad (3-4-6)$$

olur. Bu enerjideki değişim sisteme birim zamanda aktarılan $P = \frac{dE}{dt} = \dot{E}$ gücü verir.

Güç de :

$P = F \dot{x}$ kuvvet ile hızın çarpımıdır.

$$\frac{dx^2}{dt^2} + f(x) = -g(x, \dot{x}, t) \quad (3-4-7)$$

Denkleminde eşitliğin sol tarafının kuvvet olarak tanımlandığı hatırlanırsa

$$F = \frac{dx^2}{dt^2} + f(x) \quad \text{ya da} \quad F = -g(x, \dot{x}, t) \quad \text{ve} \quad \text{güç} \quad P = -\frac{dx}{dt} g(x, \dot{x}, t)$$

olarak yazılabilir.

$$\frac{dE}{dt} = \dot{E} \quad \text{olmak üzere güç ifadesi}$$

$$\dot{E} = \frac{d}{dt} \left[\dot{x}^2 / 2 + \int f(x) \dot{x} dt \right] \quad \text{denkleminde yerine konduğunda}$$

$$\dot{E} = \frac{d}{dt} \left[\dot{x}^2 / 2 + \int f(x) \dot{x} dt \right] = -\dot{x} g(x, \dot{x}, t) \quad (3-4-8)$$

olur.

Bu denkleme göre sistem tarafından alınan ya da ani olarak verilen enerji

$$\dot{E} = -\frac{dx}{dt} g(x, \dot{x}, t) \quad (3-4-9)$$

şeklinde ifade edilebilir. Görüldüğü gibi sistem tarafında verilen ya da alınan enerji bazı parametre değerlerine, zamana, x konumuna ve \dot{x} hızına bağlıdır. Sistemde üretilen ya da absorbe edilen enerji ifadesinin T periyotluk süre için ortalaması yani integrali alınırsa

$$\Gamma = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{dE}{dt} dt = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{x} g(x, \dot{x}, t) dt \quad (3-4-10)$$

olur.

Daha önce genel olarak ifade edilen ve üzerinde çalışılan diferansiyel denklem

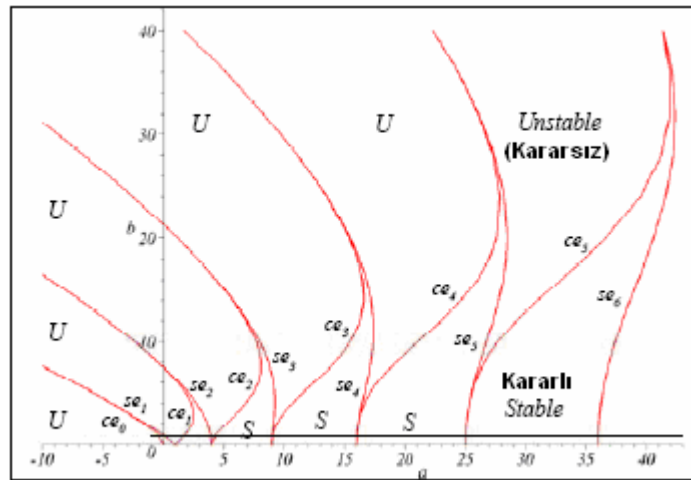
$$\frac{dx^2}{dt^2} + f(x) + g(x, \dot{x}, t) = 0 \quad (3-4-11)$$

şeklindeydi. Bu denklem aslında zorlanımsız Mathieu Denklemi nin genelleştirilmiş hali olarak yazılmıştı.

$$\frac{dx^2}{dt^2} + a x - 2 b x \cos(2 \omega t) = 0 \quad (3-4-12)$$

biçiminde ifade edilmişti. Bu denklemin a ve b gibi iki parametreye bağlı olduğu görülmektedir.

Sistemde üretilen ya da absorbe edilen enerjinin T periyotluk süre için ortalaması yani integralinin nümerik değeri Γ ile ifade edilir. Bunun değeri pozitif ise sistem dışarıdan enerji alır ve kararsızdır. Negatif ise sistem dışarı enerji verir ve enerjisi azalarak kararlı duruma geçer. a ve b nin değişik değerleri için Γ nun değerleri hesaplanırsa bu parametre uzayında sistemin kararlı ve kararsız olduğu bölgelerle geçişlerdeki çatallanma çizgileri bulunur. Aşağıdaki şekilde bu bölgeler U kararsız, S kararlı bölgeleri göstermektedir. Böylece sistemin karakteristiği bu yöntemle kolayca elde edilebilir (Jazar *et al.*, 2008).



Şekil 3.1 Mathieu denklemi nin (a ,b) parametre uzayında enerji değişiminin nümerik değerinin kararlılık digramı

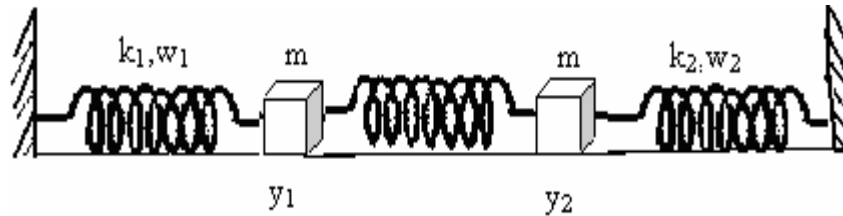
4. BULGULAR ve TARTIŞMA

Frekansları w_1 ve w_2 , yay sabitleri k_1 ve k_2 genliği y_1 ve y_2 olan iki salıncıdan oluşan çiftlenimli salıncı arasında etkileşim incelenmiştir. Burada özellikle sistemdeki enerjinin paylaşımı , bir salıncıdan diğerine enerji akışı ve enerjinin bunlardan birinde yerleşip yerleşmeyeceğinin araştırılması amaçlanmıştır. Problem birçok disiplinler arası çalışmanın ortak konusudur (Gendelman, 1999; Hayashi, 1985).

Birinden diğerine enerji aktarımı olması ve sistemin enerjisinin bu salıncılardan birinde toplanması yani yerleşmesi (localization) için , incelenen çiftlenimli salıncıların simetrik olmaması gerekir. Bununla çiftlenim halinde bulunan salıncıların frekansları , genlikleri , başlangıç koşulları gibi özelliklerinin birbirine benzememesi kastedilmektedir. Bu çalışmada o nedenle asimetric (simetric olmayan) bir yapıda olan salıncılar incelenmiştir.

Sırasıyla ;

- Linear bir salıncı ile tamamen nonlinear bir salıncının linear çiftlenimi ,
 - Linear bir salıncı ile nonlinear bir salıncının linear çiftlenimi ,
 - Linear bir salıncı ile nonlinear salıncının parametric çiftlenimi ,
 - Linear bir salıncı ile nonlinear salıncının parametric ve zorlanımlı çiftlenimi ,
- ele alınacaktır.



Şekil 4.1 Nonlinear çiftlenimli sarkaç

4.1. LİNEER BİR SALINICI İLE TAMAMEN NONLİNEER BİR SALINICININ LİNEER ÇİFTLENİMİ

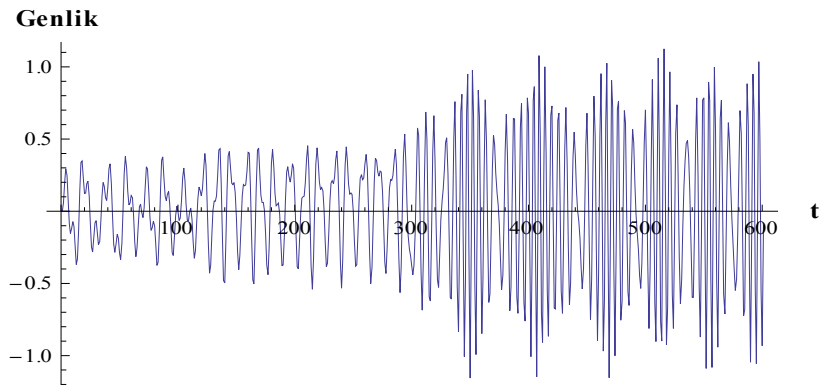
İncelenecek ilk sistemin denklemleri

$$\frac{d^2 y_1}{dt^2} + C y_1^3 - \varepsilon y_2 = 0 \quad (4-1-1)$$

$$\frac{d^2 y_2}{dt^2} + w_2^2 y_2 = 0 \quad (4-1-2)$$

şeklindedir. Burada ε , C ve w_2 sırasıyla : çiftlenim ve nonlineerlik katsayıları ile birinci salıncıya enerji aktaran ikinci salıncının açısal frekansıdır.

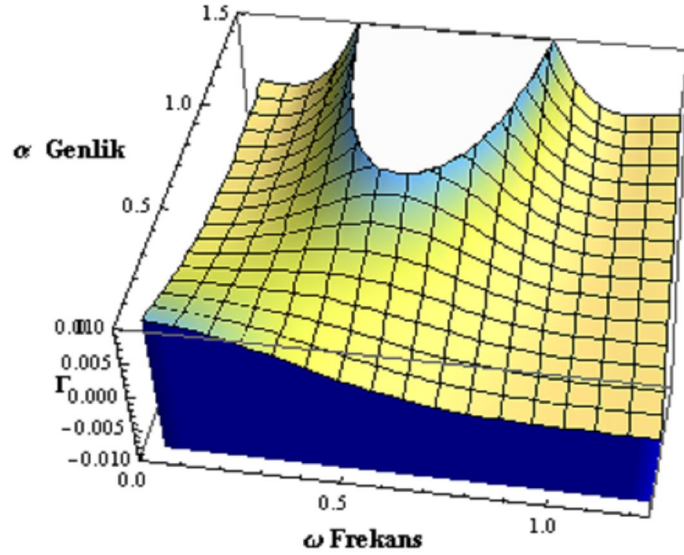
Sistemin hareketi Runge-Kutta metodu ile sayısal olarak başlangıç koşullarına göre çözülmüş ve birinci salıncının genliğinin zamanla değişimi Şekil 4.2 de verilmiştir.



Şekil 4.2 $\alpha = 1.15$ ve $w_2 = 1$ için birinci salıncının genliğinin zamanla değişimi

Başlangıçta birinci salıncıda enerji yokken zamanla ona enerji aktarıldığı genliğin artmasından anlaşılmaktadır. Ayrıca sistemdeki nonlineerlikten dolayı salıncının frekansının genlikle arttığı da anlaşılmaktadır. Genliğin hemen artmadığı ve enerjinin belli bir zamandan sonra birinci salıncıya aktarıldığı da görülmektedir.

Sistemin (w_2, α) yani frekans başlangıç genliği, uzayındaki kararlı ve kararsız bölgeler de Materyal ve Metot bölümünde verilen Enerji Aktarım Hızı metoduna göre hesaplanmış ve Şekil 4.3 de verilmiştir.



Şekil 4.3 Açısız zorlanım frekansı ve genliğe göre enerji aktarımı

Burada ikinci salıncının birinci salıncıya enerji aktardığı bölge Γ nın işaretinin artı olduğu beyaz renkle gösterildiği bölgedir. Enerji aktarımı zorlanımlı salınım şeklindedir ve aktarım hızı α ve çiftlenim sabitine bağlı olarak değişir. Bunlar ayrıca grafiklerle gösterilmemiştir.

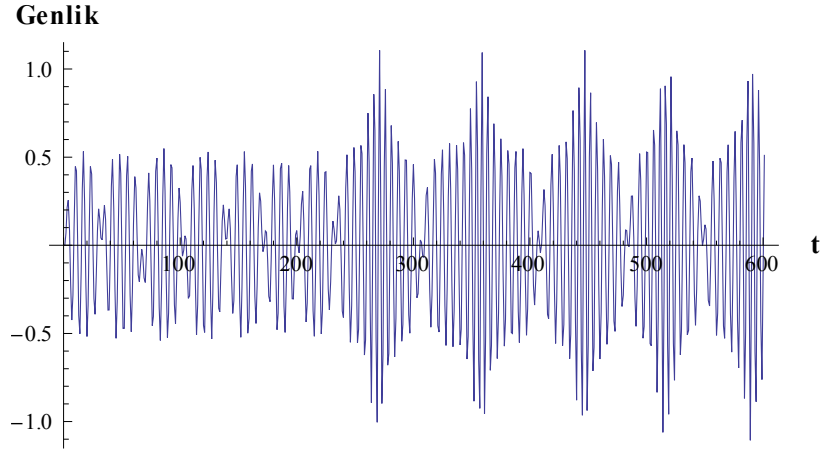
4.2. LİNEER BİR SALINICI İLE NONLİNEER BİR SALINICININ LİNEER ÇİFTLENİMİ

Bu bölümde ,

$$\frac{d^2 y_1}{dt^2} + w_1^2 y_1 + C y_1^3 - \varepsilon y_2 = 0 \quad (4-2-1)$$

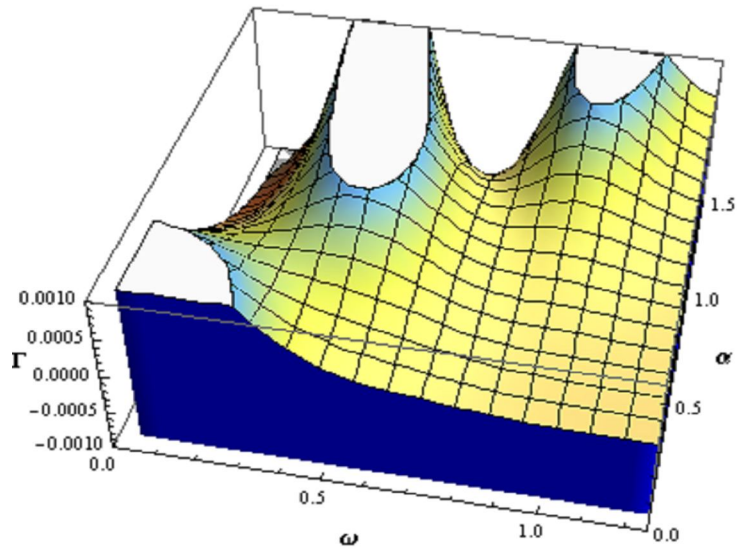
$$\frac{d^2 y_2}{dt^2} + w_2^2 y_2 = 0 \quad (4-2-2)$$

sistemi incelenecektir. Bunun bir önceki sistemden farkı birinci salıncının w_1 lineer frekansının sıfırdan farklı olmasıdır. Şekil 4.4 de birinci salıncının genliği denklemin Runge-Kutta metodu ile çözümünden hesaplanmıştır. Sonuç bir önceki bölümdekine çok benzerdir. Ancak burada sistem w_1 frekansıyla kontrol edilebilir. Bir de enerji aktarım mekanizmasının önce vuru olayı ile başladığı ve belli zaman geçtikten sonra enerji aktarımının tam etkili olmaya başladığına dikkat edilmelidir.



Şekil 4.4 $\alpha = 1.15$ ve $w_2 = 1$ ve $w_1 = 0.5$ için birinci salıncının genliğinin zamanla değişimi

Enerji aktarım hızına göre de sistemin (w_2, α) yani frekans başlangıç genliği uzayındaki kararlı ve kararsız bölgeleri de hesaplanarak sonuçları Şekil 4.4 de verilmiştir. Burada da enerjinin aktarıldığı bölgeler beyaz olarak gösterilmiştir. $w_2 = 1$ ve $w_1 = 0.5$ frekanslarındaki rezonanslar açıkça görülür. Bu bölgeler sistemin kararsız olduğu bölgelere de karşılık gelir.



Şekil 4.5 $\alpha = 1.15$ ve $w_2 = 1$ ve $w_1 = 0.5$ için birinci salıncıya enerji aktarımı

4.3 LİNEER BİR SALINICI İLE NONLİNEER SALINICININ PARAMETRİK ÇİFTLENİMİ

Bu bölümde ,

$$\frac{d^2 y_1}{dt^2} + w_1^2 y_1 + C y_2^2 y_1 - \varepsilon y_2 = 0 \quad (4-3-1)$$

$$\frac{d^2 y_2}{dt^2} + w_2^2 y_2 = 0 \quad (4-3-2)$$

denklemleri incelenecektir. Sistemin genel bir durumu gösterdiğine dikkat edilmelidir.

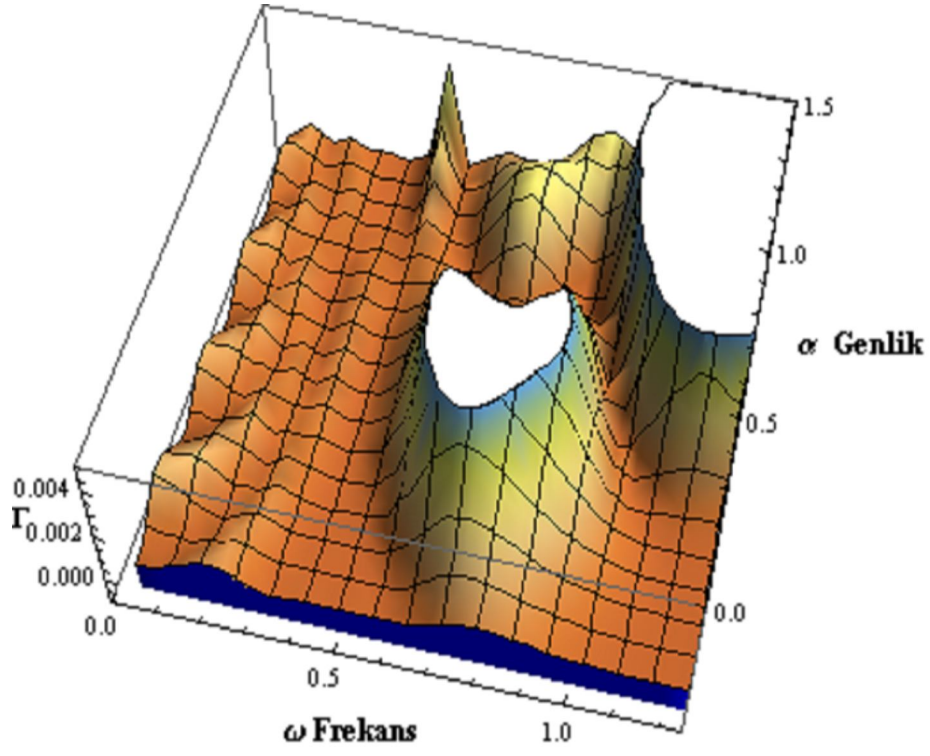
a) $\varepsilon=0$, $C \neq 0$ durumu : parametrik (Mathieu) rezonansa

b) $\varepsilon \neq 0$, $C=0$ durumu : zorlanımlı rezonansa

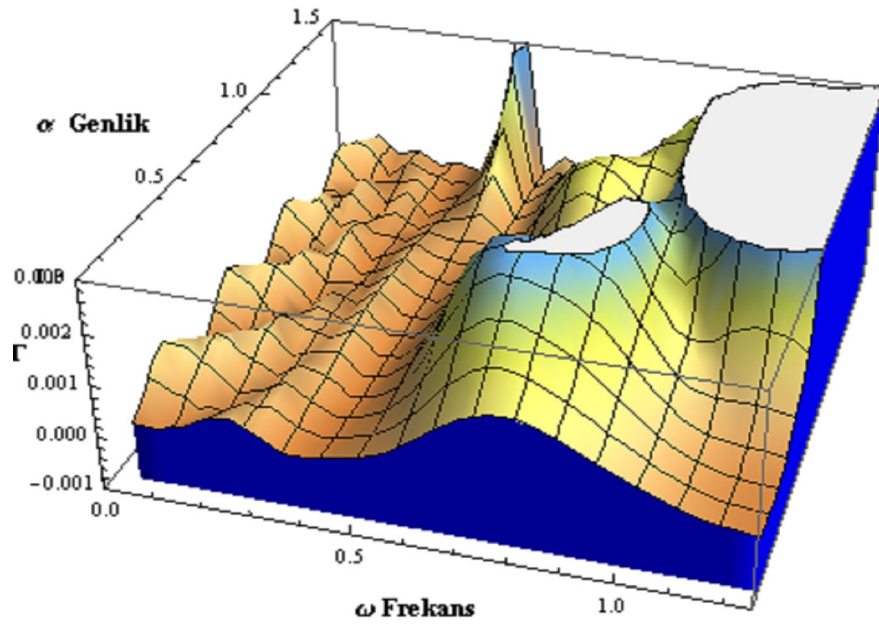
c) $\varepsilon \neq 0$, $C \neq 0$ durumu : hem zorlanımlı hem de parametrik rezonansa karşılık gelmektedir.

Diğer olası durumlar burada ele alınmayacaktır. $C = 0$ olduğu durum doğrudan lineer çiftlenimli sarkaç ve bilinen zorlanımlı salınımına karşılık geldiği için ilginç değildir.

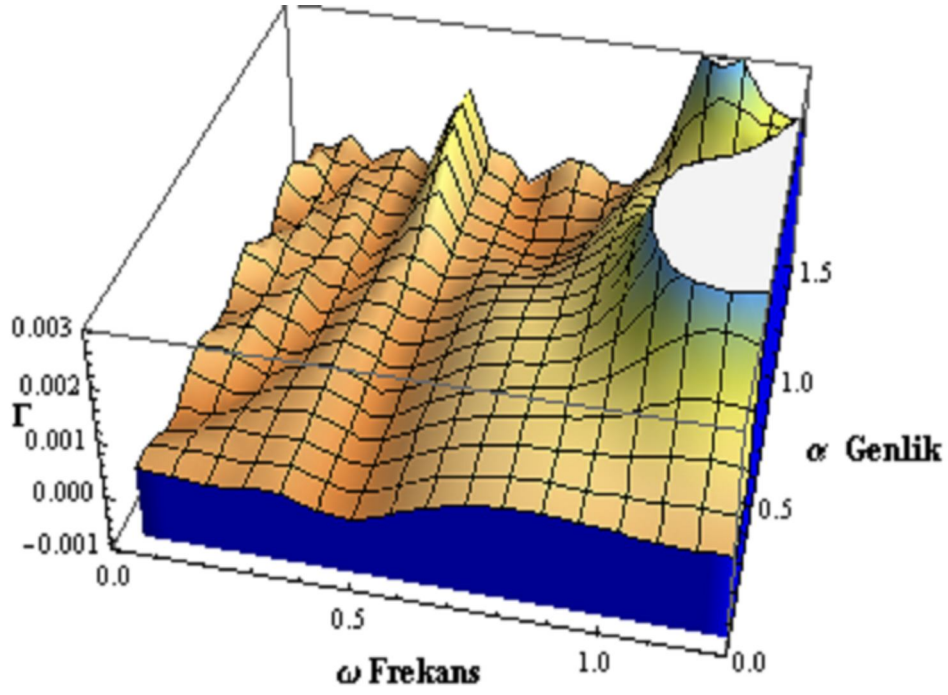
Frekanslar , ε ve C nin farklı değerleri için Enerji Aktarım Metoduna göre hesaplamalar yapılmış ve $\varepsilon = 0.1$ ve $C = 2$ için sonuçlar Şekil 4.6 , Şekil 4.7 ve Şekil 4.8 grafiklerinde verilmiştir.



Şekil 4.6 $w_1 = 0$ için birinci salıncıya enerji aktarımı



Şekil 4.7 $w_1 = 0.5$ için birinci salıncıya enerji aktarımı



Şekil 4.8 $w_1 = 1$ için birinci salınıcıya enerji aktarımı

4.4. LİNEER BİR SALINICI İLE NONLİNEER SALINICININ PARAMETRİK VE ZORLANIMLI ÇİFTLENİMİ

Sistemin hareket denklemi

$$\frac{d^2 y_1}{dt^2} + w_1^2 y_1 - \varepsilon C y_1^3 - \varepsilon y_2 = 0 \quad (4-4-1)$$

$$\frac{d^2 y_2}{dt^2} + w_2^2 y_2 = 0 \quad (4-4-2)$$

şeklindedir. Bu modelde $w_1 > w_2$ olarak alınmıştır. Sırasıyla, w_1 ve w_2 1. ve 2. salınıcının doğal frekanslarıdır ve C nonlineerlik katsayısı, ε ise salınıcılar arasındaki etkileşimin bir ölçüsüdür. Denklemlerde düzenleme yapılırsa

$$\frac{d^2 y_1}{dt^2} + w_1^2 y_1 - \varepsilon C y_1^3 = \varepsilon y_2 \quad (4-4-3)$$

$$\frac{d^2 y_2}{dt^2} + w_2^2 y_2 = 0 \quad (4-4-4)$$

şeklini alır.

Bu denklem sistemi için önerilen uygun bir $y_2(t)$ çözümünün

$$y_2(t) = A \sin(w_2 t + \theta) \quad (4-4-5)$$

olacağı görülür. Bu çözüm yukarıda denklem sisteminde yerine yazılırsa

$$\frac{d^2 y_1}{dt^2} + w_1^2 y_1 - \varepsilon C y_1^3 - \varepsilon A \sin(w_2 t + \theta) = 0 \quad (4-4-6)$$

şeklinde ilk salıncının hareket denklemi bulunur. Yukarıda verilen denklem sistemi

$$\frac{d^2 y_1}{dt^2} + w_1^2 y_1 - \varepsilon C y_1^3 = \varepsilon A \sin(w_2 t + \theta) \quad (4-4-7)$$

$$\frac{d^2 y_2}{dt^2} + w_2^2 y_2 = 0 \quad (4-4-8)$$

halinde yeniden yazılabilir. Buradaki birinci denklem , birinci salıncının ikinci salıncı tarafından harekete zorlanmasını göstermektedir. Bu denklem için

$$y_1(t) = \gamma \sin(w_2 t + \theta) + \phi(t) \quad (4-4-9)$$

şeklinde içinde hem homojen hem de zorlanım terimleri olan çözüm önerilebilir. Önerilen γ , $\gamma \sin(w_2 t + \theta)$ ve $\phi(t)$ sırasıyla sürücü kuvvetin (ikinci salıncının) etkisi , zorlanımlı hareketin çözümü ve homojen kısmın çözümüdür.

$y_1(t)$ çözümüne bağlı olarak $\frac{dy_1}{dt}$ ve $\frac{d^2 y_1}{dt^2}$ ifadeleri

$$\frac{dy_1}{dt} = \gamma w_2 \text{Cos} (w_2 t + \theta) + \frac{d\phi}{dt} \quad (4-4-10)$$

$$\frac{d^2 y_1}{dt^2} = -\gamma w_2^2 \text{Sin} (w_2 t + \theta) + \frac{d^2 \phi}{dt^2} \quad (4-4-11)$$

şeklinde yazılabilir. Önerilen çözüm ,

$$\frac{d^2 y_1}{dt^2} + w_1^2 - \varepsilon C y_1^3 = \varepsilon A \text{Sin}(w_2 t + \theta) \quad (4-4-12)$$

denkleminde yerine yazılırsa

$$-\gamma w_2^2 \text{Sin}(w_2 t + \theta) + \frac{d^2 \phi}{dt^2} + w_1^2 [\gamma \text{Sin}(w_2 t + \theta) + \phi(t)] - \varepsilon C [\gamma \text{Sin}(w_2 t + \theta) + \phi(t)]^3 = \varepsilon A \text{Sin}(w_2 t + \theta) \quad (4-4-13)$$

ifadesi elde edilir (Gendelman, 1999). Bu denklemdaki $[\gamma \text{Sin} (w_2 t + \theta) + \phi(t)]^3$ ifadesi , binom açılımına göre açılır ilk terimleri alınır ve yukarıda denkleminde yerine yazılırsa denklem

$$-\gamma w_2^2 \text{Sin}(w_2 t + \theta) + \frac{d^2 \phi}{dt^2} + w_1^2 \gamma \text{Sin}(w_2 t + \theta) + w_1^2 \phi(t) - \varepsilon C [\phi^3(t) + 3\gamma^2 \text{Sin}^2(w_2 t + \theta)\phi(t) + \gamma^3 \text{Sin}^3(w_2 t + \theta)] = \varepsilon A \text{Sin}(w_2 t + \theta) \quad (4-4-14)$$

haline gelir.

Denkleminde eşitliğin her iki tarafında da $\text{Sin}(w_2 t + \theta)$ içeren terimlerin katsayıları toplanırsa bunların toplamının sıfır olması gerektiğinden (harmonic balance) katsayılar arasında

$$-\gamma w_2^2 + w_1^2 \gamma - 3\varepsilon C \gamma \phi^2(t) = \varepsilon A \quad (4-4-15)$$

bağıntısı elde edilir (Rand, 2002). Bu bize hareketin genliği ve frekansları ile nonlineerlik ve çiftlenim ölçüsü arasında bir ilişki verir. Aynı denklemde eşitliğin her iki tarafında da $\text{Sin}(w_2 t + \theta)$ içermeyen terimler yazılırsa

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} + w_1^2 \phi(t) - \varepsilon C \phi^3(t) + 3\varepsilon C \gamma^2 \text{Sin}^2(w_2 t + \theta) \phi(t) + \varepsilon C \gamma^3 \text{Sin}^3(w_2 t + \theta) = 0 \quad (4-4-16)$$

şeklinde başka bir denklem elde edilir. Burada yer alan $\text{Sin}^2(w_2 t + \theta)$ ifadesi

$$\text{Sin}^2(w_2 t + \theta) = \frac{1}{2} [1 - \text{Cos} 2(w_2 t + \theta)] \quad (4-4-17)$$

şeklinde açılabilir. Bu ifade , denklemde yerine yazılırsa

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} + w_1^2 \phi(t) - \varepsilon C \phi^3(t) - \frac{3}{2} \varepsilon C \gamma^2 [1 - \text{Cos} 2(w_2 t + \theta)] \phi(t) - \varepsilon C \gamma^3 \text{Sin}^3(w_2 t + \theta) = 0 \quad (4-4-18)$$

denklemini elde edilir. Bu haliyle çözüm oldukça karmaşık gözüktüğünden denklem uygun şekilde düzenlenirse

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} + w_1^2 \phi(t) - \varepsilon C \phi^3(t) - \frac{3}{2} \varepsilon C \gamma^2 [1 - \text{Cos} 2(w_2 t + \theta)] \phi(t) - \varepsilon C \gamma^3 \text{Sin}^3(w_2 t + \theta) = 0 \quad (4-4-19)$$

şeklinde biraz daha anlaşılır bir forma dönüştürülebilir. Bu denklem nonlineer zorlanımlı Duffing - Mathieu denklemidir.

$$\varepsilon C \phi^3(t) \quad (4-4-20)$$

$$\frac{3}{2} \varepsilon C \gamma^2 [1 - \text{Cos} 2(w_2 t + \theta)] \quad (4-4-21)$$

$$\varepsilon C \gamma^3 \text{Sin}^3(w_2 t + \theta) \quad (4-4-22)$$

terimleri sırasıyla Duffing , Mathieu ve zorlanım terimlerini ifade eder. Böylece sistemdeki birinci salınıcıya hem parametrik (Mathieu teriminden dolayı) hem de zorlanımdan dolayı enerji aktarıldığı görülebilir (Pandey, 2005; Pandey, 2007; Rand, 2002).

Ancak yine de denklemi nonlinear standart denklem haline dönüştürmek için

$$w_1 = 1 \quad (4-4-23)$$

$$w_2 = w \quad (4-4-24)$$

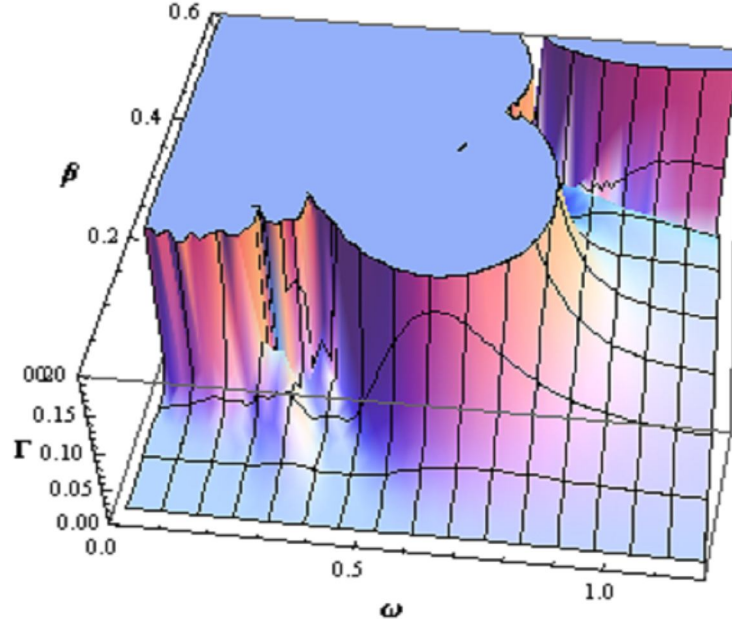
$$\frac{3}{2} \varepsilon C \gamma^2 = 2 \beta \quad (4-4-25)$$

değişken değiştirmesi yapılarak denklem

$$\frac{d^2 \phi}{dt^2} + (1 - 2 \beta \langle \phi^2 \rangle + 2 \beta \text{Cos}(2 w t)) \phi = 2 \beta \text{Sin}^3(w t) \quad (4-4-26)$$

şeklinde nonlinear diferansiyel denklemler arasında anlaşılabilir bir forma getirilebilir. Burada $\langle \phi^2 \rangle$ genliğin karesinin ortalamasıdır ve bu terimin işareti – olduğu için salınıcının frekansı genlikle azalır. Yani sistemin frekansı genlikle azalır. Bu da birinci salınıcının enerjisinin yani genlik arttıkça sertliğinin azaldığını ve sistemin yumuşadığını belirtir. β teriminin hem nonlinearlığı , hem çiftlenim sabitini , hem de genliği içine alan bir değişken olduğuna dikkat edilmelidir.

Bu denklem sisteminde ikinci salınıcıdan birinciye aktarılan enerjiyi sayısal olarak enerji aktarma hızı integrali Γ yu hesaplırsak (w, β) hesaplanırsa Şekil 4.9 grafiği elde edilir. Şekildeki düz mavi bölge kararsız bölgeleri gösterir.



Şekil 4.9 (w, β) uzayında Γ enerji aktarım hızının integrali

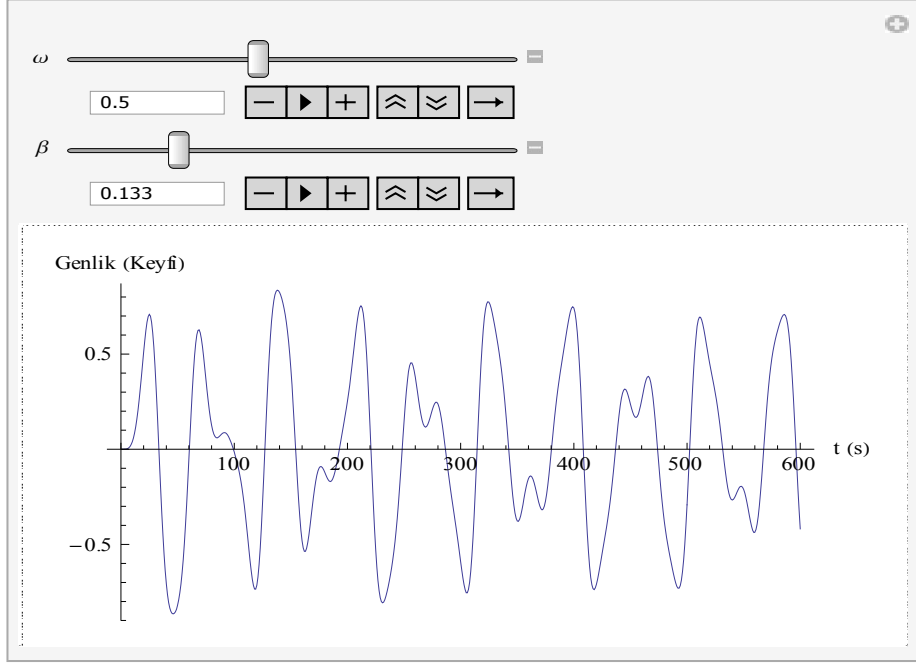
Şekil 4.9 da sistemin genliği arttıkça ara bölgede frekasin azaldığı görülüyor. Bu da yumuşak Mathieu denkleminin özelliğini veriyor.

Kararlı ve kararsız bölgelerden ve ara bölgeden geçişte ne olduğunu kolaylıkla görmek için : $w = 0.5$, $\beta = 0.133$ ve $\beta = 0.225$ gibi farklı değeri için Şekil 4.10 (a) ve (b) de gösterilmiştir.

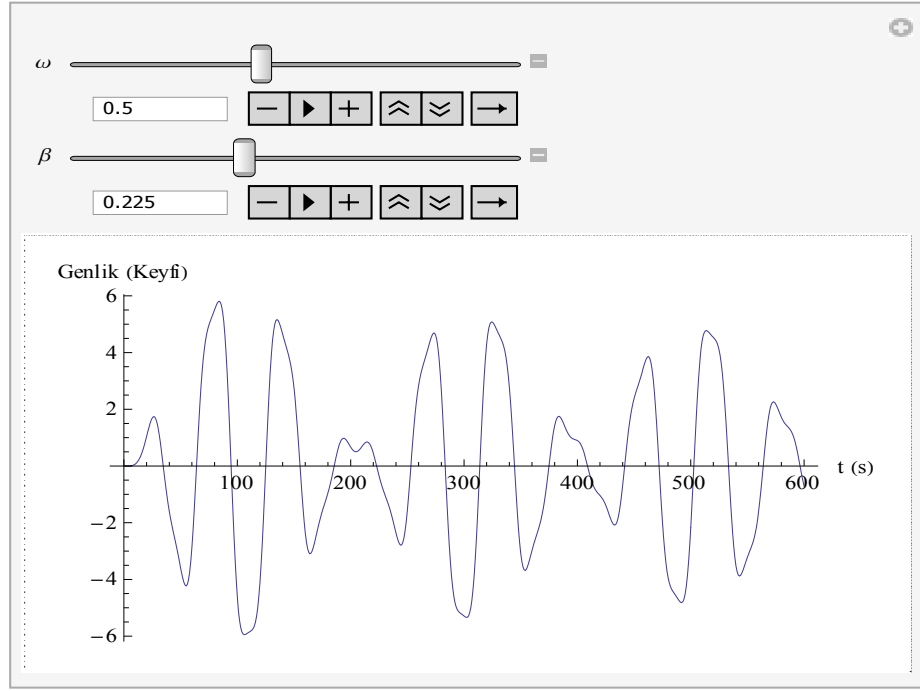
Kararlı bölgeden kararsız bölgeye geçerken birinci salıncımın enerji olarak genliğini arttırdığı ve bu arada salıncımın zorlanmalı hareketin frekansına mı , kendi frekansına mı göre hareket edeceğinde kararsız kaldığı sonuç olarak vuru gözlendiğine ve kararsız bölgeye geçerken sistemin frekansının düşüp periyodunun arttığına dikkat edilmelidir. Buna periyot çiftlenmesi (period dubling) denir.

Şekil 4.10 daki $w = 0.5$ değeri için $\beta = 0.133$ ve $\beta = 0.225$ de salıncımın genliğinin ara bölgeye yani çatallanma bölgesine yaklaştıkça arttığı sistemin kararsızlığa doğru gittiği görülüyor. $w = 0.5$ için β nın kritik değerinin $\beta = 0.23$ olduğu da buradan bulunabilir.

Şekil 4.10 daki grafiklerde : w ve β nin değerleri değiştirilerek birinci salıncının hangi w ve β değerleri için kararlı hangileri için kararsız olduğu görülebilir. Ayrıca salıncının içindeki frekanslar da kararsızlık-kararlılık bölgesine ne kadar uzakta olduğu hakkında bilgi verir.



Şekil 4.10 a-) (w, β) uzayında , $w = 0.5$ ve $\beta = 0.133$ değerleri için birinci salıncının genliğinin zamanla değişimi



Şekil 4.10 b-) (w, β) uzayında , $w = 0.5$ ve $\beta = 0.225$ değerleri için birinci salınıcının genliğinin zamanla değişimi

Yukarıda verilen diferansiyel denklemin denge noktaları ve bunların durumları pertürbasyon metodu (multiscale perturbation) ile incelenebilir (Nayfeh, 1993).

Bu denklemde $\xi = wt$ ve $\eta = \varepsilon t$ değişken değiştirilirse

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\partial\phi}{\partial\xi} \frac{d\xi}{dt} + \frac{\partial\phi}{\partial\eta} \frac{d\eta}{dt} \quad (4-4-27)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\partial\phi}{\partial\xi} w + \frac{\partial\phi}{\partial\eta} \varepsilon \quad (4-4-28)$$

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = w^2 \frac{\partial^2\phi}{\partial\xi^2} + 2w\varepsilon \frac{\partial^2\phi}{\partial\xi\partial\eta} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2\phi}{\partial\eta^2} \quad (4-4-29)$$

şeklini alır. ξ ve η sırasıyla hızlı zaman ve yavaş zaman değişkenleridir.

Denklemden yer alan zorlanım frekansı $w_2 = w$, doğal frekans $w_1 = 1$ etrafında seriye açılarak

$$w = 1 + \varepsilon k_1 + \mathcal{O}(\varepsilon^2) \quad (4-4-30)$$

şeklinde yazılabilir. İfade de k_1 , sistemin doğal frekansı ile zorlanım frekansı arasındaki farktır. ϕ , kuvvet serisine açılırsa

$$\phi = \phi_0(\xi, \eta) + \varepsilon \phi_1(\xi, \eta) + \mathcal{O}(\varepsilon^2) \quad (4-4-31)$$

olur.

$$\frac{d\phi}{dt} \text{ ve } \frac{d^2\phi}{dt^2} \text{ ifadeleri ,}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2\phi}{dt^2} + \phi(t) - \varepsilon C \phi^3(t) - \alpha \varepsilon \gamma^2 [1 - \cos 2(wt + \theta)] \phi(t) - \\ F\varepsilon \gamma^3 \sin^3(wt + \theta) = 0 \end{aligned} \quad (4-4-32)$$

denkleminde yerine yazılır ve düzenlenirse

$$\begin{aligned} w^2 \frac{\partial^2\phi}{\partial \xi^2} + 2w\varepsilon \frac{\partial^2\phi}{\partial \xi \partial \eta} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2\phi}{\partial \eta^2} + \phi(t) - \varepsilon C \phi^3(t) - \\ \alpha \varepsilon \gamma^2 [1 - \cos 2(wt + \theta)] \phi(t) - 3F\varepsilon \gamma^3 \sin^3(wt + \theta) = 0 \end{aligned} \quad (4-4-33)$$

olur.

$$w \text{ ve } \phi \text{ ifadeleri ,}$$

$$\begin{aligned} w^2 \frac{\partial^2\phi}{\partial \xi^2} + 2w\varepsilon \frac{\partial^2\phi}{\partial \xi \partial \eta} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2\phi}{\partial \eta^2} + \phi(t) - \varepsilon C \phi^3(t) - \\ \alpha \varepsilon \gamma^2 [1 - \cos 2(wt + \theta)] \phi(t) - 3F\varepsilon \gamma^3 \sin^3(wt + \theta) = 0 \end{aligned} \quad (4-4-34)$$

denkleminde yerine yazılır düzenlenir ve pertürbasyon yöntemi uygulanarak çözümlerse , \dot{A} ve \dot{B} için

$$\dot{A} = -\frac{3}{2}F\gamma^3 - \frac{3}{4}\alpha\gamma^2B(\eta) - \frac{3}{8}C A^2(\eta)B(\eta) - \frac{3}{8}C B^3(\eta) - B(\eta) k_1 \quad (4-4-35)$$

$$\dot{B} = \frac{1}{4}\alpha \gamma^2 A(\eta) + \frac{3}{8}C A^3(\eta) + \frac{3}{8} C A(\eta) B^2(\eta) + A(\eta) k_1 \quad (4-4-36)$$

ifadeleri bulunur (Rand, 2002). Denklemlerin denge noktaları : $\dot{A} = 0$, $\dot{B} = 0$ koşulunu sağlayan noktalardır ve denklem sisteminin sağ tarafı sifira eşitlenerek bulunur. Bu diferansiyel denklem sistemi bize salınımın genliğinin zamanla birbirlerine bağlı ve diğer parametrelere bağlı olarak nasıl değişeceğini gösterir. Bu değişim , (A,B) uzayında kapalı bir eğri çizerse : sistem kararlı , (0,0) noktası odak olmak üzere kararsız spiral çizerse : kararsız demektir. Buradaki A ve B genlikleri $R^2=(A^2+B^2)$ şeklinde yazılırsa ve R belli bir değer aralığında değişirse , periyodik salınımın genliğini verir. Bu genlik zamanla büyürse : sistem kararsız olur. Bu denkleme benzer sistemin kararlılık durumu Matcont yazılımı ile incelenmiş ve sistemin denge noktaları ile bunların üzerindeki dallanma yerleri çalışmasında verilmiştir (Rand, 2002).

5. SONUÇ

Fiziksel sistemlerin birinden diğerine enerji aktarması kimyadan biyolojiye kuantum fiziğinden astronomiye kadar geniş bir alanda önemli bir yer tutmaktadır. Bu enerji aktarımının epeyce bir kısmını salınım hareketi yapan sistemler arasındakiler oluşturmaktadır.

Belli bir frekansta basit harmonik hareket yapan bir salınıcıya dışarıdan periyodik bir kuvvet etki ederse kuvvetin frekansı salınıcının frekansına eşit olduğunda ikisi arasında maksimum enerji aktarımı olur. Bu kuvvet ikinci bir salınıcının birinciye etkisi şeklinde olursa enerji ikisi arasında gidip gelir ve vuru olayı denen olay meydana gelir. Halbuki doğa sistemlerinde enerji akışının tek yönlü de olduğu görülüyor ve enerji salınıcılardan birinde birikiyor. Buna enerjinin lokalize olması deniyor.

Bu çalışmada salınıcılar arasındaki enerji aktarımı incelenmiştir. Basitlik olması açısından yalnızca iki salınıcının (çiftlenimli salınıcı) arasındaki enerji aktarımı ele alınmıştır. Enerji hareketinin tek yönlü olması için : bunların asimetric olması gerekir (Gendelman, 2001). O nedenle enerji aktarımının tek yanlı olmasının olasılığını arttırmak için de çiftlenimli salınıcıların asimetric olanları ele alınmıştır. Bunun yanında sistemin doğal ve gerçek durumlara karşılık gelmesi için bazen salınıcıların bazen de sarkaçların çiftlenim terimlerinin nonlinear olması sağlanmıştır. Çiftlenimli salınıcıların asimetric olması demek bu salınıcıların diferansiyel deklemlerinin formunun birbirlerinden farklı olması demektir.

Sistemdeki çiftlenimin ve salınıcılardaki nonlinear terimin nonlinearlığına göre enerji aktarımının bazen zorlanımlı , bazen parametric rezonans nedeniyle olduğu bazen de ikisinin de bu aktarımda rol aldığı gözlenmiştir.

Enerji aktarımı , Enerji aktarım Hızı (Energy-Rate Method) metoduna göre incelenmiştir (Jazar, 2008). Enerji aktarımının değişik durumlar için temel özelliklerinin değişik durumlarda şöyle olduğu gözlenmiştir.

a) Lineer bir salınıcı ile tamamen nonlinear bir salınıcının lineer çiftlenimi :

Enerji aktarılan sistem tamamen nonlineerdir ($w_1=0$). Nonlineerlik katsayısı C pozitif olduğu için genlik arttıkça frekansı da artmakta ve ikinci salıncının frekansına eşit hale geldiğinde , zorlanımlı kuvvetle rezonansa gelmektedir. Genliğin zamanla değişiminden sistemin (w, b) uzayındaki genlik değişimi de görülebilir.

Şekil 4.2 de etkileşmenin başlama anında başlamadığı , belli bir zaman sonra genliğin arttığı ve enerjinin paketler halinde aktarıldığı görülmektedir. Burada gösterilmeyen ama birinci salıncının enerjisinin ikinciden daha fazla olduğu ve bu oranın belli bir zamandan sonra aynı kaldığı gözlenmiştir. Bir de genlik arttığı zaman frekansın da arttığına dikkat edilmelidir. Bu da nonlineer salıncının frekansının genlikle arttığını açıkça ifade ediyor.

b) Lineer bir salıncı ile nonlineer bir salıncının lineer çiftlenimi :

Bunun bir önceki sistemden farkı birinci salıncının w_1 lineer frekansının sıfırdan farklı olmasıdır. Şekil 4.2 de birinci salıncının genliği denklemin Runge-Kutta metodu ile çözümünden hesaplanmıştır. Sonuç bir önceki bölüme çok benzerdir. Ancak burada sistemin davranışı w_1 frekansıyla kontrol edilebilir. Bir de enerji aktarım mekanizmasının önce vuru olayı ile başladığı ve belli zaman geçtikten sonra enerji aktarımının tam etkili olmaya başladığına dikkat edilmelidir.

Bir diğer önemli nokta da enerji aktarımının burada $w = \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ ve 1 de de olduğuna dikkat edilmelidir. Bu ana frekansın kesirlerindeki enerji aktarımları (rezonanslar) Mathieu denklemlerindeki rezonanslardır. Bu , enerji aktarımının özelliğinin değiştiğini ve bunun parametrik rezonansla olduğunun işaretidir.

c) Lineer bir salıncı ile nonlineer salıncının parametrik çiftlenimi :

Parametrik etkileşmenin etkisini daha iyi gözlemlemek için : $C y_1^3 - \varepsilon y_2$ çiftleniminin yerine , $C y_2^2 y_1 - \varepsilon y_2$ kullanılmıştır. Burada $w = \frac{1}{2}, 1$ ve $w = \frac{1}{4}$ rezonanslarının

kalıntısı açıkça görülmektedir. Ayrıca kararsız bölgelerin nonlineerliğinin : genlikle frekansın artmasından dolayı , frekansın artış yönüne doğru eğildiği rahatlıkla görülmektedir.

d) Lineer bir salıncı ile nonlineer salıncının parametrik ve zorlanımlı çiftlenimi

$$\frac{d^2 y_1}{dt^2} + w_1^2 y_1 - \varepsilon C y_1^3 - \varepsilon y_2 = 0 \quad (5-1)$$

$$\frac{d^2 y_2}{dt^2} + w_2^2 y_2 = 0 \quad (5-2)$$

denklem sistemi incelendiğinde hem zorlanımlı hem de parametrik enerji durumu açıkça görülüyor. Birinci salıncı εy_2 terimi nedeniyle nonlineer ve enerji soğuran sistemdir. Frekansı $w_1^2 y_1 - \varepsilon C y_1^3$ terimi nedeniyle genlikle azalmaktadır.

Bu haliyle y_2 deprem genliğini , y_1 de depremin etkisindeki binanın genliğini göstermek üzere , incelenen sistemin : depremde sallandıkça esnekliğini kaybeden ve depremden daha da fazla etkilenen binaya aktarılan enerjiye karşılık geldiği düşünülebilir. Sistem o nedenle de ele alınmıştır. Bu sistem , ilerde yapılacak ve diğer durumları da ele alacak çalışmanın başlangıcı olması açısından da çalışılmıştır.

Sisteme aktarılan enerji , Sistemin Enerji Aktarım Hızı metoduna göre (w, β) yani uygulanan frekans ve genlik uzayında incelenmiştir. Şekil 4.9 da $w=1$ deki parametrik rezonans açıkça görülmektedir. Kararsız bölge düz mavi bölgedir. Burada enerji aktarılan salıncının genliği gittikçe artmakta ve sistem kararsız hale gelmektedir (Bu bina ise bu bölgede yıkılacak demektir).

Sistemin nonlineerliğinin , kararsız bölgenin frekansla genliğinin azalmasından dolayı (w ile C ters işaretli) sola doğru eğik olduğu görülüyor. Kararlı bölgedeki sistemin frekansı , kararsız bölgeninkine göre iki kat fazladır (Rand, 2002). Belli bir sabit w değerinde genlik β arttıkça kararsız bölgeye yaklaşılr. Şekil 4.10 (a) ve (b) de $w = 0.5$ için $\beta = 1.33$ ve $\beta = 1.225$ değerlerinde salıncının genliğinin nasıl değiştiği verilmiştir. Kararsız bölgeden uzaktayken $\beta = 1.33$ için : salıncının daha büyük frekansla hareket ettiği , ancak kararsız

bölgeye yaklaştıkça $\beta=1.225$ için : salınımın ikinci fakat daha küçük bir frekansda gözleendiği , bunun vuruya neden olduğu gözleniyor.

Bu deprem-bina sistemine göre düşünülürse řu anlama gelir :

Deprem etkisini hissettirmeye başladığında genlikteki küçük artış bile binanın frekansını düşürmeye başlar. Bu da genliği biraz daha fazla arttıracadığından binanın frekansı daha da düşer ve depremin frekansına yaklaşır. Parametrik rezonans sonucunda deprem daha düşük frekansla fakat daha büyük genlikle salınıma başlar. Bu modele göre binanın frekansı azaldıkça genliği artar ve sonunda bina yıkılır.

Bu çalışmanın en azından böylesi bir olayın daha iyi anlaşılması açısından bir başlangıç olacağı düşünölmektedir. Çalışmada binanın serbest salınım frekansının depremin frekansından büyük olduğu kabul edilmiştir. Binaların frekanslarının yüksekleriyle ters orantılı olduğu bilindiğinden bu çalışma depremle orta boy bir binanın etkileşmesine bir açıklama olabilir.

KAYNAKLAR

- Banning, E.J., van der Weele, J.P., Ross, J.C., Kettenis, M.M., de Kleine, E. 1997. Mode competition in a system of two parametrically driven pendulums; the dissipative case. **Physica A.**, **245**(1997):11-48.
- Camacho, E., Rand, R., Howland, H. 2004. Dynamics of two van der Pol oscillators coupled via bath. **International Journal of Solids and Structures**, **41**(2004): 2133-2143.
- Crawford, Jr, F.S. 1968. Waves. McGraw-Hill, New York.
- Denardo, B., Earwood, J., Sazonova, V. 1999. Parametric instability of two coupled nonlinear oscillators. **Am. J. Phys.**, **67**(3): 187-195.
- Gendelman, O. V. 2001. Transition of energy to a nonlinear localized mode in a highly asymmetric system of two oscillators. **Nonlinear Dynamics**, **25**: 237-253.
- Guckenheimer, J., Holmes, P. 1983. Nonlinear oscillations , dynamical systems and bifurcations of vector fields. Springer-Verlag, New York.
- Hayashi, C.1985. Nonlinear oscillations in physical systems. Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- Jacobus, P.W., Banning, E.J. 2001. Mode interaction in horses,tea, and other nonlinear oscillators:The universal role of symmetry. **Am.J.Phys.**, **69**(9): 953-965.
- Jazar, R.N., Mahinfalah, M., Mahmoudian, N., Rastgaar, M.A. 2008. Energy-rate method and stability chart of parametric vibrating systems. **J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci.& Eng.**, Vol. XXX, No. 3: 183-188
- Karaoğlu, B. 2004. Sayısal fizik. Seyir Yayıncılık, pp. 64-68. İstanbul.
- Leise, T., Cohen, A.L. 2007. Nonlinear oscillators at our fingertips. *American Mathematical Monthly*, 114:1 14-28.
- Manevitch, L.I. 1999. The description of localized normal modes in a chain of nonlinear coupled oscillators using complex variables. **Nonlinear Dynamics.**, **25**:95-109.
- Nayfeh, A.H.1993. Introduction to perturbation techniques. Jhon Wiley & Sons, New York.
- Pandey, M., Rand, R., Zehnder, A. 2005. Frequency locking in a forced mathieu -duffing system. Proceedings of IDETC/CIE 2005 ASME 2005 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference , September 24-28 , 2005, 1-7, California.

- Pandey, M., Rand, R.H., Zehnder, A.T. 2007. Frequency locking in a forced mathieu-vander pol-duffing system. Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference , IDETC/CIE September 4-7 , 2007, 1-11, Las Vegas.
- Rabinovich, M.I., Trubetskov, D.I. 1989. Oscillations and Waves in linear and nonlinear systems. Kluwer Academic Publishers, London.
- Rand, H. 2002. Lecture notes on nonlinear vibrations,e-book, [<http://audiophile.tam.cornell.edu/randdocs/nlvibe52.pdf>], Erişim tarihi : 20.10.2007
- Rızaoğlu, E., Sünel, N. 2006. Klasik Mekanik. Sözkese Matbaacılık, Tokat.
- Si-yu, C., Jin-yuan, T. 2008. Study on a new nonlinear parametric excitation equation: stability and bifurcation. **Journal of Sound and Vibration.**, **318**(2008):1109-1118.
- Strogatz, S. H. 1994. Nonlinear dynamics and chaos. Westview Pres, Cambridge.
- Thompson, J.M.T., Stewart, H.B. 2002. Nonlinear dynamics and chaos. Jhon Wiley & Sons, New York.
- Wolfram, S. 1993. Matematica a system for doing mathematics by computer.secon edition. Addison-Wesley Publishing Company, New York.
- Wu, B., Li, P. 2001. A method for obtaining approximate analytic periods for a class of nonlinear oscillators. **Meccanica.**, **36**:167-176.

ÖZ GEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Özlem TAN
Doğum Yeri ve Tarihi : Aydın 1974

EĞİTİM DURUMU

Lisans Öğrenimi : Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi Fizik Bölümü
Yüksek Lisans Öğrenimi : Adnan Menderes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
, Fizik Bölümü
Bildiği Yabancı Diller : İngilizce

BİLİMSEL FAALİYETLERİ

- a) Yayınlar
 - SCI
 - Diğer
- b) Bildiriler
 - Uluslararası
 - Ulusal
- c) Katıldığı Projeler

İŞ DENEYİMİ

Çalıştığı Kurumlar ve Yıl :1) Van Atatürk Lisesi (1998- 99)
2) Van Teknik ve Endüstri Meslek Lisesi (1999-2003)
3) İstanbul Esatpaşa Ticaret Meslek Lisesi (2003- 06)
4) İzmir Gaziemir Tkn.ve End.ve Mes Lisesi (2006- 07)
5) Aydın Çine Teknik ve Endüstri Meslek Lisesi(2007-)

İLETİŞİM

E-posta Adresi : kemikkoleksiyoncusu45@hotmail.com
Tarih : 12 / 08 / 2009