



T.C.
ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İSÖ-YL-2011-

**İLKÖĞRETİM 3. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN TOPLAMSAL
İFADELER İÇEREN PROBLEMLERİN ÇÖZÜMÜNDE
TERSİNE ÇEVİRME PRENSİBİNİ UYGULARKEN
GEÇİRDİKLERİ ZİHİNSEL İŞLEM SÜREÇLERİ**

HAZIRLAYAN

Özge YİĞİT

DANIŞMAN

Yrd. Doç. Dr. Esin ACAR

Aydın-2011

T.C.
ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İSÖ-YL-2011-

**İLKÖĞRETİM 3. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN TOPLAMSAL
İFADELER İÇEREN PROBLEMLERİN ÇÖZÜMÜNDE
TERSİNE ÇEVİRME PRENSİBİNİ UYGULARKEN
GEÇİRDİKLERİ ZİHİNSEL İŞLEM SÜREÇLERİ**

HAZIRLAYAN

Özge YİĞİT

TEZ DANIŞMANI

Yrd. Doç. Dr. Esin ACAR

Aydın-2011

T.C.
ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE
AYDIN

İlköğretim Ana Bilim Dalı Sınıf Öğretmenliği Programı öğrencisi Özge YİĞİT tarafından hazırlanan “İlköğretim 3. Sınıf Öğrencilerinin Toplamsal İfadeler İçeren Problemlerin Çözümünde Tersine Çevirme Prensiğini Uygularken Geçirdikleri Zihinsel İşlem süreçleri” başlıklı tez, 29.07.2011 tarihinde yapılan savunma sonucunda aşağıda isimleri bulunan jüri üyelerince kabul edilmiştir.

<u>Unvanı, Adı ve Soyadı</u> :	<u>Kurumu</u> :	<u>İmzası:</u>
(Başkan).....
.....
.....
.....
.....

Jüri üyeleri tarafından kabul edilen bu (Tezin Türü) tezi, Enstitü Yönetim Kurulununsayılı kararıyla(Tarih) tarihinde onaylanmıştır.

Unvanı, Adı Soyadı

Enstitü Müdürü

Bu tezde görsel, işitsel ve yazılı biçimde sunulan tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uyularak tarafımdan elde edildiğini, tez içinde yer alan ancak bu çalışmaya özgü olmayan tüm sonuç ve bilgileri tezde kaynak göstererek belirttiğimi beyan ederim.

Adı Soyadı : Özge YİĞİT

İmza :

Özge YİĞİT

İLKÖĞRETİM 3. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN TOPLAMSAL İFADELER İÇEREN PROBLEMLERİN ÇÖZÜMÜNDE TERSİNE ÇEVİRME PRENSİBİNİ UYGULARKEN GEÇİRDİKLERİ ZİHİNSEL İŞLEM SÜREÇLERİ

ÖZET

Tersine çevirme ya da işlemlerin tersine çevrilebilirliğini anlamak sayıların doğadaki esnekliği ve aritmetik işlemlerin temelini oluşturan toplama-çıkarma, çarpma-bölmeyi anlamak açısından önemlidir. Bu sebeple tersine çevirme prensibinin anlaşılıp anlaşılmadığı ve aritmetik problemlerin çözümünde bu prensiple ilgili stratejilerin kullanılıp kullanılmadığının keşfedilmesi de önemlidir. Çocukların tersine çevirme prensibini anlamalarının ve kullanmalarının, onlarda matematiksel düşüncenin gelişmesi, farklı tür bilgiler arasındaki ilişkileri kavramaları açısından oldukça önemli bir araç olması ve matematik pedagojisi açısından önemli sorunların anlaşılmasına potansiyel olması açısından önemlidir.

Bu bağlamda çalışmanın amacı; ilköğretim üçüncü sınıf öğrencilerinin toplamsal ilişkiler içeren (toplama-çıkarma) problemlerde tersine çevirme prensibini uygularken geçirdikleri zihinsel işlem süreçlerini incelemektir. Bu araştırmanın deseni nitel olarak yapılandırılmıştır. Çalışmanın katılımcılarını; İzmir ili merkez ilçesinde bulunan bir ilköğretim okulunda bulunan ikisi kız ikisi erkek olmak üzere 9 yaşında dört tane 3. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Katılımcılar, öğretmen görüşleri ve de kendilerine Hatay Rehberlik ve Araştırma Merkezindeki (RAM) uzmanlar tarafından uygulanan Wechsler Intelligence Scale for Children (WISC-R) zekâ testi sonuçları göz önüne alınarak belirlenmiştir. Katılımcıların, WISC-R zekâ testiyle normal zekâyâ sahip olduğu belirlenmiştir. Araştırmada klinik görüşme yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemle öğrencilerin toplamsal ilişkiler içeren problemlerde tersine çevirme prensibini uygularken geçirdikleri zihinsel işlem süreçleri ve tersine çevirme stratejileri ile ilgili bilgilerini nasıl yapılandıkları gözlemlenmiştir. Verilerin analizi sırasında öğrenci notları, araştırmacı notları ve video kayıtları kullanılmıştır. Klinik görüşmelerde kullanılan sorular; somut, yarı soyut, sözel ifade gerektiren, sembolik ve resimli kart problemleri olarak beş gruba ayrılmıştır. Tüm gruptaki sorular standart $(a+b-c)$ tipte ve tersine çevirme problemi $(a+b-b)$ olmak üzere iki tipte hazırlanmıştır. Görüşmeler sırasında öğrenciden beş tipte hazırlanmış problemi çözerken ne düşündüğü ve neden öyle

düşündüğünü açıklaması istenmiştir. Yapılan klinik görüşmelerin betimsel ve içerik analizleri yapıldığında, öğrencilerin toplamsal ifadeler içeren problemlerin çözümünde kullandığı tersine çevirme stratejilerinin somuttan soyuta gidildikçe azalma gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Toplamsal ifadeler; tersine çevirme prensibi; tersine çevirme stratejileri öğretimi; aritmetik öğretimi.

Özge YİĞİT

3RD GRADE STUDENTS' CONCEPTUAL DEVELOPMENT PROCESS DURING THE APPLICATION OF INVERSION PRINCIPLE TO THE PROCESS OF SOLVING ADDITIVE PROBLEMS

ABSTRACT

Inversion or understanding inversion principle of the arithmetical operations forming the basis of the flexibility of the addition-subtraction, multiplication-division is important. For this reason, the principle of inversion and arithmetical strategies used in solving problems related to this principle is also important to explore to use inversion or not. In the development of mathematical thinking, children's understanding and use of the principle of inversion is significant relationships between different types of information. It's also a tool to understand the potential problems that are important for the pedagogy of mathematics.

In this context, the purpose of study, this is figure out third grade elementary school students with additive relationships (addition-subtraction) problems when applying the principle of reverse spend to investigate the mental processes of operation. The study sample includes two girls and two boys aged 9 from third grades from primary school in the central town of Izmir.

The study was done to investigate 2 girls, 2 boys and third grade students (4) in same elementary schools in İzmir. They were asked for their views. Although a qualitative research design was mainly used, quantitative data was also used to cover the results.

Sample was taken from teachers' opinions and students took WISC-R intelligence tests performed by the experts in Hatay Guidance and Research Center (RAM). The students participating in the study sample were determined to have normal intelligence with WISC-R Intelligence Test. Clinical interview method was used in the study. With this method, the students applying the principle of inversion problems of additive relations of mental processes and process information about how to construct the reverse was observed. In the analysis of this method the students' notes, research notes and video recordings were used. Questions used in clinical interview are divided into five groups as: concrete, semi-abstract, verbal

expression, symbolic and illustrated card problems. Questions in all groups were prepared in two types: standart($a + b - c$) and inversion problem ($a + b - b$). During these interviews, students were asked to explain what and why they thought during solving the problem prepared in five types. According to research results, by going concrete period to abstract period, the child exhibits reduction on reversal strategy.

Keywords: Arithmetic; Addition; Subtraction; Inversion; Problem Solving

ÖNSÖZ

Öncelikle araştırmamın baş kahramanları, beş hafta boyunca, sorduğum sorulara hiç sıkılmadan tatlı tatlı cevaplar veren, araştırma örneklemini oluşturan öğrencilerim Nilay, Osman, Caner ve Ceyda'e, araştırma okulum öğretmen ve idarecilerine,

Doç. Dr. Cumali ÖKSÜZ başta olmak üzere eğitimim sırasında ders aldığım tüm yüksek lisans hocalarım ve yüksek lisans ders aşamasında birlikte ter döktüğümüz arkadaşlarım Sanem UÇA, Esra KARAR ve Galip GENÇ'e

Manevi desteklerini esirgemeyen iş arkadaşlarım şenay UZUNCALI ve Elif ÜNVER'e, çevirilerime yardımcı olan dostum Selvin TİRE'ye, görüşmelerimi yazmama bıkmadan usanmadan yardım eden Yavuz UYSAL'a,

Desteklerini hep yanımda hissettiğim sevgili ailem; annem, babam, ablam, eniştem ve yeğenim Ulaş ALPTEKİN'e,

Attıđı bir mail ile yüksek lisans tezimde bambařka ufuklar ačan Prof. Dr. Arthur J. Baroody'ye,

Son olarak, hayatımın her alanında bana danışmanlık eden, benim için hocadan da öte bir anlam ifade eden tez danışmanım, canım hocam Yrd. Doç. Dr. Esin ACAR'a ve onunla bir araya gelmeme sebep olan iyi kötü tüm tesadüflere sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Özge YİĞİT

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	ii
ABSTRACT	iv
ÖNSÖZ	vi
İÇİNDEKİLER	vii
TABLolar LİSTESİ	xii
ŞEKİLLER LİSTESİ	xvi
EKLER LİSTESİ	xvii
BÖLÜM I	
GİRİŞ	1
1.1.PROBLEM DURUMU.....	1
1.1.1. Problem Cümlesi.....	3
1.1.2. Alt Problemler.....	3
1.2. ARAŞTIRMANIN AMACI.....	3
1.3. ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ.....	5
1.4. SAYILTILAR	5
1.5. SINIRLILIKLAR.....	6
1.6. TANIMLAR.....	6
1.7. KISALTMALAR.....	7
1.8. GÖRÜŞMELERDE KULLANILAN SORU TÜRLERİ VE KISALTMALARI.....	7

1.9. ÖĞRENCİLERİN KULLANDIKLARI STRATEJİLER VE KISALTMALARI.....	7
BÖLÜM II	
KURAMSAL AÇIKLAMALAR VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR.....	9
2.1.MATEMATİK ÖĞRETİMİ	9
2.1.1. Tahmin Etme Becerileri	12
2.1.2. Zihinden İşlem Yapma Becerileri	13
2.1.2.1. İşlemlerin Birbirleri İle Olan İlişkileri	14
2.1.2.2. İşlemlerin Özellikleri	15
2.1.2.2.1. Birleşme Özelliği	15
2.1.3. Problem Çözme Becerileri	16
2.1.3.1. Problem Çözme Süreci.....	17
2.1.3.2. Problem Çözme Stratejileri.....	17
2.1.3.3. İşlem Sırası Stratejileri	18
2.2. PİAGET'İN ÖĞRENME KURAMI VE TERSİNE ÇEVİRME.....	19
2.2.1. Toplamsal İlişkiler İçeren Problemleri Çözümünde Tersine Çevirme.....	21
2.3.İLGİLİ ARAŞTIRMALAR.....	22
2.3.1.Yurtdışı Araştırmalar.....	22
BÖLÜM III	
YÖNTEM.....	26
3.1.ARAŞTIRMANIN MODELİ.....	26
3.2. KATILIMCILAR.....	28

3.2.1. Katılımcıların Seçilmesi.....	28
3.2.2. Zeka Testi.....	28
3.2.3. Öğretmen Görüşleri.....	29
3.3. VERİ TOPLAMA ARAÇLARI.....	29
3.3.1. Klinik Görüşmelerde Kullanılan Sorular.....	30
3.3.1.1. Somut Problemler:.....	31
3.3.1.2. Yarı Soyut Problemler:.....	32
3.3.1.3. Sözel İfade Problemleri:.....	34
3.3.1.4. Sembolik Problemler:.....	35
3.3.1.5. Resimli Kartlarla Sorulan Tersine Çevirme Problemleri:.....	36
3.3.3. Öğrencinin Sorunun Çözümü Esnasında Çalışma Kâğıdına Aldığı Notlar	39
3.3.4. Video Kayıt Analizleri Sırasında Tutulan Araştırmacı Notları.....	40
3.3.5. Video Kayıt Cihazı.....	40
3.4. VERİ TOPLAMA SÜRECİ.....	40
3.5. VERİLERİN ANALİZİ VE YORUMLANMASI.....	41
BÖLÜM IV	
BULGULAR VE YORUM.....	43
4.1. Durum I (Osman)	44
4.1.1. I. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular	44
4.1.2. II. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular	47
4.1.3. III. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular.....	51
4.1.4. IV. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular.....	54

4.1.5. V. Görüşme den Elde Edilen Bulgular	57
4.2. Durum II (Nilay)	60
4.2.1. I.Görüşmeden Elde Edilen Bulgular	60
4.2.2. II. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular	64
4.2.3. III. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular.....	67
4.2.4. IV. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular.....	70
4.2.5. V. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular	72
4.3. Durum III (Caner)	75
4.3.1. I.Görüşmeden Elde Edilen Bulgular.....	75
4.3.2. II. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular	79
4.3.3. III. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular.....	82
4.3.4. IV. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular.....	84
4.3.5. V. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular	86
4.4. Durum IV (Ceyda)	90
4.4.1. I.Görüşmeden Elde Edilen Bulgular.....	90
4.4.2. II. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular	95
4.4.3. III. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular	98
4.4.4. IV. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular.....	101
4.4.5. V. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular.....	104
BÖLÜM V	
SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER.....	108
5.1. SONUÇLAR.....	108
5.1.1. Nitel Analiz Sonuçları.....	108

5.1.1.1.Stratejiler.....	120
5.2. TARTIŞMA.....	122
5.3. ÖNERİLER.....	126
5.3.1. Uygulamaya Yönelik Öneriler.....	126
5.3.2. Araştırmacılara Yönelik Öneriler.....	127
KAYNAKÇA	128
EKLER.....	133
ÖZGEÇMİŞ.....	256

TABLolar LİSTESİ

Tablo No:	Sayfa
Tablo 3.1. Klinik görüşmede sorulan somut problem tipine örnekler.....	31
Tablo 3.2. Somut Standart/Tersine Çevirme Problem Tipinde yer alan 10 sorunun ölçmek istediği davranışlar	32
Tablo 3.3. Yarı Soyut Standart/Tersine Çevirme Problem Tipinde yer alan 25 sorunun ölçmek istediği davranışlar	33
Tablo 3.4. Klinik görüşmede sorulacak sözel ifade standart /tersine çevirme Problem tipine örnekler.....	34
Tablo 3.5. Sözel Standart/Tersine Çevirme Problem Tipinde yer alan 8 sorunun ölçmek istediği davranışlar	35
Tablo 3.6. Klinik görüşmede sorulacak sembolik standart /tersine çevirme problem tipine örnek.....	35
Tablo 3.7. Sembolik Standart/Tersine Çevirme Problem Tipinde yer alan 16 Sorunun ölçmek istediği davranışlar	36
Tablo 3.8. Resimli Kartlarla Sorulan Standart/Tersine Çevirme Problem Tipinde yer alan 6 sorunun ölçmek istediği davranışlar.....	37
Tablo 4.1. Somut Standart/Tersine Çevirme Problem Tipine yönelik çözüm stratejileri	44
Tablo 4.2. Yarı Soyut Standart Çevirme Problem Tipine yönelik çözüm stratejileri.....	47

Tablo 4.3. Yarı Soyut Tersine Çevirme Problem Tipine yönelik çözüm stratejileri	48
Tablo 4.4. Resimli Kartlarla Sorulan Standart/Tersine Çevirme Problem Tipine yönelik çözüm stratejileri	51
Tablo 4.5. Sembolik Standart/Tersine Çevirme Problem Tipine yönelik çözüm stratejileri	54
Tablo 4.6. Sözel Standart/Tersine Çevirme Problem Tipine yönelik çözüm stratejileri	57
Tablo 4.7. Somut Standart/Tersine Çevirme Problem Tipine yönelik çözüm stratejileri	60
Tablo 4.8. Yarı Soyut Standart/Tersine Çevirme Problem Tipine yönelik çözüm stratejileri.....	64
Tablo 4.9. Yarı Soyut Standart/Tersine Çevirme Problem Tipine yönelik çözüm stratejileri.....	65
Tablo 4.10. Resimli Kartlarla Sorulan Standart/Tersine Çevirme Problem Tipine yönelik çözüm stratejileri	67
Tablo 4.11. Sembolik Standart/Tersine Çevirme Problem Tipine yönelik çözüm stratejileri	70
Tablo 4.12. Sözel Standart/Tersine Çevirme Problem Tipine yönelik çözüm stratejileri	72
Tablo 4.13. Somut Standart/Tersine Çevirme Problem Tipine yönelik çözüm stratejileri	75

Tablo 4.14. Yarı Soyut Standart Problem Tipine yönelik	
çözüm stratejileri	79
Tablo 4.15. Yarı Soyut Tersine Çevirme Problem Tipine yönelik	
çözüm stratejileri	80
Tablo 4.16. Resimli Kartlarla Sorulan Standart/Tersine Çevirme Problem Tipine	
yönelik çözüm stratejileri	82
Tablo 4.17. Sembolik Standart/Tersine Çevirme Problem Tipine yönelik	
çözüm stratejileri	84
Tablo 4.18. Sözel Standart/Tersine Çevirme Problem Tipine yönelik	
çözüm stratejileri	86
Tablo 4.19. Somut Standart/Tersine Çevirme Problem Tipine yönelik	
çözüm stratejileri	91
Tablo 4.20. Yarı Soyut Standart Problem Tipine yönelik	
çözüm stratejileri	95
Tablo 4.21. Yarı Soyut Standart Problem Tipine yönelik	
çözüm stratejileri	96
Tablo 4.22. Resimli Kartlarla Sorulan Standart/Tersine Çevirme Problem Tipine	
yönelik çözüm stratejileri	98
Tablo 4.23. Sembolik Standart/Tersine Çevirme Problem Tipine yönelik	
çözüm stratejileri.....	101
Tablo 4.24. Sözel Standart/Tersine Çevirme Problem Tipine yönelik	
çözüm stratejileri.....	104

Tablo 5.1. Öğrencilerin, I. görüşmede sorulan standart ve tersine

çevirme soruları karşısında kullandıkları stratejiler 109

Tablo 5.2. Öğrencilerin, II. görüşmede sorulan standart ve tersine

çevirme soruları karşısında kullandıkları stratejiler 111

Tablo 5.3. Öğrencilerin, III. görüşmede sorulan standart ve tersine

çevirme soruları karşısında kullandıkları stratejiler 113

Tablo 5.4. Öğrencilerin, IV. görüşmede sorulan standart ve tersine

çevirme soruları karşısında kullandıkları stratejiler 114

Tablo 5.5. Öğrencilerin, V. görüşmede sorulan standart ve tersine

çevirme soruları karşısında kullandıkları stratejiler 116

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil No:	Sayfa
Şekil 1. Tahmin Etmenin Hesaplama Biçimleri İçindeki Yeri.....	13
Şekil 2. İlköğretim Öğrencilerinin Toplamsal İfadeler İçeren Problemlerin Çözüm Sürecinde Kullandıkları Tersine Çevirme Stratejisi.....	38
Şekil 3. Öğrencilerin (a-a; a+b-b; a-b+b) şeklindeki somut tersine çevirme problemlerini araçsal ve ilişkişel kavrama yüzdeleri.....	110
Şekil 4. Öğrencilerin (a-a; a+b-b; a-b+b; a+b-a; a-a+b) şeklindeki yarı soyut tersine çevirme problemlerini araçsal ve ilişkişel kavrama yüzdeleri.....	112
Şekil 5. Öğrencilerin (a-a; a+b-b; a-a+b) şeklindeki resimli kart problemlerini araçsal ve ilişkişel kavrama yüzdeleri.....	113
Şekil 6. Öğrencilerin (a-a; a+b-b; a-b+b; a+b-a) şeklindeki sembolik tersine çevirme problemlerini araçsal ve ilişkişel kavrama yüzdeleri.....	115
Şekil 7. Öğrencilerin (a+b-b; a+b-a; ?+a-a) şeklindeki sözel tersine çevirme problemlerini araçsal ve ilişkişel kavrama yüzdeleri.....	117
Şekil 8. Öğrencilerin tersine çevirme stratejisini araçsal ve kavramsal olarak anlayışlarının karşılaştırılması ve stratejiyi kullanma yüzdeleri.....	118
Şekil 9. İlköğretim öğrencilerinin standart problemlerin çözüm sürecinde izledikleri farklı stratejilerin (bilişsel şema) genel modeli.....	121

EKLER LİSTESİ

EK 1: Somut Standart/Tersine Çevirme Problem Tipi Klinik Görüşme Soruları

EK 2: Resimli Kartlarla Sorulan Standart/Tersine Çevirme Problem Tipi Klinik Görüşme Soruları

EK 3: Sembolik Standart/Tersine Çevirme Problem Tipi Klinik Görüşme Soruları

EK 4: Sözel Standart/Tersine Çevirme Problem Tipi Klinik Görüşme Soruları

EK 5: İzmir İl Milli Eğitim Müdürlüğü araştırma İzin Belgesi

EK 6 :Klinik Görüşmelerden Elde Edilen Verilerin Kodlanarak İfade Edildiği Kod Listeleri

EK 6.1: Klinik Görüşmelerde Kullanılan Soru Türlerinin Kodları ve Kodların Tanımlanması

EK 6.2: Öğrencilerin, Tersine Çevirme ve Standart Tipte Yöneltilen Problemlerdeki Çözüm Stratejilerinin Kodları ve Tanımlanması

EK 7 : Klinik Görüşme Diyalogları

EK 7.1: Osman İsimli Öğrenciye Ait Görüşme Diyalogları

EK 7.2: Nilay İsimli Öğrenciye Ait Görüşme Diyalogları

EK 7.3: Caner İsimli Öğrenciye Ait Görüşme Diyalogları

EK 7.4: Ceyda İsimli Öğrenciye Ait Görüşme Diyalogları

BÖLÜM I

GİRİŞ

Bu bölümde, araştırmanın problemi, amacı, önemi ile sayıtlılar, sınırlılıklar, tanımlar, kısaltmalar ve bulgular verilmiştir.

1.1.PROBLEM DURUMU

Matematik, insanoğlunun tek ortak dilidir. Öğrenim görmemiş olsa bile, her insan saymayı bilir. Büyük-küçük, az-çok, uzun-kısa gibi mukayeseleri yapar. Benzer ve farklı nesnelere ayırır. Tamsayılarla toplama ve çıkarma işlemlerini yapabilir. Bunlar, matematiğin temelidir. Biraz öğrenim görenler, rasyonel sayılarla dört işlem yapmayı, alışverişte para saymayı, para üstü almayı, bir tablodan tarife okumayı, bankalarla işlem yaparken faiz hesaplamayı bilir (Karaçay, 2008). Bireylerin günlük yaşamda çok sık kullandığı ve her düzeyde matematik yapabilmek için gerekli olan en önemli matematiksel becerilerden birisi işlem becerisidir. Arsal (2002)'ın da belirttiği gibi matematiksel anlama, ilişki kurma, başarı ve matematikten yararlanmak için, toplama, çıkarma, çarpma, bölme olarak tanımlanan dört işlemde yeterli olmak bir zorunluluk olarak görülmektedir.

İlköğretim düzeyindeki matematik öğretiminin, öğrenilmesi bir zorunluluk olarak görülen bu dört işlem becerilerinin kazandırılmasının da içinde bulunduğu birçok amacı vardır. İlköğretimde verilmesi hedeflenen zihinden işlem ve tahmin gibi becerilerinin geliştirilmesinde ilköğretim (1-5) programında yer alan derslerin arasında en fazla role sahip ders matematik dersi. Bu sebeple ilköğretimin birinci kademesinde matematik öğretiminin bu zihinsel becerilerin geliştirilmesini sağlayacak etkililikte gerçekleştirilmesi önemlidir. İlköğretimin birinci kademesinde etkili bir Matematik öğretiminin gerçekleştirilmesi için diğer bir sebep de, ilköğretim yıllarının, çocukların bir yandan temel becerileri kazandıkları, diğer yandan zihinsel gelişmelerinin en hızlı olduğu döneme rastlamasıdır (Baykul 1999).

İşlem kavramının gelişiminin sayma becerisinin kazanılmasıyla paralel olması sebebiyle zihinsel gelişimin hızlı olduğu bu dönemde öğrencilere öncelikle sayma becerisinin benimsetilmesi gerekmektedir. Toplama ve çıkarma işlemleri başarılmadan önce sayma, nesne gruplarını sıralama, sayı isimleriyle sayıları ilişkilendirme ve sayı korunumunun kazanılmış olması gerekmektedir. Ayrıca parça-bütün ilişkisi, birebir eşleme, bütünün

parçalardan büyük olduğu düşüncesinin gelişmesi, özellikle çıkarma işlemi için ise tersine dönüştürülebilirliğin kazanılması gerekmektedir (Avcı ve Dere, 2001).

Günlük yaşamda matematiği kullanabilme ve anlayabilmenin küçük yaşlarda edinilebildiği görülmektedir. Hatta yapılan araştırmalar, somut işlemler döneminde kazanılması gereken tersine çevirme prensibinin çok daha küçük yaşlarda bile kazanıldığını göstermektedir. Örneğin Bryant tersine çevirme ilkesinin nitel mi nicel mi olduğunu anlamak için bir çalışma yapmış, yaptığı çalışmada tersine çevirmenin okul çağı ve okul öncesi çocuklarda kullanılması için bir metot geliştirmiş, sayı yerine bloklar kullanmıştır. Kullanılan problemler de çocukların düzeyine uygun zorlukta hazırlanmıştır. Bu çalışmada 5-8 yaş arası çocuklar tersine çevirme problemlerine standart problemlere nazaran daha doğru cevaplar vermişlerdir. En küçük okul çağı çocuğunun bile çok yoğun toplama çıkarma işlemlerinden ziyade tersine çevirme kısa yollarını kullandıkları görülmüştür.

Okul öncesi çocuklarda görülen tersine çevirme prensibinin, somut işlemler dönemine gelindiğinde yani semboller kullanılarak işlemler yapılmaya başlandığında, öğrenciler tarafından daha az kullanıldığı görülmüştür. Öğrencilerin hayatına sayıların girmesi ile bu prensibi algılamada, kullanmada zorluk yaşamaları, öğretmenlerin tersine çevirme prensibini kavratmada yetersiz olmaları ya da ilköğretim matematik programının bu konu alanına yer vermemeleri gibi birçok durumun somut işlemler (7-11 yaş) döneminde öğrencilerin bu prensibi algılamada ve kullanmada güçlük yaşanmasına sebep olabileceği düşünülmektedir. Bu sebeple toplamsal ifadeler içeren problemlerde tersine çevrilebilirliğin dikkatle incelenmesi ve bu konu üzerine çalışmalar yapılması gerekmektedir.

Yapılan bu çalışma, ilköğretim 3. sınıf öğrencilerinin toplamsal ilişkiler içeren problemlerde tersine çevirme prensibini uygularken geçirdikleri zihinsel işlem süreçlerini dikkate alarak kullanılan “tersine çevirme stratejilerini” incelemeyi ve ortaya koymayı amaçlamaktadır.

1.1.1.Problem Cümlesi

İlköğretim 3. sınıf öğrencileri toplamsal ifadeler içeren problemleri çözerken tersine çevrilebilirlik prensibini nasıl kullanmaktadırlar, hangi zihinsel süreçlerden geçmektedirler?

1.1.2.Alt Problemler

Araştırmada bu probleme bağlı olarak aşağıdaki alt problemlere yanıt aranmıştır;

1. İlköğretim 3. sınıf öğrencileri toplamsal ifadeler içeren problemleri çözerken hangi stratejileri kullanırlar?
2. İlköğretim 3. sınıf öğrencileri tersine çevirme stratejisini nasıl kullanırlar? Öğrencilerin en çok kullandıkları stratejiler nelerdir?

1.2.ARAŞTIRMANIN AMACI

Günlük yaşamda matematiği kullanabilme ve anlayabilme gereksinimi önem kazanmakta ve sürekli artmaktadır. Değişen dünyamızda, matematiği anlayan ve matematik yapanlar, geleceğini şekillendirmede daha fazla seçeneğe sahip olmaktadır. Bu sebeple ilköğretimin genel amaçları değişen dünya koşullarına göre şekillenmiştir.

İlköğretim birinci kademe matematik programında, doğal sayılar ve doğal sayılarla yapılan işlemlere geniş bir şekilde yer verilir. Çünkü çocuklar sayılarla ilgili gerçek hayata ve sonraki öğretim yaşantılarına temel oluşturacak bilgi ve becerileri bu süre içinde kazanırlar. Bu nedenle, öğretim sürecinde sayı ve işlem öğretimi üzerinde önemle durulmalıdır(Artut, Tarım, 2006).

Son yıllarda matematik eğitime bakış açılarında önemli değişiklikler olmuştur. Artık matematik eğitimi, yalnızca matematik bilen değil, sahip olduğu bilgiyi uygulayan, matematik yapan, problem çözen insanlar yetiştirmeyi hedeflemektedir. Yirmi birinci yüzyıl bilgi toplumları, bireylerin temel becerilerin ötesine geçerek, “yeni yeterlilikler” kazanmalarına gereksinim duymaktadır (Gür, Korkmaz, 2003).

Bireyleri hayata ve üst sınıfa hazırlamada zihinden işlem yapma, tahmin ve problem çözme önemli zihinsel becerilerdir. Bu sebeple ilköğretimin birinci kademesinde matematik

öğretiminin bu zihinsel becerilerin geliştirilmesini sağlayacak etkililikte gerçekleştirilmesi önemlidir.

İlköğretimin birinci kademesinde etkili bir Matematik öğretiminin gerçekleştirilmesi için diğer bir sebep de, ilköğretim yıllarının, çocukların bir yandan temel becerileri kazandıkları, diğer yandan zihinsel gelişimlerinin en hızlı olduğu döneme rastlamasıdır (Baykul 1999). Bireylerin günlük yaşamda çok sık kullandığı ve her düzeyde matematik yapabilmek için gerekli olan en önemli matematiksel becerilerden birisi işlem becerisidir. Arsal'ın (2002) da belirttiği gibi matematiksel anlama, ilişki kurma, başarı ve matematikten yararlanmak için, toplama, çıkarma, çarpma, bölme olarak tanımlanan dört işlemde yeterli olmak bir zorunluluk olarak görülmektedir. Bu sebeple, araştırma konusunu oluşturan tersine çevirme stratejilerinin kullanılmasının bireylere, problem çözmede bir üstünlük sağlayacağı düşünülmektedir.

Piaget (1952)'e göre tersine çevirme yada işlemlerin tersine çevrilebilirliğini anlamak sayıların doğasını anlamak açısından gereklidir (Bryant, Christie, Rendu, 1999). Piaget(1952)'in belirttiği gibi, toplama ve çıkarmayı doğru olarak yapabilmek, toplama ve çıkarmayı gerçekten anlamış olmayı göstermemektedir. Bu yüzden toplama ve çıkarma işlemlerinin öğretiminin gerçekten benimsetmek üzere koordine edilmesi gerekmektedir.

Bryant(1999), küçük çocukların aritmetik anlamda toplama ve çıkarmayı kullanmalarından önce toplama ve çıkarma işlemlerinin birbirinin tersi işlemler olduğunu iyi biliyor olmaları gerektiğini belirtmiştir. Bu işlemlerin kullanılmasından önce de birbirlerinin tersi işlemler olduklarının bilinip bilinmediğinin öğretmenler tarafından kontrol edilmesi gerektiğini vurgulamıştır.

Dört işlem kavramı içindeki toplamsal ifadeler içinde yer alan toplama ve çıkarma, çocuklara öğretilecek olan en temel matematiksel akıl yürütme şeklidir. Tersine çevirme (Inversion Principle) bu akıl yürütme işleminde kullanılan bir stratejidir. Bu yüzden bu stratejinin kullanılmasının toplamsal ifadelerin çözülmesinde bir üstünlük sağlayacağı düşünülmektedir.

Bu bağlamda, ilköğretim 3. sınıf öğrencilerinin toplama ve çıkarma yaparken kullandıkları tersine çevirme stratejilerinin neler olduğunun ortaya çıkarılması ve öğrencilerin bu işlemler sırasında geçirdikleri zihinsel süreçleri belirlemek hedeflenmektedir. Aynı

zamanda, yapılan bu çalışma ile Türkiye’de eksik olduğu düşünölen bu alana katkıda bulunulması amaçlanmaktadır.

1.3.ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ

Öğrenmeyi anlamlı kılabilmek için öğretmenlerin, öğrencilerin uygulama sırasında kullandıkları stratejilerin ve nedenlerinin farkında olmaya ihtiyaçları vardır. Matematikte anlamlı öğrenme önemli olduğu kadar zor gerçekleştirilebilen bir amaçtır. Zihinden işlem yapma ve tahmin stratejilerinden bir tanesi de Piaget’e göre somut işlemler (7-11 yaş) döneminde kazanılması gereken tersine çevirme stratejisidir. O halde tersine çevirme prensibini anlayabilmek anlamlı öğrenme için gerekli bir yeterlidir.

Tersine çevirmenin nasıl anlaşıldığı ve kullanıldığı ya da anlaşılamadığı ve kullanılmadığının keşfedilmesi iki sebepten dolayı önemlidir (Bisanz, Watchorn, Piatt, Sherman, 2009). Bisanz, Watchorn, Piatt, Sherman’a (2009) göre; bu sebeplerden bir tanesi çocukların tersine çevirme prensibini anlamaları, kullanmaları ve matematiksel düşüncenin gelişmesinde farklı türlerdeki bilgiler arasındaki ilişkiler açısından oldukça önemli bir araç olmasıdır. İkincisi ise tersine çevirme prensibinin anlaşılmasının matematik pedagojisi açısından önemli sorunların anlaşılmasına potansiyel olmasıdır.

Bu bilgiler ışığında literatür incelendiğinde, Türkiye’de, dört işlemde tersine çevirme prensibinin öğrenciler tarafından kullanılması ile ilgili yapılmış bir çalışma bulunmadığı görölmektedir. Bu durum çalışmanın önemini daha da arttırmaktadır. Piaget’in teorisinde tersine çevirme işlemine bu kadar önem vermesine karşın bu konu ile ilgili olarak ilköğretim düzeyinde yapılan çalışmaların çok az olması ilginçtir. Tersine çevirme konusunda literatüre baktığımızda bu konudaki çalışmaların nicel yöntemle yapılan çalışmalar olduğu, bu çalışmanın yöntem açısından da farklılık göstermesi çalışmanın önemini arttırmaktadır.

1.4.SAYILTILAR

Bu araştırmada, aşağıdaki varsayımlardan hareket edilecektir.

1. Klinik görüşmelerde yöneltilen sorulara verilen öğrenci cevaplarının tümü onların konu ile ilgili gerçek davranış ve bilgilerini yansıtmaktadır.
2. Katılımcıların zeka düzeyleri normal bir dağılım göstermektedir.

3. Görüşmeler esnasında öğrenciler soruları cevaplamak için ellerinden geleni yaptılar.

1.5. SINIRLILIKLAR

1. Bu araştırma 2009-2010 eğitim-öğretim yılında, İzmir ilinin Konak ilçesinde bulunan Hakimiyet-i Milliye İlköğretim Okulu 3. sınıfına devam eden 4 öğrenciden toplanan verilerle sınırlıdır.

2. Çalışmaya katılmış olan öğrencilerin seçiminde, öğretmenlerinin tercihleri ile belirlenen 4 öğrenciye Hatay RAM (Rehberlik Araştırma Merkezi) tarafından uygulanan ve bu öğrencilerin Wechsler Intelligence Scale For Children (WISC-R) zeka testi sonuçları ile sınırlıdır.

3. İlköğretim 3. sınıf matematik programının alt öğrenme alanı olan “Doğal Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemi” konularına ait kavramlarla ve araştırmacı tarafından geliştirilen problemlerle sınırlıdır.

4. Veri toplama aracı olarak kullanılan, İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin toplamsal ifadeler içeren problemlerin çözümünde tersine çevirme prensibini uygularken geçirdikleri zihinsel işlem süreçlerini belirlemek amacıyla hazırlanmış, klinik görüşmelerde kullanılan 5 ayrı soru tipine göre hazırlanmış materyallerle sınırlıdır.

5. Araştırmada kullanılan bilgi toplama araçlarının, bu verilerin analizinde izlenen metot ve tekniklerin geçerlik ve güvenilirliği ile sınırlıdır.

1.6.TANIMLAR

Tersine Çevirme Prensibi: (Geriye Dönüşebilirlik) Başlangıç noktasına geri dönme anlamına gelir (MEGEP, 2007).

İşlem Sırası: Özellikle aritmetik ifadelerin hesaplanmasında kullanılır.

Aritmetikte, bir sayı veya ifade hem öncelikli hem de ikili bir işlem izlediği durumlarda kullanılan kurallardır (Peterson, 2000).

Klinik Görüşme: Klinik görüşme, öğrencilerin düşüncelerindeki zenginliği keşfetmek, onun temel aktivitelerini yakalamak ve bilişsel beceriyi değerlendirmek için esnek soru sorma metodudur (Karataş ve Güven, 2003).

1.7.KISALTMALAR

MEGEP: Mesleki Eğitim ve Öğretim Sisteminin Güçlendirilmesi Projesi

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics

WISC-R: Wechsler Intelligence Scale for Children

1.8. GÖRÜŞMELERDE KULLANILAN SORU TÜRLERİ ve KISALTMALARI

RKSPT: Resimli Kartlarla Sorulan Standart Problem Tipi.

RKTÇPT: Resimli Kartlarla Sorulan Tersine Çevirme Problem Tipi.

SESPT: Sembolik Standart Problem Tipi.

SETÇPT: Sembolik Tersine Çevirme Problem Tipi.

SÖSPT: Sözel Standart Problem Tipi.

SÖTÇPT: Sözel Tersine Çevirme Problem Tipi

SSPT: Somut Standart Problem Tipi.

STÇPT: Somut Tersine Çevirme Problem Tipi.

YSSPT: Yarı Soyut Standart Problem Tipi.

YSTÇPT: Yarı Soyut Tersine Çevirme Problem Tipi.

1.9. ÖĞRENCİLERİN KULLANDIKLARI STRATEJİLER ve KISALTMALARI

ÇZHT: Çözüm Hatalı.

ÇZYK: Çözüm Yok.

NCD: Nicel Düşünme.

NTD: Nitel Düşünme.

ÖSÖS: Özdeş Sayı Önceliği Stratejisi.

SASO: Sağdan Sola İşlem Yapma.

SHTD: Sorunun Hatalı Olduğunu Düşünme.

SOSA: Soldan Sağa İşlem Yapma.

TÇS: Tersine Çevirme Stratejisini Kullanma.

BÖLÜM II

KURAMSAL AÇIKLAMALAR VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde; matematik öğretimi, tahmin etme ve zihinden işlem yapma becerileri, işlemler arasındaki ilişkiler ve işlemlerin özellikleri, Piaget'in öğrenme kuramı ve tersine çevirme, toplamsal ifadeler içeren problemlerin çözümünde tersine çevirme ile ilgili genel kuramsal açıklamalar yer almaktadır.

2.1.MATEMATİK ÖĞRETİMİ

Günlük yaşamda matematiği kullanabilme ve anlayabilme gereksinimi önem kazanmakta ve sürekli artmaktadır. Değişen dünyamızda, matematiği anlayan ve matematik yapanlar, geleceğini şekillendirmede daha fazla seçeneğe sahip olmaktadır. Bu sebeple ilköğretimin genel amaçları değişen dünya koşullarına göre şekillenmiştir.

İlköğretimin birinci kademesinin genel amacı eleştirel ve özgür düşünebilen, bilgiye ulaşabilen, bilgiyi günlük hayatı içerisinde kullanabilen, yeni bir bilgi üretebilen, işbirlikli çalışabilen, ilişkilendirme, problem çözme, akıl yürütme ve iletişim kurabilme gibi becerileri kazanmış bireyler yetiştirmektir. Yetişen bireyler hayata ve üst öğrenime hazır olurlar. Matematik tüm bunların bireyler tarafından kazanılmasına katkıda bulunur. Okullardaki matematik eğitimi bireylerin nitelikli yetişebilmesi konusunda çok büyük rol oynamaktadır. Bu sebeple ilköğretimin birinci kademesinde matematik öğretiminin bu zihinsel becerilerin geliştirilmesini sağlayacak etkililikte gerçekleştirilmesi önemlidir. Aynı zamanda matematik eğitimi, bireylerin yaratıcı düşüncelerini geliştirirken; bilgi, beceri ve estetik duygular kazanmalarına, fiziksel ve sosyal çevrelerini, dünyayı anlamalarına yardımcı olur.

Olkun ve Toluk'un da belirttiği gibi geleneksel matematik eğitimi anlayışında, matematiksel bilgiler küçük beceri parçacıklarına ayrılmış halde öğretmen tarafından öğrencilere sunulur, öğrencilerin bu bilgileri verilen alıştırmalarla tekrar etmeleri beklenirdi. Soruların önceden belirlenmiş belirli yanıtlama yöntemi veya yöntemleri ve tek bir cevabı vardır. Böyle bir anlayış ortamında, pasif alıcılar durumunda olan öğrenciler bir nedene bağlı olmayan bir sürü bağıntı, kural ve simgeleri ezberlerlerdi. Bu yöntem ile öğrenciler ezbere

dayalı öğrenmeye sevk edilirdi. Sonuç olarak, öğrenciler daha önce karşılaşmadıkları bir problemi çözemez hale gelirlerdi (Olkun ve Toluk, 2001).

Son yıllarda ise matematik eğitime bakış açılarında önemli değişiklikler olmuştur. Artık matematik eğitimi, yalnızca matematik bilen değil, sahip olduğu bilgiyi uygulayan, matematik yapan, problem çözen insanlar yetiştirmeyi hedeflemektedir. Yirmi birinci yüzyıl bilgi toplumları, bireylerin temel becerilerin ötesine geçerek, “yeni yeterlilikler” kazanmalarına gereksinim duymaktadır (Gür ve Korkmaz, 2003). Zihinden işlem yapma, tahmin, problem çözme becerileri bu yeterlilikler içinde sayılabilir.

Matematiğin kavramsal yapısının ilk aşamalarda oluşması sonraki dönemler için hayati önem taşımaktadır. Matematiğin hangi aşamalarda nasıl öğretileceği üzerine birçok tartışmalar yapılmış, yapılmaya da devam edilmektedir. Matematiğin nasıl öğretileceğine dair iki tür farklı kavrayıştan bahseden Skemp (1978) bunlardan bir tanesidir.

Skemp, (1978) matematik öğretiminde temel olarak *ilişkisel (relational)* ve *araçsal (instrumental)* olmak üzere iki tür kavrayıştan bahsetmektedir. Birinci tür kavrayış, *kişinin neyi ve niçin yaptığını bilmesi* anlamına gelir ve genel matematiksel ilişkilerden özel kural ve prosedürleri türetebilme yeteneğini içerir. İkincisi ise, *altında yatan kavramları, nedenleri, niçinleri bilmeden bir kuralı ezber kullanma* anlamına gelmektedir (Yazgan, 2007).

Bu kavrayış türlerini, tersine çevirme prensibinin kavranması ile ilgili örnek öğretmen davranışları üzerinde açıklayabiliriz: Eğer bir öğretmen problem çözümleri ya da işlem yapma alıştırmaları sırasında öğrencilere işlemlerin mutlaka soldan sağa yapılması gerektiğini, problemdeki işlem basamaklarına uyulması gerektiğini kurallar şeklinde benimsetiyorsa öğrenciler kuralı ezberlemeye yönelir, doğru cevap üzerinde odaklanırlar. Yani konuyu araçsal olarak kavrarlar.

Öğrencilere işlem bilgisi, tahmin becerisi, zihinden işlem yapma becerisini kazandırmayı hedefleyen öğretmen ise öğrencilerin konuyu ilişkisel olarak kavramalarını sağlayacak örnek işlemler çözer. İlişkisel olarak kavrayan öğrenci işlemi bütünüyle görebilme yeteneğine sahip olur. Örneğin öğrenciye “ $a+b-b$ ” olarak sembolize edilebilecek bir problem yöneltildiğinde, öğrenci öğretmen tarafından benimsetilen “*İşlemlere soldan sağa başlanır.*”, “*İşlemler sırayla yapılır.*” şeklindeki kuralları ezberlediğini, zihninin sadece doğru sonucu bulmaya odaklanmasını yani o öğrencinin işlem bilgisini araçsal olarak kavradığını göstermektedir. Oysa aynı tipteki soruyu, ilişkisel olarak kavramış bir öğrenci “ $b-b$ ” işleminin

bir şey ifade etmediğini sonucun “a” olduğunu işlem yapmaya gerek duymadan rahatlıkla görebilir. Bu da öğretmenin matematik öğretimindeki tutumundan kaynaklanmaktadır. Matematik dersinin amacının aslında işlem bilgisinden ibaret olmadığı, bir yönüyle öğrencilere günlük hayat problemleri ile başa çıkabilme becerisi kazandırmak olduğu unutulmamalıdır. Öğrencinin ilişkisel olarak kavrayıp, işlemi tümüyle görebilmesi, çıkarımda bulunabilmesi, zihinden ve hızlı bir şekilde işlem yapması öğrenciye zamandan kazanç sağlayacaktır.

Bunun yanı sıra bir diğer konu ise, araçsal ve ilişkisel kavrayışın avantaj ve dezavantajlarının oluşudur. Skemp (1978)'e göre araçsal kavrayışın avantajları; *daha az zaman alıcı, kuralları ezberlemenin ve anlamının daha kolay oluşudur.*

Buna karşılık ilişkisel kavrayışın avantajı; *yeni konulara daha kolay uyarlanabilir olması, dolayısıyla daha kalıcı olmasıdır.* Örneğin öğrenci tersine çevirme stratejisinin farkında olduğunu gösteren kısa yollar kullandığında aslında işlemlerdeki birleşme özelliğinden yararlanarak kendisi çıkarımda bulunmuş olur. İlişkisel kavramıyla öğrenci tersine çevirme stratejisini kendisi uyguladığı için hatırlaması daha kolaydır dolayısıyla daha kalıcıdır.

İlişkisel kavrayışın bu avantajlarına rağmen, birçok öğretmen, günümüzde sınavların öğrencilerin geleceği ile ilgili belirleyici rolü, aşırı yüklü program, ilişkisel kavrayışı değerlendirme güçlüğü, meslekleri ile ilgili almış oldukları eğitim ve tecrübelerinden kaynaklanan yargılar gibi nedenlerden dolayı araçsal kavrayışla öğretim yapmayı tercih etmektedir (Yazgan, 2007).

Değişen matematik programı ile birlikte ilköğretim matematik eğitiminin genel amaçları da bazı değişikliklere uğramıştır. Matematik eğitiminin temel amacı yalnızca öğrenciye bilgi yüklemek değildir. Aksine çocuğun bilgi öğrenmesini de sağlayacak olan bazı önemli becerileri (tahmin, zihinden işlem yapma, matematiksel bilgiyi çeşitli şekillerde temsil etme, problem çözme) kazandırmaktır (Olkun ve Toluk, 2004).

Öğrencinin bilgi öğrenmesini sağlayacak bu önemli beceriler arasında toplamsal ifadeler içeren problemlerin çözümünde kullanılan tersine çevirme stratejisi ile ilişkilendirilebilecek olan becerilerden bir tanesi;

*Öğrencilerin tahmin etme ve zihinden işlem yapma becerilerini etkin kullanabilmesi,

Ve bir diğeri,

*Problem çözüme stratejileri geliştirebilmesi ve bunları günlük hayattaki problemlerin çözümünde kullanabilmeleridir.

İşlemlerin kolayca çözülebilmesini sağlayan kısa yollardan oluşan tersine çevirme stratejisi, ilköğretim matematik eğitiminin genel amaçlarından biri olan tahmin etme becerisi ile yakından ilgilidir.

2.1.1.Tahmin Etme Becerileri

Tahmini hesap, zihinden hesaba dayalı olarak bir işlemin yaklaşık sonucunu bulmaktır. Tahmini hesap yaparken problemle ilgili veriler yerine bunlara yakın olan yuvarlak sayılar alınır ve bunlarla işlem yapılır (Altun, 2005).

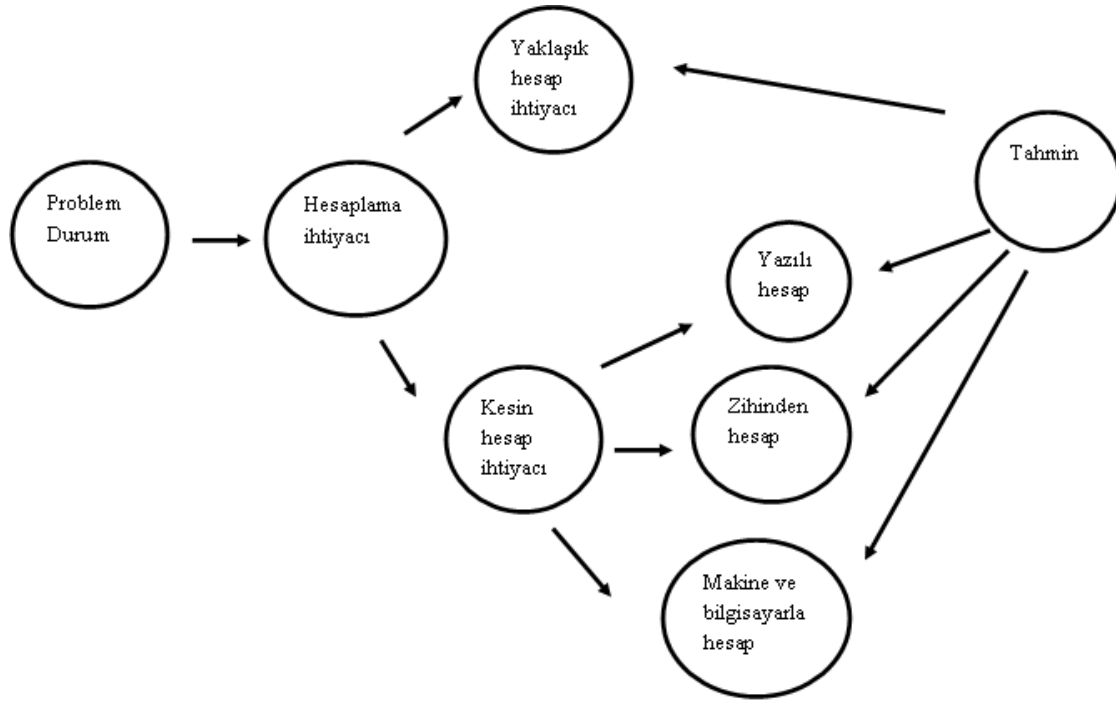
Dowker (1992) bir aritmetik probleme yaklaşık cevabı vermek için hesaplama yapmadan mantıklı tahmin yapma şeklinde ifade etmiştir. Heinrich (1998) işlemsel tahminin birden fazla süreçten oluştuğunu, zihinsel bir performansın gerektiğine ve sayıların yuvarlanarak elde edilen yeni sayılarla toplama, çıkarma, çarpma, bölme gibi dört işlemde birini kullanarak gerçekleştiğini ifade etmiştir (Akt: Tekinkır, 2008)

Matematik öğretiminde tahmin becerileri önemli bir yer tutar. Matematikteki önemli temel becerilerden biri olan tahmin becerisi sadece matematik öğretiminde değil günlük hayatın pek çok aşamasında da, örneğin alışveriş yaparken, adres tarif ederken, bir ağırlığı tahmin ederken kullandığımız becerilerden biridir.

Tahmini hesap yapma ihtiyacı iki durumda belirir. Bunlardan, birincisi yaklaşık hesabın ihtiyacı karşıladığı durumlardır. İkincisi de yazılı ya da zihinsel olarak yapılan kesin hesabın doğruluğunu kontrol etmedir (Altun, 2005).

Günlük yaşamda dört türlü hesap kullanılmaktadır. Bunlar yazılı hesap, zihinden hesap, tahmini hesap ve hesap makinesi veya bilgisayar yardımıyla yapılan hesaptır (Van de Walle, 1994). Bu hesaplama türlerinden zihinden hesap ve tahmini hesap, günlük yaşamda yazılı hesaptan daha çok kullanılırlar.

Tahmin etmenin hesaplama biçimleri içindeki yeri şekil 1’de gösterilmektedir.



Şekil 1: Tahmin etme yaklaşık hesabı sonuçlandırır, diğer hesaplama biçimlerinin doğruluğunu kontrol etmeye yarar. “Kaynak: Altun, 2005”

Tahmin becerileri bağımsız olarak değil diğer matematiksel becerilere bağlı olarak zamanla gelişir. Bunlardan bir tanesi de zihinden yaklaşık işlemler yapabilme becerisidir (Oklun ve Toluk, 2004).

2.1.2.Zihinden İşlem Yapma Becerileri

Zihinden hesap; yardımcı araçlar olmaksızın (kağıt, kalem, hesap makinesi) işlemlerin özelliklerinden faydalanılarak çabuk yapılan hesaptır. Zihinden hesabı yazılı hesaptan ayıran en önemli fark, zihinden işlem yapmada işlemlerin temel özelliklerinden yararlanılmasıdır (Altun, 2005).

Örneğin $26 + 18 + 24 = ?$ işlemini “ 26, 24 daha 50 eder. 50’ye 18 eklersek sonuç 68 olur.” diye düşünerek yapan birisi, toplamının birleşme özelliğini kullanarak zihinden hesap yapmıştır. Ya da Nunes, Schliemann, ve Carraher’in (1993) verdikleri örnekte olduğu gibi $52+28-27$ gibi bir problemde bir kişinin 28 ’i $27+1$ şeklinde ayrıştırabilmesi ve buradan da $52+1$ sonucuna kolayca ulaşması da tersine çevirme kısa yollarını kullandığını

göstermektedir. İşlemlerin birleşme özelliğinden faydalanılarak kullanılan bu kısa yolun temeli aslında, tersine çevirme prensibinin “ $(a+b-b)$ şeklinde sembolize edilen işlemde hesap yapma ihtiyacı duymadan cevabın “a” olduğunun söylenmesi” yani bir miktar çokluğun eklenip yine aynı miktar çokluğun çıkarılmasının mevcut durumu değiştirmedığı mantığının kavranmasına dayanmaktadır. Piaget’in (1977) de belirttiği gibi tersine çevirme, somut işlemlerin altında yatan grublamanın çok önemli bir parçasıdır.

National Council of Teaching of Mathematics (NCTM)’nin genel standartlarında (2000) zihinden hesap ve tahminle ilgili olarak “hızlı hesaplama ve mantıklı tahminlerde bulunma” hedefi belirlenmiş ve şöyle ifade edilmiştir:

“Öğrenciler; zihinden hesap, yazılı hesap, tahmini hesap ve hesap makinesi kullanma arasından seçim yapmayı öğrenmelerine yardım eden deneyimlere sahip olmalıdırlar. Özel koşullar, soru ve içerilen sayılar bu seçeneklerin belirlenmesinde rol oynar. Sayılar bu zihinsel stratejiye izin veriyor mu? Koşullar bir tahmini gerektiriyor mu? Öğrenciler, kendi sayısal mantıklarını kullanarak, bir tahmine mi yoksa kesin cevaba mı gerek duyulduğuna karar vermek için problem durumları değerlendirmelidirler.”

İlköğretim Okulu Matematik Dersi Öğretim Programı’nın (1998: 9)“Programın Uygulanması İçin Genel Açıklamalar” kısmında, zihinden hesabın günlük hayatta önem taşıdığı, bu nedenle zihinden işlemlere yeteri kadar yer verilmesi gerektiği belirtilmektedir. Yine öğrencilere işlem sonuçlarının yaklaşık olarak tahmin ettirilmesi gerektiği, bunun hem işlemlerin kontrolünü hem de kolay hesap yapma yeteneğini geliştirdiğine dikkat çekilmektedir (Yazgan, Bintaş, Altun, 2002).

Bu sebeple matematik öğretiminde zihinden işlem yapma ve tahmin becerilerinin kazanılması, dolayısıyla işlemlerin birbirleri ile olan ilişkileri ve bu işlemlerin özelliklerinin kısa yol stratejileri geliştirmede önem taşıdığı konusu üzerinde önemle durulmalıdır.

2.1.2.1. İşlemlerin Birbirleri İle Olan İlişkileri

Bütün aritmetik işlemler birbirleri ile ilişkilidir. Birbirlerine benzer ve farklı yönleri vardır. Toplama ile çıkarma ve çarpma ile bölme birbirlerinin tersi olup biri ile yapılan işlem diğeri ile geri alınabilir (Olkun ve Toluk, 2004). Örneğin birçoğu, belli bir miktar çokluğu

eklediğimizde ve aynı miktarı çıkardığımızda $(a+b-b)$ asıl sayıya geri döneriz, bu durum tersine çevirme prensibinin temelini oluşturmaktadır.

Çocuklar problem çözerken zamanla sayılar arasındaki ilişkileri keşfettikçe, bu ilişkileri kullanarak yeni stratejiler geliştirirler. Altun'un (2005) belirttiği gibi, hesaplamaları çabuk ve doğru yapmak isteyen öğrenciler zaman zaman bilinçli ya da bilinçsiz olarak işlem kolaylıklarına başvururlar ki bu da öğrencilerin işlemlerin özelliklerini kullanmaları demek olur.

Zihinden işlem yapma herkes tarafından kazanılması gereken bir beceridir. Bu becerinin, sadece öğrenciler için değil, yetişkinlerin günlük hayat aktivitelerinde de sıkça karşılına çıktığı için önemi büyüktür. Zihinden işlem yaparken kullanılan kısa yollar işlemlerin özelliklerinin bilinmesiyle ilişkilidir. Dolayısıyla işlemlerin özelliklerinin bilinmesinin zihinden işlem becerisinin kazanılmasında önem taşımaktadır.

2.1.2.2. İşlemlerin Özellikleri

İşlem sembolle gösterilir. İşlemin sembolü işlemin tanımıyla belirtilir. Bir işlemde; *kapalılık, değişme, birleşme, dağılma, birim eleman olma, ters elemanı olma* özellikleri vardır (Öcalan, 2004).

İşlemlerin öğretiminde, işlemlerin özelliklerinin öğretimi de önemli bir yer tutar. Bunun sebebi, işlemlerin özelliklerini bilmeyen bir çocuğun bu özellikleri kullanarak kısa yollar üretip işlem yapmadan sonuca ulaşmasının imkânsız olmasıdır. Herhangi bir işlem yapmadan sonuca ulaşabilme olanağı sağlayan tersine çevirme stratejilerinin algılanabilmesinin temelinde yatan özellik toplama işlemindeki birleşme özelliğidir, bu sebeple işlemlerin özelliklerinin gereğince öğretilmesi büyük önem taşımaktadır.

2.1.2.2.1. Birleşme Özelliği

En az iki sayı arasında gerçekleşen toplama işlemleri, ikiden daha fazla sayının toplanması şeklinde de olabilmektedir. Birden fazla sayının toplanmasının gerektiği toplama işlemlerinde, toplama iki sayı arasında yapılır ve çıkan sayı bir sonraki sayı ile toplanır. Yani

üç sayıdan oluşan bir toplama işleminde, üç sayıdan ikisinin gruplandırılarak işlem yapılması gerekmektedir.

Birleşme özelliği gruplandırmada sayılardan hangisinin hangisiyle birleştirilmesinin önemli olmadığını gösterir. Buradan da şu sonuç çıkar: gruplandırma şekli toplama işleminin sonucunu değiştirmez. Bu özellik zihinden toplamada önemli rol oynar (Öcalan, 2004).

Örneğin; bir A kümesinde tanımlanmış * işlemi ve bu kümeden alınmış üç eleman a, b, c olsun.

$a*(b*c) = (a*b)*c$ ifadesi doğrulanıyorsa A kümesinin işlemine göre birleşme özelliği vardır denir.

2.1.2.3 Problem Çözme Becerileri

Matematik, günlük yaşantıda belirli durumlara uygulanabildiği ölçüde faydalıdır ve problem çözme yeteneği de matematiği farklı durumlara problem çözme adı altında uygulayabilme yeteneğidir. Bununla birlikte matematiksel bir problemin çözümü ancak problem matematiksel bir dille ifade edildiğinde baslar. Başka bir ifade ile matematikte iyi bir problem çözücü olmak, her şeyden önce iyi bir matematik bilgisi ve matematiği kullanma becerisi gerektirir (Tertemiz ve Çakmak, 2003).

Problem çözme; genel olarak bilimsel bir konuda apaçık (net olarak) tasarlanan fakat hemen ulaşılamayan bir hedefe varmak için bilinçli olarak araştırma yapmaktır. Matematikte problem çözme ise, matematiğin yapısı gereği sorunun zihinsel süreçlerle (akıl yürütme) gerekli bilgileri kullanarak ve işlemleri yaparak ortadan kaldırılmasıdır (Altun, 2005).

Skemp'e göre (1986), problem çözme yeteneği insanın varlığını sürdürebilmesi için gerekli en temel yeteneklerden biridir. Her alandaki zorluklarla basa çıkmadaki rolünden dolayı, okul matematik programlarının ana hedeflerinden biri, bu yeteneğin geliştirilmesi ile ilgilidir. Çocuklar fiziksel büyümelerine katkı veren fiziksel aktivitelerden hoşlandıkları kadar, zihinsel gelişmelerine katkı veren zihinsel aktivitelerden de hoşlanırlar ve hoşlandıkları için gelişirler (Akt. Altun, Dönmez, İnan, Taner ve Özdilek, 2001). Problem çözme etkinlikleri, bu zihinsel aktivitelerin basında gelir. Bu açıdan bakıldığında problem çözme, zihinsel gelişmenin tamamlanabilmesi için bir ihtiyaçtır (Altun ve diğerleri ,2001).

NCTM Standartları (2000)' nda, iyi problemlerin “öğrencilerin bulunduğu çevreden ortaya çıkan”, “öğrencileri strateji geliştirmeleri ve uygulamaları için zorlayan” ve “öğrencileri yeni kavramlarla tanıştırma için ortam hazırlayan” problemler olduğu belirtilmektedir.

Problem çözme, bireyin zihinsel davranışlarının önemli bir kısmını oluşturur (Schoenfeld, 1987; Akt: Özsoy).

2.1.2.3.1. Problem Çözme Süreci

Hayat boyu karşılaşılan günlük hayat problemlerinde olduğu gibi matematiksel problemlerin de çözümünde kullanılan tek ve belirli bir yol yoktur.

Öğrenci bir problemle karşı karşıya geldiğinde bir kural hatırlamaya çalışır. Bu yanlış bir tutumdur. Çünkü bunun için bir yol yoktur. Problem çözmenin bir kuralı yoktur, sistematigi vardır (Öcalan, 2004).

Bu sistematigi Polya (1887-1985) dört aşamalı bir süreç olarak açıklamaktadır. Sürecin basamakları;

- 1) Problemin anlaşılması
- 2) Çözümle ilgili stratejinin seçilmesi
- 3) Seçilen stratejinin uygulanması
- 4) Çözümün tartışılması şeklindedir.

Bu sistematigin ikinci basamağındaki çözüm stratejilerinin belirlenmesi çözüme daha kısa zamanda ve kolayca ulaşılmasını sağlamaktadır. Bu sebeple özellikle üzerinde durulması gereken nokta öğrencilere problem çözmeyle ilgili temel becerilerin ve çözüm stratejilerinin kazandırılması olmalıdır.

2.1.2.3.2. Problem Çözme Stratejileri

Problemlerin çözümünde uygun stratejilerin seçilmesi problemin anlaşılması ve stratejilerin bilinmesine bağlıdır. Bu stratejiler; sistematik liste yapma, tahmin ve kontrol, diyagram çizme, bağıntı kurma, açık önerme yazma, tahmin etme, benzer problemlerin

çözümünden faydalanma, geriye doğru çalışma, tablo yapma, muhakeme etme şeklinde özetlenebilmektedir.

Öğrencilerin bir problemi çözebilmesi kadar onu hangi stratejileri kullanarak çözdüğü de önemlidir. Öğrencilerin kullandıkları stratejiler bize onların matematiksel düşünme seviyeleri hakkında bilgi verir (Olkun ve Toluk, 2004). Araştırmanın konusunu oluşturan, öğrencilerin kullandıkları kısa yol stratejilerinden biri olan tersine çevirme stratejisi tahmin etme ve zihinden işlem yapma stratejileri ile yakından ilgilidir. Öğrencinin $(a+b-b)$ şeklindeki bir soruyu herhangi bir işlem yapmaya gereksinim duymadan cevaplayabiliyor olması aynı zamanda tahmin ve zihinden işlem yapma becerisinin de gelişmiş olduğunu göstermektedir.

1980'lerden itibaren pek çok ülkedeki matematik öğretim programı, problem çözme üzerine odaklı olarak yeniden düzenlenmiştir. Problem, problemin kaynağı ne olursa olsun (gerçek hayat problemi ya da bilimsel kaynaklı), bireyin karşılaştığı bir durumda çözüm için strateji seçmesini ve karar vermesini gerektiren bir durumdur (Özsoy, 2006). Bu kısa yol stratejilerinden biri olan tersine çevirme stratejisinin ilköğretim programında kapsamlı bir şekilde ele alınmasının gerekliliğini düşünenlerin yanı sıra Rasmussen, Ho ve Bisanz yaptıkları araştırmalar sonrasında bu strateji ile ilgili okullarda temel bilgilerin verilmesine gerek olmadığı, çocukların stratejiyi kendi çıkarımları ile elde edebildiklerini belirtmektedirler.

2.1.2.3.3. İşlem Sırası Stratejileri

Toplama ve çıkarma birbirini tamamlayan işlemlerdir. Örneğin, $5-3=?$ sorusu $3+?=5$ şeklindeki toplama eşitliğine çevrildiğinde bulunacak sonuç ile yanıtlanabilir (Baroody, 1999)

Robinson, Ninowski ve Gray (2006)'ın, çocukların işlemlerdeki tersine çevirme kavramını ve birleşme özelliğini anlayabilmek adına yaptıkları çalışmada öğrencilerin sıkça kullandıkları işlem stratejileri belirlenmiştir. Bunlar; tersine çevirme, soldan sağa işlem yapma, sağdan sola işlem yapma şeklinde özetlenebilir.

Bu stratejilerden biri olan soldan sağa işlem yapma stratejisinin sıkça kullanılmasının sebebinin geçmişten günümüze gelen kalıplaşmış öğrenci ve dolayısıyla buna sebep olan öğretmen davranışlarının olduğu düşünülmektedir. Erbaş ve Ersoy (1999), dokuzuncu sınıf öğrencilerinin eşitliklerin çözümündeki başarıları ve olası kavram yanlışlarını belirlemek için

yaptıkları çalışmalarında, soldan sağa işlem yapma stratejisinin öğrenciler tarafından sıkça tercih edilmesinin sebebinin, öğrencilerin zihnindeki “*Matematikte işlemler her zaman soldan sağa doru yapılır/başlanır*”; “*Ters işlemler gereksizdir.*” şeklindeki kavram yanılgılarından kaynaklandığını belirlemişlerdir.

Öğrenci çözümlerinde pek sık rastlanmayan bir diğer işlem stratejisi de sağdan sola işlem yapma stratejisidir. Robinson ve Ninowski (2003), araştırmalarında standart problemler üzerinde kullanılan ($2 \times 28 : 14$; $28 : 14 = 2 \times 2 = 4$) sağdan sola işlem yapma stratejisini bulmuşlardır. Bu strateji, çarpımsal ifadelerdeki birleşme özelliği temeline dayanmaktadır. Araştırmada toplamsal ifadeler içeren problemlerde tersine çevirme stratejisi ele alınmıştır. ($25 + 12 - 12$) şeklinde sembolize edilen problemin çözümünde ($12 - 12 = 0$; $0 + 25 = 25$) işlemleri yapılıyorsa, toplamsal ifadelerde birleşme özelliği kullanılıyor demektir. Hangi rakam çiftinin ele alınırsa alınsın sonucun aynı olacağı düşüncesi problem çözme sırasında öğrencilere kolaylık sağlayacaktır.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000)’e göre üçüncü sınıftan beşinci sınıfa kadar öğrencilerin tüm hesaplamaları yaparken birleşme özelliğini kullanması gerekmektedir.

Yapılan araştırmalar ışığında, kısa yolla, işlem yapmadan sonuca ulaşma şeklinde uygulanan tersine çevirme stratejisinin toplama ve çarpma işlemindeki birleşme özelliğinin kullanılması sonucu ortaya çıktığı düşünülmektedir. Piaget (1950;1952) tersine çevirme stratejisi ile ilgili çalışmalar yapmış ve geliştirdiği öğrenme kuramında bu stratejinin edinilme döneminin somut işlemler dönemine rastladığını belirtmiştir.

2.2. PİAGET’İN ÖĞRENME KURAMI VE TERSİNE ÇEVİRME

Piaget (1950; 1952) bilişsel gelişimi, niteliksel olarak birbirinden farklı dört temel döneme ayırarak açıklamıştır (Bjorklund, 2000; Piaget ve İnhelder, 1969; Woolfolk,1998; Zeytinoğlu, 1980)(Akt: Çapri ve Çelikkaleli). Bu dönemler;

- 1- Duyusal-Motor Dönem [*Sensory-Motor Period*] 0-2 yaş.
- 2- İşlem Öncesi Dönem [*Pre-Operational Period*] 2-7 yaş.
- 3- Somut İşlemler Dönemi [*Concrete Operational Period*] 7-11 yaş.

4- Soyut İşlemler Dönemi [*Formal Operational Period*] 11 ve yukarı yaş. (Akt: Çapri ve Çelikkaleli, 2005).

Piaget (1952)'ye göre, somut işlemler dönemi bilişsel gelişimin en temel dönemidir. Çünkü, bu dönem bireyin işlem yapma becerisini kazandığı dönemdir. Buna bağlı olarak bu dönemin en temel niteliksel değişikliği ise dört işlemde tersine çevrilebilirliğin çocuklar tarafından anlaşılabilmesidir.

Piaget tersine çevirmenin somut işlemlerin altında yatan gruplamanın çok önemli bir parçası olduğunu belirtmiştir (Bryant, Christie, Rendu, 1999).

Piaget,'in kuramında, gerek bilişsel gelişimin dört temel döneminin, gerekse dönemlerin her birinde kazanılan çeşitli niteliklerin evrensel olduğu ifade edilmektedir (Craig, 1996). Ancak, bilişsel gelişimin Piaget tarafından önerilen kurama uygun bir gelişim süreci izleyip izlemediği de tartışılmakta ve gerek bilişsel gelişim kuramının, gerekse tersine çevirme kavramının evrensel bir nitelik göstermeyebileceğini, bir başka ifadeyle, kültüre bağlı olarak değişebileceğini, her toplumda farklı bir dönemde kazanılabileceğini göstermektedir (Bardoville-Crema, Black ve Feldhusen, 1986; Case ve Okamoto, 1996; Çapri, 2004; Dasen, 1984; Dasen ve ark., 1985; Dasen ve deRibaupierre, 1987; DaSilva ve Winnykamen, 1998; Goswami, 2001; Larivee, Normandeau ve Parent, 2000; Mwamwenda ve Mwamwenda, 1989; 1990; 1991; Roazzi, 1997; Siegler, 1995; Simon ve Klahr, 1995; Sophian, 1995)(Akt:Çapri ve Çelikkaleli, 2005). Bu doğrultuda, yapılan bazı çalışmalarda, bilişsel gelişim sürecinin Piaget tarafından önerilen hiyerarşik yapısının doğru olabileceği, ancak, bilişsel gelişim sürecindeki niteliklerin birey tarafından kazanılmasının öngörülen yaş sınıflamasına uygun olmayabileceği, bazı becerilerin daha erken yaşlarda kazanılabilmesine karşın, bazı becerilerin yeterli bir olgunlaşma düzeyi ve uyarıcı zenginliği olmadan hiçbir zaman kazanılamayabileceği iddia edilmektedir (Bakken, Thompson, Clark, Johnson ve Dwyer, 2001; Howley ve Howe, 2004; Kolobe, 2004; Kuhn ve Angelev, 1976; Pasnak ve ark., 1996; Suizzo, 2000; Sutherland, 1999; White ve Ferstenberg, 1978)(Akt: Çapri ve Çelikkaleli, 2005). Bu iddiaların en önemli kanıtları son yıllarda okul öncesi çocukları üzerinde yapılan çalışmalardır. Piaget'e göre somut işlemler döneminde kazanılması gereken tersine çevirme prensibinin okul öncesi çocuklar tarafından da kullanıldığının görülmesi bu becerinin bazı öğrenciler tarafından erken yaşlarda da kazanılabileceğini göstermektedir.

Klein ve Bisanz (2000), Bryant (1999) tarafından okul öncesi çocuklar üzerinde yapılan çalışmalar bu duruma bir örnektir. Fakat çalışmaların bloklarla, şekillerle ve sözlü olarak

yapılması okul öncesi çocuklarının tersine çevirme prensibini gerçekten farkına vararak yapıp yapmadıklarını göstermemektedir. Piaget'in de belirttiği gibi, toplama ve çıkarmayı doğru olarak yapabilmek, toplama ve çıkarmayı gerçekten anlamış olmayı göstermemektedir. Bu yüzden dört işlem öğretiminin gerçekten benimsetmek üzere planlanmış olması gerekmektedir. Dolayısıyla dört işlemin ilk basamağını oluşturan toplama ve çıkarma işlemlerinin öğretimi de o derece önemlidir.

2.2.1. Toplamsal İlişkiler İçeren Problemlerin Çözümünde Tersine Çevirme

Tersine çevirme, (geriye dönüşebilirlik) başlangıç noktasına geri dönme anlamına gelir (MEGEP, 2007). Bu tanımın ışığında Bryant'ın (1999) verdiği kirli tişörtün temizlenip tekrar eski haline dönüş örneği, tersine çevirme kavramının başlangıç noktasına geri dönme anlamına gelişini desteklemektedir. Bunu yanı sıra çocuğun gittiği yoldan eve geri dönebilmesi de onun işlemleri tersine çevirebildiğinin bir kanıtıdır. Tersine çevirme problemi, geçmişte oldukça başarılı bir şekilde kullanılmış olan bir işlem türüdür (Starkey ve Gelman,1982; Akt: Robinson,2006).

Bu tanıma rağmen tersine çevirme işleminin kökeni ve başlangıcı tam olarak bilinmemektedir. Kökeni bilinmese de tersine çevirme prensibi iki olasılık altında incelenmiştir. Bu olasılıklardan bir tanesi nitel düşünmeden hareketle genellemenin nasıl yapıldığıdır. Öğrencinin bir nesnenin aynı miktarda eklenip aynı miktarda çıkarılmasının mevcut durumu değiştirmedini günlük deneyimleri sayesinde anlayabilmesi, öğrencide genel anlamda tersine çevirme işlemi ile ilgili ilk düşüncelerin oluşmasını sağlamaktadır (Sherman ve Bisanz, 2007). Bu da öğrenci tarafından genellemenin nasıl yapıldığını ve bu genellemenin çıkış noktasını göstermektedir.

Tersine çevirmenin nasıl anlaşıldığı ve kullanıldığı ya da anlaşılamadığı ve kullanılmadığının keşfedilmesi iki sebepten dolayı önemlidir (Bisanz, Watchorn, Piatt, Sherman, 2009). Bisanz, Watchorn, Piatt, Sherman (2009)'a göre; bu sebeplerden bir tanesi çocukların tersine çevirme prensibini anlamaları, kullanmaları ve matematiksel düşüncenin gelişmesinde farklı türlerdeki bilgiler arasındaki ilişkilerin kavranması açısından oldukça önemli bir araç olmasıdır. İkincisi ise tersine çevirme prensibinin anlaşılmasının matematik pedagojisi açısından önemli sorunların anlaşılmasına potansiyel olmasıdır.

Öğrencilerin edindiği bu ilk nitel izlenimlerin nicel olarak işlemlere dökülmesi esnasında öğrenciler daha hızlı ve daha doğru şekilde hesap yapabilmek için bazı kısa yollar oluştururlar. Bisanz ve LeFevre (1990)'nin belirttiği gibi hesaplanması zor problemlerin kolayca çözülebilmesini sağlayan kısa yollar oluşturabilmek için ve sayıları toplamının anlaşılabilmesi için de tersine çevirme bilincinin oluşması önemlidir.

Tersine çevirme stratejilerinin, toplamsal ifadeler içeren problemlerde sembolize edilen farklı şekilleri vardır. $(a+b-b ; a-b+b ; a+b-a ; a-a+b)$ şeklinde sembolize edilen işlemler bunlara örnek gösterilebilir. Örneğin; $(a+b-b)$ şeklinde sembolize edilen bir işlemde “ $b-b=0$ ” işlemini yapmaya gerek duymadan cevabın “ a ” olduğunu bilmek tersine çevirme stratejisini kullanmak anlamına gelmektedir. Tersine çevirme stratejisinin temel mantığı kişinin hiçbir işlem yapmaya gerek duymadan sonuca ulaşabilmesidir. Bu konu ile ilgili yurt içinde yapılmış çalışma bulunmasa da yurt dışında yapılmış pek çok çalışma bulunmaktadır.

2.3.İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde yapılan literatür taraması sonucu araştırmayı destekleyen, çalışmalara ışık tutan yurt içinde yapılmış çalışma bulunmamasından dolayı, sadece yurtdışındaki araştırmalar yer almaktadır.

2.3.1.Yurtdışı Araştırmalar

Piaget ve Monreau (1977) yaptıkları bir araştırmada çocuklara sayılarını bilmedikleri tuğlalar vererek bir deney düzenlemişlerdir. Çocuklara önce önlerindeki tuğlalara 3 adet tuğla eklemeleri komutu verilmiş ve toplamda kaç tuğlaları olduğu sorusu yöneltilmiştir. Daha sonra ise 3 adet tuğla çıkartmaları istenmiş ve ekleme çıkarma yapmadan önce kaç tuğlaları olduğu sorulmuştur. Çocuklara ‘nasıl bildiniz?’ sorusu yöneltilmiş ve çocukların bir kısmı nasıl bildiklerini açıklayamazken 10 yaş ve üstü çocukların açıklayabildikleri görülmüştür.

Yaptıkları bu çalışma sonrasında Piaget tersine çevirme prensibini bilişsel gelişim dönemlerinden olan somut işlemler (7-11 yaş) döneminde incelemiştir (Akt: Vilette,2002). Piaget'in teorisinde tersine çevirme işlemine bu kadar önem vermesine karşın bu konu ile ilgili çok az araştırmanın yapılmış olması ilginçtir.

Piaget tarafından sıkça belirtilmiş ve başka hiç kimse tarafından ciddi şekilde ele alınmamış bir nokta da şudur ki; bir kişi toplama ve çıkarma işlemleri arasındaki ters ilişkiyi

anlamadığı sürece bu iki işlemin doğasını algılayamaz (Bryant, Christie ve Rendu, 1999). Bunun yanı sıra çocuğun sayının doğasını anlayabilmesi için, bir sayıya bir sayıyı eklemek ve aynı sayıyı çıkarmak işleminin bu sayıyı aynı oranda arttırıp aynı oranda azalttığını fark edebilmesi gerekir. Piaget tersine çevirmenin somut işlemlerin altında yatan gruplamanın çok önemli bir parçası olduğunu belirtmiştir (Bryant, Christie ve Rendu, 1999).

$a+b-b$ şeklindeki bir tersine çevirme probleminde herhangi bir hesaplama ihtiyacı duymadan sonucun a olduğunu bilmek kişinin toplama ve çıkarmanın tersine çevrilebilir işlemler olduğunu anladığını gösterir ve çözümü oldukça zor olacak bir problemin çabuk ve kolayca çözülmesini sağlar (Rasmussen, Ho, Bisanz, 2003).

Rasmussen, Ho ve Bisanz'a (2003) göre $(7+5-5)$ gibi tersine çevirmenin kullanılabileceği bir problemde hesap yapmaya gerek kalmaz ve $(6+5-3)$ gibi bir işlemden daha hızlı ve daha doğru bir şekilde çözülebilir. $(6+5-3)$ gibi bir problem daha yüklü bir toplama ve çıkarma yapmayı gerektirir ve $(7+5-5)$ tipinde bir problemden daha uzun sürede çözülmesi ve hatalı olma olasılığı yüksektir. Bu nedenle tersine çevirme matematiksel bilginin gelişmesinde önemli bir yer tutmaktadır.

Piaget (1952)'e göre tersine çevirme yada işlemlerin tersine çevrilebilirliğini anlamak sayıların doğasını anlamak açısından gereklidir (Bryant, Christie, Rendu, 1999). Piaget'in belirttiği gibi, toplama ve çıkarmayı doğru olarak yapabilmek, toplama ve çıkarmayı gerçekten anlamış olmayı göstermemektedir. Bu yüzden toplama ve çıkarma işlemlerinin öğretiminin gerçekten benimsetmek üzere koordine edilmesi gerekmektedir.

Bryant (1999), küçük çocukların aritmetik anlamda toplama ve çıkarmayı kullanmalarından önce toplama ve çıkarma işlemlerinin birbirinin tersi işlemler olduğunu iyi biliyor olmaları gerektiğini belirtmiştir. Bu işlemlerin kullanılmasından önce de birbirlerinin tersi işlemler olduklarının bilinip bilinmediği kontrol edilmelidir. Baroody'e (1999) göre çocuklar birbirini tamamlayan ilişkileri, en azından dolaylı olarak, 7 yaşından önce ve hemen sonrasında ise bu ilişkinin farklı işlemler üzerinde uygulanmasını anlayabilirler.

Yapılan araştırmalar incelendiğinde çocukların toplama çıkarmanın birbirinden bağımsız işlemler değil de birbirinin tersi işlemler olduklarını anladıklarında işlemler üzerinde daha kolay mantık yürütebildikleri görülmüştür. Vilette'ye göre, çocuklara toplama ve çıkarmanın birbirine bağlı işlemler olarak verilmesi, onların parça-bütün arasındaki ilişkileri fark etmelerini ve bu ilişkiyi kullanarak doğru aritmetik mantık yürütmelerini sağlamaktadır

(Vilette, 2002). Bu iki işlemin birlikte verilmemesi durumunda çocukların $a+b-b$ tipinde sunulmuş bir problemin çözümünde doğru bir mantık yürütüp tersine çevirmeyi kullanabilmeleri pek mümkün olamaz.

Piaget ve Moreau (1977)'ya göre çocuklar somut işlemler dönemi öncesinde toplama ve çıkarmanın ters işlemler olduğunun farkında değildiler (Piaget ve Moreau, 1977) (Akt:Vilette, 2002). Bunun yanı sıra Piaget çocukların bir nesnenin yerinin değiştirilmesi sonucu oluşan tersine çevrilebilirliği 18 aylıktan itibaren anlayabildiklerini fakat sayısal işlemlerdeki tersine çevrilebilirliği 6-7 yaştan önce anlayamadıklarını belirtmiştir (Piaget, 1952).

Matematikte tersine çevirme üzerine yapılan araştırmalar okul çağı çocuklarının ve yetişkinlerin toplama ve çıkarmanın tersine çevrilebilir işlemler olduğunu yaygın bir biçimde anladıklarını göstermektedir (Bisanz ve LeFevre, 1990; Stern, 1992). Bisanz'a göre ise tersine çevirme prensibini uygulayabilen çocukların oranı yaşarlıyla birlikte artmaktadır.

Daha yeni araştırmalar ise okul öncesi çocukların bile tersine çevirme ilkesini algılayabildiklerini göstermiştir (Bryant, 1999; Klein ve Bisanz, 2000; Vilette, 2002; Rasmussen, 2003).

Örneğin Bryant tersine çevirme ilkesinin nitel mi nicel mi olduğunu incelemiş, yaptığı çalışmada tersine çevirmenin okul çağı ve okul öncesi çocuklarda kullanılması için bir metot geliştirmiş, sayı yerine bloklar kullanmıştır. Kullanılan problemler de çocukların düzeyine uygun zorlukta hazırlanmıştır. Bu çalışmada 5-8 yaş arası çocuklar tersine çevirme problemlerine standart problemlere nazaran daha doğru cevaplar vermişlerdir. En küçük okul çağı çocuğunun bile çok yoğun toplama çıkarma işlemlerinden ziyade tersine çevirme kısa yollarını kullandıkları görülmüştür. Bryant'ın blokları kullanmasındaki amaç benzer olan ve benzer olmayan koşulları katarak nicel ve nitel tersine çevirme arasındaki farkı gözlemleyebilmektir. Tersine çevirmenin nitel mi nicel mi olduğunu anlamak amacıyla baştaki bloklara ilk olarak aynı bloklar eklenmiş ve çıkarılmış, ikinci olarak ise farklı bloklar eklenip çıkarılmıştır. Ve çocuklar bu ekleme çıkarma olayını izlemişlerdir. İlk verilen bloklara farklı blokların eklenmesi, çıkarılması sonucu bir şey değişmediğini fark eden çocukların nicel tersine çevirme ilkesini kullandıkları, aynı bloklarla yapılan ekleme çıkarma sonucunda ise çocukların nitel bir tersine çevirme ilkesi kullandıkları belirlenmiştir.

Klein ve Bisanz (2000) yaptıkları çalışmada 4 yaşındaki çocuklara sözsüz olarak standart problemler ve tersine çevirme problemleri sormuşlar, sonuçların doğruluğunu, çözümlerini ve çözüm sürelerini kaydetmişlerdir. Kaydedilen verilere süre ve doğruluk-yanlışlık açısından bakıldığında çocukların kısa yollar kullanmasalar da aynı sonuca ulaştıkları görülmüştür. Fakat bu genellenenin yanlış bir genelleme olduğu ortaya çıkmıştır. Çünkü bu problemlerde çocuklar cevapların doğruluğu ve çözüm süreleri açısından birbirleriyle büyük ölçüde farklı olan çeşitli çözüm yolları üretmişlerdir. Rasmussen, Ho ve Bisanz (2003)'a göre, yapılan analizler açıkça kıyaslanabilen çözüm yollarıyla kısıtlandırıldığında tersine çevirme problemleri standart problemlerden daha hızlı çözülmüştür.

Nunes, Schliemann, ve Carraher tersine çevirme prensibini kullanmanın ayrıştırma işlemlerinde de kolaylık sağlayacağını belirtmişlerdir. Örneğin $52+28-27$ gibi bir problemde bir kişinin 28 'i $27+1$ şeklinde ayrıştırabilmesi ve buradan da $52+1$ sonucuna kolayca ulaşması da tersine çevirme kısa yollarını kullandığını göstermektedir (Nunes, Schliemann, ve Carraher, 1993).

Bisanz, Watchorn, Piatt ve Sherman (2009), çocukların tersine çevirme prensibini geliştirmelerini anlama üzerine yaptıkları çalışmalarında matematiğe karşı ilgi duyan ve matematiği sevdiğini söyleyen 9 yaşında birkaç öğrenci ile çalışmışlardır. Çalışmanın yapıldığı öğrencilerden bir tanesinin toplama ve çıkarma içeren standart problemleri çok hızlı ve doğru bir şekilde çözdüğü görülmüştür. Fakat yapılan araştırmada öğrencinin bu işlemleri parmaklarını sayarak yaptığı gözlemlenmiştir.

Robinson ve Ninowski (2003) $a+b-b$ tipindeki probleme ek olarak dxe/e şeklindeki yeni bir tersine çevirme problem tipini vererek yetişkinlerin her iki tip tersine çevirme problemindeki performanslarını incelemişlerdir. Yapılan incelemeler sonucu yetişkinlerin her iki tip tersine çevirme probleminde de kısa yollar kullandıkları fakat $a+b-b$ tipindeki problemlerde daha çok kullandıkları görülmüştür. Yapılan çalışmada bu iki tip problemden ($a+b-b$; $d \times e/e$) hangisinin önce çözülmüş olduğu, kullanılan kısa yolların hızını ve sıklığını etkilememiştir. Genel olarak yetişkinlerin çarpma bölme arasındaki ters ilişkiyi anlamalarının, toplama çıkarma arasındaki ilişkiyi anlamalarından daha zayıf olduğu görülmüştür. Ve bu çalışma ile tersine çevirme kavramını bir problem tipi üzerinde kullanmanın, bir diğerine transfer edebilmek anlamına gelmediği belirlenmiştir.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde; araştırma modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları, veri toplama süreci ve verilerin analizi üzerinde durulmuştur.

Bu araştırmanın amacı, ilköğretim 3. sınıf öğrencilerinin toplama ve çıkarma işlemlerini yaparken tersine çevirme stratejilerinin farkında olduğunu gösteren kısa yol stratejilerinin kullanılıp kullanılmadıklarının, eğer kullanılıyorsa, bu kısa yolları nasıl kullandıklarının belirlenmesidir. Ayrıca, bu araştırma ile öğrencilerin toplamsal ifadeler içeren problemleri çözerken hangi stratejileri tercih ettikleri ve kullandıklarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Türkiye’de eksik olduğu düşünülen bu alana katkıda bulunulması da araştırmanın amaçları arasında yer almaktadır.

3.1. ARAŞTIRMA MODELİ

Bu çalışmada, araştırma literatüründe “Örnek Olay” ya da “Durum Çalışması” (Case Study) olarak geçen nitel araştırma modeli uygulanmıştır. McMillian(2000), durum çalışmalarını bir ya da daha fazla olayın, ortamın, programın, sosyal grubun ya da diğer birbirine bağlı sistemlerin derinlemesine incelendiği yöntem olarak tanımlamaktadır. Bu çalışmada da her bir öğrencinin aynı grup içindeki farklı durumları (case) olarak incelenmiştir.

Çalışma, amacı bakımından çok az anlaşılan bir durumu, olayı, bu durumla ilgili değişkenleri ortaya çıkarma ve daha sonraki araştırmalar için hipotezler üretme nitelikleri taşıdığından “Keşfedici” (Exploratory) bir çalışmadır. Bu yüzden “...süreçte ne oluyor?”, “süreçte var olan davranış şekilleri ile ilgili önemli konular veya modeller nelerdir?”, “süreç, konu, modeller arasındaki ilişkiler nelerdir?” türündeki sorulara cevap verme amacı gütmektedir. Araştırmanın amacı, kullanılacak olan veri toplama teknikleri “Durum Çalışması, Gözlem ve Görüşme” ile de uyumludur.

Bickman ve Rog’a (1998) göre, nitel araştırmalar, özellikle katılımcının, olayların ve katılımcının içinde yer aldığı durumların anlamını anlamayı sağlar. Nitel araştırmada, yalnızca fiziksel olaylar ve davranışlar değil, kişilerin bunları nasıl algıladığı ve bu anlayışların davranışları nasıl etkilediği ile de ilgilenir. Bu araştırma yönteminde bir hipotezi

kabul etmek ya da reddetmek amacıyla veri ya da delil toplanmaz, elde edilen veriler sayılarla değil, sözlerle ve resimlerle ifade edilir (Bickman ve Rog, 1998).

Araştırmada, Piaget tarafından psikolojik araştırmalar için kullanılan klinik görüşme yöntemi, durum çalışması kapsamında bir teknik olarak kullanılmıştır. İlk kez Piaget (1952) tarafından psikolojik araştırmalar için kullanılan klinik görüşme, öğrencilerin düşüncelerindeki zenginliği keşfetmek, onun temel aktivitelerini yakalamak ve bilişsel beceriyi değerlendirmek için esnek soru sorma metodu olarak tanımlanmaktadır (Karataş ve Güven, 2003). Goldin'e (1998) göre klinik görüşmelerin, araştırmalarda; problem çözme yöntemi ile öğrencilerin matematiksel davranışlarını gözleme ve gözlemlerden öğrencilerin bilişsel süreçleri, bilgi yapıları ve bu süreçte meydana gelen duyuşsal değişiklikler hakkında sonuçlar çıkarmak gibi amaçları vardır.

Matematik eğitiminde klinik görüşmelerin amacı, öğrencilerin stratejilerini, bilgi yapılarını veya becerilerini karakterize etmek ve belirli bir öğretimin etkililiğini araştırmak, gelişim sürecini daha iyi anlamak veya problem çözme davranışlarını araştırmaktır. (Karataş ve Güven, 2003). Özellikle eğitim açısından oldukça karışık süreç olarak tanımlanan problem çözme süreçlerini ve öğrencilerin bu süreç içerisindeki davranışlarını ayrıntılı inceleme ve araştırma klinik görüşme ile mümkün olmaktadır. Klinik görüşmelerin amacından sonra önemi, kullanılma gerekliliği üzerinde düşünülecek olunursa; Karataş ve Güven (2003)'in de belirttiği gibi klinik görüşmenin sahip olduğu potansiyeli en önemli yanlarından birisi, veri kaynağı olan öğrenci ile veri analizini yapan ve açıklayan öğretmenin doğrudan etkileşim içerisinde olmasıdır.

Bütün bu bilgiler dikkate alındığında, çocukların toplamsal ilişkiler içeren problemlerde "Tersine Çevirme Prensi"ni uygularken geçirdikleri zihinsel işlem süreçlerini ve bu prensibi bir strateji olarak kullanıp kullanmadıklarını, kullanıyorlarsa nasıl kullandıklarını anlamak için onlarla birebir etkileşimde olmak gerektiği açıkça görülmektedir. Bu sebeple bu araştırmada nitel bir araştırma yöntemi olan Piaget'nin "Klinik Görüşme Tekniği" merkeze alınmıştır.

3.2. KATILIMCILAR

3.2.1. Katılımcıların Seçilmesi

Katılımcılar, öğretmenlerinin görüşleri ve Rehberlik Araştırma Merkezi'nde bulunan psikolojik danışma ve rehberlik uzmanı tarafından uygulanan, Wechsler Intelligence Scale for Children (WISC-R) zeka testi sonuçları dikkate alınarak belirlenmiştir. WISC-R zeka testi, seçilen katılımcılara farklı günlerde Rehberlik ve Araştırma Merkezi'ndeki iki farklı uzman tarafından uygulanmıştır. Uygulanan zeka testi 10 dakika mola verilerek birer saatlik periyotlar şeklinde uygulanmış ve toplam 2 saat sürmüştür.

Çalışma İzmir ili Konak ilçesindeki Hakimiyet-i Milliye İlköğretim Okulu'nda öğrenci olan ikisi kız ikisi erkek olmak üzere 9 yaşındaki dört tane 3. sınıf öğrencisi ile yapılmıştır. En çok matematik dersine ilgi duyduklarını söyleyen öğrencilerin bu konudaki ilgileri öğretmenleri tarafından da onaylanmıştır. Görüşülen öğrenciler, kendilerini ifade edebilecek ve kolay ulaşılabilmek özelliklerine sahip öğrencilerden seçilmiştir. Çalışmanın metodunun "Durum Çalışması" (Case Study) olması sebebiyle örneklem sayısı az tutulmuştur.

Görüşmeler okul saatleri içinde, sınıf öğretmeninden izin alınarak, okul kütüphanesinde yapılmıştır. Veri toplamak amacıyla okula başvurulup, okul yönetiminden ve çalışma yapılacak öğrencilerin velilerinden izin alınmıştır. Velilerden, öğrenci ile çalışma yapılmasına izin verdiğine dair imzalı belge alınmıştır. Yapılacak çalışma konusunda veliler yazılı olarak, öğrenciler ise araştırmacı tarafından bilgilendirilmişlerdir. Öğrencilerinin toplumsal ilişkiler içeren problemleri çözerken tersine çevirme prensibini uygulamaları sırasında geçirdikleri zihinsel işlem süreçleri incelendiği için çocukların bu iki toplumsal ilişki hakkında ön bilgiye sahip olmaları gerekmektedir. Bu sebeple çalışma öncesinde sınıf öğretmenleri ile görüşülerek bu konuda bilgi sahibi olunmuş, araştırma sürecine böyle başlanmıştır.

3.2.2.Zeka Testi

Katılımcıların seçilmesinde kullanılan WISC-R Zeka Testi, İzmir ili Hatay ilçesindeki Rehberlik Araştırma Merkezi'nde bulunan psikolojik danışma ve rehberlik uzmanları tarafından araştırmaya katılacak öğrencilere uygulanmıştır. Uygulama yapılan 4 öğrencinin de

normal zeka düzeyinde olduğu belirlenmiştir. Elde edilen sonuçlar öğrenci velileri ve öğretmenleri ile paylaşılmıştır.

3.2.3.Öğretmen Görüşleri

Katılımcıların seçilmesi aşamasında, öğretmenlerle görüşme esnasında, araştırmacı tarafından, “katılımcı öğrencilerin yaş grubunun ay ve yıl bazında yakın olması, matematiğe ilgisinin olması, rahatlıkla kendini ifade edebilmesi” kriterlerine uygun olan öğrencilerin önerilmesi konusunda istekte bulunulmuştur.

Araştırmacının, klinik görüşmeye alınacak öğrenciler hakkında daha fazla bilgi sahibi olmasını sağlama amaçlı, araştırmacı tarafından hazırlanmış öğrenci tanıma formu, öğretmen ve öğrencilerden alınan bilgilerle doldurulmuştur. Öğrenci tanıma formu ile öğrencilerin okul dışındaki aktiviteleri ve aileleri ile ilgili bilgi sahibi olunmaya çalışılmıştır.

3.3. VERİ TOPLAMA ARAÇLARI

Araştırma için veri toplama aracı olarak, ilköğretim üçüncü sınıf matematik dersi “Doğal Sayılarda Toplama ve Çıkarma İşlemi” konusunu içeren, araştırmacı ve danışman tarafından hazırlanan somut, yarı soyut, sözel ifade gerektiren, sembolik ve resimli soru kartı problemlerini içeren 5 bölümden oluşan sorular kullanılmıştır. Sorular yarı yapılandırılmış tarzda sorulmuş, gerektiğinde katılımcılara ek sorular yöneltilmiştir. Bu çalışmada kodların ve kategorilerin elde edildiği öğrenci görüşlerinden bire bir alıntı yapılarak ‘geçerlilik’ sağlanmıştır (Patton, 1987). Klein ve Bisanz (2000)’a göre standart problemleri kullanarak tersine çevirme kavramının kullanılıp kullanılmadığı anlaşılabilir. (Akt: Robinson, 2006). Bu sebeple farklı soru türlerinin her biri kendi kategorisindeki standart problem türleri ile kontrol edilmiştir.

Klinik görüşmelerde kullanılan farklı tipteki sorular oluşturulmadan önce kaynak taraması yapılmış konuyla ilgili daha geniş bilgi sahibi olunmaya çalışılmıştır. Sorular hazırlanırken öğrenci seviyesi ön planda tutulmuş, katılımcıların çözüme değişik stratejilerle ulaşabilecekleri sorular sorulmasına özen gösterilmiştir. İlköğretim ders kitaplarında, dergilerde ve matematik öğretimi kitaplarında, toplamsal ifadeler içeren işlemler ve problemler seçilerek madde havuzu oluşturulmuştur. Oluşturulan madde havuzundan uzman

görüşleri doğrultusunda sorular seçilmiş, Aydın ili Kazım Dirik İlköğretim okulunda okuyan 1 tane birinci sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Yapılan pilot çalışma sonuçları incelendiğinde, soru sayısının fazla olduğu ayrıca soruların öğrenci seviyesine göre zor oldukları tespit edilmiştir. Bu sebeple uzman görüşlerinden faydalanılarak soru sayısının azaltılmasına ve uygulanacak çalışmanın daha üst sınıflara uygulanması gerektiğine karar verilmiştir.

Gerekli görülen bazı sorular atıldıktan sonra somut tipteki problemlerden 9 tane, yarı soyut problemlerden 20 tane, resimli kartlarla sorulan problemlerden 3 tane, sembolik problemlerden 18 tane, sözel problemlerden 8 tane seçilerek klinik görüşme soruları oluşturulmuştur. Pilot çalışmadan elde edilen veriler sonucunda, klinik görüşmede yer alan soruların sayı ve seviye açısından 3. sınıf öğrencilerine uygun olduğu tespit edilmiştir.

3.3.1.Klinik Görüşmelerde Kullanılan Sorular

Matematik öğretiminde toplamsal ifadeler içeren problemleri çözerken kullanılan tersine çevirme stratejisi ile ilgili hazırlanan görüşme soruları için iki ayrı soru türü belirlenmiştir. Bunlar; standart problemler ve tersine çevirme problemleridir.

Araştırmada kastedilen standart problemler, farklı sayılar kullanılarak oluşturulmuş $(a+b-c ; a+b+c)$ tipinde hazırlanmış, çözümünde kısa yolların kullanılmasını gerektirmeyen, öğrencilerin işlem becerisini kazanıp kazanmadıklarını ve işlemleri yaparken kullandıkları stratejileri gözlemleyebilmek amacıyla hazırlanmış problem tipleridir.

Tersine çevirme problemleri ise, işlemlerin yapılmasında tersine çevirme kısa yollarının kullanılmasına olanak sağlayan $(a+b-b; a+b-a; a-b+b)$ tipinde, öğrencilerin bu tipteki soruların çözümünde tersine çevirme kısa yollarını kullanıp kullanmadıklarını gözlemleyebilmek amacıyla hazırlanmış problem tipleridir.

Bu iki ayrı soru türü için sorular belirlenmiştir ve öncelikle öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemi yaparken tersine çevirme prensibini kullanmadaki ön bilgilerine bakılmıştır.

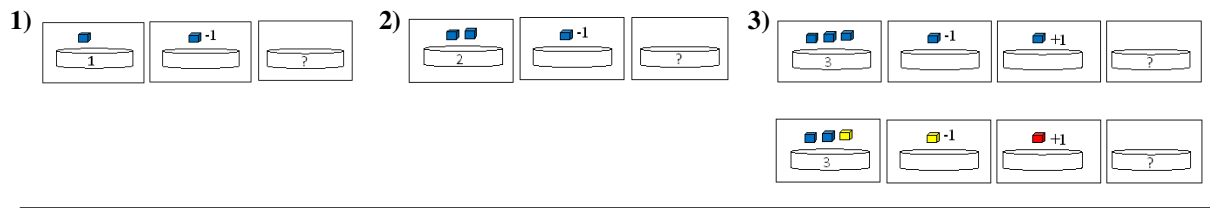
Araştırmada klinik görüşme yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemle öğrencilerin toplamsal ilişkiler içeren problemlerde tersine çevirme prensibini uygularken geçirdikleri zihinsel işlem süreçleri ve tersine çevirme ile ilgili bilgilerini nasıl yapılandırdıkları gözlemlenmiştir. Bu yöntemin uygulanması sırasında öğrencilere her bir tipten standart ve tersine çevirme olmak üzere beş ayrı soru yöneltilmiştir. Bunlar; *somut problemler, yarı soyut problemler, sözel ifade problemleri, sembolik ve resimli soru kartı problemleri* şeklindedir.

Klinik görüşmelerin yanı sıra nitel verilerinin toplanmasına öğrenci notları, video kaydı ve araştırmacı notları kaynak sağlamıştır.

3.3.1.1. Somut Problemler:

Çocuğun tersine çevirmeyi somut materyallerle kolaylıkla anlayıp anlayamadığı, bu görüşmede farklı renklerdeki blokların kullanılmasıyla anlaşılmıştır. Farklı renklerdeki blokların kullanılması öğrencilerin tersine çevirme prensibini nitel olarak mı nicel olarak mı kullandıklarının görebilmesinin sağlamıştır. Klein ve Bizans (2000)'ın yazılı sayısal sistemi henüz bilmeyen katılımcılarla yaptıkları çalışmada tersine çevirme problemlerini eller kullanılarak hareket ettirmeye uygun materyallerle uygulamışlardır (Akt: Robinson, 2006). Bu görüşmede de Klein ve Bizans'ın kullandığı gibi renkli bloklar kullanılmıştır. Klinik görüşmede kullanılan bloklar ve soru tipleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 3.1: Klinik görüşmede sorulan somut problem tipine örnekler.



Bloklar kullanılarak oluşturulan problem tipi ölçme amacına göre üçe ayrılmıştır. Birinci bölümde öğrencilere bloklar yardımıyla ($a-a=0$) tipinde tersine çevirme problemleri oluşturulmuştur. Bu bölümde amaç öğrencinin $+a$ ve $-a$ 'nın birbirinin tersi ve dolayısıyla toplama ve çıkarma işleminin birbirinin tersi işlemler olduğunu anlayıp anlayamadığını gözlemlemektir. İkinci bölümde, oluşturulan standart problem tipinin yanı sıra yine farklı renkte blokların kullanılması bize tersine çevirmede nitel ve nicel algılamaya ile ilgili bilgi verme amaçlıdır. Her bölümde bir standart problem bir tane de tersine çevirme problem tipi yer almaktadır.

Üçüncü bölümde ise, araştırmacı tarafından ($a+b-b$; $a-b+b$; $a+b-a$) tipinde problemler oluşturulmuştur. Önce aynı renkteki bloklar kullanılmış, daha sonra aynı problem tipi farklı renkteki bloklarla oluşturulmuştur. Bu bölümde öğrencinin ($a+b-b$)'yi bir nesneye aynı miktarda nesne ekleyip çıkardığımızda durumun değişmediğini fark edip edemediği ve bu durumu farklı renkteki bloklar verildiğinde de tekrar edip edemediği görülmeye çalışılmıştır.

Tablo 3.2: Somut standart/tersine çevirme problem tipinde yer alan soruların ölçmek istediği davranışlar

PROBLEM TİPİ	PROBLEM	ÖLÇÜLMEK İSTENEN
SSPT		Öğrencinin somut standart problem tipinde ne derece başarılı olduğunu görmek, kullanılan stratejiyi belirlemek.
STÇPT		Öğrencinin toplama ve çıkarma işlemlerinin birbirinin tersi işlemler olduğunu fark edip edemediğini anlayabilmek.
STÇPT		Somut tipte sorulan tersine çevirme sorularında sayılar büyüdükçe çözüm stratejilerinin değişip değişmediğini gözlemlemek.

*SSPT: Somut Standart Problem Tipi

**STÇPT: Somut Tersine Çevirme Problem Tipi

3.3.1.2. Yarı Soyut Problemler:

Yapılan ikinci klinik görüşmede yarı soyut olarak yapılandırılmış problem tipleri sorulmuştur. Yarı soyut problemler, somut problem tipinde kullanılan gerçek blokların yerine, problemlerin blok resimleri ile oluşturulmuş çalışma kağıtları kullanılarak uygulanmıştır. Blok resimleriyle, çalışma kağıtlarında yer alan problem örnekleri Tablo 3.3'de görülmektedir.

Tablo 3.3: Yarı soyut standart/tersine çevirme problem tipinde yer alan soruların ölçmek istediği davranışlar

PROBLEM TİPİ	PROBLEM	ÖLÇÜLMEK İSTENEN
YSSPT	<p> $2 \text{ blue} - 1 \text{ blue} = ?$ $2 \text{ red} - 1 \text{ red} = ?$ $2 \text{ blue} + 1 \text{ blue} = ?$ $3 \text{ red} + 2 \text{ red} + 1 \text{ red} = ?$ $1 \text{ blue} + 2 \text{ blue} - 3 \text{ blue} = ?$ $3 \text{ blue} - 1 \text{ blue} - 1 \text{ blue} = ?$ $2 \text{ yellow} + 2 \text{ yellow} - 3 \text{ yellow} = ?$ </p>	<p>Somut olarak sorulan problemlerin kağıt üzerinde küp resimleriyle sunulması yarı soyut hale getirildiğindeki çözüm stratejileri ve bu stratejilerin somut problemlerin çözümünde kullanılan stratejilerden farklı olup olmadığı.</p>
YSTÇPT	<p> $1 \text{ blue} - 1 \text{ blue} = ?$ $2 \text{ red} + 1 \text{ red} - 2 \text{ red} = ?$ $1 \text{ blue} + 1 \text{ yellow} - 1 \text{ yellow} + 1 \text{ red} = ?$ $2 \text{ yellow} + 1 \text{ yellow} - 2 \text{ yellow} = ?$ $2 \text{ blue} + 1 \text{ yellow} - 1 \text{ red} = ?$ $2 \text{ blue} + 1 \text{ blue} - 1 \text{ blue} = ?$ $2 \text{ yellow} - 1 \text{ yellow} + 1 \text{ yellow} = ?$ $1 \text{ blue} - 1 \text{ blue} + 1 \text{ red} = ?$ </p>	<p>Yarı soyut tipteki problemlerin çözümünde kullanılan çözüm stratejileri.</p>

*YSSPT: Yarı Soyut Standart Problem Tipi

**YSTÇPT: Yarı Soyut Tersine Çevirme Problem Tipi

3.3.1.3. Sözel İfade Problemleri:

Sözel ifade problemleri öğrencilere, sözlü olarak tek tek sorulmuş ve öğrencilerden de işlem yapmadan sözel olarak cevaplandırmaları beklenmiştir. Verilen cevaplar video-kamera yardımıyla kayda alınmıştır. Sözel ifadeler şeklinde sorulan sorular aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 3.4: Klinik görüşmede sorulan sözel ifade standart /tersine çevirme problem tipine örnekler.

SORU 1: Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 3 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?

SORU 2: Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 5 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?

SORU 3: Elimde birkaç tane bilyem var. Bu bilyelere 3 bilye ekledim, 3 bilye çıkarttım. Elimde kaç bilyem kaldı?

Sözel Standart/Tersine Çevirme problem tipinde hedeflenen, çocuğun somut ya da sembolik olarak yönelttilen sorularla sözel olarak karşılaştığında soruyu çözüp çözümediğini görmek, çözebiliyorsa neler düşündüğünü öğrenmek ve bu sayede öğrencinin geçirdiği zihinsel işlem süreçlerinin, kullandığı stratejilerin neler olduğunu gözlemleyebilmektir. Bu türe giren problem örnekleri aşağıda verilmiştir.

Tablo 3.5: Sözel standart/tersine çevirme problem tipinde yer alan soruların ölçmek istediği davranışlar

PROBLEM TİPİ	PROBLEM	ÖLÇÜLMEK İSTENEN
SÖSPT	<p>1) Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 2 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?</p> <p>2) Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 4 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?</p>	Standart tipteki problemlerin sözel olarak sorulduğunda çözümlenemediğini gözlemlemek.
SÖTÇPT	<p>1) Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 3 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?</p> <p>2) Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 5 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?</p> <p>3) Elimde birkaç tane bilyem var. Bu bilyelere 3 bilye ekledim, 3 bilye çıkarttım. Elimde kaç bilyem kaldı?</p> <p>4) Ali Baba'nın çiftliğinde 10 tane ördek, 18 tane de tavuk vardı. Çiftlikteki hayvanların 18 tanesi öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde kaç hayvan kaldı?</p> <p>5) Ali Baba'nın çiftliğinde 10 tane ördek, 18 tane de tavuk vardı. Çiftlikteki hayvanların 10 tanesi öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde kaç hayvan kaldı?</p> <p>6) Ali Baba'nın çiftliğinde birçok hayvan vardı. Çiftlikteki hayvanlara 18 tane horoz eklendi. Daha sonra 18 tane horoz hastalamp öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde ne kadar hayvan kaldı?</p>	Tersine çevirme prensibinin kullanılabileceği problemlerin sözel olarak sorulduğunda çözümlenemediğini gözlemlemek.

*SÖSPT: Sözel Standart Problem Tipi, **SÖTÇPT: Sözel Tersine Çevirme Problem Tipi

3.3.1.4. Sembolik Problemler:

Veri toplama sürecinde öğrencilere tersine çevirme prensibinin kullanılacağı tersine çevirme problemleri ve standart problem tipleri sembolik ifadelerle sorulmuştur. Sembolik ifadelerle kastedilen problemi sorarken tamamen sayıların kullanılmasıdır. Sembolik ifadelerin bulunduğu bu çalışma kağıdının öğrenciye uygulanması ile öğrencinin somut materyallerle kullanabildiği tersine çevirme prensibini sembolik olarak da ifade edip edemeyeceği görülmeye çalışılmıştır. Aşağıdaki tabloda sembolik problemlerle kastedilen soru türleri gösterilmiştir.

Tablo 3.6: Klinik görüşmede sorulan sembolik standart /tersine çevirme problem tipine örnek.

Standart Tip	Tersine Çevirme (Inversion) Tip
$25+25=?$	$25-25=?$
$11+2+11=?$	$11+2-11=?$
$125+58+58=?$	$125+58-58=?$

Aşağıda verilen Tablo 3.7’de sembolik ifadeler kullanılarak öğrencilere çalışma kağıdı şeklinde uygulanan sembolik standart tipteki (SESPT) ve sembolik tersine çevirme tipindeki (SETÇPT) sorular ve bu sorularla ölçülmek istenen davranışlar verilmiştir.

Tablo 3.7: Sembolik standart/tersine çevirme problem tipinde yer alan soruların ölçmek istediği davranışlar

PROBLEM TİPİ	PROBLEM	ÖLÇÜLMEK İSTENEN
SESPT	$25+25=?$ $7-5+7=?$	Öğrencinin somut materyallerle yapabildiği kontrol problemlerini sembolik olarak da ifade edip edemeyeceğini gözlemlemek.
	$3+2+2=?$ $6-1+6=?$	
	$8+5+5=?$ $14-5-5=?$	
	$11+2+11=?$ $20+0+20=?$	
SETÇPT	$25-25=?$ $7+5-7=?$	Öğrencinin somut materyallerle kullanabildiği tersine çevirme prensibini sembolik olarak da ifade edip edemeyeceğini gözlemlemek.
	$3+2-2=?$ $6+1-6=?$	
	$8+5-5=?$ $14-5+5=?$	
	$11+2-11=?$ $20-0-20=?$	

*SESPT: Sembolik Standart Problem Tipi, **SETÇPT: Sembolik Tersine Çevirme Problem Tipi

3.3.1.5: Resimli Kartlarla Sorulan Tersine Çevirme Problemleri:

Yapılan klinik görüşmede, çocuklara ayrı ayrı resimli kartlar üzerinde değişik tersine çevirme formunda hazırlanmış problemler kullanılmıştır. Hazırlanan problem kartlarındaki resimler Tübitak yayınlarına ait “Tablolar ve Grafikler” (2003) isimli kitaptan alınmış, bu resim formatları üzerinde problemler araştırmacı tarafından tersine çevirme ve standart problem tipine uygun olarak oluşturulmuştur. Öğrencilerin her birinin 3'er kart seçmesi istenmiş, daha sonra karttaki resmi incelemeleri, resim hakkındaki fikirlerini söylemeleri ve daha sonra soruyu sesli olarak okumaları istenmiştir. Çalışma yapılan masanın üzerine kağıt kalem bulundurulmuş, fakat öğrencilere bu materyalleri kullanmaları konusunda hiçbir yönerge verilmemiştir. Öğrencilerden seçtikleri karttaki soruyu sesli şekilde okumaları ve cevaplamaları istenmiştir.

Tablo 3.8: Resimli kartlarla sorulan standart/tersine çevirme problem tipinde yer alan sorunun ölçmek istediği davranışlar

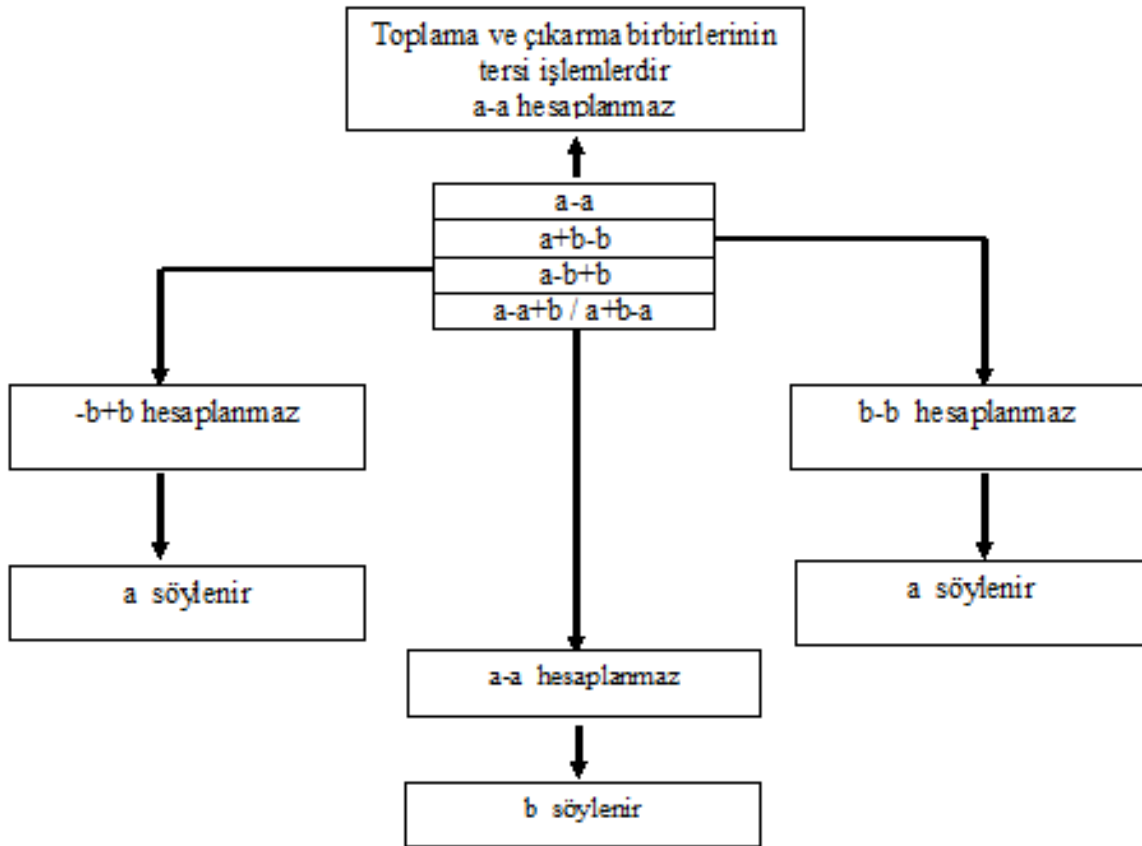
PRB TİPİ	PROBLEM	ÖLÇÜLMEK İSTENEN
RKTÇPT	<p>1) 7 yaşına giren Zog'un doğum günü partisi için tüm aile hazırlıklara başlamış. Bayan Og, parti için 20 tane küçük kek, büyükanne ise tam 10 tane küçük kek pişirmiş. Fakat yaramaz Dino, 10 tane küçük keki kimse görmeden mideye indirmiş. Zog parti için kaç keki kaldığını bulamıyor. Ona yardım eder misin?</p> <p>2) Zog'un bütün arkadaşları doğum günü partisine gelmiş, parti çok eğlenceli geçmişti. Partiden sonra etrafın toparlanması, bulaşıkların yıkanması gerekiyordu. Zog, kirli tabakları saydı, tam 15 taneydi. Bayan Og tabakların 15'ini yıkadıktan sonra, Zog 5 kirli tabak daha getirdi. Zog, yıkanması gereken kaç kirli tabak olduğunu hesapladı. Sence sonuç ne?</p> <p>3) Bahar geldi, Og ailesi ormana piknik yapmaya gitti. Aile üyeleri etraftaki hayvanları incelerken, Zog çiçek toplamaya koyuldu. Zog topladığı 8 demet çiçeğin 8 demetini de annesine verdi. Zog'un elinde kaç çiçeği kaldı?</p> <p>4) Zog, tanesi 17 çakıl olan çamur burger, Mog da tanesi 25 çakıl olan biftekten yiyor. Zog ve Mog'un sadece 25 çakılı olduğu için hesabın sadece 25 çakılını ödeyebiliyorlar. Sence Zog ve Mog'un Dino Kafe'ye kaç çakıl borcu kaldı?</p> <p>5) Büyükanne Og, 7 kemik olan parasının 2 kemiğini ekmek, 2 kemiğini de dinazor yumurtası almak için harcadı. Büyükanne Og, artık çok yaşlandı, hafızası da pek iyi sayılmaz. Kaç kemik parası kaldığını hesaplamasına yardım eder misin?</p> <p>6) Büyükanne ve büyükbaba Og alışverişe çıkıp, manavdan 5 elma, 2 muz, 1 tane de mandalina aldılar. Eve gelen meyvelerin 2 tanesini Zog afiyetle yedi. Büyükanne ve büyükbabanın dolabında kaç tane meyve kaldı?</p>	<p>Öğrencinin sınıf ortamında çözümünü yaptığı sıradan günlük hayat problemlerinin tersine çevirme problem tipine uyarlanmış haliyle karşılaştığında stratejisi uygulayıp uygulamadığını görebilmek.</p>

*RKTÇPT: Resimli Kartlarla Sorulan Tersine Çevirme Problem Tipi

Araştırmada kullanılan sorular, sembolik olarak “ $a-a=?$; $a+b-b=?$, $a+b-a=?$; $a-b+b=?$; $a-a+b=?$ ” şeklinde ifade edilen işlemlerin somut, sözel ifade, yarı soyut ve problem şeklinde hazırlanmasıyla oluşturulmuştur.

Şekil 2’de, araştırmada kullanılan problemlerin çözümünde tersine çevirme stratejisi kullanıldığında yürütülen mantıksal basamaklar verilmiştir. Öğrencilerin, soru çözümleri bu mantıksal basamaklara göre incelenmiş, basamakları takip ederek işlemi tamamlayan öğrenciler için tersine çevirme stratejisini kullandı ifadesi kullanılmıştır. Aşağıdaki şekilde tersine çevirme problemlerinin farklı işlemlerdeki sembolize edilmiş şekilleri ($a-a=?$; $a+b-b=?$; $a+b-a=?$; $a-b+b=?$; $a-a+b=?$) verilmiş ve oklar yardımıyla, tersine çevirme stratejisinin kullanıldığında uygulanan mantık basamakları gösterilmiştir.

Tersine Çevirme İşlemlerinde Kullanılan Mantıksal Basamaklar



Şekil 2. İlköğretim öğrencilerinin toplamsal ifadeler içeren problemlerin çözüm sürecinde kullandıkları tersine çevirme stratejisi

Şekil 2'deki, $(a+b-b)$ şeklinde sembolize edilmiş problem tipinde, öğrencinin zihninden “b-b” işlemini yapmaya gerek duymadan sonucun “a” olduğunu bilmesi ya da soru $(a+b-b)$ şeklinde sembolize edilerek sorulduğunda “a-a” hesaplamaya gerek duymadan sonucun “b” olduğunun fark edilebilmesi tersine çevirme prensibinin farkında olunduğunun ve tersine çevirme kısa yollarının kullanıldığının göstergesidir. Tersine çevirme kısa yollarının temel mantığı ya da öğretilmesindeki temel hedef öğrencinin hiçbir şekilde işlem yapmaya gerek duymamasıdır.

3.3.3. Öğrencinin Sorunun Çözümü Esnasında Çalışma Kağıdına Aldığı Notlar

Öğrenci notları, öğrencilerin, tersine çevirme prensibini uygularken geçirdikleri zihinsel işlem süreçlerini inceleyebilmek amacıyla hazırlanmış soru türleri karşısında yaptıkları tüm çalışmaları kapsamaktadır. Öğrencilerin, çözüm gerektiren sorularda soru kağıdına yaptıkları işlemler, soru üzerine koydukları işaretlemeler, problem çözümü esnasında soru kağıdına çizdikleri resimler olmak üzere tüm çalışmalar araştırmacıya soru çözümü sırasında geçirilen zihinsel süreçlerin gözlemlenmesinde katkı sağlamıştır.

3.3.4. Video Kayıt Analizleri Sırasında Tutulan Araştırmacı Notları

Araştırmacı notları, öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplar sırasındaki gözlenen davranışlarını, kullandıkları stratejileri zihinsel süreçlerini içeren notlardan oluşmaktadır. Öğrencilerin soru çözümü sırasında tersine çevirme prensibini kullanırken ne düşündüklerine dair ipuçları veren cümleler, öğrenciler tarafından kullanılan ifadeler, jestler, mimikler video kayıt analizleri yapılırken araştırmacı tarafından not alınmıştır. Araştırmacı tarafından, alınan bu notlardan ve öğrenci diyaloglarından oluşan bir günlük tutulmuş ve öğrenciler ile ilgili tüm bilgiler bu deftere en ince ayrıntısına kadar işlenmiştir. Tutulan bu günlükte, veliden alınmış, öğrenci ile araştırmanın yapılabilmesine izin veren onay kağıdı, öğretmenler ile görüşülerek öğrenci hakkında oluşturulan bilgi formu, öğrenci ve araştırmacı arasında geçen diyalogların birebir yazılmasından oluşan kısım ve video kayıtları izlenirken araştırmacı tarafından alınan kısa notlar, hatırlatmalar yer almaktadır.

3.3.5. Video Kayıt Cihazı

Araştırma süresince tüm klinik görüşmelerin video kayıtları yapılmıştır. Bu video kayıtlar klinik görüşmeler sonrasında birçok kez izlenmiş ve araştırmacı tarafından analiz edilmiştir.

3.4. VERİ TOPLAMA SÜRECİ

Araştırmanın amacı doğrultusunda kullanılan veri toplama tekniği klinik görüşmedir.

Veri toplama süreci öncesinde öğrenciler ile önceden tanışılmış, yapılan bu araştırmanın nedenini açıkladıktan sonra problemleri doğru ya da yanlış yapmalarının önemli olmadığı ve görüşmelerin video kameraya kaydedileceği araştırmacı tarafından belirtilmiştir. Bununla birlikte kayıtları sadece araştırmacının izleyeceği, başka hiç kimsenin bundan haberdar olmayacağı belirtilmiştir. Uygulama yapılan öğrencilere bildirilen bu açıklamalar, yazılı bir metin haline getirilip ailelere ibraz edilmiştir. Ailelere sunulan bu belgeler, aileler tarafından imzalanıp tarafıma teslim edilmiştir, bu sebeple bu belgeler aynı zamanda izin belgesi niteliği taşımaktadır.

Veri toplama sürecinde, her öğrenci ile her bir soru tipi için ortalama on beşer dakikalık klinik görüşmeler yapılmıştır. Görüşmeler 5 hafta sürmüştür. Her bir problem tipi için bir hafta ayrılıp ve o hafta boyunca dört öğrenci ile aynı problem üzerine on beşer dakika ayrı ayrı görüşülmüştür. Görüşmeler okul kütüphanesinde, okul öğrencilerinin ders saatleri içinde gerçekleştirilmiştir. Görüşme süresi zaman zaman öğrenci cevap ve performansına göre değişme göstermiştir. Dış faktörlerin olumsuz etkisi (çevre, gürültü, sıcaklık...) araştırmacı tarafından en aza indirgenmeye çalışılmıştır. Yapılan görüşmeler video kamera yardımıyla kayda alınmış böylece öğrencilerin tepkileri, jest ve mimikleri de rahatlıkla gözlemlenebilmiştir. Görüşmelerin tam çözümlenmiş şekli araştırmacı tarafından yazılarak bilgisayar ortamına aktarılmıştır. Araştırmacının görüşmeler esnasında gözlemledikleri ve bu doğrultuda almış olduğu notlar ve öğrencinin problem çözümleri de analizler sırasında kullanılmıştır.

Klinik görüşmelerde kullanılan sorular; somut, yarı soyut, sözel ifade gerektiren, sembolik ve resimli kart problemleri olarak beş gruba ayrılmıştır. Öğrencilerin bilgilerini değişik formlarda (somut, yarı soyut, sözel, sembolik, resimli soru kartı problemleri vb.) ifade etmelerini sağlayıcı bu tarz soruların hazırlanmasında;

- İlköğretim matematik programı incelenerek sınıf düzeyine uygun sorular hazırlanmıştır.
- Madde havuzu hazırlanmıştır. Madde havuzu, uzmanlara sunularak içinden soru seçimi yapmaları istenmiştir.
- Öğretmen görüşü alınmıştır.
- Araştırma öncesi matematikte ortalama başarı seviyesinde olan bir tane 1. sınıf öğrencisi ile pilot çalışma yapılarak öğrencinin verdiği cevaplardan araştırma problemi, amacı ve yönteminin uyumlu olarak çalışıp çalışmadığına ilişkin bilgiler elde edilmiş ve bu doğrultuda soru tiplerinde değişiklikler yapılmıştır.

Klinik görüşmelerde öğrenciden araştırmacının yönelttiği problemleri çözerken ne düşündüğünü, hangi basamakları takip ettiğini, neden öyle düşündüğünü açıklaması istenmiş ve çocuğun düşünce sürecini sorgulamak amacıyla öğrenciye;

- ‘Niçin böyle düşünüyorsun?’,
- ‘Yaptığın işlemlerin ne anlama geldiğini söyleyebilir misin?’,
- ‘Bununla ne demek istediğini bana açıklar mısın?’,
- ‘Problem hakkında ne düşünüyorsun?’,
- ‘Bu sonuca nasıl ulaştın?’
- ‘Bunu başka nasıl çözersin?’

gibi öğrenciyi düşünmeye ve kullandığını açıklamaya yöneltici ve yönlendirici olmayan açık uçlu sorular yöneltilmiştir.

3.5. VERİLERİN ANALİZİ VE YORUMLANMASI

Klinik görüşmeler yoluyla elde edilen verilerin analizi sırasında görüşme kasetlerinin tam çözümlemesi (transcript) yapılmış ve tamamı bilgisayar ortamına aktarılmıştır. Bunun yanı sıra görüşme yapılan öğrencilerin demografik özellikleri belirlenmiş ve analizler sırasında bu özellikler de değerlendirilmiştir. Kaset çözümlemeleri üç aylık sürede yapıldıktan sonra analiz için hazır hale getirilmiştir. Öğrencilerle görüşmeler ve onlara yaptırılan soruları cevaplama etkinlikleri iki aşamada analiz edilmiştir.

Birinci aşamada; araştırmada toplanan verilerin, araştırma problemine ilişkin olarak, neleri söylediği ya da hangi sonuçları ortaya koyduğunu ön plana çıkarmak, yani “ne?(nedir?)” sorusuna yanıt aramak için betimsel analiz kullanılmıştır.

İkinci aşamada ise; toplanan verilerde doğrudan görülemeyen, ancak kavramsal kodlama ve sınıflama yoluyla temaları ve bu temalar arasındaki ilişkileri ortaya çıkarmak, yani “neden” ve “nasıl” sorularına yanıt aramak için içerik analizi kullanılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2000). Betimsel analizde, görüşme yapılan öğrencilerin görüşlerini yansıtmak amacıyla doğrudan alıntılara yer verilmiştir. Bu analizden, elde edilen veriler önce anlaşılır bir biçimde betimlenmiş, daha sonra yapılan bu betimlemeler ışığında yorumlar yapılmıştır.

İçerik analizinde ise; daha önce betimsel analizde özetlenen ve yorumlanan veriler önce kodlarla anlamlı hale getirilmiş, daha sonra da ortaya çıkan kodlara göre veriyi açıklayan temalar saptanmıştır. İçerik analizi herhangi bir yazılı materyal ile, dokümanlardan görüşmelerin çözümlenmesine, medya ürünlerinden bireysel görüşmelere kadar her alanda kullanılmaktadır (Cohen, Manion ve Morisson, 2009).

İçerik analizi, yazılı ve sözlü materyallerin sistemli bir analizidir. İçerik analizi, insanların söyledikleri ve yazdıklarının açık talimatlara göre kodlanarak nicelleştirilmesi-sayılaştırılması süreci olarak tanımlanabilir. Özünde yazılan ve söylenenlerin kategorileşmesi ve ne sıklıkta olduklarını saymak yatar bu yaklaşımda (Simon ve Burstein, 1985, 193; Akt: Balcı, 2010).

BÖLÜM IV

BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde “İlköğretim 3. sınıf öğrencileri toplamsal ve çıkarımsal ifadeler içeren problemleri çözerken tersine çevrilebilirlik prensibini nasıl kullanmaktadırlar, hangi zihinsel süreçlerden geçmektedirler?”, “Standart problemlerin çözümünde hangi kısa yol stratejilerini kullanırlar?” sorularına verilen cevaplardan elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

Çalışmada, öğrencilerin bu işlemler sırasında tersine çevirme prensibinin farkında olup olmadıkları ve stratejiyi kullanıp kullanmadıklarını ve toplama-çıkarma yaparken kullandıkları tersine çevirme stratejilerinin neler olduğunun ortaya çıkarılmasını anlayabilmek için birebir her bir çocuktan elde edilen verilerle zihinsel süreç hakkındaki bulgulara ulaşabilmeyi hedeflemiştir.

Bu zihinsel süreçlerin anlaşılabilmesi için çocuklara “*somut, yarı soyut, sözel, sembolik ve resimli kart problemleri*” olmak üzere 5 farklı tipte sorular sorulmuştur.

Çalışma dört öğrenciyle, her bir öğrenciyi ayrı bir durum olarak ele alarak yapıldığı için her bir durumdan elde edilen bulgular ayrı ayrı verilecektir. Son kısımda ise kullanılan stratejilerin dört öğrenci arasındaki genel dağılımı verilecektir.

4.1. Durum I (Osman)

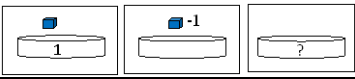

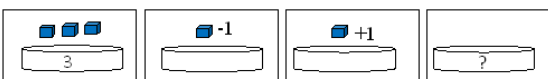
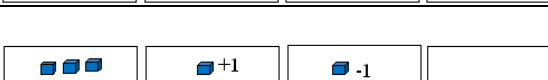

Osman, 2001 Nisan ayı doğumlu, 2009-2010 eğitim öğretim yılı içinde Hakimiyet-i Milliye İlköğretim Okulu'nda okuyan bir 3. sınıf öğrencisidir. Osman, kitap okumayı çok sevmeyen bir öğrenci olduğu için okuduğunu tam anlamakta güçlük çeken dolayısıyla sözel anlatımı da çok başarılı olmayan bir çocuktur. En sevdiği dersin matematik olduğunu belirten Osman, çalışma sırasında biraz sıkılgan tavırlar sergilemiş fakat araştırmacının getirdiği çikolata gibi yiyecekler Osman'ın sıkılgan tavrını ortadan kaldırmaya yardımcı olmuştur.

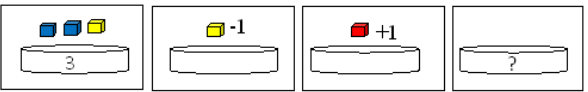
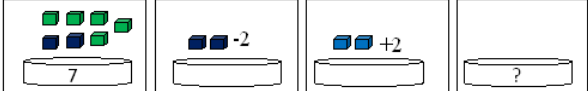

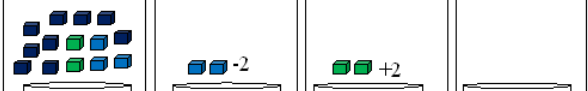
Osman isimli öğrenciye sorulan sorular, öğrencinin çözüm stratejileri ve yapılan beş görüşmeden her birine ait örnekler tablolar halinde verilmiştir.

4.1.1. I. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular

Bu görüşmede, öğrenciye renkli küpler ile somut olarak standart ve tersine çevirme problem tiplerine yönelik sorular sorulmuştur. Öğrencinin verdiği cevaplar ve kullandığı stratejiler kodlanmıştır. Farklı renkteki küplerle yöneltilen sorularda birden fazla çözüm stratejisi kodlanmıştır. Bunun sebebi, öğrencinin sorunun çözümünde kullandığı stratejinin yanı sıra soruyu nitel ya da nicel algılamasını gösteren kodlarının da aynı tabloda verilmesidir. Görüşmede sorulan sorular ve çözümlerin kodlanmış hali Tablo 4.1'de yer almaktadır.

Tablo 4.1: Somut standart/tersine çevirme problem tipine yönelik çözüm stratejileri

SORU	SORU	SORU TİPİ	ÇÖZÜM
1.		STÇPT	SOSA
2.		SSPT	SOSA
3.		STÇPT	SOSA
4.		STÇPT	SOSA
5.		STÇPT	SOSA / NTD

6.		STÇPT	TÇS / NTD
7.		STÇPT	SOSA / NTD
8.		STÇPT	TÇS / NCD
9.		STÇPT	TÇS / NCD

*SSPT: Somut Standart Problem Tipi

**STÇPT: Somut Tersine Çevirme Problem Tipi

***SOSA: Soldan Sağa İşlem Yapma; NCD: Nicel Düşünme; NTD: Nitel Düşünme;

TÇS: Tersine Çevirme Stratejisini Kullanma

Öğrencinin standart tipteki soruları çözerken hep soldan sağa işlem yapma yolunu seçtiği gözlemlenmiştir.

Birinci soruda, öğrenciden bir mavi küpten bir mavi küpü çıkartması istenmiştir. Bu soru ile gözlemlenmek istenen öğrencinin toplama ile çıkarma işlemlerinin birbirinin tersi işlemler olduğunu bilip bilmediği, biliyor ise sorunun çözümü sırasında bunu ifade edip etmediğidir. Birinci soruda çözüm doğrudur, fakat öğrencinin birbirinin tersi işlemlerin farkında olduğu gözlenmemiştir.

Görüşmede kullanılan problemler bir tanesi hariç tüm sorular tersine çevirme stratejisinin kullanılacağı tipte hazırlanmış problemlerdir. Öğrenci, ilk dört sorunun çözümünde soldan sağa işlem (SOSA) yapmayı tercih etmiş geri kalan soruların çözümünde tersine çevirme stratejisini (TÇS) kullandığı görülmüştür.

Üçüncü ve dördüncü soruların ikisinde de öğrencinin kullandığı cümleler arasında *“3’ten 1 çıkarttık 2 kaldı, sonra siz bir tane ekleyin dediğinize göre 2 ile 1’i topladık 3 oldu.”* şeklinde ifadeler rastlanmıştır.¹ Bu da öğrencinin aynı miktarda çokluğun eklenip çıkartılmasının durumu nasıl etkileyeceğini fark edemediği ve belki de alışkanlık gereği soldan sağa işlem yaptığını göstermektedir. Somut problem tipinde yöneltilen dördüncü

¹ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek’de yer alan **Osman, Görüşme I, Soru 3** görüşme diyaloguna bakınız.

sorunun diyalogu incelendiğinde öğrencinin, “*3 ile biri topladım 4 etti. Sonra çıkarın dediniz, 4 ten de 1 i çıkarttum, 3 kaldı.*” şeklinde bir cümle kurması, dördüncü sorunun çözümünde de soldan sağa işlem yaptığını göstermektedir.² Üçüncü ve dördüncü sorulara yönelik öğrencinin verdiği cevaplar ve öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme diyalogunun ilgili kısmı ekte verilmiştir.

Tersine çevirme prensibini kullanması beklenen, somut şekilde renkli küpler kullanılarak sorulan dokuzuncu soruyu yanıtlarken öğrencinin bu stratejiyi (TÇS) kullandığı gözlenmiş ve araştırmacı tarafından yöneltilen sorular yardımı ile öğrencinin neler düşündüğü anlaşılmaya çalışılmıştır. Araştırmacı ve öğrenci arasında geçen diyalog incelendiğinde, öğrencinin tersine çevirme stratejisini (TÇS) kullandığı “*2 sini çıkartıp 2 eklediğimize göre..., yine 14 tane vardı, 2 küp mavi çıkarttum 2 küp yeşil ekledim.*” şeklindeki cümlelerinden anlaşılmaktadır.³ İncelenen araştırmacı notlarında öğrencinin sorunun çözümü sırasında ilk baştaki küplerin sayısını bilmediği, sorunun cevabını söylemeden önce, son olarak küpleri gözleriyle saydığı şeklinde hatırlatmalar görülmüştür. Bu durum da öğrencinin çıkarma ya da toplama işlemi yapmadığını kanıtlamaktadır. Öğrencinin toplama ya da çıkarma şeklinde bir işlem yapabilmesi için öncelikle ilk başta verilen küp sayısını biliyor olması gerekmektedir. Araştırmacının gözlemi sonucu ortaya çıkan, öğrencinin tüm küpleri en son sayması ve sorunun öğrenci tarafından çok kısa sürede cevaplanması, öğrencinin bu prensibi (TÇS) kullandığını göstermektedir.

² Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek’de yer alan **Osman, Görüşme I, Soru 4** görüşme diyaloguna bakınız.

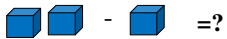

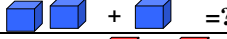







³ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek’de yer alan **Osman, Görüşme I, Soru 9** görüşme diyaloguna bakınız.

4.1.2. II. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular

Bu görüşmede, yarı soyut problem tiplerinde (YSPT) hazırlanan soruların yarı soyut standart problem tipine ait (YSSPT) öğrenci çözüm stratejileri verilmiştir. Yarı soyut problem tipinde sorulan sorular, birinci görüşmede renkli küplerle yöneltilen soruların kâğıda aktarılarak bir çalışma kâğıdı oluşturulması şeklinde hazırlanmıştır. Soruların yarı soyut tipte hazırlanması ile öğrencinin, somut standart problem tipinde (SSPT) hazırlanmış renkli küplerle sorulan soruları cevaplarırken kullandığı stratejileri, sorular yarı soyut bir şekilde yine renkli küp şekilleri kullanılarak kâğıt üzerinde yöneltildiğinde de kullanıp kullanmadığını görebilmeyi amaçlamaktadır.

Araştırmacı, öğrenciye verdiği çalışma kâğıdındaki soruların çözülmesi için yeterli süreyi verdikten sonra (10- 15 dk) çözümleri değerlendirmiştir. Araştırmacı, öğrenci tarafından soruların çözülmesi esnasında, öğrenciden sesli düşünmesini istemiş ve gerekli görülen sorularla, bütün çözümler hakkında açıklamalar istenmiştir. Bu açıklamaların hepsi kayıt altına alınmıştır. Öğrenciye yöneltilen sorular ve çözümleri kodlarıyla birlikte Tablo 4.2’de verilmiştir.

Tablo 4.2: Yarı soyut standart problem tipine yönelik çözüm stratejileri

SORU	SORU	SORU TİPİ	ÇÖZÜM
1.	 =?	YSSPT	SOSA
2.	 =?	YSSPT	SOSA
3.	 =?	YSSPT	SOSA
4.	 =?	YSSPT	SOSA
5.	 =?	YSSPT	SOSA
6.	 =?	YSSPT	SOSA
7.	 =?	YSSPT	SOSA
8.	 =?	YSSPT	SOSA
9.	 =?	YSSPT	SOSA
10.	 =?	YSSPT	SOSA

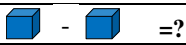
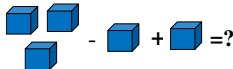
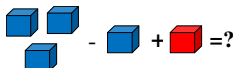
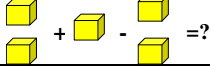
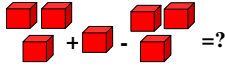
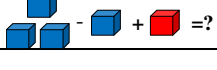
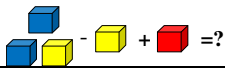

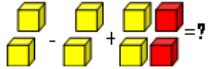
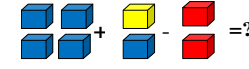
*YSSPT: Yarı Soyut Standart Problem Tipi

**SOSA: Soldan Sağa İşlem Yapma

Kontrol amaçlı standart tipte yöneltilen tüm soruların çözümünde öğrenci soldan sağa işlem yapmayı tercih etmiştir.

Tablo 4.3’de, yarı soyut problem tiplerinde (YSPT) hazırlanan soruların yarı soyut tersine çevirme problem tipi (YSTÇPT) örnekleri verilmiştir. Bu görüşmede, soruların yarı soyut tipte hazırlanması, öğrencinin, somut tersine çevirme problem tipinde (STÇPT) hazırlanmış renkli küplerle sorulan soruları cevaplarırken kullandığı stratejileri, sorular yarı soyut bir şekilde yine renkli küp şekilleri kullanılarak kâğıt üzerinde yöneltildiğinde de kullanıp kullanmadığını görebilmeyi amaçlamaktadır. Yarı soyut problem tipinde sorulan sorular, birinci görüşmede renkli küplerle yöneltilen soruların kâğıda aktarılarak bir çalışma kâğıdı oluşturulması şeklinde hazırlanmıştır. Sorularda kullanılan çözüm stratejilerinin anlaşılabilmesi için öğrenciden, araştırmacı tarafından belirlenen bazı soruların çözümlerinin anlatılması istenmiştir. Bu soru tipleri ve çözümlerinin kodlanmış halleri Tablo 4.3’de verilmiştir.

Tablo 4.3: Yarı soyut tersine çevirme problem tipine yönelik çözüm stratejileri

SORU	SORU	SORU TİPİ	ÇÖZÜM
1.	 =?	YSTÇPT	SOSA
2.	 =?	YSTÇPT	SOSA
3.	 =?	YSTÇPT	TÇS / NCD
4.	 =?	YSTÇPT	SOSA
5.	 =?	YSTÇPT	SOSA
6.	 =?	YSTÇPT	TÇS / NCD
7.	 =?	YSTÇPT	TÇS / NCD
8.	 =?	YSTÇPT	TÇS
9.	 =?	YSTÇPT	ÇZYK
10.	 =?	YSTÇPT	TÇS / NCD

*YSTÇPT: Yarı Soyut Tersine Çevirme Problem Tipi. **SOSA: Soldan Sağa İşlem Yapma.




***NCD: Nicel Düşünme; TÇS: Tersine Çevirme Stratejisini Kullanma.

Öğrencinin, somut olarak küplerle yöneltilen sorulara oranla yarı soyut olarak sorulan sorularda nicel algılamasının fazla olduğu Tablo 4.3’de görülmektedir. Kâğıt üzerinde sorulduğunda öğrencinin soruları nicel olarak algıladığı daha açık şekilde görülmektedir.⁴ Farklı renkteki küplerle sorulan altı sorunun altısının da renkleri öğrenci tarafından önemsenmemiş ve sayısal hesaplama yapıldıktan sonra ilk kısımdaki küpler hangi renkte ise o renk kullanılarak küpler cevap kâğıdına çizilmiştir.

Öğrenci, yarı soyut olarak yöneltilen sekizinci sorunun çözümünde tersine çevirme stratejisini kullandığını görülmüştür. Araştırmacı tarafından öğrenciye işlem yapıp yapmadığı sorulduğunda işlem yapma gereği duymadığını, bu yolu kullanmanın daha kolay olduğunu belirtmesi bu bulguyu desteklemektedir. “*2 tane eklemiştir, 2 tane çıkarmıştır.*” şeklinde kurduğu cümle de öğrencinin tersine çevirme prensibinin farkında olduğunu göstermektedir. Bu bulguya yönelik Osman isimli öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme diyalogu aşağıda verilmiştir:

Öğrenci: Osman

Görüşme: 2

Soru:  +  -  =?

Ö: Bu soruyu anlatır mısın nasıl yaptığını?

O: 3 küp ile 2 küpü toplayıp, 2 küp çıkarttığımız da 3 küp eder.

Ö: Peki Osman bunu düşünüürken bir işlem yaptın mı?

O: **Yapmadım.**

Ö: Ne oldu da bildin sorunun cevabını?

O: Küplere bakarak.

Ö: Küplere baktın, sayısını mı anladın?

O: Evet.

Ö: Tamam. Yani bir toplama çıkartma işlemi yaptın mı yapmadın mı kafanda?

O: Hayır.

...

Ö: Yapmadın. Toplama işlemi yapmadın yani. Peki cevabı nasıl bulabildin bu işlemi yapmadan?

⁴ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek’de yer alan **Osman, Görüşme II, Soru 4** görüşme diyaloguna bakınız.

O: Takip ederek küpleri.

Ö: Küpleri takip ettin. Sonra sözel olarak anlatır mısın bana? Acaba bir şey dikkatini çekecek mi? 3 mavi küp artı 2 mavi küp eksi 2 mavi küp. Değil mi? Kaç tane eklemişim? Kaç tane çıkarmışım?

O: 2 tane eklemişiz, 2 tane çıkarmışız.

Ö: Peki bu durumda soruların cevabını bulmak kolay mı zor mu?

O: Kolay.

Ö: Neden?

O: Çünkü 3 mavi küpe 2 mavi küp eklersek, 2 mavi küpü çıkartırsak 3 mavi küpü sonucu buluruz. Yani baştaki söylediğimiz sonucu buluruz.

...

4.1.3. III. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular

Bu görüşmede sorular, öğrenciye, araştırmacı tarafından hazırlanmış arkalarında tersine çevirme problemlerinin yazılı olduğu resimli kartlarla sorulmuştur. Bu görüşme türünde öğrenciden üç adet resimli kart seçmesi, resmi incelemesi ve sonra kartın arkasındaki soruyu cevaplaması istenmiştir. Aşağıdaki tablo bize görüşmede sorulan sorular ve çözümlerin kodları konusunda fikir vermektedir.

Tablo 4.4: Resimli kartlarla sorulan standart/tersine çevirme problem tipine yönelik çözüm stratejileri

SORU	SORU	ÇÖZÜM
1.	<i>Büyükanne ve büyükbaba Og alışverişe çıkıp, manavdan 5 elma, 2 muz, 1 tane de mandalina aldılar. Eve gelen meyvelerin 2 tanesini Zog afiyetle yedi. Büyükanne ve büyükbabanın dolabında kaç tane meyve kaldı?</i> ($5+2+1-2=?$)	SOSA
2.	<i>Zog'un bütün arkadaşları doğum günü partisine gelmiş, parti çok eğlenceli geçmişti. Partiden sonra etrafın toparlanması, bulaşıkların yıkanması gerekiyordu. Zog, kirli tabakları saydı, tam 15 taneydi. Bayan Og tabakların 15'ini yıkadıktan sonra, Zog 5 kirli tabak daha getirdi. Zog, yıkanması gereken kaç kirli tabak olduğunu hesapladı. Sence bulduğu sonuç ne?</i> ($15-15+5=?$)	ÇZHT
3.	<i>7 yaşına giren Zog'un doğum günü partisi için tüm aile hazırlıklara başlamış. Bayan Og, parti için 20 tane küçük kek, büyükanne ise tam 10 tane küçük kek pişirmiş. Fakat yaramaz Dino, 10 tane küçük keki kimse görmeden mideye indirmiş. Zog parti için kaç keki kaldığını bulamıyor. Ona yardım eder misin?</i> ($20+10-10=?$)	SOSA

*SOSA: Soldan Sağa İşlem Yapma.

**ÇZHT: Çözüm Hatalı.

Bu görüşmede öğrenci, yöneltilen üç sorudan ikisini soldan sağa işlem yapma (SOSA) yolunu tercih etmiş, bir soruda ise hatalı çözüm (ÇZHT) yapmıştır.

($5+2+1-2=?$) şeklinde yöneltilen soruyu soldan sağa işlem yaparak yanıtlamıştır. Araştırmacının yönlendirici sorularına rağmen öğrencinin zihninden bile olsa işlem yapmakta ısrarcı olduğu görülmüştür.⁵

⁵ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek'de yer alan **Osman, Görüşme III, Soru 1** görüşme diyaloguna bakınız.

Sembolik olarak $(15-15+5)$ şeklinde ifade edilmesi gereken resimli kartlarla sorulan tersine çevirme problem tipindeki (RKTÇPT) sorunun sorulması ile gözlemlenmek istenen davranış, işlem sırasını gösteren stratejilerden çok tersine çevirme stratejisinin (TÇS) farkında olan öğrencinin kısa yolu kullanarak çok kısa süre içinde sonuca ulaşmış ve ulaşmadığıdır. Bu tipte hazırlanmış soruların çözümünde öğrencinin işlem yapmadan çözüme ulaşması, çözüme ulaşırken farklı kısa yollardan (shortcut) faydalanması, tersine çevirme stratejisinin (TÇS) öğrenci tarafından kullanıldığını göstermektedir.

Bu soru tipi için, öğrenci cevabı incelendiğinde öğrencinin hatalı çözüm (ÇZHT) yaptığı görülmüştür. Öğrenci, problemin sembolik şeklini zihninde $(15+15+5)$ şeklinde tasarlamış ve zihninde tasarladığı bu şekle göre işlem yapma yolunu tercih etmiştir. Hatalı çözüm yaparken bile öğrencinin işlem sırası kuralını bozmadığı, işlem yaparken kâğıt, kalem kullanmakta ısrarcı olduğu gözlenmiştir. Bu bulguya yönelik Osman isimli öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme diyalogu aşağıda verilmiştir:

Öğrenci: Osman

Görüşme: 3

Soru: Zog'un bütün arkadaşları doğum günü partisine gelmiş, parti çok eğlenceli geçmişti. Partiden sonra etrafın toparlanması, bulaşıkların yıkanması gerekiyordu. Zog, kirli tabakları saydı, tam 15 taneydi. Bayan Og tabakların 15'ini yıkadıktan sonra, Zog 5 kirli tabak daha getirdi. Zog, yıkanması gereken kaç kirli tabak olduğunu hesapladı. Sence bulduğu sonuç ne?

...

Ö: Şimdi Zog, 15 tane kirli tabak getirmiş. Şimdi 15 çıkartırız, kirli tabaklar bitti. $(15-15=0)$ işlemini yapıyor.) En sonunda da 5 kirli tabak getirmiş. Yani kaç kirli tabak olduğunu hesaplamış. 15 ile 15 i toplarız, 30. 30 ile de 5 i toplarız, 35. $(15+15+5)$ işlemini yapıyor.)

Ö: 30 u nereden buldun?

O: 30 u 15 ile 15 i toplayarak buldum.

Ö: Neden?

O: Çünkü 15 tane getirip 15 ini yıkamış. Ondan buldum. Yani 15...

Ö: Tekrar okumak ister misin soruyu içinden?

...

O: Yanlış yaptık. 5 i yıkanmış, 0 olmuş. 15 ile de 5 i toplayacağız. $(15 + 5 = 20)$ işlemini yapıyor.)

Ö: *Neden 15 ile 5 i topladık?*

O: *Çünkü 15 tabak yıkadığına göre 15 tane de kirli tabak getirmiş, 15 ini de yıkamış. Bir tane 15 ile 5 i toplayacağız.*

Sembolik olarak sorulduğunda ($20+10-10$) kullanılan strateji ile resimli kartların arkasına hazırlanan problemler şeklinde sorulduğunda öğrencinin kullandığı stratejinin birbiri ile paralellik gösterip göstermediğini gözlemek amacı ile hazırlanan resimli kartlarla sorulan tersine çevirme problem tipindeki (RKTÇPT) soruya öğrencinin verdiği cevap aşağıda verilmiştir. Öğrencinin bu sorunun çözümünde soldan sağa (SOSA) işlem yapma stratejisini kullandığı görülmüştür. Araştırmacının ***“Peki diyelim ki elimizde kâğdımız kalemimiz yok. Ne yapardık bu soruyu görünce çözebilir miydik acaba? Nasıl düşünürdük? Hiç toplama ya da çıkarma işlemi yapmadan çözebilir miydik acaba ben bu problemi?”*** şeklindeki, öğrencinin kullandığı strateji ile ilgili zihninden geçenleri öğrenebilmek amacıyla sorduğu sorulara ***“Bayan Og 20 tane küçük kek pişirdiğine göre, 10 ile toplarız 30, 30 dan da 10 u çıkartırız, 20... Şimdi aklımızda 20 vardı, 20 ile 10 u toplardık...”*** gibi cevaplar vererek, öğrenci tersine çevirme stratejisini (TÇS) kullanmak yerine alışık olduğu şekilde soldan sağa (SOSA) işlem yapma yolunu tercih ettiği görülmüştür. Araştırmacının, görüşme sırasında gözlemlediği bir diğer öğrenci davranışı ise, öğrencinin zihinden bile olsa soldan sağa işlem yapma yoluna gittiği, soru sembolik ifade olarak verilmediğinde işlemin bütünü görmekte zorluk çektiğidir.⁶

⁶ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek’de yer alan **Osman, Görüşme III, Soru 3** görüşme diyaloguna bakınız.

4.1.4. IV. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular

Öğrenciye yöneltilen sembolik standart ve sembolik tersine çevirme problem tiplerine yönelik sorularda problemler tamamen rakamlar kullanılarak sorulmuştur.

Öğrencinin sembolik tipte karşısına çıkan tersine çevirme prensibini kullanmayı gerektirecek işlemleri yaparken neler düşündüğünü görebilmek amacıyla hazırlanan soruların ilk dokuzu, sembolik standart problem tipinde (SESPT), diğer dokuzu ise sembolik tersine çevirme problem tipindedir (SETÇPT). Tablo 4.5’de bu soru tipleri ve çözümlerinin kodlanmış halleri görülebilmektedir.

Tablo 4.5: Sembolik standart/tersine çevirme problem tipine yönelik çözüm stratejileri

SORU	SORU	SORU TİPİ	ÇÖZÜM	SORU	SORU	SORU TİPİ	ÇÖZÜM
1	$25+25=?$	SESPT	SOSA	10	$25-25=?$	SETÇPT	ÇZHT
2	$3+2+2=?$	SESPT	SASO	11	$3+2-2=?$	SETÇPT	SOSA
3	$8+5+5=?$	SESPT	SASO	12	$8+5-5=?$	SETÇPT	SOSA
4	$11+2+11=?$	SESPT	ÖSÖS	13	$11+2-11=?$	SETÇPT	TÇS
5	$7-5+7=?$	SESPT	ÇZHT	14	$7+5-7=?$	SETÇPT	SOSA
6	$6-1+6=?$	SESPT	SOSA	15	$6+1-6=?$	SETÇPT	TÇS
7	$14-5-5=?$	SESPT	SOSA	16	$14-5+5=?$	SETÇPT	SOSA
8	$20+0+20=?$	SESPT	ÖSÖS	17	$20-0-20=?$	SETÇPT	TÇS
9	$125+58+58=?$	SESPT	SASO	18	$125+58-58=?$	SETÇPT	TÇS

***SESPT**: Sembolik Standart Problem Tipi

** **SETÇPT**: Sembolik Tersine Çevirme Problem Tipi

*****SOSA**: Soldan Sağa İşlem Yapma; **SASO**: Sağdan Sola İşlem Yapma

******ÇZHT**: Çözüm Hatalı; **ÖSÖS**: Özdeş Sayı Önceliği Stratejisi

***** **TÇS**: Tersine Çevirme Stratejisini Kullanma

Öğrencinin sorulara verdiği cevaplar incelendiğinde, standart tipte sorulan ilk dokuz sorudan beş tanesini çözerken soldan sağa işlem yapma (SOSA) yolunu tercih ettiği görülmüştür. Bu durumun sebebinin öğrencilerde alışkanlık haline gelmiş olan soldan sağa işlem yapma davranışı olduğu söylenebilir. Fakat ikinci ($3+2+2$) ve üçüncü ($8+5+5$) sorularda öğrencinin sağdan sola (SASO) işlem yapma yolunu tercih ettiği görülmüştür,

öğrenciye yöneltilen soruya, **“Benim yolum daha iyi, daha kolay.”** şeklinde cevap alınmıştır. Ayrıca öğrencinin her iki tipteki işlemleri yaparken en basit işlemlerde bile parmaklarını kullanarak sayma yaptığı araştırmacı tarafından gözlemlenmiştir.

Öğrencinin, tersine çevirme stratejisinin (TÇS) kullanılması beklenen dokuz sorudan dört tanesinin çözümünde soldan sağa (SOSA) işlem yapma yolunu tercih ettiği, bir tanesinin çözümünde yanlış çözüm (ÇZHT) yaptığı, geri kalan dört soruda tersine çevirme stratejisini (TÇS) kullanarak işlem yaptığı gözlemlenmiştir. Tersine çevirme stratejisini kullanarak yaptığı dört sorudan biri ($125+58-58$) dir. Öğrencinin bu stratejiyi kullanmasının sebebinin, bu işlemin soldan sağa yapıldığında yüksek rakamlarla toplama yapmayı gerektirmesi ve öğrencinin kolay yolu tercih etmek istemesi olduğu düşünülmektedir.

Sorunun çözümüne ilişkin, öğrenci zihninden geçenleri anlayabilmek adına araştırmacı tarafından yöneltilen **“Yaptığın bu işlemde sana ilginç gelen bir şey var mı?”** sorusuna **“Bulduğumuz sonuç ilk baştaki ile aynı”, “Aynı sonuç çıkacağını bildiğim için işlem yapmasam daha iyi.”** şeklinde cevaplar vermiştir. Bu cevaplar, öğrencinin, eklenen ve çıkarılan çoklukların aynı olması durumunda sayıda bir değişiklik olmadığını farkında olduğunu, yaptığı işlemlerde kısa yolları kullanıldığını göstermektedir.⁷

Sembolik tipte hazırlanıp öğrenciye yöneltilen ($6+1-6$) sorusuna verilen öğrenci cevabı incelendiğinde, öğrencinin bu sorunun çözümünde kısa yolları kullanmayarak, işlem yapmayı tercih ettiği görülmesine rağmen araştırmacının yönelttiği sorular tersine çevirme stratejisinin (TÇS) kullanıldığını açığa çıkartmaktadır. Öğrencinin cevabı hemen söylemesi, diğer soruların çözümünde yaptığı gibi parmakları ile sayarak yapmaması, araştırmacının öğrenciye, çözümü açıklamaya yönelik bir takım sorular sormasına sebep olmuştur. Öğrencinin **“Kafamdan yaptım.”** şeklindeki cevabına karşılık, araştırmacı **“Kafandan yaparken ne düşündün?”** sorusunu yöneltmiş **“Şimdi 6 ile 6’yı çıkartırım, 0. 1 daha eklerim...”** yanıtını almıştır. Birinci ve üçüncü terimin birbirinin aynı sayılar olduğunu farkında olması ve bu büyüklükleri kısa yol kullanarak birbirinden çıkartması tersine çevirme stratejisini (TÇS) kullandığını göstermektedir. Bu bulguya yönelik diyalog aşağıda verilmiştir:

⁷ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek’de yer alan **Osman, Görüşme IV, Soru 18** görüşme diyaloguna bakınız.

Öğrenci: Osman

Görüşme: 4

Soru: $6+1-6=?$

O: 6 dan 1 toplayıp, 6 çıkarttım mı 1 kalır.

Ö: Onu nasıl yaptın hemen? İşlem yapmadın mı?

O: Yaptım.

Ö: Nasıl? Ne düşündün? Hemen söyledin. Diğerlerini böyle parmaklarınla saydın

O: Evet.

Ö: Bunu saymadın, Neden?

O: Kafamdan yaptım.

Ö: Kafandan yaparken ne düşündün?

O: **Şimdi 6 ile 6'yı çıkartırım, 0.**

1 daha eklerim...

Ö: Öyle mi? Nasıl? Bir daha kağıdın üzerinde göster.

O: 6'dan 6'yı çıkartırım, 0. 1 eklerim, 1. (Çalışma kağıdının köşesinde işlemi gösteriyor.)

...

($11+2-11$) şeklinde ifade edilen sembolik tersine çevirme problem tipindeki (SETÇPT) sorunun çözümü incelendiğinde, öğrencinin ilk bakışta sorunun tümünü görebilmek yerine işlem sırasını takip etmeyi tercih ettiği görülmüştür. Diyalogun devamında öğrenci tarafından kurulan “**Çünkü ortadaki sayı çıktı... Çünkü 11'den 11 çıkarttığımızda, 0 , 2 ile topladığımızda 2 oluyor.**” şeklindeki cümleler, tersine çevirme stratejisinin (TÇS) farkında olduğunun göstergesidir.⁸

⁸ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek'de yer alan **Osman, Görüşme IV, Soru 13** görüşme diyaloguna bakınız.

4.1.5. V. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular

Beşinci görüşmede, öğrenciye yöneltilen sorular sözel tipte hazırlanmış ve sözel olarak sorulmuştur. Öğrenciye soruları sorarken ve öğrenci soruları cevaplarırken kâğıt, kalem kullanılmamıştır. On sorudan sadece iki tanesi standart tipte hazırlanmış ve öğrenciye yöneltilmiştir. Tersine çevirme stratejisinin kullanılması beklenen dokuz sorudan sadece bir tanesi öğrenci tarafından bu strateji kullanılarak çözümlenmiştir. Soruların üç tanesine soldan sağa (SOSA), iki tanesine de sağdan sola (SASO) çözüm stratejisi kullanarak cevap verilmiştir. İki sorunun çözümü de hatalıdır (ÇZHT). Bu bilgilerle ilgili ayrıntılı sorular ve çözümleri Tablo 4.6’da gösterilmiştir.

Tablo 4.6: Sözel standart/tersine çevirme problem tipine yönelik çözüm stratejileri

SORU	SORU	SORU TİPİ	KOD
1	<i>Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 2 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?</i>	SÖSPT(5+3-2)	SOSA
2	<i>Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 4 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?</i>	SÖTÇPT(5+3-3)	SASO
3	<i>Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 3 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?</i>	SÖSPT(5+3-4)	SOSA
4	<i>Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 5 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?</i>	SÖTÇPT(5+3-5)	TÇS
5	<i>Elimde birkaç tane bilyem var. Bu bilyelere 3 bilye ekledim, 3 bilye çıkarttum. Elimde kaç bilyem kaldı?</i>	SÖTÇPT(?+3-3)	ÇZHT
6	<i>Ali Baba'nın çiftliğinde 10 tane ördek, 18 tane de tavuk vardı. Çiftlikteki hayvanların 18 tanesi öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde kaç hayvan kaldı?</i>	SÖTÇPT(10+18-18)	SOSA
7	<i>Ali Baba'nın çiftliğinde 10 tane ördek, 18 tane de tavuk vardı. Çiftlikteki hayvanların 10 tanesi öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde kaç hayvan kaldı?</i>	SÖTÇPT(10+18-10)	SASO
8	<i>Ali Baba'nın çiftliğinde birçok hayvan vardı. Çiftlikteki hayvanlara 18 tane horoz eklendi. Daha sonra 18 tane horoz hastalanıp öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde ne kadar hayvan kaldı?</i>	SÖTÇPT(?+18-18)	ÇZHT

*SÖSPT: Sözel Standart Problem Tipi; SÖTÇPT: Sözel Tersine Çevirme Problem Tipi

** SOSA: Soldan Sağa İşlem Yapma; SASO: Sağdan Sola İşlem Yapma

*** ÇZHT: Çözüm Hatalı; TÇS: Tersine Çevirme Stratejisini Kullanma

Bu görüşmede öğrenciye hatalı çözüm yaptığı beşinci ve onuncu sorularda; *“Elimde birkaç tane bilyem var. Bu bilyelere 3 bilye ekledim, 3 bilye çıkarttım. Elimde kaç bilyem kaldı?”*, *“Ali Baba’nın çiftliğinde birçok hayvan vardı. Çiftlikteki hayvanlara 18 tane horoz eklendi. Daha sonra 18 tane horoz hastalanıp öldü. Ali Baba’nın çiftliğinde ne kadar hayvan kaldı?”* soruları yöneltilmiştir. Yöneltilen bu sorularla, öğrencinin belli bir çokluğa aynı miktarda çokluğun eklenip aynı miktarda çokluğun çıkarılmasının durumu değiştirmediyini fark etmesi beklenmiştir. Fakat bu iki soruda da öğrenci hatalı çözüm yapmış, kendince çözüm yolları üretmeye çalışmış, her iki soruda da verilen sayıları toplayıp sonuca ulaşacağını düşünmüştür. Araştırmacı tarafından farkına vardırma amaçlı bir takım sorulara *“Bu sorunun cevabını söylemem için mutlaka bir rakam söylemem gerekiyor.”* şeklinde cevaplar vermiştir. Bu cevaplar da öğrencinin bir takım alışkanlıklarından ve kalıplaşmış düşünce ve davranışlarından kurtulamadığını göstermektedir.⁹

Sembolik olarak (?+18-18) ve (?+3-3) şeklinde ifade edilmesi gereken sözel tersine çevirme problem tipinde (SÖTÇPT) hazırlanan iki farklı problem sözel olarak, öğrenciye yöneltilmiştir. Görüşme sırasında, öğrenciden eklenen ve çıkarılan aynı miktarın durumu değiştirmediyini ifade etmesi beklenmiş ve araştırmacı tarafından buna yönelik sorular sorulmuştur. Bu tipte yöneltilen iki soruda da öğrencinin hatalı çözüm (ÇZHT) yaptığı görülmüştür. Bu durumun öğrencinin, soruyu çözerken bir işlem yapması gerektiği ve sonunda sayısal bir ifade belirtmesi gerektiğini düşünmesinden kaynaklandığı sanılmaktadır. Öğrenci iki sorunun çözümünde de kendince çözüm yolları üretmeye çalışmış, toplama ve çarpma işlemlerini kullanarak sonuca ulaşabileceğini düşünmüştür.¹⁰

Öğrenci, sözel tersine çevirme problem tipinde (SÖTÇPT) yöneltilen sorulardan sadece bir tanesinin çözümünde tersine çevirme stratejisini (TÇS) kullanmıştır. Tüm diyaloglar ve araştırmacının bu diyaloglar sırasında aldığı notlar incelendiğinde öğrencinin sorular sözel olarak yöneltildiğinde soldan sağa işlem (SOSA) yapmayı düşündüğü görülmüştür. Bu durumun, öğrencinin soruyu bir bütün olarak görmesine engel olduğu, soru yöneltildiği sırada, araştırmacının soruyu tamamlamasını beklemeden, belki de hızlı cevap

⁹ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek’de yer alan **Osman, Görüşme V, Soru 5** görüşme diyaloguna bakınız.

¹⁰ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek’de yer alan **Osman, Görüşme V, Soru 10** görüşme diyaloguna bakınız.

verebilmek için zihninden sırayla işlem yapma yolunu tercih etmesinden kaynaklandığı düşünülmektedir.

Öğrencinin tersine çevirme stratejisini (TÇS) kullandığı tek soru olan dördüncü soruya verdiği cevap aşağıdaki diyalogda verilmiştir. Araştırmacının sorduğu **“Bu sefer toplama çıkarma yapmadın galiba?”** şeklindeki soruya **“Yapmadım.”** diye cevap vermesi, soruyu çok hızlı bir şekilde cevaplaması ve **“Çünkü 5 bilye arkadaşına verdiği göre...İlk başta 5 bilyesi vardı, 5 ten 5 çıkartırız 0. 3 de ekleriz.”** şeklindeki cümleleri bu soru için Tersine Çevirme Stratejisinin (TÇS) öğrenci tarafından kullanıldığını göstermektedir.¹¹

¹¹ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek'de yer alan **Osman, Görüşme V, Soru 4** görüşme diyaloguna bakınız.

4.2. Durum II (Nilay)

Nilay, 2001 Mayıs ayı doğumlu, 2009-2010 eğitim öğretim yılı içinde Hâkimiyet-i Milliye İlköğretim Okulu'nda okuyan bir 3. sınıf öğrencisidir. Nilay, sosyal anlatımı çok başarılı, kendini rahatlıkla ifade edebilen, dışa dönük bir çocuktur. Bu özelliği ile araştırmacıya, klinik görüşmeler sırasında kolaylıklar sağlamıştır. Görüşmeler sırasında Nilay, en sevdiği dersin matematik olduğunu belirtmiştir. Nilay, yardımsever ve çok sorumluluk sahibi bir öğrenci olmasının yanı sıra çok da hırslı bir öğrencidir. Öğretmeni, Nilay'ın başarılı olmayı çok seven bir çocuk olduğunu, düşük not alınca çok hırslandığını dolayısıyla bunun öğrencide bir baskı unsuru oluşturduğunu belirtmiştir.

Nilay isimli öğrenciye sorulan sorular, öğrencinin çözüm stratejileri ve yapılan beş görüşmeden her birine ait örnekler tablolar halinde verilmiştir.

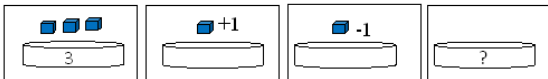

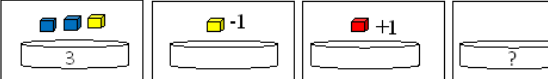
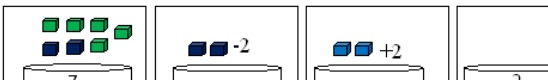
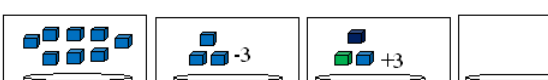

4.2.1. I. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular

Tablo 4.7'de, birinci görüşmede öğrenciye, araştırmacı tarafından renkli küpler ile somut olarak yöneltilen standart ve tersine çevirme problem tiplerine yönelik öğrencinin verdiği cevaplar ve çözüm stratejileri yer almaktadır.

Bu görüşmede, öğrenci standart tipte yöneltilen birinci ve üçüncü soruları doğru yanıtlamış ve öğrencinin standart tipteki soruları çözerken hep soldan sağa işlem (SOSA) yapma yolunu seçtiği gözlemlenmiştir. Öğrencinin her iki tipteki sorunun çözümünde de başarılı olduğu ancak, birinci sorunun işlemini yaparken toplama ve çıkarma işlemlerinin birbirinin tersi işlemler olduğunun farkında olmadığı görülmüştür. Bu bulgularla ilgili ayrıntılı sorular ve çözümleri Tablo 4.7'de gösterilmiştir.

Tablo 4.7: Somut standart/tersine çevirme problem tipine yönelik çözüm stratejileri

SORU	SORU	SORU TİPİ	ÇÖZÜM
1.		STÇPT	SOSA
2.		SSPT	SOSA
3.		STÇPT	TÇS

4.		STÇPT	TÇS
5.		STÇPT	TÇS / NTD
6.		STÇPT	TÇS / NTD
7.		STÇPT	SOSA / NTD
8.		STÇPT	TÇS / NTD
9.		STÇPT	SOSA / NTD

***SSPT**: Somut Standart Problem Tipi; **STÇPT**: Somut Tersine Çevirme Problem Tipi

****SOSA**: Soldan Sağa İşlem Yapma; **TÇS**: Tersine Çevirme Stratejisini Kullanma

*****NTD**: Nitel Düşünme

Öğrencinin tersine çevirme stratejisini (TÇS) kullanıp kullanmadığının görülebilmesini amaçlayan somut tersine çevirme problem tipinde (STÇPT) hazırlanmış ve renkli küplerle öğrenciye yöneltilmiş sorulardan sekiz sorunun yedisinin çözümünde Tersine Çevirme Stratejisini (TÇS) kullandığı görülmüştür.

Öğrenci Tablo 4.7’de yer alan altıncı sorunun çözümünde Tersine Çevirme Stratejisini (TÇS) kullanmıştır. Araştırmacı tarafından belirlenen ipucu oluşturabilecek cümleler diyalog içinde bulunmuş ve koyu harflerle belirtilmiştir. **“Sarı küpü çıkarttım kırmızı küp ekledim. İki tane mavi küp bir tane de kırmızı küp var burada yani sayılarım yine aynı oldu. Sadece renk değişti... Yine 3 oldu... Çünkü hem çıkarttınız, hem de gerisine bir tane daha ekleyin demiştiniz, yine aynı sonuç çıktı... Yani, bir çıkarttınız sonra yine topladınız aynı sayı oldu... Yine 3 arkadaştı...”** bunlara birkaç örnektir. Bu bulguya yönelik Nilay isimli öğrenci ile gerçekleştirilen diyalog aşağıda verilmiştir:

Öğrenci: Nilay

Görüşme: 1

Soru: 8

Ö:Şimdi Nilay, bana 2 tane mavi küp bir tane de sarı küp al bakalım ortaya.(yönergeleri uyguluyor)Eveet...şimdi elindeki küplerden bir tane sarı küpü çıkart.

N:Çıkarttum.

Ö:Bir tane sarı küpün yerine,bir tane kırmızı küp ekle bakalım.

N:Nasıl anlamadım dediğinizi.

Ö:Şimdi bir daha veriyorum yönergeyi. İki tane mavi bir tane sarı küpün var,şimdi bir tane sarı küpü çıkart,bir tane kırmızı küp ekle, ne oldu bana anlat bakalım.

N:Şimdi benim 3 ayyy...2 tane mavi küpüm bir tane sarı küpüm vardı,o sarı küpü çıkarttum,sarı küpü çıkarttum kırmızı küp ekledim.İki tane mavi küp bir tane de kırmızı küp var burada yani sayılarım yine aynı oldu.Sadece renk değişti.

Ö:Hmm...Çıkarttum aldım bir daha...aynı sayıyı çıkarttum aldım.Tamam.

Şimdi Nilaycığım onları bırak bakalım böyle, şimdi diğer küplerimize geçelim.

(3-1+1) işlemini temsil edecek şekilde küplerle yöneltilen somut tersine çevirme problem tipinde (STÇPT) hazırlanmış sorunun çözümünde öğrencinin tersine çevirme stratejisini (TÇS) kullandığı gözlenmiştir. Öğrencinin, araştırmacı tarafından yöneltilen yönlendirici sorulara verdiği cevaplar sırasında kullandığı cümleler bu stratejinin farkında olduğunun kanıtıdır.

Araştırmacı ile öğrenci arasında geçen diyalogdaki, **“Yine 3 oldu... Çünkü hem çıkarttınız, hem de gerisine bir tane daha ekleyin demiştiniz, yine aynı sonuç çıktı... Yani, bir çıkarttırdınız sonra yine topladınız aynı sayı oldu.”** şeklindeki cümleler bu bulguyu destekleyici yöndedir.¹²

Kullanılan küp sayısı fazlalaştığında ve küplerin renk çeşitleri artırıldığında ortaya çıkan çözüm stratejilerini gözlemleyebilmek amacıyla somut tipte hazırlanan tersine çevirme probleminde öğrenciden çıkarılan üç mavi küp yerine farklı renklerden oluşan üç tane küp eklemesi istenmiştir. Öğrenci bu sorudaki tersine çevirme prensibine yönelik soruyu, öğrenci çözümlerinde daha sık görülen ve zihinsel süreçlerin daha karmaşık işlediği nitel boyutu ile

¹² Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek’de yer alan **Nilay, Görüşme I, Soru 5** görüşme diyaloğuna bakınız.

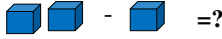
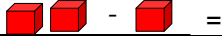
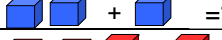



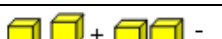



ele almıştır. Öğrencinin, “*Yine 3 tane küp eklediğim için sadece renkleri değişik olduğu için yine 8 küpümüz kalıyor.*” şeklinde kurduğu cümleden durumun değişmediğinin farkında olduğu ve bunun yanı sıra küplerin renklerini de önemseydiği görülmektedir.¹³

¹³ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek’de yer alan **Nilay, Görüşme I, Soru 10** görüşme diyaloguna bakınız.

4.2.2. II. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular;

Tablo 4.8’de öğrenciye yarı soyut problem tipine yönelik, kontrol amaçlı sorulan standart problemler ve öğrencinin kullandığı çözüm stratejileri verilmiştir. Öğrencilerin standart problemlerin çözümünde farklı stratejileri kullanıp kullanmadıklarının görülmesi amacıyla hazırlanmış olan soruların tümünün çözümünde öğrencinin soldan sağa işlem (SOSA) yaptığı görülmüştür. Ayrıca araştırmacı notları incelendiğinde, öğrencinin işlemleri soldan sağa yaparken, rakamlar küçük olmasına rağmen parmaklarını kullanarak sayma yaptığı belirlenmiştir.

Tablo 4.8: Yarı soyut standart problem tipine yönelik çözüm stratejileri

SORU	SORU	SORU TİPİ	ÇÖZÜM
1.	 =?	YSSPT	SOSA
2.	 =?	YSSPT	SOSA
3.	 =?	YSSPT	SOSA
4.	 =?	YSSPT	SOSA
5.	 =?	YSSPT	SOSA
6.	 =?	YSSPT	SOSA
7.	 =?	YSSPT	SOSA
8.	 =?	YSSPT	SOSA
9.	 =?	YSSPT	SOSA
10.	 =?	YSSPT	SOSA


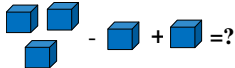
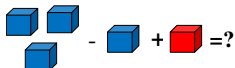
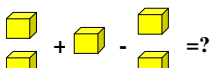
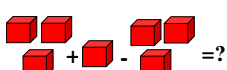
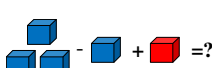
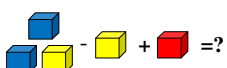
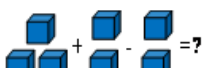


*YSSPT: Yarı Soyut Standart Problem Tipi

**SOSA: Soldan Sağa İşlem Yapma

Tablo 4.9’da, yarı soyut problem tipinde (YSPT) hazırlanan soruların benzerlerinin yarı soyut tersine çevirme problem tipine (YSTÇPT) uyarlanmış örnekleri verilmiştir. Soruların yarı soyut tipte hazırlanması, öğrencinin, somut tersine çevirme problem tipinde (STÇPT) hazırlanmış renkli küplerle sorulan soruları cevaplarırken kullandığı stratejileri, sorular yarı soyut bir şekilde yine renkli küp şekilleri kullanılarak kağıt üzerinde yöneltildiğinde de kullanıp kullanmadığını görebilmeyi amaçlamaktadır. Kullanılan çözüm

stratejilerinin anlaşılabilmesi için öncelikle öğrenciden çalışma kâğıdındaki soruları çözmesi istenmiştir, daha sonra öğrenciden, araştırmacı tarafından belirlenen bazı soruların çözümlerini anlatması istenmiştir. Gerçekleştirilen bu görüşmeler sonrası öğrencinin kullandığı çözüm stratejileri belirlenmiş ve kodlanmıştır. Öğrencinin kullandığı çözüm stratejilerine ilişkin kodlar Tablo 4.9’da verilmiştir.

Tablo 4.9: Yarı soyut tersine çevirme problem tipine yönelik çözüm stratejileri

SORU	SORU	SORU TİPİ	ÇÖZÜM
1.	 =?	YSTÇPT	SOSA
2.	 =?	YSTÇPT	ÇZYK
3.	 =?	YSTÇPT	TÇS / NTD
4.	 =?	YSTÇPT	SOSA
5.	 =?	YSTÇPT	SOSA
6.	 =?	YSTÇPT	TÇS / NTD
7.	 =?	YSTÇPT	TÇS / NTD
8.	 =?	YSTÇPT	SOSA
9.	 =?	YSTÇPT	SOSA
10.	 =?	YSTÇPT	ÇZHT

*YSTÇPT: Yarı Soyut Tersine Çevirme Problem Tipi; SOSA: Soldan Sağa İşlem Yapma;

**TÇS: Tersine Çevirme Stratejisini Kullanma; NTD: Nitel Düşünme

Yarı soyut biçimde kâğıt üzerinde sorulan on sorunun beş tanesi soldan sağa (SOSA) işlem yapma stratejisi ile üç tanesi tersine çevirme stratejisi, kalan iki tanesi hatalı çözüm ve çözümsüz olmak üzere cevaplanmıştır. Öğrenci tersine çevirme stratejisini kullandığı sorulardan biri hariç hepsini nitel olarak algılamış ve küplerin renklerini önemseyerek işlem yapmıştır. Bu sorulardan biri olan yedinci soruya ait diyalogda öğrenci *“Yine aynı oldular çünkü sadece renkleri farklı oldu.”* , *“Burada değişen sadece sarı ve kırmızı.”* Şeklinde

kurduğu cümleler öğrencinin tersine çevirme prensibinin farkında olduğunu göstermektedir. Bu bulguya yönelik Nilay isimli öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme diyalogu aşağıda verilmiştir:

Öğrenci: Nilay

Görüşme: 2

Soru:  +  -  =?

Ö: *Tamam. Peki şunu nasıl düşündüğünü anlatır mısın bana? (2M S-S+K=?)*

N: *Evet. Şimdi bizim burada 2 tane mavi küpümüz 1 tane sarı küpümüz var, 1 tane sarı küp çıkartınca, zaten burada 1 tane sarı küpümüz varmış(küpleri gösteriyor), çıkartıyoruz sadece 2 tane sarı küpümüz kalıyor. Sonra bize burada 2 sarı küpe 1 tane kırmızı küp ekleyin diyor, 2 sarı küp 1 tane de kırmızı küpümüz oluyor. Toplam onlar 3 tane.*

Ö: *Hmmm...başta kaç tanelerdi?*

N: *Başta da 3 tanelerdi. Yine aynı oldular çünkü sadece renkleri farklı oldu. Sarıyı beğenmiyorlar kırmızıyı getiriyorlar ama 2 mavi arkadaş ayrılmıyorlar aynı kalıyorlar.*

Burada değişen sadece sarı ve kırmızı.

Ö: *Tamam.*

Yarı soyut tipte aynı renkteki küplerle kâğıt üzerinde yöneltilen yarı soyut problem tipinde yönletilmiş sekizinci soruya öğrencinin soldan sağa işlem yapma şeklinde olmuştur. Araştırmacının sorduğu yönlendirici sorulara sonuç değişmedi şeklinde cevap verse de hem araştırmacı notları, hem de öğrenci görüşme diyalogu incelendiğinde öğrencinin işlem sırasını takip ederek sırasıyla toplama ve çıkarma işlemi yaptığı görülmüştür.¹⁴

¹⁴ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek'de yer alan **Nilay, Görüşme II, Soru 9** görüşme diyaloguna bakınız.

4.2.3. III. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular

Bu görüşmede öğrenciye resimli kartlar gösterilmiş, kartlardaki resimleri incelemesi ve sonra kartın arkasında yazan problemleri cevaplaması istenmiştir. Resimli kartlarla sorulan tersine çevirme problem tipindeki (RKTÇP) soruların çözümünde, öğrenciden soruları kalem kâğıt kullanarak çözmesi istenmemiştir. Fakat masanın bir kenarında kâğıt ve kalem bulundurulmuştur. Tersine çevirme prensibinin kullanılmasının beklendiği üç sorunun iki tanesinde öğrencinin soldan sağa (SOSA) işlem sırasını takip etme yolunu, bir tanesinin de (SASO) sağdan sola işlem yapma yolunu tercih ettiği görülmüştür. Bunun yanı sıra öğrencinin masada duran kâğıt ve kalemi kullandığı, en basit işlemleri bile sırayla ve alt alta yaptığı araştırmacı tarafından gözlemlenmiştir. Bu durumun, öğrencilerin matematik öğrenmeye başladıkları ilk andan itibaren işlem sırasını soldan sağa doğru ya da alt alta yapma alışkanlıklarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Öğrenciye yöneltilen sorular ve çözümleri kodlamalarıyla birlikte Tablo 4.10’da verilmiştir.

Tablo 4.10: Resimli kartlarla sorulan standart/tersine çevirme problem tipine yönelik çözüm stratejileri

SORU	SORU	ÇÖZÜM
1.	<i>Bahar geldi, Og ailesi ormana piknik yapmaya gitti. Aile üyeleri etraftaki hayvanları incelerken, Zog çiçek toplamaya koyuldu. Zog topladığı 8 demet çiçeğin 8 demetini de annesine verdi. Zog’un elinde kaç çiçeği kaldı? (8-8=?)</i>	SOSA
2.	<i>Zog’un bütün arkadaşları doğum günü partisine gelmiş, parti çok eğlenceli geçmişti. Partiden sonra etrafın toparlanması, bulaşıkların yıkanması gerekiyordu. Zog, kirli tabakları saydı, tam 15 taneydi. Bayan Og tabakların 15’ini yıkadıktan sonra, Zog 5 kirli tabak daha getirdi. Zog, yıkanması gereken kaç kirli tabak olduğunu hesapladı. Sence bulduğu sonuç ne? (15-15+5=?)</i>	SOSA
3.	<i>Zog, tanesi 17 çakıl olan çamur burger, Mog da tanesi 25 çakıl olan biftekten yiyor. Zog ve Mog’un sadece 25 çakılı olduğu için hesabın sadece 25 çakılını ödeyebiliyorlar. Sence Zog ve Mog’un Dino Kafe’ye kaç çakıl borcu kaldı? (17+25-25=?)</i>	SASO

*SOSA: Soldan Sağa İşlem Yapma.

**SASO: Sağdan Sola İşlem Yapma.

Öğrencinin, toplama ve çıkarma işlemlerinin birbirinin tersi işlemler olduğunun farkında olup olmadığını görebilmek amacıyla hazırlanan, sembolik olarak (8-8) şeklinde ifade edilen resimli kart probleminin çözümünde beklenen şekilde soldan sağa (SOSA) işlem yaptığı görülmüştür. Fakat soru çözümü sırasında öğrenci zihninden geçenleri anlayabilmek amacıyla yöneltilen sorulardan birbirinin tersi işlemler olduğunun bilinmediği anlaşılmıştır.¹⁵

Sembolik ifadesi (15-15+5) şeklinde olan resimli kart probleminin çözümünde öğrencinin, soldan sağa (SOSA) işlem yaptığı görülmüştür. Bu soru tipi için tersine çevirme stratejisinin (TÇS) kullanıldığını gösterecek olan kısa yolları kullanarak sonuca ulaşma davranışı öğrencinin soruyu çözümü esnasında gözlenmemiştir. Soruyu, işlemleri alt alta yazarak kâğıt üzerine yapmayı tercih etmesi, araştırmacının yönelttiği sorulara, işlem yapılması gerektiğini zihnimizden işlemsiz bir şekilde bu soruyu yanıtlamayacağımızı söyleyerek cevap vermesi, kullanılması beklenen tersine çevirme stratejisinin kullanılmadığını göstermektedir.¹⁶

Öğrenciye, resimli kartlarla sorulan tersine çevirme problem tipinde (RKTÇP) hazırlanmış, sembolik ifadesi (17+25-25) şeklinde olan, resimli kartın arkasında yazan soru yöneltilmiştir. Amaç öğrencinin sembolik olarak sorulduğunda tersine çevirme stratejisini (TÇS) kullanabildiği bir işlemi problem şekline getirilip yöneltildiğinde stratejiyi kullanma yoluna gidip gitmediğini görmeye çalışmaktır.

Öğrencinin, bu sorunun çözümünde kullandığı sağdan sola (SASO) işlem yapma stratejisi tersine çevirme stratejisinin (TÇS) kullanıldığını düşündürse de araştırmacı tarafından, kullanılan stratejiyi belirlemeye yönelik sorular yöneltilmiştir. Yöneltilen bir takım sorulara alınan cevaplar ve çözüm sırasında öğrencinin kullandığı cevap kağıdı incelendiğinde öğrencinin soruyu çözerken işlem yapmakta ısrarcı olduğu görülmüştür. Oysa tersine çevirme stratejisinin kullanıldığı durumlarda hiçbir işlem yapmadan sonuca ulaşma davranışı vardır. Bu bulguya yönelik Nilay isimli öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme diyalogu aşağıda verilmiştir:

¹⁵ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek'de yer alan **Nilay, Görüşme III, Soru 1** görüşme diyaloguna bakınız.

¹⁶ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek'de yer alan **Nilay, Görüşme III, Soru 2** görüşme diyaloguna bakınız.

Öğrenci: Nilay

Görüşme: 3

Soru: Zog, tanesi 17 çakıl olan çamur burger, Mog da tanesi 25 çakıl olan biftekten yiyor. Zog ve Mog'un sadece 25 çakılı olduğu için hesabın sadece 25 çakılını ödeyebiliyorlar. Sence Zog ve Mog'un Dino Kafe'ye kaç çakıl borcu kaldı?

...

N: ...Şimdi o zaman Zog'da 17 şey ödüyordu, burada tam ödüyormuş yani 0 kalır. 25 den 25 i çıkartırız.(25-25=0 işlemini yapıyor.)

5 den 5 çıktı 0, 2 den 2 çıktı 0. Ödeyecekleri hiç kalmıyor, yok hepsini ödemişler.

...

N: Şimdi 17 daha varmış, ilk 17 ile 25 i toplayacağız. (17+'5 i topluyor) 8,9,10,12 elde var 1(parmaklarıyla sayarak işlem yapıyor)2,4 evet 42(sonucu buluyor)Şimdi onlar 25 ini ödemiş, 42 den 25 i çıkarttık(42-25 işlemini yapıyor)17, sadece 17 çakıl ödeyecekler. Neden çünkü Zog da 17 yemiş, Mog da 25 yemiş. Onların kaç tane yediklerini bulmak için bunları toplarız. Ama bunların ikisi de sadece 25 çakıl ödemişler, onun için kaç para kaldığını bulmak için de çıkartırız. Toplayınca 42 yi buldum, 42 den 25 i çıkartınca, çünkü 25 lira ödemişler, 17 liram kalıyor.

4.2.4. IV. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular

Tablo 4.11’de, sembolik tipte hazırlanmış ve soru kâğıdı şeklinde öğrenciye sunulmuş işlemlerin cevaplanması sırasında öğrencinin kullandığı çözüm stratejileri gösterilmiştir. Öğrenciye yöneltilen soruların ilk dokuzu sembolik standart problem tipinde (SESPT), sonraki dokuz soru da sembolik tersine çevirme problem tipinde (SETÇPT) hazırlanmıştır.

Çözüm stratejileri incelendiğinde öğrencinin son soru hariç diğer soruları cevaplarken soldan sağa (SOSA) ve bir tanesinde de özdeş sayı önceliği stratejisini kullandığı görülmüştür. işlem yapmayı tercih ettiği görülmüştür. Ayrıca öğrencinin işlemleri yaparken parmaklarını sayarak yaptığı ve mutlaka işlem sırasını takip ettiği gözlemlenmiştir.

Tablo 4.11: Sembolik standart/tersine çevirme problem tipine yönelik çözüm stratejileri

SORU	SORU	SORU TİPİ	ÇÖZÜM	SORU	SORU	SORU TİPİ	ÇÖZÜM
1	$25+25=?$	SESPT	SOSA	10	$25-25=?$	SETÇPT	SOSA
2	$3+2+2=?$	SESPT	SOSA	11	$3+2-2=?$	SETÇPT	SOSA
3	$8+5+5=?$	SESPT	SOSA	12	$8+5-5=?$	SETÇPT	SOSA
4	$11+2+11=?$	SESPT	ÖSÖS	13	$11+2-11=?$	SETÇPT	SOSA
5	$7-5+7=?$	SESPT	SOSA	14	$7+5-7=?$	SETÇPT	SOSA
6	$6-1+6=?$	SESPT	SOSA	15	$6+1-6=?$	SETÇPT	SOSA
7	$14-5-5=?$	SESPT	SOSA	16	$14-5+5=?$	SETÇPT	SOSA
8	$20+0+20=?$	SESPT	SOSA	17	$20-0-20=?$	SETÇPT	SOSA
9	$125+58+58=?$	SESPT	SOSA	18	$125+58-58=?$	SETÇPT	TÇS

***SESPT:** Sembolik Standart Problem Tipi

**** SETÇPT:** Sembolik Tersine Çevirme Problem Tipi

*****SOSA:** Soldan Sağa İşlem Yapma; **TÇS:** Tersine Çevirme Stratejisini Kullanma

****** ÖSÖS:** Özdeş Sayı Önceliği Stratejisi

Öğrencinin, dokuz sorunun sadece bir tanesinde tersine çevirme stratejisini (TÇS) kullandığı görülmüştür. Bu durumun sebebinin son soruda ($125+58-58=?$) kullanılan sayıların zihinden işlem yapmaya uygun olmayacak kadar büyük verilmesi olduğu düşünülmektedir. Belli bir miktar çokluğun eklenip aynı miktarın çıkarılmasının sonucu değiştirmedikinin, çıkan sonucun her durumda geçerli olacağını öğrenci tarafından fark edilmesini gösteren diyalog aşağıda yer almaktadır. Öğrenci benzeri soru ve çözümler

üretmek tersine çevirme stratejisini kullanmanın işlem yaparken kolaylık sağladığını fark etmiştir. Kullandığı “*Çünkü ilk sayımız 125’dir.*”, “*Bu eklediğimiz 58’i aynı şeyden 58’den çıkarttık, 125 oldu.*” şeklindeki cümleler bu duruma kanıt oluşturmaktadır.

Öğrenci: Nilay

Görüşme: 4

Soru: $125+58-58=?$

...

N: Çünkü ilk sayımız 125’dir. Sonra 58 ekledik, 183 oldu. Yine çıkartmayı eşittir diye gördüm, 183 oldu. Bu eklediğimiz 58’i aynı şeyden 58’den çıkarttık, 125 oldu.

Ö: Peki sence, aynı sayıyı buldum öğretmenim dedin az önce, bütün bu yaptığın işlemleri yapmaya gerek var mıydı acaba?

N: Vardı. Burası farklı bir şey olsaydı. Mesela burası 53 olsaydı, yine bunları yapmak zorundaydık.

Ö: Peki ikisi de 53 olsaydı yine yapmak zorunda mıydık?

...

N: Aynı çıkmaları için aynı iki sayının aynı olması lazım.(58-58 kısmını kastediyor.)

Şu iki sayı aynı sayı yazılırsa baştaki ile aynı çıkar.

Ö: Tamam. Teşekkür ederim.

Sembolik tersine çevirme problem tipinde hazırlanmış ve çalışma kâğıdı şeklinde öğrenciye yöneltilmiş on üçüncü sorunun çözümü sırasında öğrenci soldan sağa (SOSA) işlem yapma stratejisini kullanmıştır. Öğrenci ilk ve son terimdeki özdeş sayıları fark edip kısa yolları kullanmak yerine öncelikle “ $11+2$ ” işlemini sonrasında soldan sağa sırayla “ $13-11$ ” işlemini yapmıştır. Görüşme diyalogu incelendiğinde öğrencinin sorular sembolik olarak sayılarla kâğıt üzerinde yöneltildiğinde soldan sağa işlem yolunu tercih ettiği açıkça görülmektedir.¹⁷

¹⁷ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek’de yer alan Nilay, Görüşme IV, Soru 13 görüşme diyaloguna bakınız.

4.2.5. V. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular

Tablo 4.12’de beşinci görüşmede, araştırmacı tarafından öğrencinin somut materyallerle kullanabildiği tersine çevirme prensibini sembolik olarak da ifade edip edemeyeceğini gözlemlemek amacıyla hazırlanmış sorulara verdiği cevaplar ve kullandığı çözüm stratejilerine yönelik kodlar yer almaktadır. Öğrenci, sözel olarak sorulan sorulara cevap verirken kâğıt, kalem vb hiçbir araç kullanmamıştır. Tablo 4.12 incelendiğinde öğrencinin ikinci ve altıncı sorularda tersine çevirme stratejisini (TÇS) kullandığı görülmektedir.

Tablo 4.12: Sözel standart/tersine çevirme problem tipine yönelik çözüm stratejileri

SORU	SORU	SORU TİPİ	ÇÖZÜM
1	Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 2 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?	SÖSPT(5+3-2)	SOSA
2	Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 3 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?	SÖTÇPT(5+3-3)	TÇS
3	Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 4 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?	SÖSPT(5+3-4)	SOSA
4	Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 5 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?	SÖTÇPT(5+3-5)	SOSA
5	Elimde birkaç tane bilyem var. Bu bilyelere 3 bilye ekledim, 3 bilye çıkarttım. Elimde kaç bilyem kaldı?	SÖTÇPT(?+3-3)	ÇZHT
6	Ali Baba’nın çiftliğinde 10 tane ördek, 18 tane de tavuk vardı. Çiftlikteki hayvanların 18 tanesi öldü. Ali Baba’nın çiftliğinde kaç hayvan kaldı?	SÖTÇPT(10+18-18)	TÇS
7	Ali Baba’nın çiftliğinde 10 tane ördek, 18 tane de tavuk vardı. Çiftlikteki hayvanların 10 tanesi öldü. Ali Baba’nın çiftliğinde kaç hayvan kaldı?	SÖTÇPT(10+18-10)	SOSA
8	Ali Baba’nın çiftliğinde birçok hayvan vardı. Çiftlikteki hayvanlara 18 tane horoz eklendi. Daha sonra 18 tane horoz hastalanıp öldü. Ali Baba’nın çiftliğinde ne kadar hayvan kaldı?	SÖTÇPT(?+18-18)	ÇZHT

*SÖSPT: Sözel Standart Problem Tipi; SÖTÇPT: Sözel Tersine Çevirme Problem Tipi

** SOSA: Soldan Sağa İşlem Yapma

*** ÇZHT: Çözüm Hatalı; TÇS: Tersine Çevirme Stratejisini Kullanma

İkinci sorunun, öğrenci ve araştırmacı arasında geçen görüşme diyalogu ve araştırmacı notları incelendiğinde, öğrencinin **“İlk 5 bilyemiz var, aldığımız 3 bilyeyi...3 bilye daha alıyoruz. Aldığımız o 3 bilyeyi de şey yapıyoruz uu veriyoruz yolda gördüğümüz arkadaşımıza.”** şeklinde bir cümle kurduğu görülmüştür. Aldığı kadarını arkadaşına vereceğini ve bunun kendi bilyelerinin sayısında hiçbir değişikliğe sebep olmayacağını farkında olması, öğrencinin tersine çevirme prensibinin farkında olduğunu göstergesidir. Araştırma yapılan öğrencilerin hemen hemen hepsinde karşılaşılan tersine çevirme prensibini kullanma fakat nedenini bilmeme durumu bu öğrenci için de geçerlidir. Öğrencinin bu stratejiyi bilmeden de olsa kullandığı, araştırmacıya verdiği cevaplardan anlaşılmıştır. İkinci soruya yönelik öğrenci ve araştırmacı arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

Öğrenci: Nilay

Görüşme: 5

Soru: Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşıma 3 bilye verdim.

Kaç bilyem kaldı?

Ö: Peki cebimde 5 tane bilyem vardı yine, gittim bakkaldan 3 tane bilye daha aldım. Sonra yolda gidiyordum, arkadaşımı gördüm 3 tane bilyeyi de arkadaşıma verdim. Acaba kaç tane bilyem kaldı benim?

N: 5

Ö: Hmm...Neden?

N: İlk 5 bilyemiz var, aldığımız 3 bilyeyi...3 bilye daha alıyoruz. Aldığımız o 3 bilyeyi de şey yapıyoruz uu veriyoruz yolda gördüğümüz arkadaşımıza.

Ö:Aldığımız 3 bilyeyi mi veriyoruz arkadaşımıza?

N: Hıhı...(başıyla onaylıyor)

...

Öğrencinin tersine çevirme stratejisini kullandığı bir diğer soru da altıncı sorudur. Bu soruda, öğrencinin diyalog sırasında kullandığı cümlelerden çok, araştırmacı tarafından yapılan gözlemler ve alınan notlar etkili olmuştur. Öğrencinin soruyu, daha öğretmen sorusunu tamamlamadan cevaplamış olması, işlem yapmadığının fark edilmiş olması öğrencinin bu soruyu cevaplarırken tersine çevirme stratejisini (TÇS) kullandığını kanıtlamaktadır. Fakat öğrenciye ne düşündüğü sorulduğunda toplama ve çıkarma işlemi yaptığını söylemesi, bu sebeple araştırmacının işlem sonucunun kaç olduğunu sorması

üzerine öğrencinin işlem yapmadığını kanıtlayıcı şekilde cevaplayamaması da bu durumu kanıtlamaktadır.¹⁸

Bir miktar çokluğa belli bir miktar çokluğu eklenip aynı miktar çokluğun çıkartılmasının durumu değiştirmedığının farkında olup olmadıklarını gözlemlemek amacıyla yöneltilen beşinci soruya öğrencinin cevabı hatalı (ÇZHT) olmuştur. Fakat araştırmacı ile öğrenci arasında geçen diyalogdan da anlaşılacağı gibi öğrenci tersine çevirme prensibinin farkındadır fakat sayısal bir değer bulunması gerektiğini düşünmesi sebebiyle kendini işlem yapmak zorunda hissetmiş ve bu sebeple yanlış çözümde bulunmuştur. **“İlk bilinmiyor, kutucuk diyorum ben ona, sonra +3 dedim, sonra -3 dedim çünkü veriyorum, kalmıyor”** şeklindeki sözleri aslında tersine çevirme prensibinin farkında olduğunun bir göstergesidir. Öğrencinin yanılığa düşmesinin sebebinin yukarıda belirtildiği gibi sayısal bir değer bulma ya da bir işlem yapma zorunluluğunda olduğunu düşünmesi gözlemlenmektedir. Öğrencinin **“Çünkü burayı (elleriyle gösteriyor) bulmamız için büyük sayı olması gerektiğini düşündüm.”** şeklindeki sözleri bu durumu doğrulamaktadır. Bu bulguya yönelik Nilay adlı öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme diyalogu aşağıda verilmiştir.

Öğrenci: Nilay

Görüşme: 5

Soru: Elimde birkaç tane bilyem var. Bu bilyelere 3 bilye ekledim, 3 bilye çıkarttum.

Elimde kaç bilyem kaldı?

...

Ö: Nasıl düşündün? Biraz anlamakta zorluk çektin mi? Bana tekrarlattın çünkü değil mi?

N: Evet. İlk bilinmiyor, kutucuk diyorum ben ona, sonra +3 dedim, sonra -3 dedim çünkü veriyorum, kalmıyor. Bende ne kadar kaldığını bulamıyorum... 3 ile 3 ü topladım 6 buldum...

¹⁸ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek'de yer alan **Nilay, Görüşme V, Soru 6** görüşme diyaloguna bakınız.

4.3. Durum III (Caner)

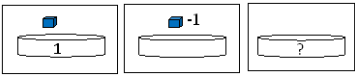
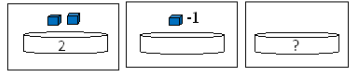

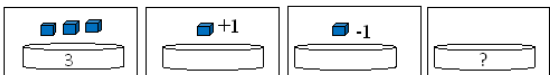
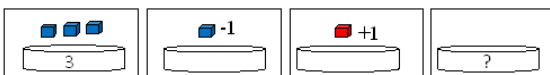

Caner, 2001 Mart ayı doğumlu, 2009-2010 eğitim öğretim yılı içinde Hâkimiyet-i Milliye İlköğretim Okulu'nda okuyan bir 3. sınıf öğrencisidir. Caner, çok kitap okuyan ve dolayısıyla sözel anlatım yeteneği çok gelişmiş bir öğrencidir. Öğretmeni Caner'i anlatırken ilk olarak, öğrencinin dil yeteneğinin özel bir çocuk denecek kadar gelişmiş olduğunu belirtmiştir. Bu durum klinik görüşmeler sırasında araştırmacı tarafından da rahatlıkla gözlemlenmiştir. En sevdiği dersin matematik olduğunu belirten Caner, aynı zamanda İzmir ili içinde gerçekleştirilen bir takım sınavlarda dereceleri olan bir öğrencidir.

Caner isimli öğrenciye sorulan sorular, öğrencinin çözüm stratejileri ve yapılan beş görüşmeden her birine ait örnekler tablolar halinde verilmiştir.

4.3.1. I. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular

Tablo 4.13'de öğrencinin birinci görüşmede somut olarak küplerle yöneltilen standart ve tersine çevirme prensibinin kullanılacağı tipteki sorulara verdiği cevaplar ve kullandığı çözüm stratejileri yer almaktadır.

Tablo 4.13: Somut standart/tersine çevirme problem tipine yönelik çözüm stratejileri

SORU	SORU	SORU TİPİ	ÇÖZÜM
1.		STÇPT	SOSA
2.		SSPT	SOSA
3.		STÇPT	TÇS
4.		STÇPT	TÇS
5.		STÇPT	TÇS / NTD
6.		STÇPT	TÇS / NTD

7.		STÇPT	SOSA/ NTD
8.		STÇPT	TÇS / NTD
9.		STÇPT	SOSA /NTD

***SSPT**: Somut Standart Problem Tipi; **STÇPT**: Somut Tersine Çevirme Problem Tipi
****SOSA**: Soldan Sağa İşlem Yapma; **TÇS**: Tersine Çevirme Stratejisini Kullanma
***** NTD**: Nitel Düşünme

Somut tersine çevirme problem tipinde (STÇPT) hazırlanmış olan altıncı sorunun çözümünde öğrencinin, soruyu çok kısa sürede cevapladığı, masa üzerinde uygulamayı yaparken pratik bir şekilde masadaki sarı küp ve kırmızı küpün yerlerini değiştirdiği gözlemlenmiştir. Araştırmacı tarafından gözlemlenen bu hareketler öğrencinin sorunun çözümünde tersine çevirme stratejisini (TÇS) kullandığının bir kanıtıdır. Bunun yanı sıra araştırmacı ve öğrenci arasında geçen diyalogda görülen öğrenci tarafından kurulmuş bazı cümleler bu stratejinin (TÇS) kullanıldığı fikrini daha da desteklemektedir. Bu bulguya yönelik, öğrencinin “*Ve o sarı küp yerine kırmızı küp geçti... Sayısı değişmedi bunların sadece sarı küp yerine kırmızı küp geçti...*” şeklindeki sözlerinin de bulunduğu diyalog aşağıda verilmiştir:

Öğrenci:Caner

Görüşme: 1

Soru: 8

Ö: Masamızın ortasına 2 tane mavi 1 tane sarı küp koy bakalım.

C: (yönergeyi uyguluyor)

...

C: Sarı küpü oraya koydum...3 tane ilk önce...2 tane mavi küp getirdim masanın ortasına 1 tane de sarı küp getirdim, sonra sarı küpü çıkardım onun yerine kırmızı küpü koydum. *Ve o sarı küp yerine kırmızı küp geçti.*

...

Ö: Tamam, peki gözüne çarpan bir şey oldu mu ilgini çeken, bize anlatabileceğin?

C: Sayısı değişmedi bunların sadece sarı küp yerine kırmızı küp geçti.

Ö: Tamam, şimdi yerine koyabilirsin onları.

Sayısal olarak daha büyük miktardaki küplerle yöneltilen sorularda öğrencinin tersine çevirme stratejisini kullanıp kullanmadığını görmek amacıyla hazırlanan somut standart tersine çevirme problem tipindeki (STÇPT) yedinci soruya verdiği cevaplar ekteki diyalogda verilmiştir. Öğrencilerin aynı miktar çokluğun eklenip aynı miktar çokluğun çıkartılması (a+b-b) şeklinde sembolize edildiği durumlarda, aynı miktar çokluğu önce çıkartıp sonra eklemeye (a-b+b) nazaran daha başarılı oldukları gözlemlenmiştir. Öğrenci tarafından kurulan “**O 2 lacivert küpün yerine 2 mavi küp koydum... 2 lacivert küpü çıkardım onların yerine 2 tane mavi küp koydum... Çünkü 2 tane çıkardığımızın yerine 2 tane koyduk.**” cümlelerde dikkat çeken nokta öğrencinin kullandığı “yerine” kelimesidir. Bu da öğrencinin zihninde, bir miktarın çıkarılıp yine aynı miktarın eklenmesinin durumu değiştirmeyeceğinin farkında olduğunu göstermektedir.¹⁹

Somut standart tersine çevirme problem tipinde (STÇPT) hazırlanmış tersine çevirme prensibinin nitel ve nicel formundan hangisinin kullanıldığını gözlemleyebilmek amacıyla öğrenciye yöneltilen soruya öğrencinin verdiği cevap ve araştırmacı ile gerçekleştirdiği diyalog aşağıda verilmiştir. Diyalog incelendiğinde, öğrencinin bu sorunun çözümünde tersine çevirme stratejisini (TÇS) kullandığı gözlemlenmiştir. Öğrencinin “**Şey zaten baştaki sayıyla şimdiki sayı aynı... Çünkü 3 küp yerine yine 3 küp koyduk...**” şeklindeki cümleleri sorunun çözümü sırasında yaşanan zihinsel süreçleri biraz da olsa göstermektedir. Fakat diyalog incelendiğinde öğrencinin, tersine çevirme stratejisinin (TÇS) nitel formunu ya da nicel formunu kullanıp kullanmadığı gözlenememiştir. Bulgulara yönelik Caner isimli öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme diyalogu aşağıdaki gibidir:

Öğrenci:Caner

Görüşme: 1

Soru: $8M-3M+1YILIM=?$

...

Ö: Şimdi bu 8 tane mavi küpten 3 tanesini eksiltmeni istiyorum Caner.

C: (yönergeyi uyguluyor)

¹⁹ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek’de yer alan **Caner, Görüşme I, Soru 9** görüşme diyaloguna bakınız.

Ö: *Ve bu eksiltiğin 3 küp yerine 1 tane yeşil, 1 tane lacivert, 1 tane de mavi küp koymanı istiyorum.*

C: *(yönergeyi uyguluyor)*

Ö: *Evet ne oldu yeni durumumuz?*

...

Ö: *Anlat.*

C: *Şey zaten baştaki sayıyla şimdiki sayı aynı.*

Ö: *Hmm...peki bunu nereden anladın Caner?*

C: *Çünkü 3 küp yerine yine 3 küp koyduk.*

Ö: *İşlem yaptın mı ya da parmaklarınla saydın mı?*

C: *Hayır.*

...

Somut standart tersine çevirme problem tipinde (STÇPT) hazırlanan ve renkli küplerle öğrenciden verilen yönergeyi uygulamasının istendiği dokuzuncu soruda öğrencinin tersine çevirme stratejisini (TÇS) kullandığı belirlenmiştir. “**2 mavi küpü çıkarttım onun yerine 2 yeşil küp ekledim.**” şeklinde kurduğu cümle ve çözüm bittikten sonra araştırmacının “**Ne oldu yeni durumun? Kaç tane küp var önünde baktın mı hiç?**” sorusunu cevaplayabilmek için masadaki küpleri sayma davranışını göstermesi, öğrencinin çözüm sırasında zihninden bir toplama ya da çıkarma işlemi yapmadığının bir göstergesidir.²⁰

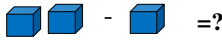
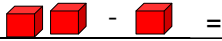
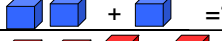



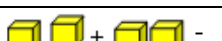


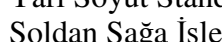
²⁰ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek'de yer alan **Caner, Görüşme I, Soru 9** görüşme diyaloguna bakınız.

4.3.2. II. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular

Tablo 4.14’de, yarı soyut problem tiplerinde (YSPT) hazırlanan ve çalışma kağıdı şeklinde öğrenciye yöneltilen soruların yarı soyut standart problem tipine ait (YSSPT) öğrenci çözüm stratejileri verilmiştir. Soruların yarı soyut tipte hazırlanması ile öğrencinin, somut standart problem tipinde (SSPT) hazırlanmış renkli küplerle sorulan soruları cevaplarırken kullandığı stratejileri, sorular yarı soyut bir şekilde yine renkli küp şekilleri kullanılarak kağıt üzerinde yöneltildiğinde de kullanıp kullanmadığını görebilmeyi amaçlamaktadır. Yarı soyut problem tipinde sorulan sorular, birinci görüşmede renkli küplerle yöneltilen soruların kağıda aktarılarak bir çalışma kağıdı oluşturulması şeklinde hazırlanmıştır.

Araştırmacı, öğrenciye verdiği çalışma kâğıdındaki soruların çözülmesi için yeterli süreyi verdikten sonra öğrenci çözümlerini değerlendirmiştir. Araştırmacı, öğrenci tarafından soruların çözülmesi esnasında, öğrenciden sesli düşünmesini istemiş ve gerekli görülen sorularla bütün çözümler hakkında açıklamalar istenmiştir. Bu açıklamaların hepsi kayıt altına alınmıştır. Öğrenciye yöneltilen sorular ve çözümleri kodlarıyla birlikte aşağıdaki tabloda yer almaktadır.

Tablo 4.14: Yarı soyut standart problem tipine yönelik çözüm stratejileri

SORU	SORU	SORU TİPİ	ÇÖZÜM
1.	 =?	YSSPT	SOSA
2.	 =?	YSSPT	SOSA
3.	 =?	YSSPT	SOSA
4.	 =?	YSSPT	SOSA
5.	 =?	YSSPT	SOSA
6.	 =?	YSSPT	SOSA
7.	 =?	YSSPT	SOSA
8.	 =?	YSSPT	SOSA
9.	 =?	YSSPT	SOSA
10.	 =?	YSSPT	SOSA

*YSSPT: Yarı Soyut Standart Problem Tipi


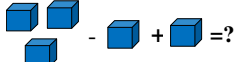
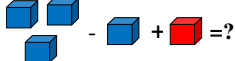
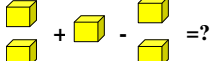
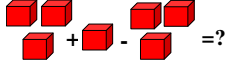
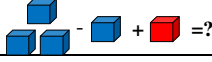
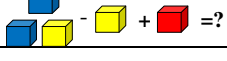
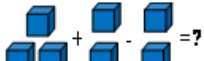
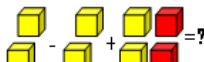
**SOSA: Soldan Sağa İşlem Yapma

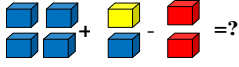
***ÇZYK: Çözüm Yok

Öğrencinin, yarı soyut standart tipte (YSSPT) hazırlanan on sorunun tümünün çözümünde soldan sağa işlem (SOSA) yapma yolunu tercih etmiştir.

Görüşmede, yarı soyut problem tiplerinde (YSPT) hazırlanan soruların yarı soyut tersine çevirme problem tipine (YSTÇPT) ait soru öğrencilere yöneltilmiştir. Yarı soyut problem tipinde sorulan sorular, birinci görüşmede renkli küplerle yöneltilen soruların kâğıda aktarılarak bir çalışma kâğıdı oluşturulması şeklinde hazırlanmıştır. Sorularda kullanılan çözüm stratejilerinin anlaşılabilmesi için öğrenciden, araştırmacı tarafından belirlenen bazı soruların çözümlerinin anlatılması istenmiştir. Soruların yarı soyut tipte hazırlanması, öğrencinin, somut tersine çevirme problem tipinde (STÇPT) hazırlanmış renkli küplerle sorulan soruları cevaplarırken kullandığı stratejileri, sorular yarı soyut bir şekilde yine renkli küp şekilleri kullanılarak kâğıt üzerinde yöneltilildiğinde de kullanıp kullanmadığını görebilmeyi amaçlamaktadır. Bu soru tipleri ve çözümlerinin kodlanmış halleri Tablo 4.15’de verilmiştir.

Tablo 4.15: Yarı Soyut Tersine Çevirme Problem Tipine yönelik çözüm stratejileri

SORU	SORU	SORU TİPİ	ÇÖZÜM
1.	 =?	YSTÇPT	SOSA
2.	 =?	YSTÇPT	SOSA
3.	 =?	YSTÇPT	SOSA / NTD
4.	 =?	YSTÇPT	SOSA
5.	 =?	YSTÇPT	SOSA
6.	 =?	YSTÇPT	SOSA / NTD
7.	 =?	YSTÇPT	SOSA / NTD
8.	 =?	YSTÇPT	SOSA
9.	 =?	YSTÇPT	SOSA / NTD

10.		YSTÇPT	ÇZYK / NTD
-----	---	--------	------------

***YSTÇPT:** Yarı Soyut Tersine Çevirme Problem Tipi.

****SOSA:** Soldan Sağa İşlem Yapma; **ÇZYK:** Çözüm Yok; **NTD:** Nitel Düşünme

Somut tipteki tersine çevirme problem tipindeki soruların çözümünde öğrencinin tersine çevirme stratejisini kullandığı görülürken, yarı soyut şekilde kağıt üzerinde hazırlanmış ve yöneltilmiş sorunun çözümünde ise öğrencinin soldan sağa işlem (SOSA) yapmayı tercih ettiği görülmüştür. On sorunun dokuzunda soldan sağa işlem yapma stratejisi kullanılmış, bir tanesi de çözümsüz bırakılmıştır. Öğrenci cevapları incelendiğinde çözümsüz bırakılan sorunun, öğrencinin soruyu nitel algılamasından kaynaklı olduğu görülmektedir.²¹

Tablo 4.14 incelendiğinde yarı soyut tersine çevirme problem tipine ait sekizinci soruda öğrencinin soldan sağa işlem (SOSA) yaptığı görülmektedir. Öğrenci sorunun tümünü algılayabilmekte güçlük çektiği için, aynı miktar çokluğun eklenip çıkartılmasının durumu değiştirmeyeceğini de fark edememiştir. Araştırmacı ve öğrenci arasında geçen diyalogda araştırmacının “*İşlemin sırası mı olması gerekiyor sence?*” sorusuna “*Bence evet.*” şeklinde cevap vermesi öğrencinin alışkanlık gereği, soruyu bütünüyle görmeye çalışmadan işlem yaptığını göstermektedir.²²

²¹ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek’de yer alan **Caner, Görüşme II, Soru 2, 10, 12** görüşme diyaloguna bakınız.

²² Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek’de yer alan **Caner, Görüşme II, Soru 9** görüşme diyaloguna bakınız.

4.3.2. III. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular

Bu görüşmede öğrenciye resimli kartlar gösterilmiş ve öğrenciden bu kartlardan üçünü seçmesi istenmiştir. Öğrencinin işlemleri yaparken kısa yollar kullanarak hızlı bir şekilde sonuca ulaşması beklenirken öğrenci üç sorunun çözümünde de soldan sağa işlem yapmayı tercih etmiş ve bu işlemleri yaparken kâğıt kalem kullanmıştır.

Tablo 4.16: Resimli kartlarla sorulan standart/tersine çevirme problem tipine yönelik çözüm stratejileri

SORU	SORU	ÇÖZÜM
1.	<i>Bahar geldi, Og ailesi ormana piknik yapmaya gitti. Aile üyeleri etraftaki hayvanları incelerken, Zog çiçek toplamaya koyuldu. Zog topladığı 8 demet çiçeğin 8 demetini de annesine verdi. Zog'un elinde kaç çiçeği kaldı? (8-8=?)</i>	SOSA
2.	<i>7 yaşına giren Zog'un doğum günü partisi için tüm aile hazırlıklara başlamış. Bayan Og, parti için 20 tane küçük kek, büyükanne ise tam 10 tane küçük kek pişirmiş. Fakat yaramaz Dino, 10 tane küçük keki kimse görmeden mideye indirmiş.Zog parti için kaç keki kaldığını bulamıyor. Ona yardım eder misin? (20+10-10=?)</i>	SOSA
3.	<i>Zog'un bütün arkadaşları doğum günü partisine gelmiş, parti çok eğlenceli geçmişti. Partiden sonra etrafın toparlanması, bulaşıkların yıkanması gerekiyordu. Zog, kirli tabakları saydı, tam 15 taneydi.Bayan Og tabakların 15'ini yıkadıktan sonra, Zog 5 kirli tabak daha getirdi.Zog,yıkanması gereken kaç kirli tabak olduğunu hesapladı. Sence bulduğu sonuç ne? (15-15+5=?)</i>	SOSA

***SOSA:** Soldan Sağa İşlem Yapma.

Toplama ve çıkarma işlemlerinin birbirinin tersi işlemler olduğunun öğrenci tarafından bilinip bilinmediğini görmek amacıyla yöneltilmiş (*a-a*) şeklinde sembolize edilen soru öğrenciye resimli kartın arkasında yazılı olarak sunulmuştur. Öğrenciden önce resmi incelemesi, sonra kartın arkasında yazan soruyu okuyup cevaplama istenmiştir. Öğrenci ile gerçekleştirilen diyalog ve araştırmacının yönelttiği açık uçlu soruların cevapları incelendiğinde öğrencinin sorunun çözümünde soldan sağa işlem yapmayı tercih ettiği görülmüştür.²³

²³ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek'de yer alan **Caner, Görüşme III, Soru 1** görüşme diyaloguna bakınız.

Resimli kartlarla yöneltileen tersine çevirme problem tipi örneklerinden $(a+b-b)$ şeklinde sembolize edilen sorunun resimli kartının öğrenci tarafından incelenmesi sonra da kartın arkasında yazan sorunun okunması istenmiştir. Öğrenci soruyu okumuş ve yönerge verilmemesine rağmen kâğıt kalem kullanarak işlemleri alt alta yapmıştır. Araştırmacının, bu soruyu herhangi bir işlem yapmadan ya da kâğıt kalem kullanmadan nasıl yapardı şeklindeki sorularına zihinden de olsa mutlaka işlem yapacağını belirten cevaplar vermiştir.²⁴

Sembolik olarak $(a-a+b)$ şeklinde ifade edilen soru tipi resimli kartların arkasına problemleştirilerek aktarılmıştır. Öğrenciden de bu soruyu çözerken kullandığı çözüm stratejisini anlatması istenmiştir. Öğrenci, yine kâğıt kalem kullanarak alt alta işlem yapmayı tercih etmiş, kâğıt kalem olmadığı durumlarda ne yapacağı sorulduğunda aynı işlemleri zihninden yapacağını belirtmiştir. Öğrencinin çözüm kâğıdı incelendiğinde ilk ve ikinci terimin $(15-15+5)$ birbirini götürdüğünü sembolize edecek üzerini çizme gibi tersine çevirme stratejisinin kullanıldığını belli edecek çözüme rastlanmamıştır.²⁵

²⁴ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek'de yer alan **Caner, Görüşme III, Soru 2** görüşme diyaloguna bakınız.

²⁵ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek'de yer alan **Caner, Görüşme III, Soru 3** görüşme diyaloguna bakınız.

4.3.3. IV. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular

Tablo 4.17’de, sembolik tipte hazırlanmış ve soru kâğıdı şeklinde öğrenciye sunulmuş işlemlerin cevaplanması sırasında öğrencinin kullandığı çözüm stratejileri verilmiştir. Öğrenciye yöneltilen soruların ilk dokuzu sembolik standart problem tipinde (SESPT), sonraki dokuz soru da sembolik tersine çevirme problem tipinde (SETÇPT) hazırlanmıştır.

Tablo 4.17: Sembolik standart/tersine çevirme problem tipine yönelik çözüm stratejileri

SORU	SORU	SORU TİPİ	ÇÖZÜM	SORU	SORU	SORU TİPİ	ÇÖZÜM
1	$25+25=?$	SESPT	SOSA	10	$25-25=?$	SETÇPT	TÇS
2	$3+2+2=?$	SESPT	SOSA	11	$3+2-2=?$	SETÇPT	TÇS
3	$8+5+5=?$	SESPT	SOSA	12	$8+5-5=?$	SETÇPT	SOSA
4	$11+2+11=?$	SESPT	ÖSÖS	13	$11+2-11=?$	SETÇPT	TÇS
5	$7-5+7=?$	SESPT	SOSA	14	$7+5-7=?$	SETÇPT	SOSA
6	$6-1+6=?$	SESPT	SOSA	15	$6+1-6=?$	SETÇPT	SOSA
7	$14-5-5=?$	SESPT	SOSA	16	$14-5+5=?$	SETÇPT	SOSA
8	$20+0+20=?$	SESPT	ÖSÖS	17	$20-0-20=?$	SETÇPT	SOSA
9	$125+58+58=?$	SESPT	SOSA	18	$125+58-58=?$	SETÇPT	TÇS

*SESPT: Sembolik Standart Problem Tipi

** SETÇPT: Sembolik Tersine Çevirme Problem Tipi

***SOSA: Soldan Sağa İşlem Yapma; TÇS: Tersine Çevirme Stratejisini Kullanma

**** ÖSÖS: Özdeş Sayı Önceliği Stratejisi

Çözüm stratejileri incelendiğinde ilk bölümde yer alan ve kontrol amaçlı yöneltilen sembolik standart soruların yedi tanesini soldan sağa, iki tanesini de özdeş sayı önceliğini (ÖSÖS) kullanarak çözmüştür. $(11+2+11)$ şeklindeki soruyu çözerken öğrenci öncelikle özdeş olan ilk ve son terimi toplamış ve sonra ortadaki terimi eklemiştir. Öğrencinin bu çözüm stratejisini seçmesinin sebebinin kısa yoldan zihinden işlem yapmanın daha pratik olduğunu düşünmesinden kaynaklandığı belirlenmiştir.²⁶

²⁶ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek’de yer alan **Caner, Görüşme IV, Soru 4** görüşme diyaloguna bakınız.

Tersine çevirme problem tipinde hazırlanmış ve rakamlar kullanılarak (sembolik olarak) on sekiz soruluk çalışma kâğıdı haline getirilmiş sorular öğrenci tarafından yanıtlanmıştır. Öğrenci, tersine çevirme problem tipinde hazırlanmış on üçüncü sorunun ($11+2-11$) çözümünde ilk ve son terimin özdeş olduklarını fark etmiş ve tersine çevirme kısa yolunu kullanmıştır. Bu bulguya yönelik, öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme diyalogu aşağıda verilmiştir:

Öğrenci: Caner

Görüşme: 4

Soru: $11+2-11$

...

Ö: *Mesela 11 ile 2 yi toplamadan yapabilir miydim? Ya da 11 i çıkartmadan yapabilir miydim kafamdan?*

...

C: *11 den 11 i çıkarırım o olurdu, sonra 2 eklerdim.*

Ö: *A öyle bir şey mi var orada? Kısa yol mu şimdi bu?*

...

C: *(düşünüyor)*

Ö: *Mesela sayılar daha büyük olsaydı. 11 yerine $65+9-65$ olsaydı acaba toplama işlemi yapmak mı daha kolay olurdu, yoksa senin az önce bulduğun değişik yöntemi yapmak mı?*

C: *(düşünüyor) evet az önce bulduğum değişik yöntemle yapmak daha kolay olurdu.*

Sembolik tersine çevirme problem tipinde hazırlanmış aynı miktardaki çokluğun çıkartılıp aynı miktarın eklenmesi ($a-b+b$) şeklindeki sorunun çözümünde öğrencinin sırayla soldan sağa şeklinde işlem yaptığı görülmüştür. Araştırmacı tarafından öğrenciye yöneltilen sorularda işlem yapmanın gerekli olup olmadığı, soruyu gördüğünde ilk aklına gelenin hangi işlemi yapmak olduğu şeklinde sorulara öğrencinin cevabı soldan sağa işlem yaptığını gösterecek şekilde “14-5” işlemini göstererek ilk olarak çıkarma işlemini düşündüğünü söylemesidir.²⁷

²⁷ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek’de yer alan **Caner, Görüşme IV, Soru 16** görüşme diyaloguna bakınız.

4.3.4. V. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular

Tablo 4.18’de, Caner isimli öğrenciye, araştırmacı tarafından sözel olarak yöneltilen soru tipleri ve öğrencinin bu sorulara cevap verirken kullandığı çözüm stratejileri kodlanarak verilmiştir.

Birinci ve üçüncü sorular araştırmacı tarafından standart tipte hazırlanmış (SÖSPT) ve öğrenciye sözel olarak yöneltilen problemlerdir. Öğrenci bu tipte hazırlanmış iki soruyu soldan sağa işlem yapma stratejisini (SOSA) kullanarak cevaplamıştır. Geriye kalan altı soru sözel tersine çevirme problemleri (SÖTÇPT) şeklinde hazırlanmış ve öğrenciye sözel olarak sorulup, öğrenciden sözel şekilde cevaplaması istenmiştir. Öğrenci iki soruda hatalı çözüm yaparken, diğer soruların çözümünde soldan sağa, sağdan sola ve tersine çevirme stratejisi olmak üzere farklı birçok stratejiyi kullanmıştır.

Tablo 4.18:Sözel standart/tersine çevirme problem tipine yönelik çözüm stratejileri

SORU	SORU	SORU TİPİ	KOD
1	<i>Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 2 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?</i>	SÖSPT(5+3-2)	SOSA
2	<i>Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 3 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?</i>	SÖTÇPT(5+3-3)	TÇS
3	<i>Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 4 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?</i>	SÖSPT(5+3-4)	SOSA
4	<i>Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 5 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?</i>	SÖTÇPT(5+3-5)	TÇS
5	<i>Elimde birkaç tane bilyem var. Bu bilyelere 3 bilye ekledim, 3 bilye çıkarttım. Elimde kaç bilyem kaldı?</i>	SÖTÇPT(?+3-3)	ÇZHT
6	<i>Ali Baba'nın çiftliğinde 10 tane ördek, 18 tane de tavuk vardı. Çiftlikteki hayvanların 18 tanesi öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde kaç hayvan kaldı?</i>	SÖTÇPT(10+18-18)	SOSA
7	<i>Ali Baba'nın çiftliğinde 10 tane ördek, 18 tane de tavuk vardı. Çiftlikteki hayvanların 10 tanesi öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde kaç hayvan kaldı?</i>	SÖTÇPT(10+18-10)	TÇS
8	<i>Ali Baba'nın çiftliğinde birçok hayvan vardı. Çiftlikteki hayvanlara 18 tane horoz eklendi. Daha sonra 18 tane horoz hastalanıp öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde ne kadar hayvan kaldı?</i>	SÖTÇPT(?+18-18)	ÇZHT

*SÖSPT: Sözel Standart Problem Tipi; SÖTÇPT: Sözel Tersine Çevirme Problem Tipi

** SOSA: Soldan Sağa İşlem Yapma; SASO: Sağdan Sola İşlem Yapma

*** ÇZHT: Çözüm Hatalı; TÇS: Tersine Çevirme Stratejisini Kullanma

Sözel tersine çevirme problem (SÖTÇPT) tipinde hazırlanan ikinci soruya öğrencinin önce soldan sağa (SOSA) işlem yaparak, sonra da tersine çevirme stratejisini (TÇS) kullanarak cevap verdiği görülmüştür. Öğrencinin soruyu hemen cevaplama, sorulduğunda işlem yapmadığını söylemesi gibi göstergeler aslında bilinçli olmasa da tersine çevirme prensibini kullandığını kanıtlamaktadır. Bu prensibi kullandığı **“Aslında işlemi yapmak gerekmiyor.”**, **“Çünkü yine 3 bilye aldıktan sonra yine 3 bilyem gidiyor.”**, **“Yine aynı bilye kalır”**, **“İkinci yöntemi çünkü o daha kolay.”** şeklinde kurduğu cümlelerden anlaşılmaktadır.

Öğrenci ile araştırmacı arasında geçen diyalog incelendiğinde, ilk başlarda öğrencinin **“5+3 yaptım eşittir , 8 den 3 çıkarttum yine 5 kaldı.”** şeklinde bir cümle kurduğu, sonrasında araştırmacının yönelttiği sorular sonucunda öğrencinin tersine çevirme stratejisini kullanmadığını ifade edecek cümleler kurmasına rağmen, tersine çevirme prensibinin farkında olduğu görülmüştür. Öğrencinin **“Aslında işlemi yapmak gerekmiyor.”**, **“Çünkü yine 3 bilye aldıktan sonra yine 3 bilyem gidiyor. Yine aynı bilye kalır.”**, **“İkinci yöntemi çünkü o daha kolay.”** şeklindeki cümleleri bu prensibin öğrenci tarafından bilindiğini göstermektedir. Bu bulguya yönelik Caner isimli öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme diyalogu aşağıda verilmiştir:

Öğrenci: Caner

Görüşme: 5

Soru: Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşıma 3 bilye verdim.

Kaç bilyem kaldı?

...

C: 5

Ö: 5 tane. Nasıl düşündün?

...

C: (sözümü kesiyor) aslında işlemi yapmak gerekmiyor.

Ö: Neden?

C: Ben bölüme ayırdığım için işlemi yaptım. Çünkü yine 3 bilye aldıktan sonra yine 3 bilyem gidiyor. Yine aynı bilye kalır. Aynı sayıda bilye zaten...

...

Ö: Peki sen olsan hangisini tercih ederdin? Hangisini yapmayı tercih ederdin?

C: Immm...şey...ikinci yöntemi çünkü o daha kolay.

...

Sembolik olarak $(a+b-a)$ şeklinde ifade edilen sözel tersine çevirme tipindeki soru öğrenciye sözel olarak yöneltilmiş ve sözel olarak yanıtlanması istenmiştir. Öğrenci bu soruyu çok kısa sürede cevaplamış fakat nasıl düşündüğü sorulduğunda sırasıyla önce toplama sonra çıkarma işlemi yaptığını söyleyerek soldan sağa işlem stratejisini kullandığını belirtmiştir. Fakat, öğrencinin gerçekten soldan sağa işlem yapıp yapmadığını anlamak için araştırmacı aynı tipteki soruyu daha büyük sayılar kullanarak yöneltilmiş ve öğrencinin işlem içindeki sayılar büyüdüğünde tersine çevirme stratejisi kısa yolunu kullandığını gözlemlemiştir. Bu bulguya yönelik Caner isimli öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme diyalogu aşağıda verilmiştir:

Öğrenci: Caner

Görüşme: 5

Soru: Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 5 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?

...

Ö: Evet. Nasıl çözdün?

C: Şey 5 tane bilyem var, yine 3 ekledim 8 bilyem vardı. Sonra 8 den de 5 i çıkardım 3.

Ö: Sen hep böyle toplama falan yapıyorsun kafandan ha?

C: Hıhı

Ö: Peki mesela ben şöyle bir şey deseydim. 115 bilyem vardı, gittim 43 tane daha aldım, sonra Osman'ı gördüm, ona 115 tane bilye verdim. Kaç tane bilyem kaldı deseydim nasıl yapardık mesela?

C: Bunu biraz daha zor yapardım, sayılar büyüdüğü için.

...

C: Aaa...

Ö: Sayılar büyük...

C: Şimdi bir şey geldi aklıma...

Ö: Ne geldi?

C: 115 bilyem vardı, yine 115ini verdim. **Yine** 43 bilyem var.

Ö: Nasıl aklına geldi bir anda? Sayılar çok büyük, hani sen toplama çıkarma yapıyordun?

C: Toplama çıkarma diye düşündüm ilk önce ama sonra soruyu daha dikkatli anlayınca...

...

C: Şey birinci seferde ben yine toplama çıkarma diye düşündüm, hani böyle yeni bir şey düşünmedim ve çok dikkat etmedim öyle şeye...yine işte normal...eskisi gibi yapacağımı düşündüm. Sonra ikincisinde daha dikkatli şey anlayınca soruyu ikinci yöntem aklıma geldi.

...

Öğrenciye $(a+b-a)$ şeklinde sembolize edilebilen sözel tersine çevirme problemi sorulmuş ve öğrenciden sözel olarak cevaplama istenmiştir. Caner bu sorunun çözümünde tersine çevirme stratejisini kullanmıştır.²⁸ Ayrıca öğrenci sorunun çözümünde tersine çevirme stratejisini kullanmanın toplama çıkartma yapmaktan daha kolay olduğunu belirtmiş, bu sözleri de öğrencinin tersine çevirme stratejisini kullandığını kanıtlamaktadır.

²⁸ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek'de yer alan **Caner, Görüşme V, Soru 7** görüşme diyaloguna bakınız.

4.4. Durum IV (Ceyda)

Ceyda, 2001 Eylül ayı doğumlu, 2009-2010 eğitim öğretim yılı içinde Hâkimiyet-i Milliye İlköğretim Okulu'nda okuyan bir 3. sınıf öğrencisidir. Ceyda, dışa dönük, çok konuşkan, öğretmenin deyimleriyle çokbilmiş bir öğrencidir. Ceyda'nın anlatım yeteneğinin kuvvetli olmasının yanı sıra araştırmacı tarafından görüşmeler sırasında fark edilen bir diğer özelliği de problemleri hikâyeleştirmesi, problemlerin resmini çizmesidir. Bu durum öğrenci zihninden geçenleri anlamada araştırmacıya çok kolaylıklar sağlamıştır.

En sevdiği dersin Hayat Bilgisi ve Türkçe olduğunu belirten Ceyda, okuma alışkanlığı da gelişmiş bir öğrencidir. Öğretmeni Ceyda'nın özelliklerini anlatırken ezberci bir çocuk olmadığını ve aklına yatmayan bir bilgiyi öğrenciye kabul ettiremeyeceğini belirtmiştir. Tenefüslerde Ceyda'nın çok fazla arkadaşının olmadığı, bir veya iki arkadaşıyla oynadığı görülmüş ve öğretmeni ile yapılan görüşmede arkadaşlarını kimseyle paylaşmadığı bilgisi alınmıştır. Öğrencinin klinik görüşmeler sırasında kurduğu "*Bunlar dokuz arkadaş.*" şeklindeki cümlelerinin, çıkarılan küpler için de "*Bir şey oldu diğeri küstü gelmedi.*" şeklindeki cümlelerinin, kullanılan renkli küpleri farklı arkadaşlar olarak zihninde canlandırmasının sebebi olduğu düşünülmüştür.

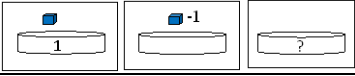
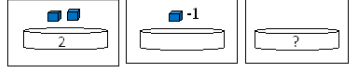

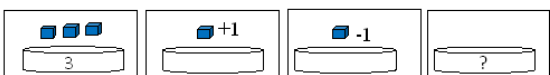
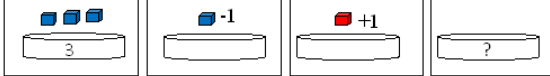
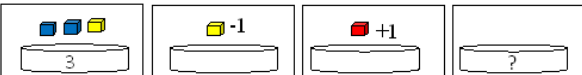


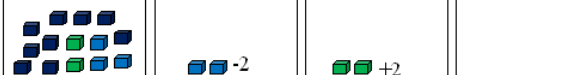
Ceyda isimli öğrenciye sorulan sorular, öğrencinin çözüm stratejileri ve yapılan beş görüşmeden her birine ait örnekler tablolar halinde verilmiştir.

4.4.1. I. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular

Tablo 4.19'da birinci görüşmede araştırmacı tarafından renkli küpler ile somut olarak öğrenciye yöneltilen standart ve tersine çevirme problem tiplerine yönelik öğrencinin verdiği cevaplar ve çözüm stratejileri yer almaktadır.

Öğrencinin standart tipte sorulan iki soruyu (birinci ve üçüncü sorular) soldan sağa işlem (SOSA) yapma stratejisini kullanarak çözdüğü görülmüştür. Somut tersine çevirme problem tipinde yöneltilen dokuz sorudan iki tanesinde hatalı çözüm yaparken, geri kalan yedi tanesini de tersine çevirme stratejisini kullanarak yapmıştır. Öğrencinin hatalı çözüm (ÇZHT) yaptığı iki soruda da öğrencinin soruyu nitel algılamasından kaynaklanan, farklı renklerle işlem yapılamayacağını düşünmesinden dolayı kendince çözümler üretmeye çalışması olduğu belirlenmiştir. Ayrıca öğrencinin çözümlerinde genel olarak gözlemlenen, çözümleri öyküleştirmesi ve zaman zaman resimlemesi olmuştur.

Tablo 4.19: Somut standart/tersine çevirme problem tipine yönelik çözüm stratejileri

SORU	SORU	SORU TİPİ	ÇÖZÜM
1.		STÇPT	SOSA
2.		SSPT	SOSA
3.		STÇPT	TÇS
4.		STÇPT	TÇS
5.		STÇPT	TÇS / NTD
6.		STÇPT	TÇS / NTD
7.		STÇPT	TÇS / NTD
8.		STÇPT	TÇS / NTD
9.		STÇPT	TÇS / NTD

***SSPT**: Somut Standart Problem Tipi; **STÇPT**: Somut Tersine Çevirme Problem Tipi
 *****SOSA**: Soldan Sağa İşlem Yapma; **ÇZHT**: Çözüm Hatalı; **TÇS**: Tersine Çevirme Stratejisini Kullanma

Öğrencinin beşinci sorudan dokuzuncu soruya kadar tüm soruları yanıtlarken tersine çevirme prensibini kullandığı belirlenmiştir. Bilinçli bir şekilde olmasa da bu prensibin kullanıldığına dair ipuçları verecek olan kelimeler, cümleler araştırmacı tarafından belirlenmiştir. “*Yine aynı oldu, değişmedi, yine eksilmemiş, hiç bir şey eksilmedi, yine tamamlandı*” şeklindeki cümleler öğrenci tarafından kullanılmıştır. Sözel ifadelerin yanı sıra araştırmacı tarafından gözlemlenen öğrenci davranışları da prensibin kullanılıp kullanılmadığını göstermektedir. Örneğin diyalogun sonunda, durumun ne olduğu (kaç küp

olduğu) öğrenciye sorulduğunda küpleri sayması, çözümü yaparken soldan sağa işlem yaparak çözüm yapmadığını göstermektedir. Bu ve benzeri birçok hareket araştırmacı tarafından gözlemlenmiş ve öğrencinin prensibi bilip bilmediği, kullanıp kullanmadığı, çoğu zaman farkında olmadan kullandığı belirlenmiştir.

Araştırmacı ile öğrenci arasında geçen diyalogda koyu renkle yazılan, öğrencinin kurduğu cümleler bu prensibin kullanıldığını göstermektedir.²⁹

Farklı renkteki küplerle sorulan, öğrencinin nicel ya da nitel algılamasını fark edebilmeyi amaçlayan somut tersine çevirme problem tipinde hazırlanmış beşinci soruyu çözerken öğrencinin tersine çevirme prensibinin farkında olduğu ve soruyu nitel olarak değerlendirdiği görülmüştür. Öğrencinin tersine çevirme stratejisinin farkında olduğunu gösteren bazı ipucu kelimeler belirlenmiştir. Bu kelimeler öğrencinin kurduğu bazı cümleler içinden belirlenmiştir. Öğrencinin, “*onun yerine*”, “*3 tanesi mavi olacaktı, iki tanesi mavi oldu.*” şeklinde kurduğu cümleler tersine çevirme stratejisinin farkında olduğunu göstermektedir.

Öğrencinin sorunun çözümü sırasında küplerin renklerini önemsemesi, renklere göre işlem yapmaya çalışması, öğrencinin soruyu nitel olarak algıladığını göstermektedir. “*Mavilerin sayıları bir eksildi, kırmızuların bir çoğaldı.*”, “*Yani birinin eksilmiş birinin çoğalmış oldu.*” şeklinde kurduğu cümlelerden de öğrencinin küplerini önemseyerek işlem yaptığı görülebilmektedir. Bu bulgulara yönelik, Ceyda isimli öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme diyalogu aşağıda verilmiştir:

Öğrenci:Ceyda

Görüşme: 1

Soru:7

...

C:Dediniz ki üç tane masaya....yani masaya üç tane koydum, öyle dediğiniz için.

*(Anlatırken tekrar uyguluyor.)Ondan sonra bir tanesini çıkart dediniz. **Onun yerine** bir tane kırmızı ekleyin dediniz.*

Ö: Ne oldu?

C:Ne oldu? Bir tanesi yani üç tane... iii.... mavi olacaktı.İki tanesi mavi oldu bir tanesi kırmızı oldu.

²⁹ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek’de yer alan **Ceyda, Görüşme I, Soru 5** görüşme diyaloguna bakınız.

Ö: Sayıları ne oldu?

C: Sayıları? Mavilerin bir eksildi, kırmızuların bir çoğaldı. Kırmızular sıfırdı.

Ö: Evet sayıları bu şekilde ne olmuş oldu?

C: Yani birinin eksilmiş birinin çoğalmış oldu.

...

Renkli küplerle somut tersine çevirme problem tipinde sorulmuş sekizinci soruyu öğrenci tersine çevirme prensibini kullanarak çözmüştür. Öğrencinin, “*Zaten iki tane mavi küp vardı o değişmedi.*”, “*Yine üç kişiydi.*”, “*Yine eksilmemiş buradaki.*” şeklindeki cümleleri öğrencinin tersine çevirme prensibinin farkında olduğunu ve bu stratejiyi sorunun çözümünde kullandığını göstermektedir. Bu bulguya yönelik Ceyda isimli öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme diyalogu aşağıda verilmiştir:

Öğrenci: Ceyda

Görüşme: 1

Soru: 8

...

C: O da şöyle oldu. *Zaten iki tane mavi küp vardı o değişmedi.* Ama bir tane sarı küp vardı, o eksildi. Bir tane kırmızı küp oldu, o da çoğaldı.

...

C: Kaç kişiydi? *Yine üç kişiydi.*

Ö: Hımm. *Yine.*

C: Üç kişiydi yine. Ama dört...öyle anlatayım. Dört tane arkadaş varsa üç tanesi buraya gelmiş. Bunlar yer değiştirme yapmışlar. (Sarı ve kırmızı renkteki küpleri göstererek)

Ö: Hımm...Ama arkadaşların sayısı ne olmuş?

C: *Yine eksilmemiş buradaki.* (Küpleri göstererek)

Ö: Hımm...Tamam anladım. Teşekkür ederim sana. Şimdi onları bir kenara kaldıralım.

Somut tersine çevirme problem tipinde $(a-b+b)$ sembolize edilebilecek dokuzuncu sorunun çözümünde öğrencinin tersine çevirme stratejisini kullandığı görülmüştür. Görüşme diyalogu incelendiğinde öğrencinin, küpleri kastederek “*İkiye iki yer değiştirme yapmışlar.*” şeklinde kurduğu cümle öğrencinin küplerin sayılarında bir değişme olmadığını farkında olduğunu göstermektedir. Araştırmacının, öğrencinin herhangi bir sayma ya da toplama çıkarma işlemi yapıp yapmadığını öğrenmek için yönelttiği soruya “*Toplama çıkartma*

yapmadım.” şeklinde cevap vermesi de tersine çevirme stratejisinin kullanıldığı bulgusunu desteklemektedir.³⁰

Somut tersine çevirme problem tipinde renkli küplerle yöneltilen onuncu sorunun çözümünde öğrencinin tersine çevirme stratejisini kullandığı görülmüştür. Öğrenci ile gerçekleştirilen diyalogda tersine çevirme stratejisinin kullanıldığına dair ip ucu oluşturacak cümleler belirlenmiştir. Bu cümleler; *“Hiçbir şey eksilmedi Yani hepsi tamamlandı.”*, *“Yine sekize ulaştı.”* şeklindedir. Öğrenci küp renklerinin farklı oluşunu önemsememiş ve eklenen ve çıkarılan küp miktarlarını önemseyerek tersine çevirme stratejisini kullanarak çok kısa sürede soruya cevap vermiştir.³¹

Öğrenciye somut olarak renkli küplerle yöneltilmiş dokuzuncu sorunun çözümünde öğrenci tersine çevirme stratejisini kullanmıştır. Öğrencinin, *“üç yine geri geldi.”*, *“Yine tamamlandı bunlar farklı renklerle.”* şeklindeki cümlelerinin içinde geçen “yine, tamamlandı, geri geldi” kelimeleri tersine çevirme stratejisinin kullanıldığına dair ip uçları vermektedir. Ayrıca araştırmacının *“Kaç kişi gitmiş kaç kişi gelmiş?”* yani kaç küp eklenmiş, kaç küp çıkartılmış sorusuna *“Onu hatırlamıyorum. Ama yine tamamlanmış o grup.”* şeklinde cevap vermesi öğrencinin, soru somut materyallerle sorulduğunda fark etmeden yönergeleri uyguladığı saymaya ya da hesap yapmaya gerek duymadığını göstermektedir.³²

³⁰ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek’de yer alan **Ceyda, Görüşme I, Soru 9** görüşme diyaloguna bakınız.

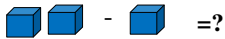

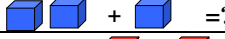







³¹ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek’de yer alan **Ceyda, Görüşme I, Soru 10** görüşme diyaloguna bakınız.

³² Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek’de yer alan **Ceyda, Görüşme I, Soru 11** görüşme diyaloguna bakınız.

4.4.2. II. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular

Tablo 4.20’de, yarı soyut problem tiplerinde (YSPT) hazırlanan soruların yarı soyut standart problem tipine ait (YSSPT) öğrenci çözüm stratejileri verilmiştir. Sorular yarı soyut tipte hazırlanmış ve öğrencinin, somut standart problem tipinde (SSPT) hazırlanmış renkli küplerle sorulan soruları cevaplarırken kullandığı stratejileri, sorular yarı soyut bir şekilde yine renkli küp şekilleri kullanılarak kağıt üzerinde yöneltildiğinde de kullanıp kullanmadığını görebilmek amaçlanmıştır. Öğrencinin soru çözümleri sırasında kullandığı çözüm stratejilerin kodları tabloda verilmiştir. Öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme diyalogları incelenmiş ve belirlenen bazı soruların çözümlerini anlatmasını istemiştir.

Tablo 4.20: Yarı soyut standart problem tipine yönelik çözüm stratejileri

SORU	SORU	SORU TİPİ	ÇÖZÜM
1.	 =?	YSSPT	SOSA
2.	 =?	YSSPT	SOSA
3.	 =?	YSSPT	SOSA
4.	 =?	YSSPT	SOSA
5.	 =?	YSSPT	SOSA
6.	 =?	YSSPT	SOSA
7.	 =?	YSSPT	SOSA
8.	 =?	YSSPT	SOSA
9.	 =?	YSSPT	SOSA
10.	 =?	YSSPT	SOSA

*YSSPT: Yarı Soyut Standart Problem Tipi

**SOSA: Soldan Sağa İşlem Yapma

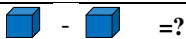
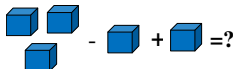
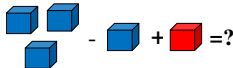
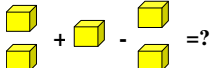
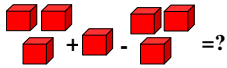
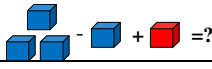
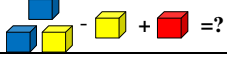
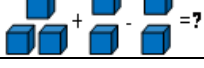
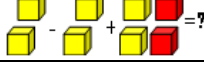
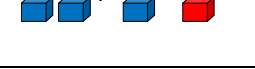
Öğrenci, kontrol amaçlı standart tipte ve farklı renkteki küplerin kağıt üzerine aktarılarak sorulduğu tüm soruların çözümünde soldan sağa işlem yapmayı tercih etmiştir.

Tablo 4.21’de, öğrencinin yarı soyut tersine çevirme problem tipinde (YSTÇPT) yöneltilen soruları çözerken kullandığı çözüm stratejileri ve bu stratejilere ait kodlar verilmiştir. Soruların yarı soyut tipte hazırlanması, öğrencinin, Somut Tersine Çevirme Problem Tipinde (STÇPT) hazırlanmış renkli küplerle sorulan soruları cevaplarırken kullandığı stratejileri, sorular yarı soyut bir şekilde yine renkli küp şekilleri kullanılarak kağıt üzerinde

yöneltildiğinde de kullanıp kullanmadığını görebilmeyi amaçlamaktadır. Kullanılan çözüm stratejilerinin daha net anlaşılabilmesi için öğrencilere önce soruları çözümlmeleri için yeterli süre verilmiş, daha sonra öğrenciden, araştırmacı tarafından belirlenen bazı soruların çözümlerini anlatması istenmiştir.

Öğrencinin aynı tarzdaki sorular somut olarak sorulduğunda tersine çevirme stratejisini kullandığı, yarı soyut şekilde sorulduğunda soruları soldan sağa işlem yaparak yanıtladığı görülmüştür. Bu bulgulara ait kodlamalar Tablo 4.21’de verilmiştir.

Tablo 4.21: Yarı soyut tersine çevirme problem tipine yönelik çözüm stratejileri

SORU	SORU	SORU TİPİ	ÇÖZÜM
1.	 =?	YSTÇPT	SOSA
2.	 =?	YSTÇPT	SOSA
3.	 =?	YSTÇPT	ÇZYK
4.	 =?	YSTÇPT	SOSA
5.	 =?	YSTÇPT	SOSA
6.	 =?	YSTÇPT	SOSA
7.	 =?	YSTÇPT	TÇS
8.	 =?	YSTÇPT	ÇZYK
9.	 =?	YSTÇPT	SOSA
10.	 =?	YSTÇPT	SOSA

*YSTÇPT: Yarı Soyut Tersine Çevirme Problem Tipi.

**SOSA: Soldan Sağa İşlem Yapma.

***ÇZHT: Çözüm Hatalı; ÇZYK: çözüm Yok.

Öğrenci iki soruyu çözümsüz bırakırken, bir soruda da hatalı çözüm yapmıştır. Çözümsüz bırakılan üçüncü soru incelendiğinde, sorunun farklı renkteki küplerle yöneltildiği görülmüştür. Öğrencinin verdiği cevaplar göz önüne alındığında bu soruyu yanıtsız bırakmasının sebebinin soruları nitel olarak algılamasından kaynaklandığı görülmüştür.³³

Yarı soyut tersine çevirme problem tipinde öğrenciye yöneltilen soru birinci görüşmede renkli küplerle sorulmuş ve öğrencinin bu soru tipini tersine çevirme stratejisini kullanarak çözdüğü görülmüştür. Fakat Tablo 4.21 incelendiğinde yarı soyut olarak yöneltilen altıncı sorunun çözümünde öğrencinin soldan sağa işlem yaptığı görülmüştür. Araştırmacı tarafından öğrenciye işlem yapıp yapmadığı, işlemleri bir sıraya koyup koymadığı sorulduğunda **“Yani burada hangi işlemleri veriyorsa öyle yapıyorum.”** şeklinde cevap vermesi öğrencinin sırasıyla işlemleri soldan sağa şekilde yaptığını göstermektedir. Öğrencinin sorunun bütününe algılayıp algılayamadığını fark edebilmek için araştırmacının **“Yani önce çıkartayım, sonra toplayayım diye değil de, bütünüyle bir işlem olarak düşünseydin?”** sorusuna kırmızı renkli küpü göstererek **“Bu kırmızı renkli olmasa olurdu, bütünüyle düşünebilirdik.”** şeklinde cevap vererek soruyu nitel olarak algıladığını göstermektedir.³⁴

³³ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek’de yer alan **Ceyda, Görüşme II, Soru 3** görüşme diyaloguna bakınız.

³⁴ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek’de yer alan **Ceyda, Görüşme I, Soru 6** görüşme diyaloguna bakınız.

4.4.3. III. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular

Bu görüşmede, öğrenciden üzerinde resimler olan kartlardan birini seçmesi istenmiştir. Resmi inceledikten sonra kartın arkasında yazan tersine çevirme problem tipinde hazırlanmış soruyu okuması istenmiştir. Öğrenciden kalem kağıt kullanarak çözmesi istenmemiştir. Fakat masanın bir kenarında kağıt ve kalem bulundurulmuştur. Öğrencinin üç sorusunda çözümünde masada bulunan kağıt ve kalemi kullandığı, seçtiği karttaki problemin resmini çizdiği görülmüştür.

Tersine çevirme prensibinin kullanılmasının beklendiği üç sorunun birinde tersine çevirme stratejisini (TÇS) kullandığı, iki tanesinde de soldan sağa (SOSA) işlem yapma yolunu tercih ettiği görülmüştür.

Tablo 4.22: Resimli kartlarla sorulan standart/tersine çevirme problem tipine yönelik çözüm stratejileri

SORU	SORU	ÇÖZÜM
1.	<i>7 yaşına giren Zog'un doğum günü partisi için tüm aile hazırlıklara başlamış. Bayan Og, parti için 20 tane küçük kek, büyükanne ise tam 10 tane küçük kek pişirmiş. Fakat yaramaz Dino, 10 tane küçük keki kimse görmeden mideye indirmiş. Zog parti için kaç keki kaldığını bulamıyor. Ona yardım eder misin? (20+10-10=?)</i>	TÇS
2.	<i>Bahar geldi, Og ailesi ormana piknik yapmaya gitti. Aile üyeleri etraftaki hayvanları incelerken, Zog çiçek toplamaya koyuldu. Zog topladığı 8 demet çiçeğin 8 demetini de annesine verdi. Zog'un elinde kaç çiçeği kaldı? (8-8=?)</i>	SOSA
3.	<i>Zog'un bütün arkadaşları doğum günü partisine gelmiş, parti çok eğlenceli geçmişti. Partiden sonra etrafın toparlanması, bulaşıkların yıkanması gerekiyordu. Zog, kirli tabakları saydı, tam 15 taneydi. Bayan Og tabakların 15'ini yıkadıktan sonra, Zog 5 kirli tabak daha getirdi. Zog, yıkanması gereken kaç kirli tabak olduğunu hesapladı. Sence bulduğu sonuç ne? (15-15+5=?)</i>	SOSA

***SOSA:** Soldan Sağa İşlem Yapma.

****TÇS:** Tersine Çevirme Stratejisini Kullanma

İlk soruda (20+10-10) işlemini ifade edecek şekilde hazırlanmış bir problem, öğrenciye araştırmacı tarafından sözel olarak yöneltilmiştir. Öğrenci çözüm sırasında kağıt kalem kullanarak işlem yapmayı hatta problemin resmini çizmeyi tercih etmiştir. Fakat soru ve çözümünün sözel olarak anlatılması istendiğinde öğrencinin aslında Tersine Çevirme Stratejisini (TÇS) kullandığı ortaya çıkmıştır. Annenin yaptığı 20 kek ve büyükanne'nin yaptığı 10 kekin, 10 tanesini Dino'nun yemesini öğrenci büyükanne'nin yaptığı kekler yenmiş

sadece annenin yaptığı kekler kalmış şeklinde yorumlamıştır. Bunu, diyalogda geçen **“Dino Dinozor da, tabi eski çağlarda kaldığı için,(gülüyor) büyük annenin yaptığı 10 tane keki yemiş. Büyük annenin yaptığı kekler kalmamış ama Bayan Og’un yaptığı kekler kalmış. Dinozor yani Dino o 10 tane keki yemeseydi Zog’un doğum günü partisi için tam 30 tane keki olacaktı ama Dino 10 tanesini yediği için 20 tane yani bayan Og’un yaptığı 20 tane kek kalmış.”** şeklinde kurduğu cümlelerden anlamak mümkündür.

Öğrencinin çözümü bu şekilde ifade etmesi, birçoğuğa bir miktarın eklenip yine aynı miktarın çıkarılmasının çokluğun miktarında bir değişime yol açmadığının farkında olduğunu göstermektedir. Bu bulguya yönelik Ceyda adlı öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme diyalogu aşağıda verilmiştir:

Öğrenci: Ceyda

Görüşme: 3

Soru: 7 yaşına giren Zog’un doğum günü partisi için tüm aile hazırlıklara başlamış. Bayan Og, parti için 20 tane küçük kek,ükl büyükanne ise tam 10 tane küçük kek pişirmiş. Fakat yaramaz Dino, 10 tane küçük keki kimse görmeden mideye indirmiş. Zog parti için kaç keki kaldığını bulamıyor. Ona yardım eder misin?

...

C: Dino Dinozor da, tabi eski çağlarda kaldığı için,(gülüyor) büyük annenin yaptığı 10 tane keki yemiş. Büyük annenin yaptığı kekler kalmamış ama Bayan Og’un yaptığı kekler kalmış. Dinozor yani Dino o 10 tane keki yemeseydi Zog’un doğum günü partisi için tam 30 tane keki olacaktı ama Dino 10 tanesini yediği için 20 tane yani bayan Og’un yaptığı 20 tane kek kalmış.

Ö: Bayan Og ile büyükannenin yaptığı kekler farklı mıymış?

C: Bakayım (soruya bakıyor) Hayır değilmiş, ikisi de küçük keklermiş.

Ama 30 tane olacağına 20 tane olmuş, çünkü Dino yani dinozor 10 tanesini yemiş.

Ö: Tamam.

...

C: Yani bir değişiklik olmayacaktı. 20 tane kek kalırdı yine. İki işlem de olabilir.

Ö: Tamam. Peki sence işlem yapmak gerekli miydi bunun için?

C: Yok gerekli değildi ama ben yaptım.

Ö: Nasıl? Yapmadan nasıl bulabilirdik?

C: Eee...yapmadan zihinden, zihnimizden yapabiliriz mesela...

Öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemlerinin birbirinin tersi işlemler olduğunu bilip bilmediklerini gözlemleyebilmek amacıyla hazırlanmış (8-8) tipindeki soruya yönelik Ceyda isimli öğrenci ile gerçekleştirilen diyalog aşağıda verilmiştir. Öğrenci sorunun çözümünde Soldan Sağa (SOSA) işlem yaparak doğru çözüme ulaşmış fakat araştırmacı tarafından yöneltilen sorularla öğrencinin toplama ve çıkarma işlemlerinin birbirinin tersi işlemler olduğu ile ilgili bir bilgi sahibi olmadığı görülmüştür.³⁵

Öğrenci resimli kartlara hazırlanmış $(a-a+b)$ şeklindeki sorunun çözümünde soldan sağa işlem yapma stratejisini kullanmıştır. Öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme diyalogu ve öğrenci cevap kağıdı incelendiğinde, soru çözümünde tersine çevirme stratejisini kullandığını gösteren kısa yollar uygulamadığı görülmüştür. Bunun yanı sıra yapılacak işlemler çok basit işlemler olmasına rağmen, öğrencinin kağıda alt alta işlem yaptığı görülmüştür.³⁶

³⁵ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek'de yer alan **Ceyda, Görüşme III, Soru 2** görüşme diyaloguna bakınız.

³⁶ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek'de yer alan **Ceyda, Görüşme III, Soru 3** görüşme diyaloguna bakınız.

4.4.4. IV. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular

Tablo 4.23’de, sembolik tipte hazırlanmış ve soru kağıdı şeklinde öğrenciye sunulmuş işlemlerin cevaplanması sırasında öğrencinin kullandığı çözüm stratejileri verilmiştir. Öğrenciye yöneltilen soruların ilk dokuzu sembolik standart problem tipinde (SESPT), sonraki dokuz soru da sembolik tersine çevirme problem tipinde (SETÇPT) hazırlanmıştır.

Çözüm stratejileri incelendiğinde ilk bölümde yer alan ve kontrol amaçlı yöneltilen sembolik standart soruların dördünü soldan sağa, dördünü de sağdan sola işlem yaparak çözmüştür.

Tablo 4.23: Sembolik standart/tersine çevirme problem tipine yönelik çözüm stratejileri

SORU	SORU	SORU TİPİ	ÇÖZÜM	SORU	SORU	SORU TİPİ	ÇÖZÜM
1	$25+25=?$	SESPT	SOSA	10	$25-25=?$	SETÇPT	SOSA
2	$3+2+2=?$	SESPT	SASO	11	$3+2-2=?$	SETÇPT	TÇS
3	$8+5+5=?$	SESPT	SASO	12	$8+5-5=?$	SETÇPT	TÇS
4	$11+2+11=?$	SESPT	ÖSÖS	13	$11+2-11=?$	SETÇPT	ÇZHT
5	$7-5+7=?$	SESPT	SOSA	14	$7+5-7=?$	SETÇPT	SOSA
6	$6-1+6=?$	SESPT	SOSA	15	$6+1-6=?$	SETÇPT	SOSA
7	$14-5-5=?$	SESPT	SASO	16	$14-5+5=?$	SETÇPT	ÇZHT
8	$20+0+20=?$	SESPT	SOSA	17	$20-0-20=?$	SETÇPT	SOSA
9	$125+58+58=?$	SESPT	SASO	18	$125+58-58=?$	SETÇPT	TÇS

***SESPT**: Sembolik Standart Problem Tipi

** **SETÇPT**: Sembolik Tersine Çevirme Problem Tipi

*****SOSA**: Soldan Sağa İşlem Yapma; **SASO**: Sağdan Sola İşlem Yapma

******ÇZHT**: Çözüm Hatalı; **ÖSÖS**: Özdeş Sayı Önceliği Stratejisi

***** **TÇS**: Tersine Çevirme Stratejisini Kullanma

Öğrenci sorulardan birini de özdeş sayı önceliğini kullanarak çözmüştür. $(11+2+11)$ şeklindeki soruyu çözerken öğrenci öncelikle özdeş olan ilk ve son terimi toplamış sonra ortadaki terimi eklemiştir. Öğrencinin bu çözüm stratejisini seçmesinin sebebinin kısa yoldan zihinden işlem yapmanın daha pratik olduğunu düşünmesinden kaynaklandığı belirlenmiştir.³⁷

³⁷ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek’de yer alan **Ceyda, Görüşme IV, Soru 4** görüşme diyaloguna bakınız.

Çözüm stratejileri incelendiğinde, öğrencinin ikinci bölümde yer alan sembolik tersine çevirme problem tipine yönelik sorulardan üç tanesini tersine çevirme stratejisini kullanarak çözümlendiği, iki tanesinde hatalı çözüm yaptığı, geri kalan dördünde ise soldan sağa işlem yapma yolunu tercih ettiği görülmüştür.

Öğrencinin soldan sağa işlem yapmayı ve tersine çevirme stratejisini kullanmayı tercih ettiği sorular karşılaştırılarak incelendiğinde, öğrencinin tersine çevirme stratejisini kullandığı soruların aynı miktar çokluğun eklenip çıkartıldığı $(a+b-b)$ ya da çıkartılıp eklendiği $(a-b+b)$ şeklindeki sorular olduğu görülmüştür. Fakat $(a+b-a)$ şeklinde sorulmuş ilk ve son terimin özdeş olduğu sorularda tersine çevirme stratejisini fark edemediği bu sebeple soldan sağa işlem yapmayı tercih ettiği belirlenmiştir.

Büyük rakamlar kullanılarak hazırlandığında tersine çevirme stratejisinin kullanılma sıklığını görebilmek amacıyla sembolik tipte hazırlanan sorunun çözümünde öğrencinin tersine çevirme stratejisini kullandığı belirlenmiştir. Öğrencinin diyalog sırasında kurduğu “58’den 58 çıkardım, 0 kaldı.” şeklindeki cümlesi öğrencinin sağdan sola işlem yapma ya da özdeş sayı önceliğini kullanma gibi görünse de, görüşmenin devamında araştırmacının yönelttiği sorulara “*Kolaylıktan aklıma geldi.*”, “*Evet. Zaten sonuç yine 125 çıkacağı için.*” şeklinde cevaplar vermesi ve soru üzerinde $(58-58)$ işlemini yaparken sayıların üzerini çizmesi bu kısa yolu kullandığını göstermektedir. Bulguya yönelik Ceyda isimli öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme diyalogu aşağıda verilmiştir:

Öğrenci: Ceyda

Görüşme: 4

Soru: $125+58-58=?$

... Hiç işlem yapmamışsın gibi geldi bana?

C: Yoook. 58’den 58 çıkardım, 0 kaldı.(Soru üzerinde çizerek gösteriyor.)

Ö: Neden 125 ile 58’i toplamadın önce?

C: Canım istemedi.

Ö: Peki bunu yapmak nereden aklına geldi senin, ilk soruyu görünce?

C: Kolaylıktan geldi.

Ö: Hımm. Kolaylık olsun diye mi öyle yaptın?

C: Evet. Zaten sonuç yine 125 çıkacağı için.

Ö: Tamam. Teşekkür ederim.

Öğrencinin tersine çevirme stratejisini kullandığı sorulardan biri yine $(a+b-b)$ şeklinde sembolik tipte sorulmuş sorulardan biridir. Öğrencinin soruyu çözerken sağdan sola da düşünülebileceğini söylemesinin yanı sıra “*Sonuç yine aynı çıkar.*” şeklindeki cümlesi öğrencinin tersine çevirme stratejisini farkında olarak kullandığını göstermektedir.³⁸

³⁸ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek’de yer alan **Ceyda, Görüşme IV, Soru 12** görüşme diyaloguna bakınız.

4.4.5. V. Görüşmeden Elde Edilen Bulgular

Bu görüşmede, öğrenciye yöneltilen sorular sözel tipte hazırlanmış, öğrenciye sözel olarak sorulmuş ve sözel olarak cevaplaması istenmiştir. Öğrenci soruları cevaplarırken kağıt, kalem kullanmamıştır. İki tanesi standart, sekiz tanesi tersine çevirme stratejisi gerektirecek sekiz soru hazırlanmış ve öğrenciye yöneltilmiştir. Sözel standart problem tipindeki iki sorunun da soldan sağa işlem yapılarak çözüldüğü görülmüştür. Tersine çevirme stratejisinin kullanılması beklenen altı sorudan dört tanesi öğrenci tarafından bu strateji kullanılarak çözümlenmiştir. Tersine çevirme problem tipinde hazırlanan sorulardan iki tanesi soldan sağa (SOSA) işlem yapma yolu tercih edilerek çözülmüştür.

Tablo 4.24: Sözel standart/tersine çevirme problem tipine yönelik çözüm stratejileri

SORU	SORU	SORU TİPİ	KOD
1	<i>Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 2 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?</i>	SÖSPT(5+3-2)	SOSA
2	<i>Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 4 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?</i>	SÖTÇPT(5+3-3)	TÇS
3	<i>Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 3 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?</i>	SÖSPT(5+3-4)	SOSA
4	<i>Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 5 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?</i>	SÖTÇPT(5+3-5)	SOSA
5	<i>Elimde birkaç tane bilyem var. Bu bilyelere 3 bilye ekledim, 3 bilye çıkarttum. Elimde kaç bilyem kaldı?</i>	SÖTÇPT(?+3-3)	TÇS
6	<i>Ali Baba'nın çiftliğinde 10 tane ördek, 18 tane de tavuk vardı. Çiftlikteki hayvanların 18 tanesi öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde kaç hayvan kaldı?</i>	SÖTÇPT(10+18-18)	TÇS
7	<i>Ali Baba'nın çiftliğinde 10 tane ördek, 18 tane de tavuk vardı. Çiftlikteki hayvanların 10 tanesi öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde kaç hayvan kaldı?</i>	SÖTÇPT(10+18-10)	SOSA
8	<i>Ali Baba'nın çiftliğinde birçok hayvan vardı. Çiftlikteki hayvanlara 18 tane horoz eklendi. Daha sonra 18 tane horoz hastalanıp öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde ne kadar hayvan kaldı?</i>	SÖTÇPT(?+18-18)	TÇS

*SÖSPT: Sözel Standart Problem Tipi; SÖTÇPT: Sözel Tersine Çevirme Problem Tipi

** SOSA: Soldan Sağa İşlem Yapma

*** ÇZHT: Çözüm Hatalı; TÇS: Tersine Çevirme Stratejisini Kullanma

Öğrenciye sözel olarak yöneltilen sözel tersine çevirme problem tipine ait ikinci sorunun çözümünde öğrencinin tersine çevirme stratejisini kullandığı ve bu stratejiyi farkında olarak kullandığı belirlenmiştir. Öğrenci ile yapılan görüşme diyalogu incelendiğinde öğrencinin cevabı çok kısa sürede söylediği, durumun değişmediğinin farkında olduğunu gösteren “*Eee 5*” şeklindeki tavrı göze çarpmıştır. Araştırmacı tarafından, stratejinin kullanıldığının kesinleşmesi amacıyla yöneltilen bir takım sorulara da öğrenci cevabı, “*Yani aldığım bilyeler bende yok artık. Yani artık bende önceki gibi var.*”, “*Aldıklarım yok, önceki gibi.*” şeklinde olmuştur. Öğrencinin, “*Bu soruda işlem yapmadım.*” şeklindeki ifadesine karşılık, araştırmacı “*Peki sen böyle problemler gördüğünde ilk işlem yapmayı mı düşünüyorsun yoksa kendi yolunu mu düşünüyorsun?*” sorusunu yönelmiştir. Bu soruya karşılık öğrenci, “*Yani öğretmen bize yazdırıyor, işlem istiyor tabi.*” şeklinde cevap vermiştir. Öğrencinin kurduğu bu cümleden hareketle okullarda öğrencilerin, öğretmenler tarafından zihinden işlem yaparak pratik bir şekilde sonuca ulaşmaya, zaman zaman kısa yollar kullanmaya teşvik edilmedikleri görülmektedir. Bu bulgulara yönelik Ceyda isimli öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme diyalogu aşağıda verilmiştir:

Öğrenci: Ceyda

Görüşme: 5

Soru: Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 3 bilye verdim.

Kaç bilyem kaldı?

...

C: Eee 5

Ö: Nasıl eee... 5? Hemen bildin. Nasıl yaptın?

...

C: İlk mesela benim bilyelerim varmış 4 tane almışım diyelim bakkaldan. 4 tanesini de kaybetmişim veya Caner'e vermişim. Yani aldığım bilyeler bende yok artık. Yani artık bende önceki gibi var. Aldıklarım yok, önceki gibi.

Ö: Tamam. Yani hiç işlem yapmadın mı sen?

C: Bu soruda yapmadım.

...

Ö: Tamam. Peki sen böyle problemler gördüğünde ilk onu mu düşünüyorsun, kendi yolunu mu düşünüyorsun?

C: Yani öğretmen bize yazdırıyor, işlem istiyor tabi. Ben kafamdan benim yolum gibi yapıyorum ama işlemi de defterime yapıyorum...

Öğrenciye sözel olarak yöneltilen dördüncü sorunun çözümünde öğrenci soldan sağa işlem yapma stratejisini kullanmıştır. Öğrenci bir önceki soruda tersine çevirme stratejisini kullanmasına rağmen bu sorunun çözümünde bu stratejiyi kullanamayacağını, bu sorunun bir öncekinden daha zor olduğunu düşündüğünü belirten cümleler kurmuştur. Araştırmacı tarafından soruyu nasıl yaptığına dair yöneltilen soruya “**Bunda işlem yaptım.**” şeklindeki cevabı ve araştırmacı tarafından yapılan gözlemler sonucu öğrencinin tersine çevirme stratejisini kullanmak yerine soldan sağa işlem yaptığı belirlenmiştir.³⁹ Öğrenci ve araştırmacı arasında geçen diyalog ve araştırmacı notları incelendiğinde öğrencinin tersine çevirme stratejisini sadece son iki terimin aynı olduğu durumlarda ($a+b-b$ ya da $a-b+b$) sıkça kullandığı, ilk terim ve son terimin aynı olduğu durumlarda ($a+b-a$) sorunun zor olduğunu düşündüğü ve soldan sağa işlem yapma yolunu tercih ettiği görülmüştür.

Sembolik olarak ($? +18-18$) şeklinde ifade edilmesi gereken sözel tersine çevirme problem tipinde (SÖTÇPT) hazırlanan problem sözel olarak, öğrenciye yöneltilmiştir. Görüşme sırasında, öğrenciden eklenen ve çıkarılan aynı miktarın durumu değiştirmedeğini ifade etmesi beklenmiş ve araştırmacı tarafından buna yönelik sorular sorulmuştur. Öğrencinin bu soruya tersine çevirme prensibinin farkında olarak cevap verdiği görülmüştür. Görüşme sırasında öğrencinin kurduğu “**Yani yine aynı oluyor.**”, “**Bir sayı söylemek zorunda olmasam Ali Baba’nın çiftliğindeki hayvanlar yine eskisi gibi olmuş derim.**” şeklindeki cümleler bu bulguyu kanıtlamaktadır. Bulguya yönelik Ceyda isimli öğrenci ile gerçekleştirilen görüşme diyalogu aşağıda verilmiştir:

Öğrenci:Ceyda

Görüşme: 5

Soru: Ali Baba’nın çiftliğinde birçok hayvan vardı. Çiftlikteki hayvanlara 18 tane horoz eklendi. Daha sonra 18 tane horoz hastalanıp öldü. Ali Baba’nın çiftliğinde ne kadar hayvan kaldı?

...

C: Yani Ali Baba’nın çiftliğinde diyelim ki 32 hayvan varmış. 18’ini almışsınız yani toplama işlemi. Ondan sonra 18 çıkartmışsınız. Yani yine 32 oluyor. Ama benim aklımdan düşündüğüm 32. Şimdi bilemiyorum ne kadar var.

Ö: Sence bu soru nasıl bir soru? Zor bir soru mu?

C: Bilmiyorum. Zor da değil de...

³⁹ Görüşme sorusu ve öğrenci cevapları için Ek’de yer alan **Ceyda, Görüşme V, Soru 4** görüşme diyaloguna bakınız.

...

Ö: Yani bir sayı söylemek zorunda olmasam?

C: Bir sayı söylemek zorunda olmasam Ali Baba'nın çiftliğindeki hayvanlar yine eskisi gibi olmuş derim.

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin toplamsal ifadeler içeren problemleri çözerken tersine çevrilebilirlik prensibini nasıl kullandıkları, stratejileri ve hangi zihinsel süreçlerden geçtiklerini anlayabilmek amacıyla 3. sınıfa devam eden dört öğrenci ile yapılan çalışmada elde edilen bulgular ve bulgularla bağlantılı olarak geliştirilen tartışma ve öneriler bu bölümde yer alır.

5.1. SONUÇLAR

5.1.1. Nitel Analiz Sonuçları

Öğrencilerin, klinik görüşmelerde kullanılan somut, yarı soyut, sözel ifade gerektiren, sembolik ve resimli kart problemleri olmak üzere beş soru tipine yönelik çözümleri ve kullandıkları stratejiler klinik görüşme tekniği ve araştırmacının görüşme esnasında aldığı notlar, öğrencilerin problemleri çözdükleri çalışma kâğıtları değerlendirilerek araştırma problemine cevap aranmıştır. Çalışmanın yöntemi “Durum Çalışması” (Case Study) ya da “Örnek Olay” dır. Her bir öğrencinin problemlere verdiği cevaplar ayrı ayrı bir durum olarak kabul edilmiştir.

Birinci görüşmede, somut ifadeler içeren soru tipinde yer alan sorular öğrencilere renkli küplerle sorulmuştur. Tüm öğrenciler için yapılan ilk görüşmede somut ifadeler içeren problem tipi kullanılmıştır. Bu problemler hem standart hem de tersine çevirme problem tipi şeklinde yer almıştır. Dört öğrencinin de birinci görüşmelerinde sorulan standart ve tersine çevirme problemleri ve öğrencilerin soruları yanıtlarken kullandıkları stratejiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 5.1: Öğrencilerin, I. görüşmede sorulan standart ve tersine çevirme soruları karşısında kullandıkları stratejiler

	PROBLEM TİPİ		ÖĞRENCİLER							
	Standart	Tersine Çevirme	OSMAN		NİLAY		CANER		CEYDA	
1. GÖRÜŞME	2M-M=?	M-M=?	SOS A	SOSA	SOSA	SOSA	SOS A	SOSA	SOS A	SOSA
		3M-M+M=?		SOSA		TÇS		TÇS		TÇS
		3M+M-M=?		SOSA		TÇS		TÇS		TÇS
		3M-M+K=?		SOSA / NTD		TÇS		TÇS		TÇS
		2M S- S+K=?		TÇS / NTD		SOSA		TÇS		TÇS
		2L5Y- 2L+2M=?		SOSA / NTD		TÇS		TÇS		TÇS
		8M- 3M+1Y1L1 M=?		TÇS / NCD		TÇS		TÇS		TÇS
		9L2Y3M- 2M+2Y=?		TÇS / NCD		TÇS		TÇS		TÇS

*M: Mavi renkte blok, S: Sarı renkte blok, Y: Yeşil renkte blok

**K: Kırmızı renkte blok, L: Lacivert renkte blok

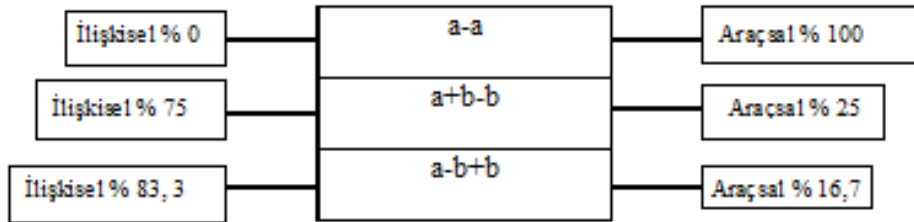
Tablo 5.1’de I. görüşmedeki problem türünde kullandıkları çözüm stratejileri kodlanarak verilmiştir.

Somut tersine çevirme problem tipinde hazırlanan dokuz sorunun tamamında tersine çevirme stratejisini (TÇS) bildiklerini gösteren çeşitli kısa yollar kullanmışlardır. Öğrencilerin, sorular küplerle yani somutlaştırılarak sorulduğunda tersine çevirme prensibini daha net görebildikleri, farklı tiplerde yöneltilen sorularda sorunun bütünü görmekte güçlük çektikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Öğrencilere somut olarak küplerle yöneltilen tersine çevirme problemleri, (a-a; a+b-b; a-b+b) şeklinde sembolize edilen işlemler temel alınarak hazırlanmıştır. Araştırmada, öğrencilerin, tersine çevirme stratejilerini kullanımının, kuralı ezberleme şeklinde yani araçsal mı, ya da neden yaptığını bilerek uygulama yani ilişkisel mi olduğuna bakılmıştır. Tüm

öğrencilerin birinci problem tipine ait cevapları sayılmış yüzdeleri hesaplanmıştır ve şema oluşturulmuştur.

Aşağıda verilen şemada sembolik olarak gösterilen soruların sağ tarafındaki kutucuk öğrencinin tersine çevirme stratejisini araçsal kavramasını, sol tarafta yer alan kutucuk ise ilişki kavramasını göstermektedir. Şekildeki kutucuk büyüklükleri öğrencilerin hangi soru türü için hangi kavrayışa sahip olduklarıyla bağlantılı olarak değişmektedir. Büyük kutucuk, içinde bulunan kavrama şeklinin daha çok kullanıldığını göstermektedir. İlişkisel ve araçsal kavrayışın kategorileştirilmesinde tersine çevirme stratejisi ilişkisel içinde, soldan sağa işlem stratejisini kullanma, hatalı çözüm, soruyu çözümsüz bırakma gibi cevaplar ise araçsal kavrayışın içinde ele alınmıştır.



Şekil 3. Öğrencilerin (a-a; a+b-b; a-b+b) şeklindeki somut tersine çevirme problemlerini araçsal ve ilişki kavrama yüzdeleri

Yukarıdaki şema incelendiğinde öğrencilerin (a-a) şeklinde sembolize edilen problemlerde tamamen ezbere düşündükleri, toplama ile çıkarma işleminin birbirinin tersi işlemler olduklarını kavrayamadıkları görülmektedir. (a-a) şeklinde sembolize edilen soruların tümünde öğrenciler araçsal kavrayışa sahiptir. (a+b-b ve a-b+b) şeklinde sembolize edilen soruların kavranmasında ise ilişki kavrayışın, araçsal kavrayıştan daha fazla olduğu görülmektedir.

İkinci görüşmede, öğrencilere bir önceki görüşmede somut materyallerle, renkli küplerle sorulan sorular, yarı soyut şekilde kâğıt üzerine renkli küpler çizilerek yöneltilmiştir. Öğrenciler kontrol amaçlı yöneltilen standart problemlerin tümünde soldan sağa işlem yapmayı tercih etmişler, tersine çevirme stratejisinin kullanılmasının beklendiği soruların çözümünde ise ilk görüşmenin tam tersi olarak öğrencilerin büyük çoğunluğunun tersine çevirme stratejisini kullandıklarını gösteren hiçbir kısa yolu kullanmadıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin tümü soruların çözümünde soldan sağa işlem yapmayı tercih etmiştir. Bu durum, somut materyallerden sembolik ifadelerle doğru gidildikçe öğrencilerin tersine çevirme stratejisini kullanmakta güçlük çektiklerini göstermektedir.

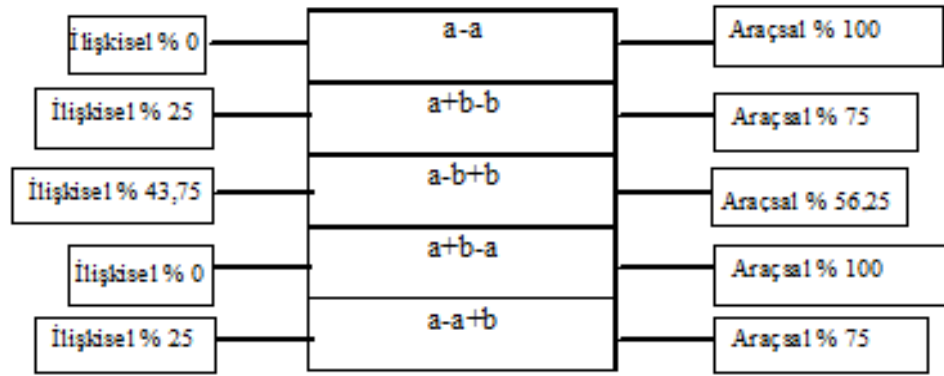
Bunun yanı sıra, yarı soyut şekilde kâğıt üzerine hazırlanan sorulara ait öğrenci cevap kağıtları incelendiğinde, araştırmacının yönergesi olmamasına rağmen öğrencilerin küp şekillerini renklerine dikkat ederek çizdikleri ve yanına sayısal olarak da ifadelerini mutlaka belirttikleri görülmüştür. Bu bulgu, öğrencilerin bu soru tipini daha çok nitel olarak değerlendirdikleri göstermektedir.

Tablo 5.2: Öğrencilerin, II. görüşmede sorulan standart ve tersine çevirme soruları karşısında kullandıkları stratejiler

	PROBLEM TİPİ		ÖĞRENCİLER							
	Standart	Tersine Çevirme	OSMAN		NİLAY		CANER		CEYDA	
2. GÖRÜŞME	2M-M=?	M-M=?	SOS A	SOSA	SOS A	SOS A	SOS A	SOS A	SOS A	SOS A
	2K-K=?	3M-M+M=?	SOS A	SOSA	SOS A	ÇZY K	SOS A	SOS A	SOS A	TÇS
	2M+M=?	3M-M+K=?	SOS A	TÇS / NCD	SOS A	TÇS / NTD	SOS A	SOS A / NTD	SOS A	ÇZY K
	3K+K+K=?	2S+S-2S=?	SOS A	SOSA	SOS A	SOS A	SOS A	SOS A	SOS A	SOS A
	3M-M-M=?	3K+K-3K=?	SOS A	SOSA	SOS A	SOS A	SOS A	SOS A	SOS A	SOS A
	3M-2M+K=?	3M-M+K=?	SOS A	TÇS / NCD	SOS A	TÇS / NTD	SOS A	SOS A	SOS A	SOS A
	3K+2K+2KM =?	2M S-S+K=?	SOS A	TÇS /NCD	SOS A	TÇS / NTD	SOS A	SOS A / NTD	SOS A	SOS A
	2S+2S-3S=?	3M+2M- 2M=?	SOS A	TÇS	SOS A	SOS A	SOS A	SOS A /NTD	SOS A	ÇZY K
	M+2M-3M=?	2S-2S+2S 2K=?	SOS A	ÇZYK	SOS A	SOS A	SOS A	SOS A	SOS A	SOS A
	5K+K-2K=?	4M+S M- 2K=?	SOS A	TÇS / NCD	SOS A	ÇZH T	SOS A	ÇZY K / NTD	SOS A	SOS A

*M: Mavi renkte blok, S: Sarı renkte blok, K: Kırmızı renkte blok

İkinci görüşmedeki tersine çevirme problem türlerinin belirlenmesinde ($a-a$; $a+b-b$; $a-b+b$; $a+b-a$; $a-a+b$) şeklinde sembolize edilen sorular temel alınmıştır. Bu sorular temel alınarak renkli küplerin kâğıt üzerine çizilmiş şekilleri çalışma kâğıdı olarak öğrencilere sunulmuştur. Bu soru türlerine ilişkin öğrencilerin tersine çevirme stratejilerini kavrayışları ilişkiyel ve araçsal olmak üzere iki kısımda incelenmiştir. İkinci görüşmeye ilişkin öğrenci cevaplarının yüzdeleri hesaplanarak aşağıdaki şema oluşturulmuştur.



Şekil 4. Öğrencilerin ($a-a$; $a+b-b$; $a-b+b$; $a+b-a$; $a-a+b$) şeklindeki yarı soyut tersine çevirme problemlerini araçsal ve ilişkiyel kavrama yüzdeleri

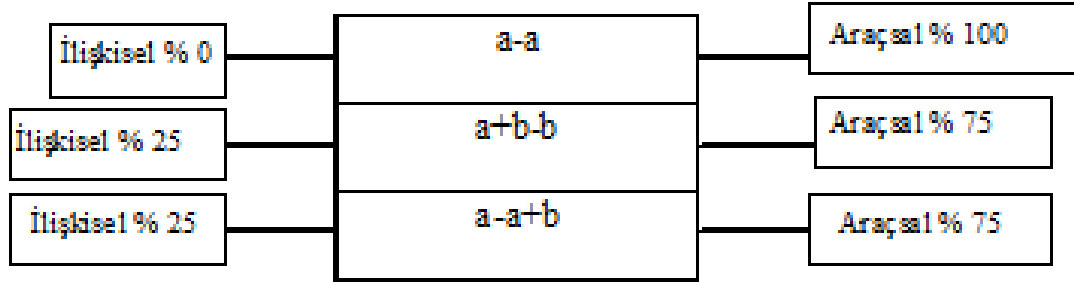
Yukarıda verilen şema incelendiğinde, ikinci görüşmede belirlenen tüm soru türlerinin, yüzdeleri farklılık gösterse de öğrenciler tarafından araçsal olarak kavrandığı görülmektedir. Elde edilen bu bulgu, öğrencilerin tersine çevirme stratejilerini yarı soyut problemlerin çözümünde kullanmadıklarını göstermektedir.

Üçüncü görüşmede, Resimli kartlarla sorulan tersine çevirme problem tipine (RKTÇPT) yönelik her öğrenciye üçer soru yöneltilmiştir. Resimli kartları inceledikten sonra kartın arkasında yazan sorunun çözümünde tersine çevirme stratejisinin gerektirdiği kısa yolları kullanan sadece bir problemde bir öğrencinin olduğu görülmüştür. Kullanılan öğrenci çözüm stratejileri incelendiğinde soldan sağa (SOSA) işlem yapma stratejisinin ağırlıkta olduğu görülmektedir. Öğrencilerin tümünün, yöneltilen sorudaki rakamlar çok küçük olmasına rağmen, çözüm sırasında kâğıt kalem kullanma gereği duyduğu ve işlemleri alt alta yazarak yaptıkları görülmüştür. Bu durumun öğrencilerde süregelen kalıplaşmış problem çözme anlayışlarından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Tablo 5.3: Öğrencilerin, III. görüşmede sorulan standart ve tersine çevirme soruları karşısında kullandıkları stratejiler

	PROBLEM TİPİ		ÖĞRENCİLER			
	Standart	Tersine Çevirme	OSMAN	NİLAY	CANER	CEYDA
3.GÖRÜŞME		8-8=?		SOSA	SOSA	SOSA
		20+10-10=?	SOSA		SOSA	TÇS
		5+2+1-2=?	SOSA			
		15-15+5=?	ÇZHT	SOSA	SOSA	SOSA
		17+25-25=?		SASO		

Üçüncü görüşmede kullanılan resimli kartların arkalarında yazan problemler ($a-a$; $a+b-b$; $a-a+b$) şeklinde sembolize edilen işlemler temel alınarak hazırlanmıştır. Bu problemlere yönelik öğrenci cevapları incelenmiş, kullanılan strateji yüzdeleri belirlenmiş ve bu doğrultuda aşağıdaki şema oluşturulmuştur. Şemada öğrencilerin bu işlem türlerine ait araçsal ve ilişkisel kavrayışları yer almaktadır.



Şekil 5. Öğrencilerin ($a-a$; $a+b-b$; $a-a+b$) şeklindeki resimli kart problemlerini araçsal ve ilişkisel kavrama yüzdeleri

Yukarıda verilen şema incelendiğinde, öğrencilerin tümünün bu problem tipine yönelik araçsal kavrayışa sahip olduğu görülmektedir. % 75 şeklinde belirlenen yüzdeler, dört öğrenci arasından sadece bir tanesinin problemi çözerken tersine çevirme stratejisini kullanarak işlem yapmadan sonuca ulaştığını göstermektedir. Bu sonuç da öğrencilerin okullarda problem çözme basamaklarını bir kural olarak benimseyip ezberlediğini göstermektedir. İşlemler arası ilişkilerin bilinmemesi ve işlem özelliklerinin yeterince

kavranmamış olması öğrencilerin problem çözümlerini araçsal olarak kavradığını, işlemlerin soldan sağa sıralı bir şekilde yapılması gerektiği kuralını ezberlediğini göstermektedir.

Dördüncü görüşmede, ilk dokuzu sembolik standart problem tipinde yöneltilen sorulara öğrencilerin tamamı doğru yanıt vermiş ve soldan sağa işlem yapma stratejisini kullanmıştır. Araştırmanın ikinci kısmında sembolik tersine çevirme problem tipinde yöneltilen dokuz soruya verilen öğrenci cevapları incelendiğinde tersine çevirme stratejisi ile soldan sağa işlem yapma stratejisinin hemen hemen eşit sayıda kullanıldığı görülmüştür.

Bunun yanı sıra sembolik tipte yöneltilen sorularda kullanılan sayılar büyüdükçe daha sıklıkla tersine çevirme stratejisinin kullanıldığı gözlemlenmiştir. Bu durumun öğrencilerin işlem yapılan sayılar büyüdükçe soldan sağa toplama ya da çıkarma yapmakta güçlük çektikleri ve bunun sonucu olarak kısa yoldan çözüm stratejileri üretmeye çalıştıklarından kaynaklandığı düşünülmektedir.

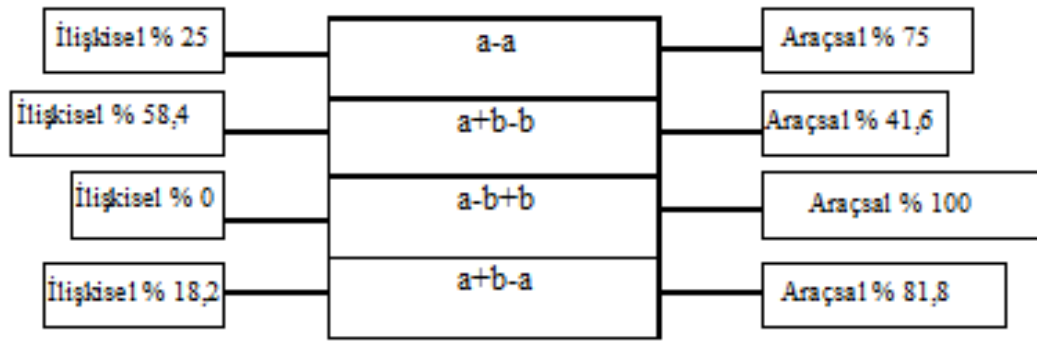
($a+b-b$) tipinde yöneltilen yani aynı miktar eklenip aynı miktarın çıkartılması şeklindeki soruların çözümünde, ($a-b+b$) şeklinde sorulara nazaran daha başarılı oldukları, tersine çevirmeyi stratejisini fark edebildiklerini gösteren kısa yollar kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Tablo 5.4: Öğrencilerin, IV. görüşmede sorulan standart ve tersine çevirme soruları karşısında kullandıkları stratejiler

	PROBLEM TİPİ		ÖĞRENCİLER							
	Standart	Tersine Çevirme	OSMAN		NİLAY		CANER		CEYDA	
4. GÖRÜŞME	$25+25=?$	$25-25=?$	SOSA	ÇZHT	SOSA	SOSA	SOS A	TÇS	SOSA	SOS A
	$3+2+2=?$	$3+2-2=?$	SASO	SOSA	SOSA	SOSA	SOS A	TÇS	SASO	TÇS
	$8+5+5=?$	$8+5-5=?$	SASO	SOSA	SOSA	SOSA	SOS A	SOS A	SASO	TÇS
	$11+2+11=?$	$11+2-11=?$	ÖSÖS	TÇS	ÖSÖS	SOSA	ÖSÖ S	TÇS	ÖSÖS	ÇZH T
	$7-5+7=?$	$7+5-7=?$	ÇZHT	SOSA	SOSA	SOSA	SOS A	SOS A	SOSA	SOS A
	$6-1+6=?$	$6+1-6=?$	SOSA	TÇS	SOSA	SOSA	SOS A	SOS A	SOSA	SOS A

	14-5-5=?	14-5+5=?	SOSA	SOSA	SOSA	SOSA	SOS A	SOS A	SASO	ÇZH T
	20+0+20=?	20-0-20=?	ÖSÖS	TÇS	SOSA	SOSA	ÖSÖ S	SOS A	SOSA	SOS A
	125+58+58=?	125+58-58=?	SASO	TÇS	SOSA	TÇS	SOS A	TÇS	SASO	TÇS

Dördüncü görüşmede standart ve tersine çevirme soru tiplerinden oluşan çalışma kâğıdı hazırlanıp, öğrencilerin bu işlemleri yaparken kullandıkları stratejiler görülmeye çalışılmıştır. Hazırlanan çalışma kâğıdındaki soru türleri, sembolik olarak (a-a; a+b-b; a-b+b; a+b-a) şeklinde gösterilen tersine çevirme stratejisinin kullanılabileceği sorulardır. Çalışma kâğıdındaki sorular bu tipteki soruların sayılarla hazırlanmış işlemleri şeklindedir. Temel alınan bu sembolik ifadeler ve bu ifadelere yönelik, öğrencilerin işlemleri kavrayış tipleri ve yüzdeleri aşağıdaki şemada verilmiştir.



Şekil 6. Öğrencilerin (a-a; a+b-b; a-b+b; a+b-a) şeklindeki sembolik tersine çevirme problemlerini araçsal ve ilişkisel kavrama yüzdeleri

Yukarıda verilen şemada, (a-a; a-b+b; a+b-a) tipindeki soruların çözümünde öğrencilerin işlem özelliklerini araçsal olarak kavradıkları, dolayısıyla işlemlerin çözümünde tersine çevirme kısa yol stratejileri dışında stratejileri daha sıklıkla kullandıkları görülmektedir. Özellikle (a-b+b) tipindeki sorunun çözümünde hiçbir öğrencinin kısa yol kullanmadığı belirlenmiştir. Bunun aksine, bir miktar çokluğa, aynı miktar çokluğun önce eklenip sonra çıkarılmasının durumu değiştirmedeği (a+b-b) şeklinde sembolize edilen soruda, öğrencilerin % 58,4 ünün ilişkisel kavradığı görülmektedir. Bu durumda öğrencilerin (a+b-b)

tipindeki soruları çözerken (a-b+b) tipindekilere oranla daha ilişkişel kavradığı, yani sorunun çözümünde kısa yol stratejilerini kullandığı sonucuna ulaşılmaktadır.

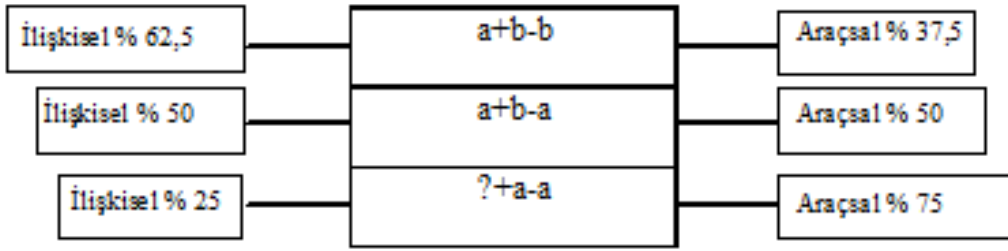
Beşinci görüşmede, öğrencilere sözel standart tipteki sorular sözel şekilde sunulmuş ve öğrencilerden de sözel şekilde cevaplamaları istenmiştir. Sözel olarak standart tipte sorular iki sorunun da öğrenciler tarafından başarıyla yanıtlandığı görülmüştür. Fakat sözel tersine çevirme problem tipinde yöneltilen soruları cevaplarırken öğrencilerin tersine çevirme stratejisini kullanmaktan çok soldan sağa işlem yapma yolunu tercih ettikleri görülmüştür.

Soruların sözel olarak yöneltilmesi ve bununla birlikte klinik görüşmelerde kullanılan sorulardaki sayıların küçük tutulması sebebiyle işlem yapmadaki kolaylığın bu duruma sebep olduğu düşünülmektedir. Öğrencilerin soru ile ilgili zihinsel aktivitelerinin sorunun tamamı sorulmadan çok önce başlamış olması, öğrencilerin sonuca odaklı hareket etmesi, hızla düşünüp zihinden işlem yapmaya başlamaları soldan sağa çözüm stratejilerini tersine çevirme stratejisinden daha sık kullanmalarının sebebi olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Tablo 5.5: Öğrencilerin, V. görüşmede soruların standart ve tersine çevirme soruları karşısında kullandıkları stratejiler

	PROBLEM TİPİ		ÖĞRENCİLER							
	Standart	Tersine Çevirme	OSMAN		NİLAY		CANER		CEYDA	
5. GÖRÜŞME	5+3-2=?	5+3-3=?	SOSA	SASO	SOSA	TÇS	SOS A	TÇS	SOS A	TÇS
	5+3-4=?	5+3-5=?	SOSA	TÇS	SOSA	SOSA	SOS A	TÇS	SOS A	SOS A
		?+3-3=?		ÇZHT		ÇZHT		ÇZHT		TÇS
		10+18-18=?		SOSA		TÇS		SOSA		TÇS
		10+18-10=?		SASO		SOSA		SASO		SOS A
		?+18-18=?		ÇZHT		ÇZHT		ÇZHT		TÇS

Beşinci görüşmede öğrencilere (a+b-b; a+b-a; ?+a-a) şeklinde sembolize edilmiş sorular sözel olarak yöneltilmiş ve öğrencilerden sözel olarak cevaplamaları istenmiştir. Öğrencilerin kullandıkları stratejilere göre işlemleri kavrama şekilleri belirlenmiş ve yüzdeleri hesaplanmıştır.



Şekil 7. Öğrencilerin ($a+b-b$; $a+b-a$; $?+a-a$) şeklindeki sözel tersine çevirme problemlerini araçsal ve ilişkisel kavrama yüzdeleri

Oluşturulan şemada soru tipleri farklılaştıkça öğrencilerin kavrama şekillerinde farklılaşmalar olduğu görülmektedir. ($a+b-b$) tipinde ilişkisel kavrama % 62,5 iken, ($?+a-a$) tipinde yöneltilen soruda ilişkisel kavrama % 25'e düşmüştür. Bu düşüşün sebebinin bilinmeyen bir sayıya aynı miktarın eklenip çıkarılmasında, öğrencilerin sayısal bir ifade söylemek zorunda olduklarını düşünmeleri gibi sebepler olduğu düşünülmektedir. Şemada gözlemlenen ilginç bir nokta da ($a+b-b$) şeklinde sembolize edilen sorunun çözümünde aynen dördüncü görüşmede olduğu gibi ilişkisel kavramanın araçsal kavrayıştan daha yüksek çıkması, yani bu tip sorularda ($a+b-b$) öğrencilerin tersine çevirme stratejisini sık kullanmalarındır.

Yapılan görüşmelerden elde edilen veriler ışığında, öğrencilerin ilişkisel ve araçsal kavrama düzeylerinin görülebildiği, beş farklı problem tipi temel alınarak genel bir şema hazırlanmıştır.

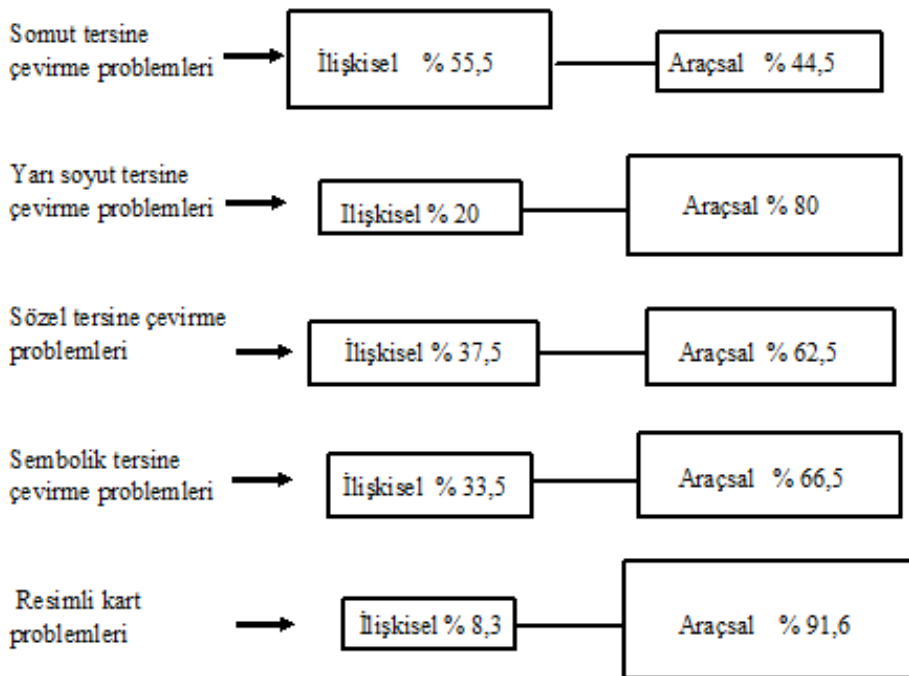
Öğrencilerin beş farklı soru tipinde yöneltilmiş sorulara verdikleri cevaplar ilişkisel ve araçsal kavrama düzeyleri hakkında bilgi vermektedir. Aşağıdaki şema, dört öğrencinin klinik görüşmeleri sırasında kullandıkları stratejiler analiz edilerek ve sonrasında yüzdeleri hesaplanarak oluşturulmuştur. Şema 4'teki kutucukların büyüklükleri, öğrencilerin ilişkisel ya da araçsal kavrama düzeylerine ait yüzdeler göz önüne alınarak çizilmiştir. Yüzdesi büyük olan kavrama stili, büyük kutucuk olarak çizilmiştir.

Skemp (1978), matematik öğretiminde temel olarak iki tür kavrayıştan bahsetmektedir. Bunlardan biri "neyin niçin yapıldığının bilinmesi" anlamına gelen ilişkisel kavrayış, bir diğeri ise "kuralı ezbere kullanma" anlamına gelen araçsal kavrayıştır. Aşağıdaki şema oluşturulurken, tersine çevirme stratejilerini kullanan çocuklar ilişkisel kavrayış başlığı

altında, soldan sağa işlem yapanlar, sağdan sola işlem yapanlar ve hatalı çözüm yapanlar ise araçsal kavrayış başlığı altında incelenmiştir.

Şema 7 incelendiğinde, tersine çevirme problemlerinin somut materyallerle sorulduğunda ilişkisel kavrayışın yüksek oranda olduğu, yani somut problem tiplerinde öğrencilerin tersine çevirme stratejilerini daha sıklıkla kullandıkları görülmektedir.

Oluşturulan şemadan da açıkça görüleceği gibi, öğrencilere yöneltilen sorular somuttan soyuta doğru gitmektedir. Şema incelendiğinde, somut problemlerden soyuta doğru gidildikçe ilişkisel kavrama düzeyinde azalma olduğu görülebilmektedir. Yarı soyut problemlerde görülen ilişkisel kavrayıştaki yani tersine çevirme stratejilerinin kullanılmasındaki azalmanın sebebinin, öğrencilerin küplerin renklerindeki farklılıklara takılması olduğu düşünülmektedir. Bunun yanı sıra, şemada göze çarpan bir diğer nokta da resimli kart problemlerindeki ilişkisel kavramanın yüzdesinin çok düşük olmasıdır. Bu durumun sebebinin araçsal kavrayışta kural ezberlemenin ve anlamının daha kolay oluşu, daha az zaman alıcı olması ya da matematik programı, öğretmenlerin mesleki bilgileri ve tecrübeleri olabileceği düşünülmektedir.



Şekil 8. Öğrencilerin tersine çevirme stratejisini araçsal ve kavramsal olarak anlayışlarının karşılaştırılması ve stratejiyi kullanma yüzdeleri

Öğrencilerin hemen hemen tüm soruların çözümünde, yöneltilen ilk soruların çözümünde tersine çevirme stratejisini kullanmadıkları, fakat sorular ilerledikçe, araştırmacının da yönelttiği sorular neticesinde bu stratejiyi bilmeyi gerektiren kısa yolları sıklıkla kullanma yoluna gittikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Öğrencilerin tümünün standart tipte sorulmuş, doğru yanıtladıkları soruların çözümü sırasında soldan sağa işlem yapmayı tercih ettiği kimi zaman da parmaklarını sayarak işlem yaptıkları görülmüştür.

Tersine çevirme problem tipinde yöneltilen ve kısa yolların kullanılmasının beklenildiği soru tiplerinin çözümünde ise öğrenciler tarafından farklı stratejilerin kullanıldığı belirlenmiştir. Bu stratejiler; soldan sağa işlem yapma stratejisi ve sağdan sola işlem yapma stratejileri olarak belirlenmiştir.

Kullanılan stratejiler ile ilgili bir genelleme yapmak mümkün olmamakla birlikte, öğrencilerin farklı tipteki soruları yanıtlarken farklı zihinsel süreçlerden geçtikleri dolayısıyla farklı türdeki sorular için farklı stratejiler kullandıkları görülmüştür. Bunlardan en belirgin olanı somut olarak renkli küplerle yöneltilen tersine çevirme problem tipindeki soruların büyük bölümünü yanıtlarken öğrencilerin tersine çevirme stratejisinden faydalanmış olmasıdır. Öğrencilerin cevapladıkları soruları somuttan yarı soyut ve soyuta doğru gittikçe tersine çevirme stratejisini kullanmalarında azalma görülmüştür. Bu durum problemlerde sayılar kullanıldığında soruların anlaşılması daha soyut hale geldiği için öğrencinin soruyu algılamasını etkilediğini göstermektedir.

Bunun yanı sıra tersine çevirme stratejilerini kullanmanın ayrıştırma işlemlerinde de kolaylık sağlayacağı düşünülmektedir. Örneğin $43+25-24$ gibi bir problemde bir öğrencinin 25 'i $24+1$ şeklinde ayrıştırabilmesi ve buradan da $43+1$ sonucuna kolayca ulaşması da tersine çevirme kısa yollarını kullandığını göstermektedir. Öğrencilerin daha pratik ve hızlı işlem yapmasını sağlayan tersine çevirme stratejisine ait kısa yolların öğrenilmesinin matematik öğretiminde kullanılması gerektiği, bu strateji kullanıldığında öğrencilerin tahmin etme, zihinden işlem yapabilme, pratik düşünme gibi becerilerinin gelişmesinde olumlu bir katkısı olduğu sonucuna ulaşılabilir. Yapılan araştırmada, öğrencilere yöneltilen standart problemlerin çözümünde öğrencilerden hiç birinin, temelini tersine çevirme stratejisinin oluşturduğu düşünülen ayrıştırma işlemi kullanmadığı görülmüştür. Çocukların ayrıştırma işlemi kullanmaları akıl yürütme becerisi ile ilişkilendirilirse, bu beceri Piaget'e göre soyut işlemler döneminde kazanılabilmektedir, dolayısıyla bu durumun sebebinin araştırma yapılan

öğrenci grubunun somut işlemler döneminde incelenen 9 yaş grubu çocuklardan oluşması olduğu düşünülmektedir.

Yapılan beş farklı görüşmeden elde edilen bulgular, öğrencilerin hem standart problem tipleri için hem de tersine çevirme problem tipleri için farklı stratejiler kullandıklarını göstermektedir.

5.1.1.1.Stratejiler

Araştırmadan elde edilen bulgular ışığında, öğrenciler tarafından kullanılan stratejiler belirlenmiştir. Bunlar: Tersine Çevirme Stratejisi, Soldan Sağa İşlem Stratejisi, Sağdan Sola İşlem Stratejisi, Özdeş Sayı Önceliği Stratejisidir. Bunların yanı sıra, soruyu çözmeyi reddetme, sorunun hatalı olduğunu düşünme, tersine çevirmenin sonradan farkına varma, hesaplama yaparken parmaklarını kullanma şeklinde öğrenci davranışları da gözlenmiştir.

Tersine çevirme stratejisi sadece tersine çevirme problemlerinin çözümünde kullanılmış, sorunun hatalı olduğunu düşünme ise, nitel farklılıkları bulunan materyallerle sorulan, *kırmızı küpten mavi küpün çıkarılmasının istenmesi gibi*, hem standart hem de tersine çevirme problem tiplerinde gözlemlenmiştir. Tersine çevirme stratejisini kullanan öğrenciler sorulan soruları işlem yapmadan hızlı bir şekilde cevaplamış ve araştırmacının yönelttiği sorulara “yine aynı kaldı, bir şey değişmedi...” şeklinde cevaplar vermişlerdir. Tersine çevirme prensibinin sonradan farkına varan öğrenciler ise öncelikle işlem yapma yolunu tercih etmiş ve sonrasında cevabın aynı çıktığını fark edip kendilerinin yeni bir kısa yol bulduklarını düşünmüşlerdir. Bu iki strateji arasındaki fark birinde öğrencinin kesinlikle hiçbir işlem yapmadan sonuca ulaşması diğerinde ise öğrencinin işlem yapması ve sonradan durumun farkına varmasıdır.

Soldan sağa işlem stratejisini kullanan öğrenciler ilk rakamdan başlayarak sırasıyla önce ilk iki rakamı toplayan ya da çıkaran ($a+b$ ya da $a-b$) sonra üçüncü rakamı toplayan ya da çıkaran öğrenciler olarak belirlenmiştir.

Sağdan sola işlem yapma stratejisini kullanan öğrencilerin ise işlem yapmaya öncelikle sondaki iki rakamdan başladıkları sonra ilk rakamı ekledikleri ya da çıkardıkları görülmüştür. Özdeş sayı önceliği stratejisi çoğunlukla standart problem tiplerinde kullanılmıştır.

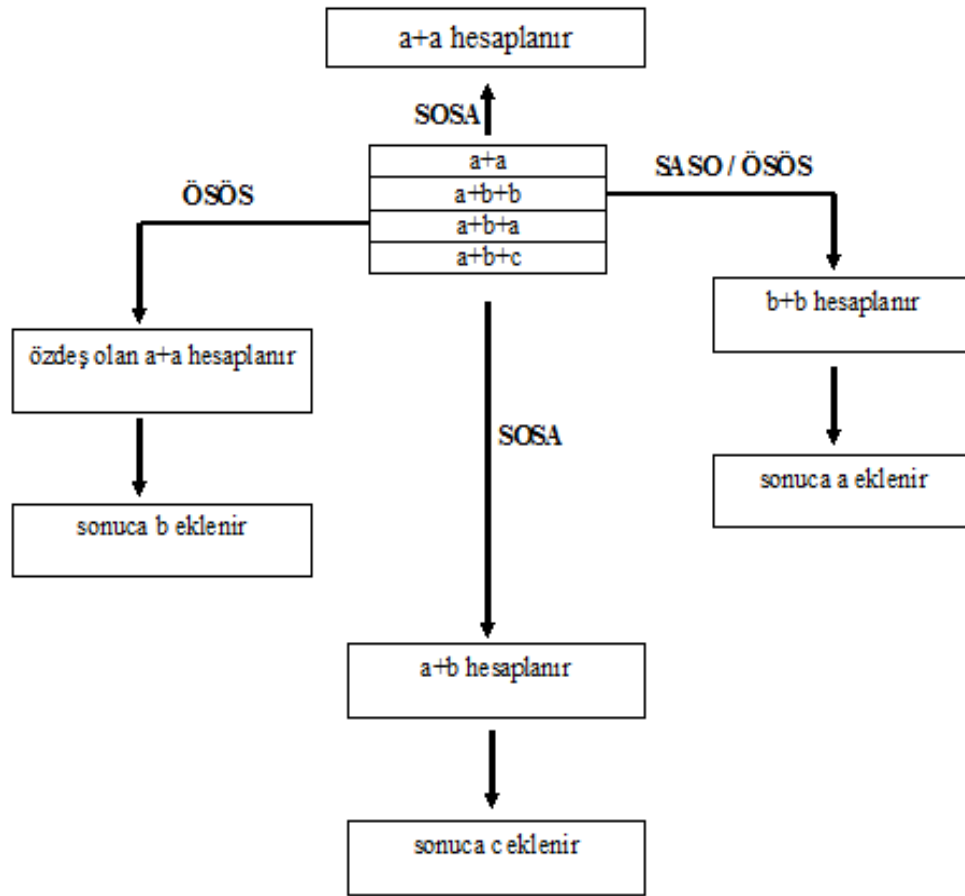
Özdeş sayı önceliği stratejisini kullanan öğrencilerin $(a+b+a)$ şeklindeki sorularda öncelikle özdeş olan ilk terim ve son terim ile işlem yaptıkları, en son ortadaki terim ile işlem

yaptıkları görülmüştür. Tersine çevirme problem tipindeki soruların $(a+b-b)$ çözümlerinde öğrencilerin ilk olarak özdeş sayı önceliği stratejisini kullandıkları düşünülse de, araştırmacı tarafından sorulan sorularla öğrenciler konuşturularak aslında tersine çevirme stratejisini kullandıkları fark edilmiştir. Çünkü tersine çevirme stratejisini kullanan öğrencinin hiçbir işlem yapmaya ihtiyaç duymamış olması gerekmektedir. Fakat özdeş sayı önceliği stratejisini kullanan öğrencilerin, özdeş olan iki sayıyı toplama ya da çıkarma işlemi yaptığı gözlemlenmiştir.

Bu çözüm stratejilerinin yanı sıra öğrencilerin sorunun çözümüne ilişkin bir fikirleri olmadığında da soruyu çözmeyi reddettikleri görülmüştür.

Şekil 9'da, öğrencilerin standart tipteki soruların çözümünde kullandıkları işlem stratejileri verilmiştir. Araştırmada toplanan verilerden elde edilen, öğrencilerin kullandıkları stratejiler (soldan sağa işlem yapma, sağdan sola işlem yapma, özdeş sayı önceliği stratejisi) oluşturulan modelde gösterilmiştir.

Standart Problemlerde Kullanılan Stratejiler Modeli



Şekil 9. İlköğretim öğrencilerinin standart problemlerin çözüm sürecinde izledikleri farklı stratejilerin (bilişsel şema) genel modeli.

Çocukların araştırma süresince, yöneltilen soruların çözümünde kullandıkları işlem stratejileri ve bu stratejileri uygularken izledikleri yollar şemada verilmiştir. Öğrencilerin sıkça kullandıkları işlem stratejilerinden bir tanesi olan soldan sağa işlem yapma stratejisi (SOSA) dir. $(a+b+c)$ şeklinde sembolize edilerek sorulan sorunun çözümünde soldan sağa işlem yapma stratejisini kullanan öğrenci sırasıyla önce “ $a+b$ ” yi hesaplar, sonra çıkan sonuca “ c ” yi ekler. Bu strateji, okullardaki matematik öğretiminde Skemp’in sözünü ettiği araçsal kavrama modelinin kullanılmasının, araçsal kavrayışın daha az zaman alması, kural ezberlemenin öğrencilere daha kolay gelmesi gibi çeşitli sebeplerden dolayı daha sık kullanılmaktadır. Öğrencilerin ilköğretim çağlarından beri süregelen, işlemler soldan sağa sırayla yapılır yaygın anlayışı da bu duruma sebep olarak gösterilebilir.

Öğrenciler tarafından kullanılan bir diğer strateji ise, sağdan sola işlem yapma (SASO) stratejisidir. Bu strateji çok sık görülmemekle birlikte, zaman zaman tersine çevirme stratejisiyle karıştırılabilmektedir. Bu iki strateji arasındaki temel fark; tersine çevirme stratejilerinde işlem yapmamak esastır, sağdan sola işlem yapma stratejisinde ise, $(a+b+b)$ ya da $(a+b-b)$ şeklinde sembolize edilmiş bir problemde, öğrenci “ $b+b$ ” ya da “ $b-b$ ” işlemini yapar, bulduğu sonuç ile “ a ”yı toplar ve sonuca ulaşır.

Öğrencilerin kullandığı diğer bir strateji de özdeş sayı önceliği (ÖSÖS) stratejisidir. Bu stratejiyi kullanan öğrenci $(a+b+a)$ şeklinde sembolize edilen problemde önce özdeş olan “ a ”ları toplar, bulduğu sonuca “ b ”yi ekler ve sonuca ulaşır. Fakat $(a+b+b)$ şeklinde sembolize edilmiş problemlerde “ $b+b$ ” işlemini yapan öğrenci hem sağdan sola (SASO) işlem stratejisini kullanmış hem de özdeş sayı önceliği (ÖSÖS) stratejisini kullanmış olmaktadır. Bu durum Şema 3’teki stratejiler modelinde okun üzerinde iki stratejinin de isminin yazması şeklinde gösterilmiştir.

5.2. TARTIŞMA

Piaget (1952)’e göre tersine çevirme ya da işlemlerin tersine çevrilebilirliğini anlamak sayıların doğasını anlamak açısından gereklidir. Piaget’in de belirttiği gibi toplama ve çıkarma işlemlerini doğru olarak yapabilmek, toplama ve çıkarmayı gerçekten anlamış olmayı göstermemektedir. Bu sebeple toplama ve çıkarma işlemlerinin ve bu işlemlerin özelliklerinin öğretiminin gerçekten benimsetmek üzere organize edilmesi gerekmektedir.

Araştırmada 3. sınıf öğrencilerinin toplamsal ifadeler içeren problemlerinin çözümünde tersine çevirme stratejilerini kullanırken geçirdikleri zihinsel süreçler, öğrenciler tarafından kullanılan farklı stratejiler incelenmiştir.

Bu nitel araştırmanın sonuçları, öğrencilerin yöneltilen tersine çevirme ve standart problemleri çoğunlukla nitel olarak algıladıklarını ve problemlerin çözümünde kullandıkları tersine çevirme stratejilerini kullanma davranışlarının, yöneltilen sorular somuttan soyuta gittikçe azaldığını göstermiştir. Bu konuda yapılan birçok çalışmada farklı sonuçlar elde edilmiştir. Bu çalışmaların temelini oluşturan çalışma, 1977’de Piaget ve Monreau tarafından yapılan tersine çevirme prensibinin somut işlemler dönemine yerleştirilmesine sebep olan çalışmadır.

Piaget ve Monreau (1977) yaptıkları çalışmada çocuklara sayılarını bilmedikleri tuğlalar vererek bir deney düzenlemişlerdir. Çocuklara önce önlerindeki tuğlalara 3 adet tuğla eklemeleri yönergesi verilmiş ve toplamda kaç tuğlaları olduğu sorusu yöneltilmiştir. Daha sonra ise 3 adet tuğla çıkartmaları istenmiş ve ekleme çıkarma yapmadan önce kaç tuğlaları olduğu sorulmuştur. Çocuklara ‘nasıl bildiniz?’ sorusu yöneltilmiş ve çocukların bir kısmı nasıl bildiklerini açıklayamazken 10 yaş ve üstü çocukların açıklayabildikleri görülmüştür.

Piaget ve Monreau (1977) tarafından uygulanan bu soru tipi, araştırmanın sözel olarak yöneltilen tersine çevirme problem tipinde kullanılmış ve paralel sonuçlar elde edilmesi beklenmiştir. Çalışma örneklemini oluşturan grubun 9 yaşındaki öğrencilerden oluşması ve somut ve yarı soyut tipteki soruların çözümünde hatalı çözüm yapmaları ya da rakamsal bir ifadeye bulunmak zorunda olduklarını düşünmeleridir. Öğrencilerin tersine çevirme stratejilerini somut işlemler döneminde kazandıklarını göstermiştir. Bu soru tipi açısından bakıldığında, yapılan çalışmanın Piaget ve Monreau (1977)’nin çalışması ile paralellik gösterdiği görülmüştür.

Yapılan çalışmalardan bir diğeri ise Piaget’in öğrenme kuramına ters düşecek şekilde Bryant (1999) tarafından 5- 8 yaş arası çocuklara uygulanan çalışmadır. Bryant (1999), uygulamayı okul çağı ve okul öncesi çocuklarla yaptığı için sayı yerine renkli bloklar kullanmıştır. Araştırmada somut problemlerde renkli küplerin kullanılması, bu yönüyle Bryant’ın araştırması ile paralellik göstermiştir. Bryant’ın çalışmasında, 5-8 yaş arası çocuklar tersine çevirme problemlerine standart problemlere nazaran daha doğru cevaplar vermişlerdir. En küçük okul çağı çocuğunun bile çok yoğun toplama çıkarma işlemlerinden ziyade tersine çevirme kısa yollarını kullandıkları görülmüştür. Bu çalışmadaki örneklem grubunun 9 yaş

grubu öğrencilerden oluşmasına rağmen, sonuçlar Bryant'ın sonuçları ile farklılık göstermiştir. Yapılan çalışmadaki öğrencilerin problemler tipleri soyutlaştıkça tersine çevirme stratejilerini kullanmalarında azalma olduğu görülmüştür.

Bryant'ın benzer olmayan koşulları kullanarak nicel ve nitel tersine çevirme arasındaki farkı gözlemleyebilmek amacıyla farklı renkteki blokları kullanması, bu çalışmada da uygulanmıştır. Bir öğrenci dışında tüm öğrencilerin soruları nitel (renk farklılığı) olarak algıladıkları, farklı renkler arasında işlem yapamayacaklarını söylemeleri ya da hatalı çözüm yapmalarından anlaşılmıştır. Burada nitel olarak kastedilen, öğrencinin renkleri ayrı olarak algılayıp renkleri önemseyerek işlem yapmayı tercih etmesidir. Yapılan araştırmada bir öğrenci renkleri hiçe sayıp sadece sayı olarak algılamıştır. Bu durum bize, somut problemlerde tersine çevirme algısının somut farklılıklar üzerine odaklandığını göstermektedir.

Klein ve Bisanz (2000) yaptıkları çalışmada 4 yaşındaki çocuklara sözsüz olarak standart problemler ve tersine çevirme problemleri sormuşlar, sonuçların doğruluğunu, çözümlerini ve çözüm sürelerini kaydetmişlerdir. Kaydedilen verilere süre ve doğruluk-yanlışlık açısından bakıldığında çocukların kısa yollar kullanmasalar da aynı sonuca ulaştıkları görülmüştür. Fakat bu genellemenin yanlış bir genelleme olduğu ortaya çıkmıştır. Çünkü bu problemlerde çocuklar cevapların doğruluğu ve çözüm süreleri açısından birbirleriyle büyük ölçüde farklı olan çeşitli çözüm yolları üretmişlerdir. Rasmussen, Ho ve Bisanz (2003)'a göre, yapılan analizler açıkça kıyaslanabilen çözüm yollarıyla sınırlandırıldığında tersine çevirme problemleri standart problemlerden daha hızlı çözülmüştür. Bu sonuçlar, yapılan bu çalışma ile de doğrulanmıştır. Tersine çevirme prensibini anlamış olan ve stratejisini kullanabilen çocuklar, tersine çevirme problemlerini standart problemlerden daha hızlı çözmüşlerdir.

Rasmussen, Ho ve Bisanz (2003)'ün okul öncesi öğrencilerin tersine çevirme prensibini kullanışlarını belirlemek amacıyla yaptıkları çalışmada, sorular öğrencilere farklı renkteki materyallerle sorulduğunda nitel olarak algılayan çocukların çoğunlukta olduğu görülmüş ve nitel olarak düşünülen soruların araştırmaya, bulmaya yönelik, sorgulatan zihinsel süreçlerin daha ağırlıklı olduğu belirlenmiştir. Sorulardaki şekil, renk gibi nitel özellikleri, farklılıkları önemsemeyen sonuç odaklı çok az bir grubun da soruları nicel olarak algıladığı görülmüştür. Yapılan araştırma bu yönüyle Rasmussen, Ho ve Bisanz (2003)'ün araştırmasıyla paralellik göstermektedir. Fakat araştırma grubunu oluşturan öğrencilerin okul

öncesi değil 9 yaş grubu öğrencilerden oluşması sonuçlardaki paralelliğin göz ardı edilmesini gerektirmektedir. Yapılan araştırmada beklenen sonuç, somut işlemler dönemindeki öğrencilerin küplerin nitel (renk, şekil) farklılıklarından ziyade niceliklerini düşünmesinin gerektiği yönünde olmuştur. Ancak araştırmadaki dört öğrenciden yalnızca bir tanesi soruları nicel olarak değerlendirmiş ve bu şekilde çözüme ulaşmıştır.

Rasmussen, Ho ve Bisanz (2003) çalışmalarının tartışma bölümünde tersine çevirme prensibine ait kısa yolların, ana, temel bilgilerin okullarda verilmesinin gerekli olmadığı, öğrencilerin kendilerinin çıkarımlarda bulunabildiğinden söz etmişlerdir. Yapılan araştırmada ise öğrencilerin daha çok okulda öğrendikleri yani soyut işlemler şeklindeki sorularda somuttaki kadar sıklıkla tersine çevirme kısa yollarını kullanmadıkları görülmüştür. Bu durum da, Türkiye’de öğrencilerin sembolik ifadelerle ilk kez tanıştıkları okullarda aldıkları eğitimin çıkarım yapmalarına olanak sağlamadığını göstermektedir.

Bu sonuçlar, yani somuttan soyuta gidildikçe SOSA (soldan sağa işlem) gibi strateji kullanımlarında artış görülmesinin ve ilk başlarda görülen tersine çevirme mantığının gitgide yok olmasının ve işlem yapmaya doğru gelişen eğilimi göstermektedir. Bu da çocuğun okulda matematik öğrenmeye başladıktan sonra öğretmen tarafından oldukça sınırlandırıldığı ve öğretmenin kullandığı öğretim yönteminde yanlışlık olabileceği fikrini uyandırmaktadır.

Bunun yanı sıra, tersine çevirme stratejilerinin kullanılması ile yakından ilişkili olan ve aynı zamanda ilköğretim matematik programında kazandırılması gereken önemli becerilerden biri olarak görülen zihinden işlem yapma becerisinin gelişmesine okullarda ağırlık verilmediği de yapılan çalışmadan anlaşılmaktadır. Bunun sebebinin ilköğretim öğretmenlerinin öğrencilerin işlemi yapma sürecinden ziyade cevabın doğruluğu ile ilgilenmeleri, yazılı işlem kurallarına ağırlık vermeleri, yani öğretmenlerin Skemp’in matematik öğretiminde temel aldığı ilişkiyel kavrama modeli yerine araçsal kavramayı tercih etmeleri, öğrencilerin zihinden hesap ve tahminle ilgili becerilerini geliştirmelerini engellediği düşünülmektedir. Bu sebeple, ilköğretim matematik programında, tersine çevirme prensibinin temelinde yatan işlem özelliklerinden biri olan, *kapalılık, değişme, birleşme, dağılma, birim eleman olma, ters elemanı olma*, özellikle birleşme özelliği üzerinde önemle durulmalıdır.

Matematik programında, dolayısıyla öğretmenlerin hazırladıkları planlarda zihinden hesap yapma ve tahmin becerilerini geliştiren, öğrencinin kısa yollar bulup kullanmasına olanak sağlayacak etkinliklere yer verilmesi bu becerilerin geliştirtmesi açısından faydalı olacaktır. Ayrıca, öğretmenin zihinden hesap yapma ve tahminle ilgili eğitim vermeye özel

olarak dersini ayırması, ders sırasında öğrencilerin geliştirdikleri kısa yol stratejilerini uygulamalarına imkân vermesi, kullanılan bu stratejilere değer vermesi ve öğrencinin kullandığı stratejiyi sınıf arkadaşlarıyla paylaşması, gerektiğinde tüm sınıfla tartışması, kullanılan kısa yol stratejilerinin artmasına sebep olacaktır.

Zihinden hesap ve tahmin becerilerinin öğretimine ilköğretimin ilk yıllarından itibaren yer verilmesi, sınıfın düzeyine çalışılan sayı sınırlarının genişletilmesi ve işlemlerin özelliklerinin zihinden hesap ve tahmin için temel olduğunun sezdirilmesi öğrencilerin tutumlarının olumlu yönde gelişmesini sağlayacaktır. Bu durumun da eğitimdeki verimliliği arttıracığı düşünülmektedir.

Bu bulgular ışığında, Türkiye'deki matematik öğretiminin, özellikle zihinden işlem yaparken kullanılan işlem özelliklerinin ve kısa yol stratejilerinin öğretiminin yeniden gözden geçirilmesi gerekmektedir.

5.3. ÖNERİLER

5.3.1. Uygulamaya Yönelik Öneriler

Araştırmadan elde edilen bulgular doğrultusunda geliştirilen uygulamaya yönelik bir takım öneriler bulunmaktadır.

Dört işlemde Tersine Çevirme Prensiğini kullanmayı gerektirecek etkinlikler daha küçük yaş gruplarına da verilmesi ve var olan öğretim programının içine bu doğrultuda eklemeler yapılması önerilmektedir.

Zihinden işlem yapma ve tahmin becerilerin geliştirilmesi için matematik öğretiminde Tersine Çevirme Prensiğinin kullanılması, öğretmen tarafından öğrencilere fark ettirilmesi ve öğrencilerin bu tarz kısa yolları kullanmaya özendirilmesi önerilmektedir.

Matematik öğretiminde, tersine çevirme prensibinin kullanılmasının temelinde yatan işlem özelliklerinden biri olan, birleşme özelliği üzerinde önemle durulması önerilmektedir.

Dört işlemde Tersine Çevirme Prensiğinin kavratılmasının İlköğretim Matematik programında bir kazanım olarak yer alması gerektiği düşünülmekte ve bu konuda gerekli çalışmaların yapılması önerilmektedir.

Küçük yaş grubundaki çocukların aritmetik anlamda toplama ve çıkarmayı kullanmalarından önce toplama ve çıkarma işlemlerinin birbirinin tersi işlemler olduğunu iyi biliyor olmaları gerektiği düşünülmektedir. Bu işlemlerin kullanılmasından önce de

birbirlerinin tersi işlemler olduklarının bilinip bilinmediğinin kontrol edilmesi hususunda öğretmenlerin bilgilendirilmesi önerilmektedir.

5.3.2. Araştırmacılara Yönelik Öneriler

Araştırmadan elde edilen bulgular doğrultusunda geliştirilen araştırmacılara yönelik öneriler aşağıdaki gibidir:

Bu çalışmada Tersine Çevirme Stratejisinin öğrenciler tarafından kullanılıp kullanılmadığını, eğer kullanılıyorsa öğrencilerin bu sırada hangi zihinsel süreçlerden geçtiklerini belirlemek amacıyla ilköğretim üçüncü sınıf öğrencilerine uygulanmıştır. Farklı örneklem gruplarında da uygulamalar yapılması,

Tersine Çevirme Stratejisinin matematik öğretiminde kullanılmasının, öğretimi daha etkili kılacağı, öğrencilerin tahmin etme ve zihinden işlem yapma becerilerini etkin kullanabilmesini, problem çözme stratejileri geliştirebilmesini ve bunları günlük hayattaki problemlerin çözümünde kullanabilmelerini sağlayacağı düşünülmektedir. Bu çalışmanın benzerinin çarpma- bölme işlemleri için de tekrarlanması,

Araştırmada kullanılan beş farklı soru tipi geliştirilerek çoğaltılıp, örneğin sembolik tipteki soruların sözel olarak sorulması şeklinde eklemeler yapıp farklı sınıf düzeylerine uygulanması,

Araştırmada, öğrencilerin kullanması beklenen Tersine Çevirme stratejisine ilişkin kısa yollara daha çok niceliksel açıdan bakılmış, farklı renkteki nesnelerin kullanılmasından oluşan nitel farklılıkların görülebilmesini sağlayan soru türlerine fazla yer verilmemiştir. Bu soru türlerine daha fazla yer verilecek çalışmaların yapılması,

Bu araştırmada uygulanan klinik görüşmelerde örnekleme yöneltile soruların geliştirilerek öğrencilerin alışageldikleri çözüm stratejileri ve bu stratejilere yönelik kavram yanılgılarının belirlenmesinde kullanılması,

Dört işlemde Tersine Çevirme Stratejilerinin kullanılıp kullanılmadığının anlaşılmasını amaçlayan bu çalışmanın işlem öncesi dönemdeki örneklem için de uygulanması,

Bu araştırmada nitel araştırma kapsamında klinik görüşmelerde kullanılan sorular kullanılarak, örneklem çoğaltılmak koşulu ile örneklemin kullandığı stratejiler nicel bir çalışma kapsamında ortaya konulması,

Araştırma öncesinde uygulama yapılacak örneklemin sınıf ortamında izlenip, bunun yanı sıra sınıf öğretmenin araştırma konusuna ilişkin dersi işleyişinin değerlendirildiği bir çalışma, önerilmektedir.

KAYNAKÇA

- Altun, M. (2005) *Eğitim Fakülteleri ve İlköğretim Öğretmenleri İçin Matematik Öğretimi*, Aktüel Yayınevi, Bursa.
- Arsal, Z. (2002). 'İlköğretim Matematik Dersi Bölme İşleminde Somut Yaşantılarla Yapılan Öğretimin Etkililiği'. Doktora Tezi. Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü. Bolu.
- Artut, P. D., Tarım K. (2006). 'İlköğretim Öğrencilerinin Basamak Değer Kavramını Anlama Düzeyleri'. *Journal of Theory and Practice in Education*. Çanakkale. 26-36.
- Avcı, N., Dere, H. (2001). 'Okul Öncesi Çocuğu ve Matematik'. Gazi Üniversitesi Mesleki Eğitim Fakültesi, Çocuk Gelişimi ve Eğitimi Anabilim Dalı. Ankara. 1-7.
- Balcı, A., (2010). Sosyal Bilimlerde Araştırma- Yöntem, Teknik ve İlkeler. Pegem, Ankara
- Baroody, A. (1999). Children's Relational Knowledge of Additional and Subtraction. *Cognition Instruction*, 17:2, 137-175
- Baykul, Y. (1999). İlköğretimde Matematik Öğretimi, İlköğretimde Etkili Öğretme ve Öğrenme Öğretmen El Kitabı, 6.modül, MEB yayınları.
- Bjorklund, D.F. (2000). *Children's thinking: Developmental function and individual differences*. Belmont, CA: Wadsworth
- Bickman, L. ve Rog, D. (1998). *Handbook of Applied Social Research Methods*. Thousand Oaks, C.A: Sage.
- Bisanz, J., ve LeFevre, J. (1990). Strategic and nonstrategic processing in the development of mathematical cognition. Akt: D. F. Bjorklund (Ed.), *Children's strategies: Contemporary views of cognitive development* (213-244). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Bisanz, J., Watchorn, R. P. D., Piatt, C. (2009). On 'Understanding' Children's Developing Use of Inversion. *Mathematical Thinking and Learning*, 11: 10-24.
- Bryant, P. (1992). Arithmetic in the cradle. *Nature*, 358, 712-713.

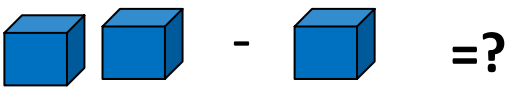
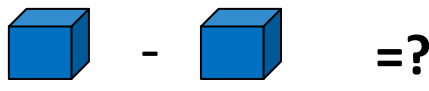
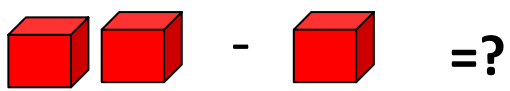
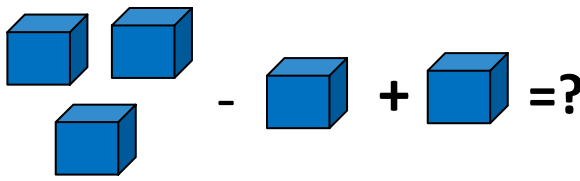
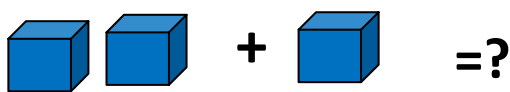
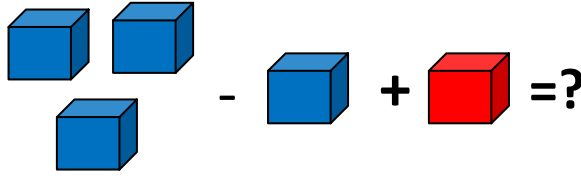
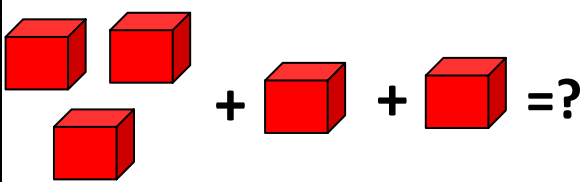
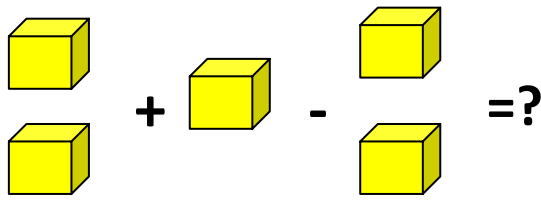
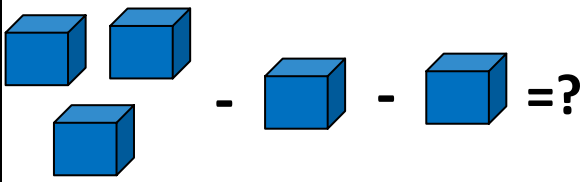
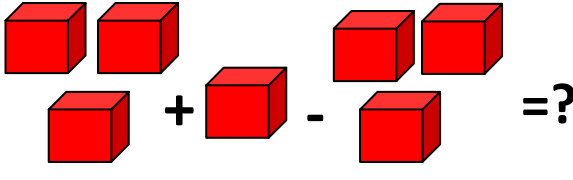
- Bryant, P., Christie, C., Rendu, A. (1999). Children's Understanding of the Relation between Addition and Subtraction: Inversion, Identity, and Decomposition. *Journal of Experimental Child Psychology* 74, 194-212.
- Cohen, L., Manion, L., & Morisson, K., (2009). Content Analyses and Grounded Theory. *Research Methods In Education*. 475-500
- Çapri, B., Çelikkaleli, Ö. (2005). İlköğretim Birinci Kademedeki (7-11 Yaş Grubu) Çocukların Korunum Gelişim Düzeylerinin Cinsiyet ve Sınıf Değişkeni Açısından İncelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, Cilt 1, Sayı 1, ss. 48-65.
- Craig, G. J. (1996). *Human development*. Paramus, NJ: Prentice Hall.
- Erbaş, A. K., Ersoy, Y.(1999). *Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Eşitliklerin Çözümündeki Başarıları ve Olası Kavram Yanılgıları*
- Gür ve Korkmaz, (2003). *İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin Problem Ortaya Atma Becerilerinin Belirlenmesi*. Matematikçiler Derneği Bilim Köşesi. www.matder.org.tr (15.12.2009)
- Goldin, G.A. (1998). *Observing mathematical problem solving through task-based interviews*. (Ed. A. R. Teppo). *Qualitative Research Methods in Mathematics Education*, NCTM.
- Karaçay, T. (2008). 'Matematik Nedir?'. *Sayıların Dili*, OYUN.
- Karataş, İ., Güven, B., (2003). Problem Çözme Davranışlarının Değerlendirilmesinde Kullanılan Yöntemler: Klinik Mülakatın Potansiyeli. *İlköğretim Online E-dergi*, 2, 2-9
- Klein, J. S. ve Bisanz, J. (2000). Preschoolers doing arithmetic: The concepts are willing but the working memory is weak. *Canadian Journal Experimental Psychology*, 54, 105-114.
- McMillian, J. H. (2000). *Educational Research: Fundamentals for the consumer* (3. Baskı). New York: Longman.
- Mesleki Eğitim ve Öğretim Sisteminin Güçlendirilmesi Projesi. (2007). *Çocuk Gelişimi ve Eğitimi, Bilişsel Gelişim Ders Notları*. Ankara, 27-38.

- Nunes, T., Schliemann, A.-L., ve Carraher, D. (1993). *Street mathematics and school mathematics*. New York:Cambridge Univ. Press.
- Olkun S., Toluk Z. (2004). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi*, Anı Yayınevi, Ankara
- Öcalan, T. (2004). *İlköğretimde Matematik Öğretimi*, Yeryüzü Yayınevi, Ankara.
- Özsoy, G. (2006). “Problem Çözme ve Üstbilmiş”, *Ulusal Sınıf Öğretmenliği Kongresi Bildirileri, Cilt-II* (Ankara- Gazi Üniversitesi- Mayıs, 2006) Kök Yayıncılık, Ankara.
- Özsoy, G. (2005). “Problem Çözme Becerisi ile Matematik Başarısı Arasındaki İlişki”, *Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, Cilt: 25, s. 3, ss. 179–190.
- Patton, M. Q. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation*. USA: Sage.
- Peterson, Dr. (2000) “History of the Order of Operations”, <http://mathforum.org/library/drmath/view/52582.html> (Erişim Tarihi :26.05.2011)
- Piaget, J. (1952). *The child’s conception of number*. London: Routledge ve Kegan Paul.
- Piaget, J., &Moreau, A. (2001). The inversion of arithmetic operations. In J. Piaget (Ed.), *Studies in reflecting abstraction (Orj. 1977)*
- Polya, G. (1962). *Mathematical Discovery*, NY: Wiley.
- Rasmussen, C., Ho, E., Bisanz, J. (2003). Use of the mathematical principle of inversion in young children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 85, 89-102.
- Robinson, K. M. (2006). A Microgenetic Study of the Conceptual Development of Inversion on Multiplication/Division Inversion Problems. *Proceedings of the 28th Annual Conference of the Cognitive Science Society*, 2032-2037
- Robinson, K. M., Ninowski, E.J., Gray L.M. (2006). Children’s understanding of the arithmetic concepts of inversion and associativity. *Journal of Experimental Child Psychology*, 94,346-362
- Robinson, K. M., Ninowski, E.J. (2003). Adult’s understanding of inversion concepts: How does performance on addition and subtraction inversion problems compare to

- performance on multiplication and division inversion problems? *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 57, 321-330
- Schoenfeld, A. (1987). *Cognitive Science and Mathematics Education*. Hillsdale, NJ: Erlbaum Assoc.
- Sherman, J., Bisanz, J. (2007). Evidence for Use of Mathematical Inversion By Three-Year-Old Children. *Journal of Cognition and Development*, 8(3), 333-344.
- Skemp, R. R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic Teacher*
- Stern, E. (1992). Spontaneous use of conceptual mathematical knowledge in elementary school children. *Contemporary Educational Psychology*, 17, 266-277
- Tekinkır, D., (2008). "İlköğretim 6–8. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Alanındaki Tahmin Stratejilerini Belirleme ve Tahmin Becerisi ile Matematik Başarısı Arasındaki İlişki". Yüksek Lisans Tezi, Ege Üniversitesi, İzmir
- Tertemiz, N., Çakmak, M. (2007). İlköğretim I. Kademe Matematik Dersi Örnekleriyle Problem Çözme. Sayfa: 12, Ankara:Gündüz Eğitim veYayıncılık,.
- Van De Walle, J. A., (1994), *Elementary School Mathematics*, Virginia Commonwealth Univ.-Longman.
- Vilette, B. (2002). Do young children grasp the inverse relationship between addition and subtraction? Evidence against early arithmetic. *Cognitive Development* 1, 1365-1383.
- Woolfolk, A. E. (1998). *Educational psychology*. Boston: Allyn and Bacon Inc.
- Yazgan, Y. (2007). 10-11 yaş grubundaki öğrencilerin kesirleri kavramaları üzerine deneysel bir çalışma. Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Yazgan, Y., Bintaş, J., ve Altun, M. (2002). "İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Zihinden Hesap Ve Tahmin Becerilerinin Geliştirilmesi." V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi bildirisi
- Yıldırım, A., Şimşek H. (2000). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*.(2. Baskı). Ankara: Seçkin Yayınevi

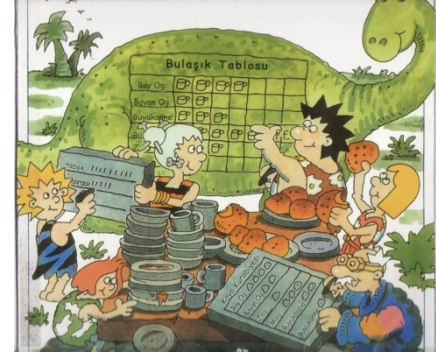
Zeytinoğlu, S. (1980). Korunum Kavramında İki Farklı Gelişim Düzeyinde Bulunan Çocuklara Bu Kavramın Sözlü Kural Anlatımı Yöntemiyle Öğretilmesi. Yayınlanmamış doktora tezi, Ankara Üniversitesi, Ankara.

EK 1: Somut Standart/Tersine Çevirme Problem Tipi Klinik Görüşme Soruları

Standart Problem	Tersine Çevirme (Inversion) Problemi
	
	
	
	
	

$3 \text{ blue cubes} - 2 \text{ blue cubes} + 1 \text{ red cube} = ?$	$3 \text{ blue cubes} - 1 \text{ blue cube} + 1 \text{ red cube} = ?$
$5 \text{ red cubes} + 1 \text{ blue cube} = ?$	$2 \text{ blue cubes} - 1 \text{ yellow cube} + 1 \text{ red cube} = ?$
$4 \text{ yellow cubes} - 2 \text{ yellow cubes} = ?$	$3 \text{ blue cubes} + 2 \text{ blue cubes} - 1 \text{ blue cube} = ?$
$1 \text{ blue cube} + 2 \text{ blue cubes} - 3 \text{ blue cubes} = ?$	$2 \text{ yellow cubes} - 1 \text{ yellow cube} + 2 \text{ yellow cubes} + 2 \text{ red cubes} = ?$
$5 \text{ red cubes} + 1 \text{ red cube} - 2 \text{ red cubes} = ?$	$4 \text{ blue cubes} + 1 \text{ yellow cube} - 2 \text{ red cubes} = ?$

EK 2: Resimli Kartlarla Sorulan Standart/Tersine Çevirme Problem Tipi Klinik Görüşme Soruları



7 yaşına giren Zog'un doğum günü partisi için tüm aile hazırlıklara başlamış. Bayan Og, parti için 20 tane küçük kek, büyükanne ise tam 10 tane küçük kek pişirmiş. Fakat yaramaz Dino, 10 tane küçük keki kimse görmeden mideye indirmiş.

Zog parti için kaç keki kaldığını bulamıyor. Ona yardım eder misin?

Büyükanne ve büyükbaba Og alışverişe çıkıp, manavdan 5 elma, 2 muz, 1 tane de mandalina aldılar. Eve gelen meyvelerin 2 tanesini Zog afiyetle yedi. Büyükanne ve büyükbabanın dolabında kaç tane meyve kaldı?

Zog'un bütün arkadaşları doğum günü partisine gelmiş, parti çok eğlenceli geçmişti. Partiden sonra etrafın toparlanması, bulaşıkların yıkanması gerekiyordu. Zog, kirli tabakları saydı, tam 15 taneydi.

Bayan Og tabakların 15'ini yıkadıktan sonra, Zog 5 kirli tabak daha getirdi. Zog, yıkanması gereken kaç kirli tabak olduğunu hesapladı. Sence sonuç ne?

$$\begin{array}{r} 20 \\ + 10 \\ \hline 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ - 10 \\ \hline 20 \end{array}$$

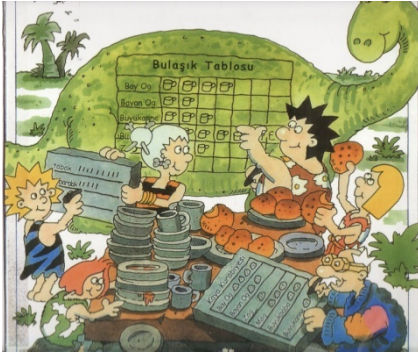
$$\begin{array}{r} 5 \\ + 2 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ - 2 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 15 \\ \hline 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 15 \\ \hline 30 \\ + 5 \\ \hline 35 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 5 \\ \hline 20 \end{array}$$



Zog'un bütün arkadaşları doğum günü partisine gelmiş, parti çok eğlenceli geçmişti. Partiden sonra etrafın toparlanması, bulaşıkların yıkanması gerekiyordu. Zog, kirli tabakları saydı, tam 15 taneydi.

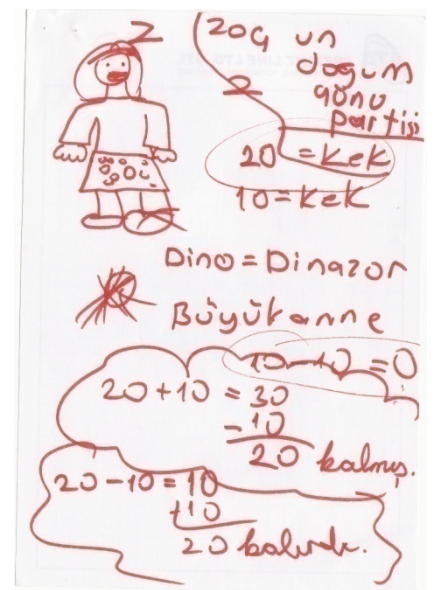
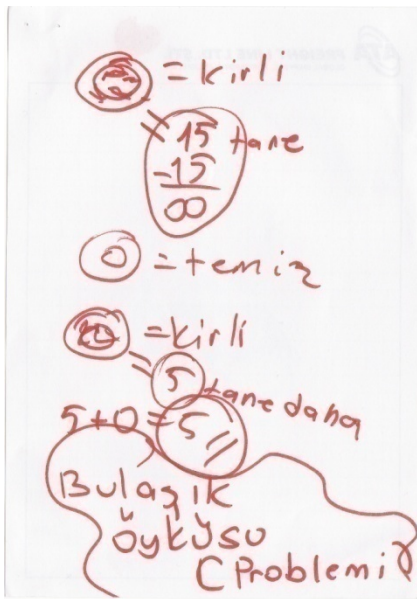
Bayan Og tabakların 15'ini yıkadıktan sonra, Zog 5 kirli tabak daha getirdi. Zog, yıkanması gereken kaç kirli tabak olduğunu hesapladı. Sence sonuç ne?

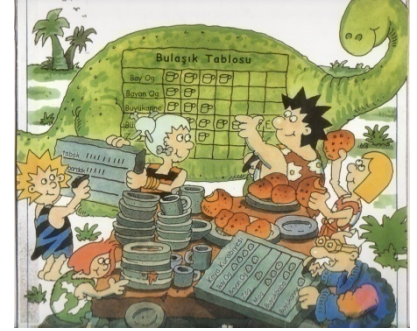
Bahar geldi, Og ailesi ormana piknik yapmaya gitti. Aile üyeleri etraftaki hayvanları incelerken, Zog çiçek toplamaya koyuldu. Zog topladığı 8 demet çiçeğin 8 demetini de annesine verdi.

Zog'un elinde kaç çiçeği kaldı?

7 yaşına giren Zog'un doğum günü partisi için tüm aile hazırlıklara başlamış. Bayan Og, parti için 20 tane küçük kek, büyükanne ise tam 10 tane küçük kek pişirmiş. Fakat yaramaz Dino, 10 tane küçük keki kimse görmeden mideye indirmiş.

Zog parti için kaç keki kaldığını bulamıyor. Ona yardım eder misin?





Bahar geldi, Og ailesi ormana piknik yapmaya gitti. Aile üyeleri etraftaki hayvanları incelerken, Zog çiçek toplamaya koyuldu. Zog topladığı 8 demet çiçeğin 8 demetini de annesine verdi.

Zog'un elinde kaç çiçeği kaldı?

Zog, tanesi 17 çakıl olan çamur burger, Mog da tanesi 25 çakıl olan biftekten yiyor. Zog ve Mog'un sadece 25 çakılı olduğu için hesabın sadece 25 çakılını ödeyebiliyorlar. Sence Zog ve Mog'un Dino Kafe'ye kaç çakıl borcu kaldı?

Zog'un bütün arkadaşları doğum günü partisine gelmiş, parti çok eğlenceli geçmişti. Partiden sonra etrafın toparlanması, bulaşıkların yıkanması gerekiyordu. Zog, kirli tabakları saydı, tam 15 taneydi.

Bayan Og tabakların 15'ini yıkadıktan sonra, Zog 5 kirli tabak daha getirdi. Zog, yıkanması gereken kaç kirli tabak olduğunu hesapladı. Sence sonuç ne?

$$\begin{array}{r} 8 \\ -8 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 47 \\ + 25 \\ \hline 72 \\ - 25 \\ \hline 47 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ - 15 \\ \hline 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ - 5 \\ \hline 2 \end{array}$$

EK 3: Sembolik Standart/Tersine Çevirme Problem Tipi Klinik Görüşme Soruları

Standart Problem	Tersine Çevirme (Inversion) Problemi
$25 + 25 = ?$	$25 - 25 = ?$
$3 + 2 + 2 = ?$	$3 + 2 - 2 = ?$
$8 + 5 + 5 = ?$	$8 + 5 - 5 = ?$
$11 + 2 + 11 = ?$	$11 + 2 - 11 = ?$
$7 - 5 + 7 = ?$	$7 + 5 - 7 = ?$
$6 - 1 + 6 = ?$	$6 + 1 - 6 = ?$
$14 - 5 - 5 = ?$	$14 - 5 + 5 = ?$
$20 + 0 + 20 = ?$	$20 - 0 - 20 = ?$
$125 + 58 + 58 = ?$	$125 + 58 - 58 = ?$

EK 4: Sözel Standart/Tersine Çevirme Problem Tipi Klinik Görüşme Soruları

- 1) Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 3 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?
- 2) Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 5 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?
- 3) Elimde birkaç tane bilyem var. Bu bilyelere 3 bilye ekledim, 3 bilye çıkarttım. Elimde kaç bilyem kaldı?
- 4) Ali Baba'nın çiftliğinde 10 tane ördek, 18 tane de tavuk vardı. Çiftlikteki hayvanların 18 tanesi öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde kaç hayvan kaldı?
- 5) Ali Baba'nın çiftliğinde 10 tane ördek, 18 tane de tavuk vardı. Çiftlikteki hayvanların 10 tanesi öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde kaç hayvan kaldı?
- 6) Ali Baba'nın çiftliğinde birçok hayvan vardı. Çiftlikteki hayvanlara 18 tane horoz eklendi. Daha sonra 18 tane horoz hastalanıp öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde ne kadar hayvan kaldı?

T.C.
İZMİR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : B.08.4.MEM.4.35.00.03.700/86541
Konu : Özge YİĞİT'in
Araştırma İzni

03 Aralık 2009


ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜNE
AYDIN

- İlgi: a) 28/02/2007 tarihli ve B.08.4.EGD.0.33.03.311-311/1084 sayılı Makam Onayı.
b) Adnan Menderes Üniversitesi'nin 12/11/2009 tarih ve 07435 sayılı yazısı.
c) Valilik Makamı'nın 01/12/2009 tarihli ve 85742 sayılı Makam Onayı.

Enstitünüz İlköğretim Anabilim Dalı Sınıf Öğretmenliği Yüksek Lisans programı öğrencisi Özge YİĞİT'in "İlköğretim 3. Sınıf Öğrencilerinin Toplamsal ve Çıkarımsal İfadeler İçeren Problemlerin Çözümünde Tersine Çevirme Prensiğini Uygularken Geçirdikleri Zihinsel İşlem Süreçleri: Toplama-Çıkarma (a+b-b)" konulu tez çalışması ile ilgili Konak ilçesi Hakimiyet-i Milliye İlköğretim Okulu 3. sınıf öğrencilerine yönelik uygulama ve anket çalışması Valilik Makamının ilgi (c) onayı ile uygun görülmüştür.

Araştırmacı tarafından yapılan araştırmanın tamamlanmasından itibaren en geç iki hafta içinde, ilgi (a) Makam Onayı ile yürürlüğe giren Yönerge kapsamında "Araştırmanın Teslimine İlişkin Taahhütname Tutanağı" doldurularak araştırmanın iki örneğinin CD'ye aktarılarak Müdürlüğümüze gönderilmesi gerekmektedir.

Gereğini ve bilgilerinizi rica ederim.


Himmət UYGUN
Vali a.
Müdür Yardımcısı

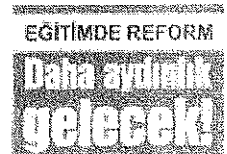
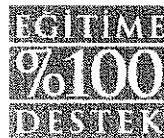
EKLER:

- 1) Valilik Onayı (1 Sayfa)
- 2) Araştırma Değerlendirme Formu (1 Sayfa)
- 3) Onaylı Veri Araçları (3 Adet 6 Sayfa)
- 4) Araştırma Tamamlandıktan Sonra, Araştırmanın Teslimine İlişkin Taahhütname Tutanağı (1 Sayfa)

GELEN EVRAK	
TARİH	04.12.2009
SAYI	1434
DOSYA NO.	526



35268 Konak / İZMİR
Telefon : (0 232) 4410332/208
Faks : (0 232) 4893069
E-Posta : arge35@meb.gov.tr
İnt. Adresi : <http://izmir.meb.gov.tr>



EK 6 :Klinik Görüşmelerden Elde Edilen Verilerin Kodlanarak İfade Edildiği Kod Listeleri

EK 6.1: Klinik Görüşmelerde Kullanılan Soru Türlerinin Kodları ve Kodların Tanımlanması

KOD	KODUN TANIMLANMASI
SSPT	Somut Standart Problem Tipi
STÇPT	Somut Tersine Çevirme Problem Tipi
YSSPT	Yarı Soyut Standart Problem Tipi
YSTÇPT	Yarı Soyut Tersine Çevirme Problem Tipi
RKSPT	Resimli Kartlarla Sorulan Standart Problem Tipi
RKTÇPT	Resimli Kartlarla Sorulan Tersine Çevirme Problem Tipi
SESPT	Sembolik Standart Problem Tipi
SETÇPT	Sembolik Tersine Çevirme Problem Tipi
SÖSPT	Sözel Standart Problem Tipi
SÖTÇPT	Sözel Tersine Çevirme Problem Tipi

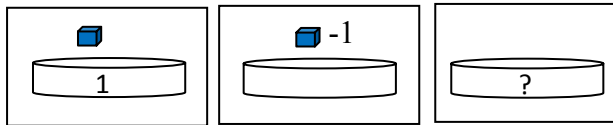
EK 6.2: Öğrencilerin, Tersine Çevirme ve Standart Tipte Yöneltilen Problemlerdeki Çözüm Stratejilerinin Kodları ve Tanımlanması

KOD	KODUN TANIMLANMASI
TÇS	Tersine Çevirme Stratejisini Kullanma
SASO	Sağdan Sola İşlem Yapma
SOSA	Soldan Sağa İşlem Yapma
ÇZYK	Çözüm Yok
ÇZHT	Çözüm Hatalı
SHTD	Sorunun Hatalı Olduğunu Düşünme
NTD	Nitel Düşünme
NCD	Nicel Düşünme
ÖSÖS	Özdeş Sayı Önceliği Stratejisi

EK 7: Klinik görüşme diyalogları

KLİNİK GÖRÜŞME DİYALOGLARI

(Her bir öğrenci için ayrı görüşme diyalogları soru bazında verilmiştir.)

ÖĞRENCİ: OSMAN**GÖRÜŞME: 1****Soru 1:**

Ö: Osmancığım, senden bir tane mavi küpü masanın ortasına koymanı istiyorum.

O: (yönergeyi uyguluyor)

Ö: Evet şimdi bu mavi küpten, bir tane mavi küp çıkartmanı istiyorum.

O: (bir tane mavi küpü kenara alıyor) Çıkarttım

Ö: Çıkarttın, eksilttin.

Ne oldu?

O: Sıfır küp kaldı.

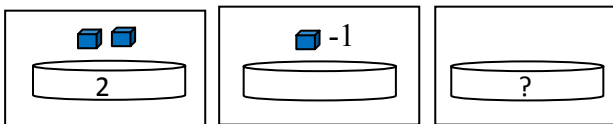
Ö: Sıfır küp kaldı. Yani?

O: Yani bir küpü koyduktan sonra bir tane küpü de çıkarttık.

Ö: Hmm...sıfır küp.

O: Evet.

Ö: Tamam.

Soru 2:

Ö: Şimdi Osmancığım 2 tane mavi küp alıp masamızın ortasına koyar mısınız?

Evet şimdi senden şunu istiyorum, bu iki mavi küpün bir tanesini eksiltmeni istiyorum. Bir tane mavi küpü eksiltmeni istiyorum.

O: (Yönergeleri dikkatli bir şekilde uyguluyor) eksilttim.

Ö: Ne oldu?

O: Bir tane küp kaldı.

Ö: Bir tane küp kaldı?

O: Evet.

Ö: Peki sen bu sırada neler düşündün? Bir işlem yaptın mı?

O: Yok.

Ö: Nasıl oldu bu durum? Sen bana hemen bir tane mavi küp kaldı dedin. Nasıl dedin bunu?

O: Çünkü bir tane mavi küpü buraya koyarsak (çıkarttığı yeri gösteriyor) 1 den 2 yi çıkarttığımızda 1 küp kalır.

Ö: Ay 1 den 2 yi mi çıkarttın? Ne yaptın?

O: 1den ...ay, 2 den 1 i çıkarttım.

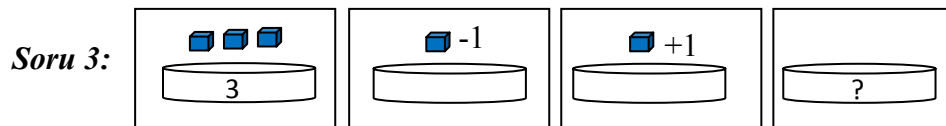
Ö: hmm işlem yaptın mı böyle parmaklarınla?

O: Yoo...

Ö: Nasıl yaptın?

O: Kafamdan.

Ö: Tamam. Onu da yerine koy bakalım.



Ö: Şimdi Osmancığim, 3 tane mavi küpü masamıza koy bakalım.

O: Koydum. (Yönergeyi uyguluyor, masaya 3 tane mavi küp koyuyor)

Ö: Şimdi bir tane mavi küpü çıkart.

O: (Uyguluyor)

Ö: Şimdi de bir tane mavi küp ekle.

O: Ekledim.

Ö: Şimdi bir tane çıkart.

Ö: Şimdi bir tane ekle.

O: (Gülüyor)

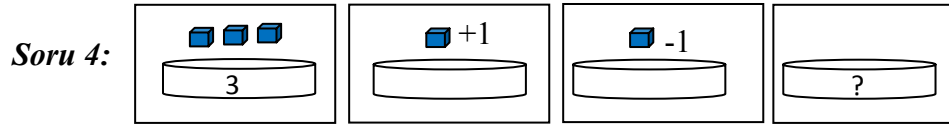
Ö: Allah Allah ne oldu bu durum anlat bakalım bana?

O: Şimdi üçten biri çıkarttık iki kaldı. Sonra siz bir tane ekleyin dediğinize göre iki ile biri topladık üç kaldı, üç oldu.

Ö: Ne işlemi yaptın toplama çıkartma falan mı yaptın?

O: Toplama, çıkartma.

Ö: Anladım şimdi yerine koy bakalım onları. Evet şimdi onu yerine koy bakalım.



Ö: Şimdi diyorum ki, yine 3 tane mavi küpü al,

O: (Üç mavi küpü masanın ortasına alıyor.)

Ö: Bu 3 tane mavi küpün üzerine 1 tane mavi küp ekle bakalım.

O: (yönergeyi uyguluyor.)

Ö: Şimdi de bir tane mavi küp çıkart.

O: (gülerek yönergeyi uyguluyor.)

Ö: Ne oldu?

O: 3 ile biri topladım 4 etti. Sonra çıkarın dediniz, 4 ten de 1 i çıkarttım, 3 kaldı.

Ö: Peki benim sana verdiğim ilk yönergede kaç tane mavi küpüm vardı?

O: 3.

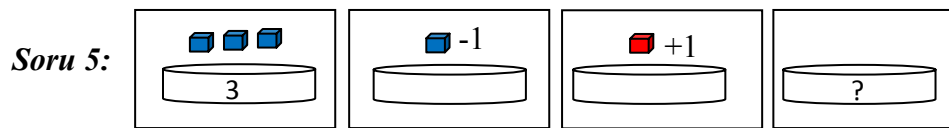
Ö: En son bak bakalım kaç tane mavi küpüm var?

O: 3.

Ö: Tamam. Bu konu hakkında bir şey düşünüyor musun?

O: Yoo...

Ö: Tamam, koy bakalım onları yerine.



Ö: Şimdi senden şunu istiyorum Osman. 3 tane mavi küpü al bakalım yine ortaya. Şimdi bu 3 mavi küpten 1 tane mavi küpü çıkart.

O: Çıkarttım.

Ö: 1 tane kırmızı küp ekle bakalım.

O: Ekledim.

Ö: Ne oldu anlat bakalım bana.

O: Şimdi 3 maviden birini çıkartıp kırmızı ekledim. Kırmızı küp ekledim.

Ö: Hmm... Birini çıkarttın...

O: Evet bir tane de kırmızı küp ekledim.

Ö: Ne oldu sonuç?

O: 2 mavi küp 1 kırmızı küp.

Ö: 2 mavi küp 1 kırmızı küp oldu?

O: Evet.

Ö: Tamam. Peki başta ne vardı elinde?

O: 3 tane mavi küp.

Ö: Hmm...tamam bir şey değişti mi sence?

O: Evet.

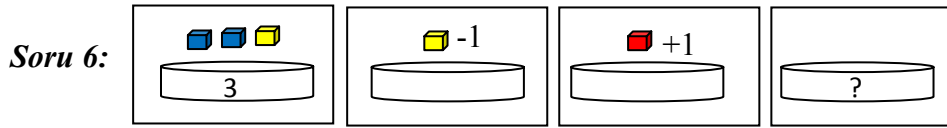
Ö: Ne? Ya da değişmeyen bir şey oldu mu?

O: Yoo...değişmeyen bir şey olmadı, değişen bir şey oldu. Mavi küpü çıkarıp kırmızı küp ekledik.

Ö: Değişmeyen bir şey oldu mu?

O: Yoo...

Ö: Peki tamam. Koy bakalım onları kenara.



Ö: Şimdi senden şunu istiyorum. 2 tane mavi küp 1 tane sarı küp al bakalım.

O: (Yönergeyi uyguluyor.)

Ö: Tamam. Doğru değil mi? 2 mavi 1 sarı küp aldın.

O: (Kafasıyla onaylıyor.)

Ö: Evet bakıyoruz, doğru.

Şimdi bu topluluktan, bu önündeki topluluktan 1 tane sarı küpü çıkartmanı 1 tane kırmızı küpü eklemeni istiyorum.

O: (Yönerge verildiği sırada uyguluyor.)

Ö: Şimdi bana anlat bakalım, ne yaptın? Ne oldu?

Ö: Bunu yaparken ne düşündün?

O: Şimdi 3 mavi küp, 2 mavi küp çıkardım, bir de sarı küp çıkardım, o iki mavi küpten 1 sarı küpü çık... (yanıldığını fark ediyor) 3 mavi küpten sarı küpü çıkarttım sonra da kırmızı küp ekledim.

Ö: İşlem yaptın mı?

O: Yok yapmadım.

Ö: Peki nasıl sonuca ulaştın?

O: Siz çıkarın dediniz ben de yaptım. (eliyle küpü iterek gösteriyor.)

Ö: Hmm...böyle yaptın elinle ittirdin, böyle de geri aldın. Peki, ilk başta, yönergeyi verdiğim şeklini düşün, bir de şimdiki şeklini düşün bakalım.

O: Düşündüm. (gülüyor)

Ö: Ne düşünüyorsun bu konuda?

O: Önceki 2 mavi küp, 1 sarı küptü, şimdi 2 mavi küp 1 kırmızı küp oldu.

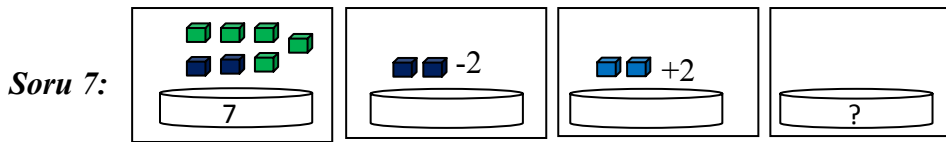
Ö: Peki ilgini çeken bir şey var mı burada? (küpleri göstererek)

O: Yok.

Ö: İşlem de yapmadım dedin?

O: Evet.

Ö: Tamam.



Ö: Şimdi onları bir kenara kaldır bakalım. (masadaki küpleri göstererek) Diğer küplere geçelim.

Şimdi senden 2 lacivert 5 tane de yeşil küp koymanı istiyorum masaya.

O: 5 maviydi değil mi? (küpleri koyarken sayıyor)

Ö: 2 lacivert 5 yeşil.

O: (Yönergeyi uyguluyor.)

Ö: Evet koydun mu? Bakalım sayıları doğru mu? (küpleri sayarak)

O: (sayıyor)

Ö: Evet doğru. Şimdi önündeki bu topluluktan 2 tane lacivert küpü çıkartıp 2 tane mavi küp koymanı istiyorum.

O: (Yönergeyi uyguluyor.)

Ö: Evet anlat bakalım bana ne yaptın?

O: Şimdi ilk başta 2 lacivert 5 yeşil küpümüz vardı. Şimdi 2 mavi küp ve 5 yeşil küpümüz oldu.

Ö: Hmm...önce saymış mıydın sen bunları?

O: Evet.

Ö: Kaç tane?

O: 7

Ö: Hmm..önce saymıştın yani?

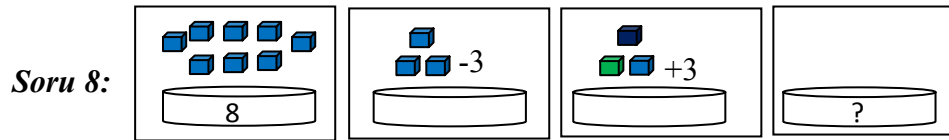
O: Evet (başıyla onaylıyor)

Ö: Tamam o zaman. Peki başka bir işlem yaptın mı?

O: Yok.

Ö: İşlem yapmadan bu duruma ulaştın?

Tamam o zaman.



Ö: Osmancığım, masamızın ortasına 8 tane mavi küp koymanı istiyorum.

O: (Yönergeyi uyguluyor.)

Ö: ooo...tren gibi oldu.

O: (gülüyor)

Ö: Evet şimdi Osman, bu 8 mavi küpten 3 mavi küpü çıkartmanı istiyorum.

O: (Yönergeyi uyguluyor.)

Ö: Evet...bunların yerine 1 tane yeşil 1 tane lacivert 1 tane de mavi küp koymanı istiyorum.

O: (Yönergeyi uygularken sayıyor, renklerine göre ayırıyor)

Ö: Anlat bakalım bize?

O: İlk başta 8 mavi küpümüz vardı, 3 ünü çıkardık. 1 lacivert küp ekledik sonra 1 yeşil küp ekledik sonra bir daha mavi küp ekledik. Toplam (küpleri gözüyle sayıyor) 8 küpümüz yine oldu.

Ö: Şimdi mi saydın onları?

O: Evet (gülüyor)

Ö: Tamam.

Peki, sen bir işlem yapmadın herhalde, şimdi saydığına göre, parmaklarınla mı saydın nasıl yaptın?

O: Kafamdan.

Ö: Ne düşündün bunu yaparken?

O: (susuyor)

Ö: Tamam yönergeleri verdim ben sana.

O: Evet.

Ö: Yönergelere uygun şeyler yaptın. Ne düşündün?

O: (susuyor) Sizin hangisini seçeceğinizi düşündüm...

Ö: Çıkarttığımı düşündün sonra ne yaptın? Geri aldığına düşündün değil mi?

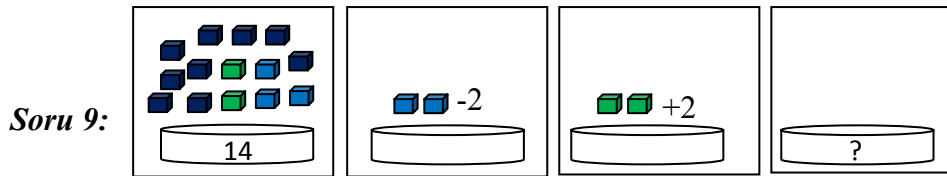
O: Evet.

O: (susuyor) Bir şey düşünmedim.

Ö: Toplama çıkartma falan...

O: Hayır.

Ö: Tamam. Şimdi onların hepsini kenara alabilirsin.



Ö: Şimdi senden şunu istiyorum. Masamızın ortasına 9 tane lacivert, 2 tane yeşil, 3 tane de mavi küp koymanı istiyorum.

O: (Yönergeyi uyguluyor.) 9 lacivert?

Ö: 2 tane yeşil, 3 tane de mavi .

O: (Yönergeyi uyguluyor.)

Ö: Evet şimdi sana diyorum ki, Osmancığım önündeki bu küplerden 2 mavi küpü çıkart.

O: (Yönergeyi uyguluyor.) Çıkarttım.

Ö: Şimdi de 2 tane yeşil küp ekle.

O: Yeşil... Ekledim...

Ö: Hmm...ne oldu?

O: Şimdi 2 küp mavi çıkarttım 2 küp yeşil ekledim.

Ö: Ne var elinde?

O: (gözüyle küpleri sayıyor) 14 tane küp var.1 tane mavi kaldı, 9 lacivert, 4 tane de yeşil küp.

Ö: Tamam. İlk başta ne vardı elimizde, kaç tane vardı saymış mıydın sen?

O: Evet...Yine 14 tane vardı.

Ö: Hı... "yine" dedin. Neden yine dedin?

O: Çünkü ilk 3 tane mavi olduğuna göre, 2 sini çıkarttık 2 yeşil ekledik 1 küp kaldı ondan.

Ö: Hı...yine...yine dediğine göre önce 14 vardı,şimdi kaç var?

O: 14.

Ö: Durum neden böyle oldu?

O: Durum 2 mavi çıkarttığımız için...2 yeşil eklediğimiz için...

Ö: Tamam. Yani biz toplama çıkarma işlemi yapmadığımız için mi bu durum değişmedi.

Neden değişmedi? Niye hala 14?

O: Çünkü 3 tane küp olduğu için (lacivert küpleri dikkate almadan mavi küpleri göstererek yapıyor) 2 sini çıkartıp 2 eklediğimize göre...

Ö: Hı...2 eklediğimize göre hala 14 o yüzden diyorsun.

Ö: Pekine olsaydı farklı olurdu? Mesela 14 değil de başka bir şey çıkar mıydı sonucumuz?

O: Yoo...

Ö: Ne yapsaydım mesela...2 çıkartıp ne yapabilirdim?

O: 3 ekleyebilirdim.

Ö: Doğru tamam. Ama sen aynı çıkarttım ondan diyorsun hala 14.

O: Evet.

Ö: Tamam o zaman. Teşekkür ederim

ÖĞRENCİ: OSMAN

GÖRÜŞME: 2

Soru 1:

O: 2 küpten 1 küpü çıkartacağız. ($2M-M=?$)

Ö: Hımm. Tamam.

O: 2 küpten 1 küpü çıkardık mı 1 küp kalır.

Soru 2:

O: 2 kırmızı küpten 1 kırmızı küpü çıkardık mı ($2K-K=?$), 1 kırmızı küp kalır.

Soru 4:

O: 2 mavi küple bir mavi küpü toplarsak 3 küp eder. ($2M+M=?$)

Soru 5:

Ö: 3 kırmızı küple 2 kırmızı küpü toplarsak, 5 kırmızı küp eder. ($3K+2K=?$)

Soru 6:

O: 3 mavi küpten 2 mavi küpü çıkarttık mı ($3M-2M=?$), 1 mavi küp eder.

Soru 8:

O: 1 mavi küpten 1 mavi küpü çıkartırsak 0 küp kalır.

O: Mavi küpten sarı küpü çıkartırsak 0 küp kalır.

Ö: Neden 0 küp kalır?

O: Çünkü ikisi aynı şeyden olduğuna göre 1'den 1 çıktı mı 0.

Ö: Himm. Tamam.

(Bu bölümde yer alan diyaloglarda araştırmacı öğrenciden bazı soruların çözümlerini anlatmasını istemiştir.) *M: Mavi blok, **S: Sarı blok, *K: Kırmızı blok**

O: Burada 3'den 1 çıkartıp, 1 topladık, 4. ($3M+M-M=?$) Hayır, 3 eder.

Ö: Kararını mı değiştirdin?

O: Evet.

Ö: Neden?

O: Yanlış yaptım.

Ö: Doğrusu nasıl aklına geldi?

O: Bir baktım yanlış çıktığı için.

O: 3 mavi küpten 1 küp çıktı mı, artı 1 küp oldu mu ($3M-M+K=?$) sonuç 3 küp olur.

Ö: Nasıl anladın yine 3 küp olduğunu? Anlatır mısın?

O: Çünkü 3 küpten 1'ini çıkardık mı 2 kalır, 2 ile kırmızı küpü topladık mı 3.

O: 3 sarı küpten 2 sarı küpü çıkarttığımızda ($2S+S-2S=?$), 1 sarı küp.

O: 4 kırmızı küpten 3 kırmızı küpü çıkartırsak ($3K+K-3K=?$), 1 kırmızı küp kalır.

O: 3 mavi küpten 2 mavi küpü çıkarıp, 1 mavi küp eklersek, 2 mavi küp kalır. ($3M-2M+K=?$)

Ö: Kırmızı küp nereye gitti peki?

O: Kırmızı küp maviye gitti.

Ö: Himm. Maviye gitti. Maviden çıktı.

O: Evet.

Ö: Mavi ile toplayacakmışız ama? Ne oldu acaba?

O: 3 kırmızı küp ile 2 kırmızı küpü toplarız 5, 3 küp daha toplarız, 8 küp eder.

($3K+2K+2K+M=?$)

O: 2 sarı küp ile 2 sarı küpü toplayıp, 3 sarı küpten çıkartırız 1 sarı küp kalır. ($2S+2S-3S=?$)

O: 1 mavi küp ile 2 mavi küpü toplayıp, 3 mavi küp. 3 mavi küpten 3 mavi küpü çıkartırsak 0 mavi küp ($M+2M-3M=?$)

O: 5 mavi küple 1'i toplarsak 6 küp, 6 küpten de 2'yi çıkartırsak 4 küp. ($5K+K-2K=?$)

O: 3 sarı küp ile 3 sarı küpü toplayıp, 1'i çıkartırsak, 5 sarı küp kalır. ($3S+3S-S=?$)

O: 3 mavi küpten 1 mavi küpü çıkartıp, 1 kırmızı küp toplarsak 3 mavi küp kalır. ($3M+M-K=?$)

O: 2 mavi 1 sarı küpten, sarı küpü çıkartırsak 2 mavi küp kalır. 2 mavi küp ile 1 kırmızı küpü toplarsak 3 mavi küp kalır. ($2M+S-S+K=?$)

O: 3 mavi küp ile 2 mavi küpü toplayıp, 2 mavi küpü çıkartırsak, 3 mavi küp. ($3M+2M-2M=?$)

O: 3 kırmızı küp ile 2 kırmızı küpü toplarsak, 5 küpten 3 küpü çıkartırsak 2 kırmızı küp kalır. ($3K+2K-2K-M=?$)

O: 2 sarı küpten 2 sarı küpü çıkartırsak, 0 sarı küp kalır, sarı küp ile kırmızı küpü toplarsak , ($2S-2S+2KS=?$) bilmiyorum.

O: 4 mavi küp ile 2 mavi 1 sarı küpü toplarsak, 6 küp eder. 6 küpten de 2 tane kırmızı küpü çıkartırsak 4 küp eder. ($4M+M+S-2K=?$)

Ö: Tamam mı?

O: Tamam.

Ö: Şimdi Osman'ı, arkadaşların şu soru için dediler ki, ($M-S=?$) Öğretmenim ben mavi küpten sarı küpü çıkartamam dediler. Sonucu bulamıyorum, yapamadım ben bu soruyu diye bıraktılar. Şimdi bakıyorum ki sen bu soruyu yapmışsın. Bana nasıl yaptın bu soruyu anlatır mısın?

O: İki küp aynı olduğuna göre, birisi mavi küp, birisi sarı küp. Ama renkleri değişik olduğuna göre bir fark olmaz. Ondan 1 mavi küpten 1 mavi küp çıkartırsak 0 mavi küp eder.

Ö: Hımm. Tamam. Renkleri benim için önemli değil mi diye düşünüyorsun?

O: Evet.

Ö: Tamam. Peki şu yapamadığın soruya bakalım mı? Galiba bunu yapamadın. ($2S-2S+2SK=?$) Neydi sorumuz sen anlat.

O: 2 mavi küpten 2 mavi küpü çıkarıp, 4 küpü ekleriz.

Ö: Evet. Neden yapamadık bunu acaba sence? Neresini anlayamadın? Çözemedin?

O: 2 küpten 2 küpü çıkartmayı anlayamadım.

Ö: 2 küpten 2 küpü çıkartmayı anlayamadın. Neden olabilir acaba bu? Ne geçti kafandan? Ne düşündün? 2 küpten 2 küpü çıkartıyorsun. Düşün bakalım.

O: Hayır.

Ö: Olmadı mı? Bulamadık mı bir şey? Peki şu soruya bakar mısın benim için Osman? ($3M+2M-2M=?$) Onu anlatır mısın nasıl yaptığını?

O: 3 küp ile 2 küpü toplayıp, 2 küp çıkarttığımız da 3 küp eder.

Ö: Peki Osman bunu düşünüürken bir işlem yaptın mı?

O: Yapmadım.

Ö: Ne oldu da bildin sorunun cevabını?

O: Küplere bakarak.

Ö: Küplere baktın, sayısını mı anladın?

O: Evet.

Ö: Tamam. Yani bir toplama çıkartma işlemi yaptın mı yapmadın mı kafanda?

O: Hayır.

Ö: Yapmadın. Tamam. Peki bu işlemde sırayla mı gittin düşünüürken, işlem sırasını takip ettin mi? Toplama ve çıkartma olarak takip ettin mi? Yoksa bir bütün olarak mı düşündün ?

O: Takip ettim.

Ö: Takip ettin. Peki bütün olarak düşünseydik sence ne olurdu? Gözümüze ilginç bir şey çarpar mıydı acaba? Bir bütün olarak düşüneceğiz. Sırayla gitmek yerine bir bütün olarak düşünseydik, sözel olarak anlatınca sana ilginç geldi mi? Değişik geldi mi?

O: Hayır.

Ö: Gelmedi mi? Peki basit geldi mi?

O: Evet

Ö:Neden?

O: Çünkü 3 mavi küp ile 2 mavi küpü toplayıp, 2 mavi küp çıkartırız, 3 mavi küp kalır.

Ö: Tamam. Peki o 3 mavi küpün üzerine 2 mavi küpü ekleyip, 5 mavi küpüm var mı dedin, yoksa kafandan hiç bu işlemi yapmadın mı?

O: Yapmadım.

Ö: Yapmadın. Toplama işlemi yapmadın yani. Peki, cevabı nasıl bulabildin bu işlemi yapmadan?

O: Takip ederek küpleri.

Ö: Küpleri takip ettin. Sonra sözel olarak anlatır mısın bana? Acaba bir şey dikkatini çekecek mi? 3 mavi küp artı 2 mavi küp eksi 2 mavi küp. Değil mi? Kaç tane eklemişim? Kaç tane çıkarmışım?

O: 2 tane eklemişiz, 2 tane çıkarmışız.

Ö: Peki bu durumda soruların cevabını bulmak kolay mı zor mu?

O: Kolay.

Ö: Neden?

O: Çünkü 3 mavi küpe 2 mavi küp eklersek, 2 mavi küpü çıkartırsak 3 mavi küpü sonucu buluruz. Yani baştaki söylediğimiz sonucu buluruz.

Ö: Baştaki söylediğimiz aslında bizim sonucumuz mu oldu?

O: Evet.

Ö: Tamam. O yüzden çok da zor olmadı.

O: Evet.

Ö: Tamam.

Ö: Peki Osmancığim bu soruyu nasıl yaptın? Anlatabilir misin? ($3M-M+K=?$)

O: 3 mavi küpten 1 mavi küpü çıkarıp, 1 mavi küp ekledim.

Ö: Peki sence bu soruyla bu sorunun çok büyük bir farkı var mı? ($3M+2M-2M=?$)

O: Yok.

Ö: Neden yok senin için bir farkı?

O: Çünkü buradaki sayılardan bir eksiği burada olduğu için.

Ö: Yani ikisi aynı mı acaba sence?

O: Evet.

Ö: Tamam. Peki sana bir şey sormak istiyorum. Buradaki kırmızı küp senin için bir şey ifade ediyor mu?

O: Yok. Etmiyor.

Ö: Sayısı benim için önemli diye düşündün?

O: Evet.

Ö: Tamam. Peki seni böyle düşünmeye iten sebep neydi? Niye öyle olabilir dedin?

O: Çünkü bir küpün rengi farklı olabilir. Ama bir küp olduğu için.

Ö: Tamam. Peki şu soruda ne düşündün? ($2S+S-2S=?$)

O: Bu soruda 2 küp ile 1'i toplayıp, 2'yi çıkarttım.

Ö: Bu sefer ne kadar topladın? Ne kadar çıkarttın?

O: Bu sefer 2 ile 1'i toplayıp, 2 çıkarttım.

Ö: Hımm. İşlem yaptın yani sırayla. Tamam.

ÖĞRENCİ: OSMAN

GÖRÜŞME: 3

Soru 1:

Ö: Bize resim gösterebilir misin?

Ö: Evet. Sen inceledin mi resmi? Alışveriş yapan birileri var galiba.

O: Evet.

Ö: Tamam.

O: Büyükanne ve büyükbaba Og alışverişe çıkıp, manavdan 5 elma, 2 muz, 1 tane de mandalina aldılar. Eve gelen meyvelerin 2 tanesini Zog afiyetle yedi. Büyükanne ve büyükbabanın dolabında kaç tane meyve kaldı?

O: Evet. Şimdi 5 elma, 5 yazarız, 2 muz 2 muz da yazarız, 1 tane de mandalina, 1 i de yazarız, toplarız, 7, 8. $(5+2+1)$ işlemini yapıyor.) Zog 2 iki tanesini yediğine göre 8 den 2 çıkartırız, 6. $(8-2=6)$ işlemini yapıyor.)

Ö: Hımm. Sonucu buldun.

O: Evet.

Ö: Peki sana bir şey sormak istiyorum. Hiç kağıdım ya da kalemim yok elimde. Yine aynı sonu bulabilir miydim?

O: Evet.

Ö: Ne yapardım da bulurdum?

O: Kafamdan 2 ile 1 i toplayıp, 5 ile toplayacaksın, 8.

Ö: Mesela diyelim ki yok senin kaleminle kâğıdın, yap bakalım. Sesli düşünerek yap.

O: 2 ile 1 i toplayıp, Çıkan sonuçla da 5 i toplayacağım. 8 eder, 8 den de 2 meyve yediğine göre 2 yi çıkartacağım, 6.

Ö: Tamam.

Soru 2:

O: (Seçtiği karttaki resmi gösteriyor.)

Ö: Sen de baktın mı resme?

O: Evet.

O: Zog'un bütün arkadaşları doğum günü partisine gelmiş, parti çok eğlenceli geçmişti. Partiden sonra etrafın toparlanması, bulaşıkların yıkanması gerekiyordu. Zog, kirli tabakları saydı, tam 15 taneydi.

Bayan Og tabakların 15'ini yıkadıktan sonra, Zog 5 kirli tabak daha getirdi.Zog,yıkanması gereken kaç kirli tabak olduğunu hesapladı. Sence bulduğu sonuç ne?

Ö: Ne düşünüyorsun şu anda?

O: Şimdi Zog, 15 tane kirli tabak getirmiş. Şimdi 15 çıkartırız, kirli tabaklar bitti.(15-15=0 işlemi yapıyor.) En sonunda da 5 kirli tabak getirmiş. Yani kaç kirli tabak olduğunu hesaplamış.15 ile 15 i toplarız, 30. 30 ile de 5 i toplarız, 35. (15+15+5 işlemi yapıyor.)

Ö: 30 u nereden buldun?

O: 30 u 15 ile 15 i toplayarak buldum.

Ö: Neden?

O: Çünkü 15 tane getirip 15 ini yıkamış. Ondan buldum. Yani 15...

Ö: Tekrar okumak ister misin soruyu içinden?

O: (Okuyor.) Yanlış. (Gülüyor.)

Ö: Yanlış mı?

O: Evet.

Ö: Neden acaba?

O: Yanlış yaptık. 5 i yıkanmış, 0 olmuş. 15 ile de 5 i toplayacağız. (15 + 5= 20 işlemi yapıyor.)

Ö: Neden 15 ile 5 i topladık?

O: Çünkü 15 tabak yıkadığına göre 15 tane de kirli tabak da getirmiş, 15 ini de yıkamış.Bir tane 15 ile 5 i toplayacağız.

Ö: Tamam.

Soru 3:

Ö: Onu mu seçtin? Göster.

O: Evet. Soruyu okuyorum.

O: 7 yaşına giren Zog'un doğum günü partisi için tüm aile hazırlıklara başlamış. Bayan Og, parti için 20 tane küçük kek, büyükanne ise tam 10 tane küçük kek pişirmiş. Fakat yaramaz Dino, 10 tane küçük keki kimse görmeden mideye indirmiş.

Zog parti için kaç keki kaldığını bulamıyor. Ona yardım eder misin?

Ö: Eder misin?

O: Ederim. (Gülüyor.)

O: 20 tane küçük kek anne Og yapmış. Büyük annesi de 10 tane yapmış, toplarız, 20, aaaay, 30. (Şaşıyor.). Yine 10 tanesi yediğine göre 30 dan da 10 u çıkartırız, 20. ($20+10=30$, $30-10=20$ işlemi yapıyor.) İlk baştaki sonucu bulduk. Og'un yaptığı küçük keklerin...

Ö: Kimin yaptığı?

O: Og.

Ö: Og kim? Bayan Og mu? Annesi mi?

O: Evet.

Ö: Nasıl anlamadım ben ne demek istediğini?

O: Şimdi...

Ö: İlk baştaki sonuç dedin?

O: Bayan Og 20 tane küçük kek pişirdiğine göre, 10 ile toplarız 30, 30 dan da 10 u çıkartırız, 20. Yani Bayan Og'un pişirdiği kek kalmış.

Ö: Peki Bayan Og'un pişirdiği kekler ile Büyükannenin pişirdiği kekler farklı mıymış? Belki büyükannenin pişirdiği kekler kaldı? Öyle mi?

O: Evet.

Ö: Nasıl?

O: Bilmiyorum. (Gülüyor.) Bütün kekler karıştığı için Dino istediğinden seçmiş.

Ö: Seçmiş, hepsini mideye indirmiş bir güzel.

O: 10 tanesini.

Ö: 10 tanesini mideye indirmiş.

O: Evet.

Ö: Tamam.

Ö: Peki diyelim ki elimizde kağıdımız kalemimiz yok.

O: Evet.

Ö: Ne yapardık bu soruyu görünce çözebilir miydik acaba?

O: Evet.

Ö: Nasıl düşünürdük?

O: Şimdi aklımızda 20 vardı, 20 ile 10 u toplardık...

Ö: Toplar mıyım kafamda?

O: Toplarsın.

Ö: Hımm. Neden? Peki toplamadan yapabilir miyim ben böyle bir şeyi?

O: Evet yapabilirsin. Elinle 10 a kadar sayabilirsin.

Ö: Elimle yapabilirim, başka, kafamla yapabilirim.

O: Evet.

Ö: Hiç toplama ya da çıkarma işlemi yapmadan çözebilir miydim acaba ben bu problemi?

O: Evet.

Ö: Nasıl çözerdim?

O: Şimdi 20 ile 10 u topladık mı 30 ettiğine göre...

Ö: Ama hiç toplama işlemi yapmak istemiyorum.

O: Tamam o zaman. 30 sonucunu bulduktan sonra 10 çıkartırız, 20 yi buluruz.

Ö: İlla sen toplama çıkarma işlemi yapmak istiyorsun kafanda.

O: Evet.

Ö: Sen böyle bir çözüm buldun?

O: Hu.Hu.

Ö: Başka bir çözüm yolu olabileceğini düşünüyor musun?

O: Hayır düşünemiyorum.

ÖĞRENCİ: OSMAN

GÖRÜŞME: 4

Soru 1: $25+25=?$

O: Şimdi 25 ile 25'i toplayacağız, 50.

Ö: Nasıl yaptın hemencecik 50 dedin?

O: Çünkü 50'nin yarısı 25.

Ö: İlginç. İki tane yarımı toplarsan bir bir tam yapar diye mi düşündün?

O: Evet.

Ö: Bir tane 50 yapar diye düşündün.

Soru 2: $3+2+2=?$

O: 3, 2, 2 ile toplarsak, 7.

Ö: Nasıl yaptın?

O: 2 ile 2'yi topladım, 4. 4 ile 3'ü topladım, 7. (İşlemi sağdan sola yapıyor.)

Ö: Değişik yaptın yani? Sırayla yapmadın?

O: Evet.

Ö: Tamam.

Soru 3: $8+5+5=?$

O: 8, 5, 5. 5 ile 5 i topladım, 10. 8 daha 18.

Ö: Neden 5 ile 5'i topladın Osman. Önce 8 ile 5'i toplasak olmaz mıydı?

O: Olurdu.

Ö: Seninki mi daha iyi? Hangisi daha güzel?

O: Benimki.

Ö: Neden?

O: Daha kolay.

Ö: Daha mı kolay? Tamam.

Soru 4: $11+2+11=?$

O: 11, 11 daha 22. 22'ye 2 eklersek, 24.

Soru 5: $7-5+7=?$

O: 7'den 5 çıkartırsak 2. 7 ile 2'yi toplarsak 9.

Ö: Peki Osman bunda neden 7 ile 7'yi toplayıp, 5'den çıkartmadın?

O: Çünkü çıkartma işareti var.

O: O yüzden sırayla gittin?

O: Hui. hui.

Ö: Tamam.

Soru 6: $6-1+6=?$

O: 6'dan 1 çıkarttım, 5. 6 ile 5'i topladım, 11.

Soru 7: $14-5-5=?$

O: 14'den 5 çıkardım, 9. 9'dan 5 çıkarttım, 4.

Soru 8: $20+0+20=?$

O: 20 ile 0'i topladım, 20. 20 daha topladım 40.

Ö: Bunda da mı 40'ın yarısı 20'dir diye düşündün?

O: Evet.

Soru 9: $125+58+58=?$

O: 58 ile 58'i topladım mı, 8, 8 daha 16. 5, 5 daha 10, 1 de elde, 116. 125 ile topladığımızda 5, 6 daha 11, elde var 1, 3, 4, 241. (Çalışma kâğıdının köşesinde toplama işlemi yapıyor.)

Soru 10: $25-25=?$

O: 25'den 25'i çıkartırım, 0.

Ö: Neden?

O: Çünkü 25 ile 25 aynı sayı olduğuna göre, çıkartma işlemi olduğu için o kalır.

Soru 11: $3+2-2=?$

O: 3 ile 2'yi toplarım, 5. 5'den 2'yi çıkartırım 3.

Soru 12: $8+5-5=?$

O: 8 ile 5'i toplarım, 13. (Parmakları ile sayıyor.) 13'den 5 çıkartırım 8.

Soru 13: $11+2-11=?$

O: 11, 2 toplarım 13. 13'den 11 çıkartırım, 3. Bir dakika. (İşlemi kontrol ediyor.) Evet 3.

Soru 14: $7+5-7=?$

O: 7, 5 daha 12. (Parmakları ile sayıyor.) 12'den de 7'yi çıkartırım 5 kalır. (Parmakları ile sayıyor.)

Soru 15: $6+1-6=?$

O: 6 dan 1 toplayıp, 6 çıkarttım mı 1 kalır.

Ö: Onu nasıl yaptın hemen? İşlem yapmadın mı?

O: Yaptım.

Ö: Nasıl? Ne düşündün? Hemen söyledin. Diğerlerini böyle parmaklarınla saydın

O: Evet.

Ö: Bunu saymadın, Neden?

O: Kafamdan yaptım.

Ö: Kafandan yaparken ne düşündün?

O: Şimdi 6 ile 6'yi çıkartırım, 0. 1 daha eklerim...

Ö: Öyle mi? Nasıl? Bir daha kağıdın üzerinde göster.

O: 6'dan 6'yi çıkartırım, 0. 1 eklerim, 1. (Çalışma kağıdının köşesinde işlemi gösteriyor.)

Ö: Tamam.

O: Şu soru yanlış gibi geldi bana. $(11+2-11=?)$ Sorusunu kastediyor.) 11 ile 2'yi toplarım 13.

11 çıkartırım 2. (Parmakları ile sayıyor.)

Soru 16: $14-5+5=?$

O: 14'den 5'i çıkartırım, 9. 5 toplarız 14.

Soru 17: $20-0-20=?$

O: 20'den 20'yi çıkartırız 0.

Soru 18: $125+58-58=?$

O: Aynı soru değil mi? $(125+58+58=?)$ İşlemine kastediyor.)

Ö: Bilmem. Bak bakalım. Belki işaretleri değişiktir.

O: Değişik bir tanesi.

O: 58'den 58'i çıkartırız. Bir dakika. 125 ile 58'i topla (İşlemi çalışma kâğıdında yapıyor.)

Ö: İlk seferinde sanki başka bir şey yapacak gibiydin. Yanlış mı anladım ben?

O: Öyle gibi geldi. 58'i çıkartırız. $(183-58)$ işlemine yapıyor.) 13'den 8 çıktı, 5. (Parmakları ile sayıyor.) Burası 7 kaldı, 7'den 5 çıktı, 2. Buraya da 1 yazarız, sonuç 125.

Ö: Sana ilginç gelen var mı o soruda?

O: Var.

Ö Ne var?

O: **Çünkü bulduğumuz sonuç ilk baştaki sonuçla aynı.**

Ö: Neden aynı olmuş olabilir sence bu bir tesadüf mü? Yoksa her zaman böyle bir sonuç çıkar mıydı acaba?

O: Tesadüf.

Ö: Başka şekilde olsa 125 çıkmaz mıydı?

O: Çıkmazdı.

Ö: Mesela sen başka bir soru üretsen, çıkmayacağını kanıtla bakalım bana. Sen başka bir işlem yap oraya, çıkmayacağını göster bana. İlk baştaki sayının olmayacağını göster bana.

O: $(200 + 63 - 40)$ işlemine yazıyor.)

Ö: 58 ve 58 idi. Sen de ona göre bir işlem yapacaksın.

O: 63 yazacağım. Aynı sonuç çıkacak. 200.

Ö: Hani bu bir tesadüftü? Demek ki değilmiş, her zaman böyle çıkıyormuş.

O: Ama böyle yaparsak, tesadüf olmayabilir.

Ö: Neden böyle olmuş olabilir acaba?

O: Çünkü 63'ten 63'ü çıkarttığımızda 0 kalır, 200 ile de 0'ı toplarız, 200.

Ö: Tamam. Peki bu bize bir şey kazandırır mı acaba? Önce sen işlem yaptın. Yapsan mı daha iyi acaba yapmasan mı?

O: **Yapmasam.**

Ö: Yapmasan daha mı iyi? Neden?

O: **Çünkü aynı sonuç çıkacağını bildiğim için?**

Ö: Bundan sonra biliyor muyuz artık böyle olduğunda aynı sonuç çıkacağını? Ama ben hala anlamadım neden aynı sonuç çıkıyor acaba?

O: Çünkü 63 ile 63'ü yazacağız, arasında eksi olduğu için.

Ö: Tamam. Birbirinden çıkartmış mı olacağız biz bunu?

O: Evet.

Ö: Tamam. Bitti mi bu sorular?

O: Evet.

(Bu bölümde yer alan diyaloglarda araştırmacı öğrenciden bazı soruların çözümlerini anlatmasını istemiştir.)

Ö: Bana bunu anlatır mısın? ($11+2-11=?$)

O: 11 ile 2'yi topladık, 13. 11'i çıkartırız, 2.

Ö: Tamam. Peki, burada bir şey gözüne çarptı mı?

O: Evet.

Ö: Nedir?

O: Çünkü ortadaki sayı çıktı. Bunda da öyle. (Alttaki sayıyı göstererek.)

Ö: Neden öyle olmuş olabilir? Sen anladıysan bana da anlat bakalım.

O: Çünkü 11'den 11 çıkarttığımızda, 0, 2 ile topladığımızda 2 oluyor.

Ö: O zaman ben hiç uzun uzun işlem yapmayayım o zaman öyle mi?

O: Evet.

Ö: Tamam. Peki, bunu sormuş muydum ben sana? ($25-25=?$)

O: Evet. Anlattım.

Ö: Başka ne sorayım sana? Başka? Bunu soralım bakalım. ($14-5+5=?$)

O: 5 ile 5'i topladığımızda 10, 14'den çıkardığımızda... Bir dakika. Yanlış oldu herhalde bu.

Ö: Emin misin?

O: Evet. 4 olacak bunun sonucu. Çünkü 5 ile 5'i topladığımızda 10.14'den 10 u çıkarttığımızda 4 kalır.

Ö: Peki en altta yaptığımız soru ile $(125+58-58)$ şimdi yaptığını kıyaslar mısın? İki farklı şeyler mi söylüyor? Mesela şununla şu ikisi farklı işlemler mi? ($125+58-58$ ve $14-5+5$ işlemlerini göstererek)

O: Evet.

Ö: Bak birinde başka yaptın birinde başka yaptın?

O: Evet.

Ö: Tamam.

ÖĞRENCİ: OSMAN

GÖRÜŞME: 5

Soru 1: Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 2 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?

Ö: Başlayayım mı sorularıma?

O: (başıyla onaylıyor)

Ö: Tamam o zaman başlıyorum.

Şimdi Osman cebimde 5 tane bilyem var.

O: Evet.

Ö: Bakkala gidiyorum 3 tane bilye daha alıyorum.

O: Evet.

Ö: Bakkaldan dönerken yolda arkadaşşıma rastlıyorum 2 tane bilyemi ona veriyorum. Acaba benim cebimde kaç tane bilyem kalıyor?

O: 6

Ö: Nasıl yaptın bunu?

O: 5 ile 3 ü topladım, bakkaldan 3 tane aldığım için 5 ile 3 ü topladım, arkadaşşıma rastlayınca 2 yi de çıkardım 6.

Ö: Tamam. Peki zor olduğunu düşündün mü bu sorunun?

O: Hayır.

Ö: Sana hiç zor gelmedi?

O: Hıhı...

Ö: Daha ben sorunun devamını getirmeden cevabı verdin sen.

O: Evet. İlk başta zor diye korkmuştum.

Ö: Peki bir işlem yaptın mı bunu yaparken?

O: Evet.

Ö: İlk duyduğunda ne düşündün? Sorumu ilk duyduğunda ne geldi aklına?

O: Şimdi elinde 5 tane bilye varmış bakkala gittiğinde 5 tane aldığı için 5 ile 8 i toplarız ayyy...(şaşıyor) 5 ile 3 ü toplarız...

Ö: Topladın mı kafandan?

O: Evet.

Ö: Tamam, o zaman diğer soruma geçiyorum.

Soru 2: Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 3 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?

Ö: Osman, cebimde 5 tane bilyem var, yine gidiyorum bakkala 3 tane daha bilye alıyorum, sonra yolda arkadaşşıma görüyorum 3 tanesini ona veriyorum, acaba cebimde kaç tane bilyem kalıyor?

O: 5.

Ö: Nasıl hemen cevaplıyorsun?

O: Çünkü 5 tane bilyem olduğu için gidip 3 tane aldım, 8 den de 3 ü çıkarttım 5.

Ö: Yani toplama ve çıkartma işlemi yaptın kafandan öyle mi?

O: Hıhı

Ö: Tamam, peki yapmadan olabilir miydi acaba?

O: Olabilirdi.

Ö: Nasıl olabilirdi? İşlem yapmadan olabiliyordu da sen neden işlem yaptın?

O: Çünkü 3 den 3 ü çıkartırsak 0, 5 den...

Ö: Neden 3 den 3 ü çıkarttık?

O: Çünkü 3 tane bilye alıp 3 tanesini arkadaşşıma verdiği için 3 den 3 ü çıkartırız 5.

Ö: 3 den 3 çıkartınca 5 mi kalır?

O: (gülüyor) 0 kalır, önce 5 olduğu için 5.

Ö: Neden böyle düşünmedin ilk önce?

O: Bilmiyorum.

Ö: Ben şimdi sana sorunca mı aklına geldi?

O: Evet.

Ö: Tamam. Yani farklı bir şekilde çözebilir miydik? Evet bu şekilde mi çözebilirdik?

O: Evet.

Ö: *Tamam.*

Ö: *Sence böyle çözmek mi daha kolay olurdu yoksa senin ilk çözdüğün gibi çözmek mi?*

Ö: *Hangisi daha zor?*

O: *Benim ilk çözdüğüm gibi.*

Ö: *Seninki daha mı zor?*

O: *Hıhı...*

Ö: *Zorsa neden öyle çözüyoruz acaba?*

O: *Bilmiyorum. Daha iyi anlayabilmemiz için...*

Ö: *Toplama yapınca daha mı iyi anlıyoruz?*

O: *Hıhı...*

Ö: *Ama uzun sürüyor.*

O: *Olsun yine bir şeyler aklında kalıyor.*

Ö: *Tamam.*

Soru 3: Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 4 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?

Ö: *Osmancığım, yine cebimde 5 tane bilyem var, bakkala gidiyorum 3 tane alıyorum sonra arkadaşşıma görüyorum ona 4 tane bilye veriyorum. Acaba benim cebimde kaç tane bilyem var?*

O: *4*

Ö: *Nasıl bildin?*

O: *Çünkü 5 ile 3 ü toplarız 8, 8 4 den çıkardığı için, 8 in yarısı 4, ya da 8 i 2 ye böleriz.*

Ö: *A neden 2 ye böldük?*

O: *Çünkü 4 ü bulmamız için, yarısını.*

Ö: *Böyle bir şey olabilir mi? Bence bu bir tesadüf gibi.*

Peki başka bir şekilde sorsaydım soruyu yine 2 ye bölünce cevabı mı bulacaktım ben?

O: *Hıhı*

Ö: *Mesela bir soru sor bakalım bana ikiye bölünce cevabı çıksın.*

Ö: *Cebimde 8 tane bilyem olsun. 3 tane daha alayım, sonra gideyim 4 tanesini vereyim arkadaşşıma.*

O: *4 tanesini verdiğinde....(düşünüyor) bunu bölemeyiz.*

Ö: *Gördün mü, yarısı olmuyormuş demek ki her zaman. Bu bir tesadüf müş.*

O: *Evet.*

Soru 4: Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 5 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?

Ö: Osmancığım, cebimde yine 5 tane bilyem var, gidiyorum bakkala 3 tane daha alıyorum, sonra yolda arkadaşşıma görüyorum 5 tane bilyemi de arkadaşşıma veriyorum. Acaba cebimde kaç bilyem var?

O: 3

Ö: Nasıl bildin?

O: Çünkü 5 bilye arkadaşşıma verdiğine göre...İlk başta 5 bilyesi vardı, 5 ten 5 çıkartırız 0. 3 de ekleriz.

Ö: 3 de zaten vardı elimde, bakkaldan almıştım.

Bu sefer toplama çıkarma yapmadın galiba?

O: Yapmadım.

Ö: Peki ben sana sorduğumda zor geldi mi bunu yapmak?

O: Yoo...

Ö: Sen püf noktasını bulmuşsun herhalde az önce?

O: Hıhı

Ö: Tamam.

Soru 5: Elimde birkaç tane bilyem var. Bu bilyelere 3 bilye ekledim, 3 bilye çıkarttım. Elimde kaç bilyem kaldı?

Ö: Şimdi Osmancığım, elimde birkaç tane bilyem var, sayısını bilmiyorum ne kadar olduğunu. Gidiyorum bakkala 3 tane daha bilye alıyorum, sonra yine bildiğin gibi yolda arkadaşşıma görüyorum bu 3 tane bilyeyi arkadaşşıma veriyorum. Acaba benim elimde kaç tane bilyem var?

O: 9

Ö: 9...Anlat bakalım bana.

O: Birkaç bilye dediğine göre 3 ile 3 ü çarparız 9.

Ö: Neden öyle düşündün? Ben düşünemedim sen bana bi anlatır mısın?

O: Çünkü elimizde birkaç bilye vardı...

Ö: Sayısını bilmiyorum... Soruyu tekrarlamamı ister misin? Anlayabildin mi soruyu yoksa tekrarlayayım mı?

O: Tam anlayamadım.

Ö: Tamam, tekrarlıyorum o zaman. Şimdi elimde birkaç tane bilyem var sayısını bilmiyorum, tamam mı...sonra bu bilyelere 3 tane ekliyorum. Bakkala gidiyorum 3 tane alıyorum ekliyorum. Sonra yolda arkadaşımı görüyorum 3 tane bilyemi arkadaşşıma veriyorum. Elimde kaç tane bilyem var acaba?

O: 6 olabilir.

Ö: Nasıl olabilir 6?

O: Çünkü 3 ile 3 ü çarptım mı 9 tane bilyesi varmış.

Ö: Ben bu 3 ile 3 ü çarpmayı anlayamadım biraz daha açıklar mısın bana?

O: Şimdi elinde 3 bilyesi olduğuna göre arkadaşşına da 3 tane verdi, 3 ile 3 ü çarparız 9, 3 tanesini arkadaşşına verdiğiine göre 9 dan 3 ü çıkartırız 6.

Ö: Bu soru hakkında ne düşünüyorsun?

O: Biraz zordu gibi .

Ö: Zor bir soru muydu? Karışık mı geldi sana?

O: Evet.

Ö: Peki sence doğru cevaplayabildin mi?

O: Bilmiyorum.

Ö: Tamam.

Soru 6: Ali Baba'nın çiftliğinde 10 tane ördek, 18 tane de tavuk vardı. Çiftlikteki hayvanların 18 tanesi öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde kaç hayvan kaldı?

Ö: Osman, sen Ali Baba'nın çiftliğini biliyor musun?

O: Evet.

Ö: Neler vardı orada?

O: Kuzular, köpekler...

Ö: Başka başka...

O: Çocukları...

Ö: Ooo...çocukları da vardı doğru...

O: Ondan sonra keçileri, koyunları, inekleri...

Ö: Tamam, şimdi bizim de bir Ali Babamız var, bunun da bir çiftliği var.

Bu Ali Baba'nın çiftliğinde 10 tane ördeği var, 18 tane de tavuğu varmış. Fakat çiftlikteki hayvanların 18 tanesi ölmüş. Acaba Ali Baba'nın çiftliğinde kaç tane hayvan kalmış?

O: (hiç düşünmeden) 10

Ö: Nasıl bildin hemen? Nasıl cevapladın?

O: 10 ile 18i...

Ö: Kolay bir soru muydu sence ve ilk sorduğumda ne düşündün?

Bu soru çok kolay yaparım mı dedin?

O: Hıhı(başıyla onaylıyor)

Ö: Tamam.

O: Çünkü 10 ile 18 i topladık mı 28, 18 i çıkartıyoruz yine de 10 kalır.

Ö: Kafandan bu işlemi mi yaptın?

O: Hıhı(başıyla onaylıyor)

Ö: Ooo...çok hızlı yapmışsın.

Başka peki yapabilir miydik?

O: Hayır.

Ö: Kağıdın kalemin olmadığı halde böyle yapabildin ha?

O: Evet.

Ö: Peki bu Ali Baba'nın çiftliğinde 10 tane değil de 29 tane ördek olsaydı,17 tane de tavuk olsaydı, çiftlikteki hayvanların 17 si de ölmüş olsaydı. Acaba Ali Baba'nın çiftliğinde kaç tane hayvan olurdu?

O: 29

Ö: Neden?

O: Çünkü 19la 17 yi topladık yine bir sayı çıkıyor.

Ö: Eeee...

O: Bir sayıdan 17 yi çıkartınca...

Ö: Nasıl bir sayı çıkıyor?

Sen nasıl 29 diyebildin? İşlem yapmadın mı?

O: Çünkü aynısı, aynı işlem öbürküyle.

Ö: Aaa...öbürüyle aynı olsaydı 10 çıkardı cevap ama 29 çıktı. Nasıl oldu bu? Biraz daha açıklar mısın, ben anlamadım...

O: Şimdi aynı cevap olmayabilir ama, değişik sayılardan...örneğin şimdi toplarsak 29la bir sayı çıkar...

Ö: Kaç yapar bilmiyorsun...eee...

O: (gülüyor)

Ö: Nasıl cevabı bulabildin ona şaşıyorum.

O: Çünkü 17 den 17 yi çıkardım 0, 29 a 0 ekledim 29.

Ö:Eeee. Sen söylesene ben başka türlü çözdüm desene neden topladım çıkardım diyorsun yapmadığın halde? Gerçekten kafandan ne geçiyorsa onu söyleyeceksin bana.

O:Bu geçiyordu.

Ö: Hangisi geçti ilk önce kafandan?

O: Şimdiki söylediğim.

Ö: Peki sence hangisi daha kolay?

O: Benim ilk başta söylediğim.

Ö: Peki sence bunun sayıların büyüklükleri ile alakası olabilir mi?

Mesela 110 tane ördeği olsaydı? İşte 98 tane de tavuğu olsaydı,

Bu tavukların 98 i ölseydi mesela? Ali Baba'nın çiftliğinde kaç tane hayvan

O: 100

Ö: 100. Nasıl düşündün yine?

O: Çünkü 99 dan 99 u çıkardım 0, 100 e de 0 ekledim.

Ö: Tamam tamam .Demek ki sayılar büyüdükçe bize sanki kolaylık sağlıyor senin bulduğun bu yol.

O: Evet.

Soru 7: Ali Baba'nın çiftliğinde 10 tane ördek, 18 tane de tavuk vardı. Çiftlikteki hayvanların 10 tanesi öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde kaç hayvan kaldı?

Ö: Peki Osman yine bu Ali Baba'nın çiftliğinde 10 tane ördeği var, 18 tane de tavuğu var. Ali baba'nın çiftliğindeki bu hayvanların 10 tanesi ölüyor. Acaba Ali Baba'nın çiftliğinde kaç tane hayvan var?

O: 18.

Ö: Nasıl bildik?

O: Çünkü 10 u öldüğü için 10 dan 10 u çıkarttım 0.0 lan da 18 i topladım 18.

Ö: Hemen kısa yoldan yaptın?

O: (Kafası ile onaylıyor.)

Ö: Tamam. Peki buna benzer bir soru söyleyebilir misin bana üretebilir misin kendin?

O: Evet.

Ö: Üret bakalım.

O: Ali Baba'nın çiftliğinde 65 tane tavuk varmış tavukların 17 tanesi ölmüş. Ali Baba 17 tane daha almış.

Ö: Ne kadar olmuş yani o zaman?

O: 65.

Soru 8: Ali Baba'nın çiftliğinde birçok hayvan vardı. Çiftlikteki hayvanlara 18 tane horoz eklendi. Daha sonra 18 tane horoz hastalanıp öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde ne kadar hayvan kaldı?

Ö: Evet son soruma geçiyorum şimdi. Ali Baba'nın çiftliğinde bir sürü hayvan varmış. Sayısını bilmiyor Ali Baba da. Bu çiftlikteki hayvanlara 18 tane horoz eklemiş, horoz almış çiftliğine. Daha sonra da 18 tane horoz hastalanıp, ölmüşler. Acaba Ali Baba'nın çiftliğinde kaç tane hayvanı var?

O:36.

Ö:Nasıl oldu bu iş?

O:Şimdi 18 den 18 i çıkartırsak, ayy 18 ile 18 i toplarsak...

Ö: Neden topladın?

O:Çünkü...

Ö: 18 tane almışım,18 tane ölmüş.

O:Çünkü topladık. Neden topladık? Çünkü Ali Baba'nın çiftliğindeki hayvanları bulmak için.

Ö:Tamam.Bir düşünelim istersen seninle beraber.18 tane hayvan almış Ali Baba 18 tanesi de ölmüş.Nasıl toplayabildin?36 tane hayvan yapar mı onlar?

O: Evet.

Ö: 18 tane hayvan almış 18 tanesi de ölmüş zaten bunun.

O: Ama Çiftliğindeki hayvanları sorduğu için 18 ile 18 i toplarız 36.

Ö: Peki sana şöyle bir ipucu vereyim. Mutlaka çiftlikteki hayvanların sayısını bilmem gerekiyor mu? Mutlaka bir sayı bir rakam söylemem gerekiyor mu bu sorunun cevabı için?

O: Evet.

Ö: Söylemeden olmaz mı?

O:Olmaz.

Ö:Neden?

O:Nedenini bilmiyorum. (Gülüyor)

Ö:Mesela şöyle bir cevap veremez miyim? "Ali Baba'nın çiftliğinde bir miktar hayvan var" diyemez miyim?

O:Dersiniz.

Ö:Neden?

O:Bilmiyorum.

Ö:Olmaz mı?

O:Olur.

Ö:Olur mu olmaz mı?

O:Olur.

Ö:Olursa neden olur? Olmazsa neden olmaz?

O:Düşünemiyorum.

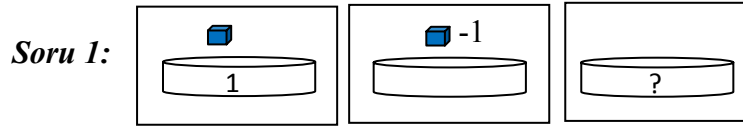
Ö:Bu soru hakkında ne düşünüyorsun? Zor muydu?

O:Basit.

Ö:Cevabın neydi?

O:36.....Ya da biraz zordu?

Ö:Tamam.

ÖĞRENCİ: NİLAY**GÖRÜŞME: 1**

Ö: Nilaycim ortaya bir tane mavi küp koyar mısın? Mavi küplerimizden bir tane koyduk...evet...Şimdi o mavi küplerden bir tane mavi küpü çıkartır mısın? Çıkarttık

N: Bir tane şey istemiştiniz zaten,bir tane çıkarınca kalmadı.

Ö: Kalmadı zaten diyorsun...

N: Bir tane şey yapmıştık

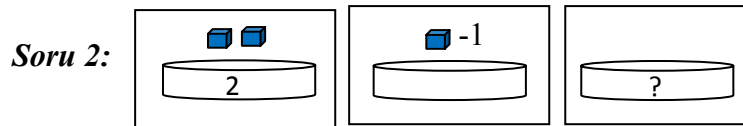
Ö: hmm..yap bakalım bir daha ,göster

Ö: Bir tane koymuştuk, ben sana ne dedim

N: Bir tane çıkart demiştiniz. (Bu sırada küpleri koyup çıkartarak uygulamasını yapıyor)
0 tane küpümüz kaldı.

Ö: Yani....

N: Hiç küpümüz kalmadı.



Ö: İki tane mavi küp alır mısın benim için ortaya?

Ö: Evet aldık.(Öğrenci yönergeleri uyguluyor.) İki tane mavi küpten bir tane mavi küpü çıkartmanı istiyorum şimdi.

N: İki...uu...bir tane küp....İki küpten bir küp çıkınca bir küp kalır.

Ö: Bir tane neyin kaldı?

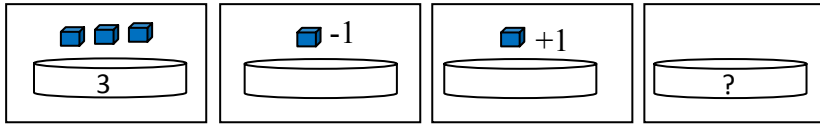
N: Küpüm kaldı.

Ö: Ne renk?

N: mavi

Ö: Mavi renkte tamam.Şimdi yerine koyabilirsin onları.

Soru 3:



Ö: Nilaycim şimdi 3 tane mavi kübü al bakalım, ortaya koy

Bu mavi küplerden bir tane mavi kübü çıkart.

N: 3 mavi küpten 1 tane mavi küp çıkınca 2 tane mavi küp kalır.

Ö: Huhuu... şimdi bir tane mavi kübü ekle bakalım.

N: (Yönergeyi uyguluyor) 3 mavi küpümüz oldu. 2 mavi küple bir mavi küp ekleyince 3 mavi küpümüz oldu.

Ö: Hmmm... Peki başta kaç tane küpümüz vardı bizim elimizde?

N: 3 tane

Ö: İstersen Sen bana bir daha anlatarak yapar mısın?

N: Huhü (başıyla onaylıyor) şimdi, başta 3 tane küpümüz vardı (göstererek yapıyor) 1 tane çıkartmamı söylediniz çıkarttım (çıkartıyor) sonra da 1 tane eklememizi söylediniz, 3 kaldı

Ö: Hmm... ne oldu

N: yine 3 oldu.

Ö: Haa yine 3 oldu.

N: Evet

Ö: Allah Allah... ne dedim ben de öyle oldu acaba?

N: Çünkü hem çıkarttınız, hem de gerisine bir tane daha ekleyin demiştiniz, yine aynı sonuç çıktı.

Ö: Hmm... yani

N: Yani, bir çıkarttırdınız sonra yine topladınız aynı sayı oldu.

Ö: Hmm aynı sayı oldu diyorsun. Peki sen bunu yaparken hangi yolu izledin?

N: Nasıl, hangi yolu izledim?

Ö: Hani kafanda ne düşündün bu yaparken? bana bir anlatır mısın?

N: 3 tane küpümüz olduğunu düşündüm, sonra bir tanesini çıkarttık onu düşündüm.

Ö: Hmm... çıkartma işlemi mi düşündün? Ne düşündün?

N: Evet. Çıkartma işlemi düşündüm. Yani bir tanesini dışlamış gibi olduk.

Ö: Hmmm...

N: Yani iki arkadaş kaldı. Sonra üzüldü bunlar, bir daha geri istediler.

Ö: Ay Çok güzel bir hikâye oldu. Evet, ne dedin sen bana? Az önce bir şey söylemiştin.

N: 3 arkadaşımız oldu.

Ö: Eeeee... Bunlar başta kaç kişiydi peki? Kaç arkadaştı?

N:Yine 3 arkadaşıtı.

Ö:Bunlar yine 3 arkadaşıtı, evet. Bir işlem yaptın mı sen bunları yaparken?

N:Evet

Ö:Hmm... ne işlemi yaptın?

N:Hem çıkarma hem toplama işlemi yaptım.

Ö:Hmm... peki, bu kadar basit yaparken, küplerle bir işlem yaparken böyle ellerinle saydın mı?

N:Hayır, yapmadım.

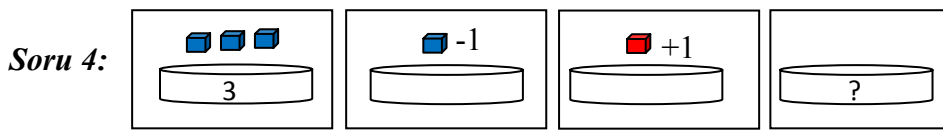
Ö:Nasıl? Hemen görünce anladın mı?

N:Hıhı...(başıyla onaylıyor)anladım.

Ö:Zaten sen bana şey dedin galiba, öğretmenim hemen, değişmedi yine 3 oldu dedin,herhalde bir işlem yapmadın?

N:Hayır yapmadım. Hem çünkü aklımdan da yapabilirim çıkartmaları

Ö:Hummm... hemen gördün. Tamam Nilaycim, teşekkürler, şimdi kenara bırak.



Ö:Şimdi bana yine 3 tane mavi küpü al bakalım ortaya.

Eveet...hep 3 tane mavi küple gidiyoruz değil mi?

Şimdi bu 3 mavi küpün bir tanesini çıkart bakalım.

N:3 mavi küpümüz vardı,1 tane mavi küpü çıkarttık 2 mavi küpümüz kaldı.

Ö:Evet şimdi 1 tane kırmızı küp eklemeni istiyorum onlara.

N:2 mavi küpümüz var kırmızı küp ekliyoruz 2 mavi 1 kırmızı küpümüz oldu.

Ö:Hmm...Bir şey değişti mi acaba?

N:Değişti. Renklerden bir tanesi değişti.3 mavi küpümüz vardı 2 mavi 1 kırmızı küpümüz oldu.

Ö:Şimdi ne yaptım ben?

N:Eeeee....1 tane mavi küpü çıkartıp kırmızı ekledik.

Ö:Ee bunlar kaç arkadaşıtı önce?

N:Önce 3 arkadaşıtı, yine 3 arkadaş oldular.

Ö:Yine dedin.

N:Ama sadece arkadaş değişti.

Ö:Ama sayıları?

N:Aynı...

Ö:Sayıları aynı kaldı. Yani birini çıkardım, birini koydum.

N:Birini çıkartıp birini koyunca sayı yine aynı çıktı.

Ö:Yani arkadaş sayısı aynı kaldı?

N:Arkadaş sayısı aynı kaldı.

Ö:İlk 3 tane mavi küp arkadaşımız vardı. Sonra bir tane mavi küpü dışarı attık, sonra başka bir şey aldık(kırmızıyı gösteriyor)iki mavi bir kırmızı küpümüz oldu.

Ö:Tamam, tamam teşekkür ederim. Peki dedin ki bana 3 tane arkadaş bunlar değişmedi.

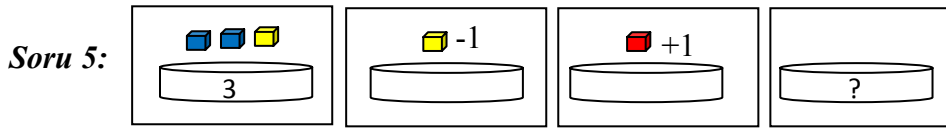
Sence neden böyle olmuş olabilir?

N:Çünkü değişti dedim

Ö:Hmm... Değişti mi dedin? Neden böyle olmuş olabilir?

N:Çünkü yine 3 arkadaşlar ama sadece arkadaşlardan bir tanesinin rengi değişti.

Ö:Rengi değişti. Tamam, teşekkür ederim. Kenara koyabilirsin.



Ö:Şimdi Nilay, bana 2 tane mavi küp bir tane de sarı küp al bakalım ortaya.(yönergeleri uyguluyor)Eveet...şimdi elindeki küplerden bir tane sarı küpü çıkart.

N:Çıkarttım.

Ö:Bir tane sarı küpün yerine, bir tane kırmızı küp ekle bakalım.

N:Nasıl anlamadım dediğinizi.

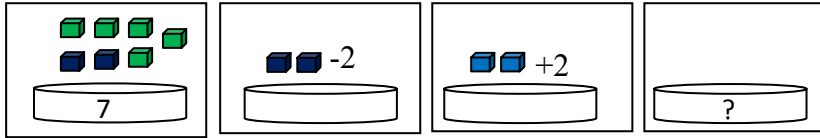
Ö:Şimdi bir daha veriyorum yönergeyi. İki tane mavi bir tane sarı küpün var,şimdi bir tane sarı küpü çıkart,bir tane kırmızı küp ekle,ne oldu bana anlat bakalım.

N:Şimdi benim 3 ayyy...2 tane mavi küpüm bir tane sarı küpüm vardı, o sarı küpü çıkarttım, sarı küpü çıkarttım kırmızı küp ekledim. İki tane mavi küp bir tane de kırmızı küp var burada yani sayılarım yine aynı oldu. Sadece renk değişti.

Ö:Hmm... Çıkarttım aldım bir daha... aynı sayıyı çıkarttım aldım. Tamam.

Şimdi Nilaycım onları bırak bakalım böyle, şimdi diğer küplerimize geçelim.

Soru 6:



Ö: Bana 2 tane lacivert küp ve 5 tane de yeşil küp alır mısın?

N: Bunlar yeşillerdi değil mi?

Ö: Hı hı...

N: 5 taneydi dimi?

Ö: Hıhı...

Ö: Çikolatalarımızdan yiyebilirsin.

N: Yeşiller aynı yerde durmak zorunda mı? (3, 4, 5... küpleri sayıyor)

Ö: Değil... Hıhı... (yaptığını onaylıyor öğretmen)

Şimdi bunların içinden 2 tane lacivert küpü ayırmanı istiyorum Nilay, evet yani çıkartmanı istiyorum, eksiltmeni istiyorum. 2 tane lacivert...

N: Yani benim 7 tane küpüm var böyle, 2 laciverti böyle çıkartacağız. Sadece şey... 5 tane mavi küp... ayyy (şaşıyor) 5 tane yeşil küpümüz oluyor.

Ö: Şimdi de 2 tane mavi küp eklemeni istiyorum.

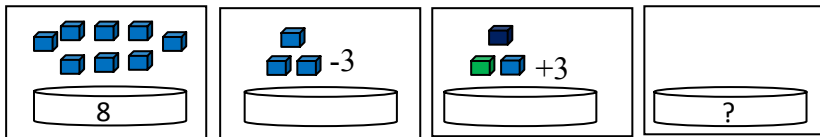
N: 2 tane mavi küp (lacivert küplere yöneliyor)

Ö: Onlar lacivertti. 2 tane de mavi küp eklemeni istiyorum.

N: Mavi küp ekledik. İlk bizim 5 tane yeşilimiz, uuu... 2 tane de lacivert küpümüz vardı. Sonra 2 tane lacivert küpü çıkarttık, 5 yeşil küpümüz kaldı, sonra 2 de mavi küp ekledik, 5 mavi ayyy... (şaşıyor) 5 yeşil küp iki de mavi küpümüz var.

Ö: Tamam, teşekkür ederim. Şimdi bunları kenara alabilirsin.

Soru 7:



Ö: Şimdi senden 8 tane mavi küp almanı istiyorum.

N: 1, 2, 3, 4, 5... (sayıyor)

Ö: Şimdi bu 8 küpün 3 tanesini çıkartmanı istiyorum

N: (yönergeyi uyguluyor)

Ö: 3 mavi küpü çıkarttın.

N: Yani...

Ö: Şimdi, hıhı..

N: Bizim 8 tane mavi küpümüz var 3 tane küpümüzü çıkartıyoruz. Sadece 5 tane mavi küpümüz kalıyor.

Ö:Hmmm... şimdi bunların üzerine 1 tane yeşil, 1 tane lacivert, 1 tane de mavi küp eklemeni istiyorum.

N: (Küplere bakıp düşünüyor, küpleri saymıyor)Şimdi sayımız yine aynı ama sadece renklerimiz farklı.

1,2,3,4,5.....(sayıyor)5 tane mavi küpümüz, 1 tane yeşil küpümüz, 1 tane lacivert küpümüz...Ayy pardon..(baştan sayıyor)1,2,3,4,5,6

6 tane mavi küpümüz, 1 tane lacivert, bir tane de yeşil küpümüz oldu. Yani toplam (küpleri tek tek sayıyor) 9 tane küpümüz oldu.

Pardon...(baştan sayıyor) 8 tane küpümüz oldu.

Ö:Tamam neden böyle oldu?

N:Çünkü biz, ilk sadece 8 tane mavi küpümüz vardı, sonra üçünü ayırdık.

Ö:Kaç tane ekledim?3 tanesini çıkarttım.

N:3 tane çıkarttuuk...

Ö:Hmm...Kaç tane ekledik?

N:Sonra, hem mavi bir tane mavi ekledim, hem yeşil ekledim, hem de laciverti ekledim. Onun için yani yine 3 tane küp eklediğim için sadece renkleri değişik olduğu için yine 8 küpümüz kalıyor.2 tane mavi küpümüz de arkada kalıyor.

Ö:Hmm...tamam teşekkür ederim.Şimdi en son soruya geçiyorum.

Soru 8:

Ö:Şimdi bana 9 tane lacivert küp al bakalım Nilay. Zor olacak mı senin için?

N: (yönergeyi uyguluyor) ı u (hayır anlamında başını sallıyor, küpleri ikişer ikişer masaya diziyor)

Ama 9 tane yook(sayıyor)

Ö: Yok mu 9 tane?

N:1,2,3,4,5,6,7,8...8 tane var

Ö:Öyle mi?

N: (Tekrar sayıyor) Hah tamam tamam...

Ö: Var mıymış? Say bakalım bir daha merak ettim.

N:(sayıyor)

Ö: Hıh tamam 9 taneymiş.

Şimdi diyorum ki sana 9 tane lacivert,2 tane yeşil,3 tane de mavi küp al,bunları böyle karışık yapabilirsin. İlla böyle dizmen gerekmiyor.(öğretmen küpleri karıştırıyor)Eveet...

N: Şimdi bizim 9 tane lacivert küpümüz vardı, sonra 3 tane laa ayyy 3 ayyy 2 tane yeşil geldi

Ö: Onlar ilk başta vardı, ben şimdi sana yönergeni verdim. 9 tane lacivert, 2 tane yeşil,3 tane mavi küp koy ortaya dedim. Koydun bunları sen değil mi?

N:koydum.

Ö: Hepsini saydın? Doğru olduğuna emin olduğun için tamam öğretmenim dedin. Şimdi diyorum ki Nilay önündeki bu topluluktan 2 tane mavi küpü çıkartmanı istiyorum senden.

N:Şimdi bizim toplam eee...1 dakika (saymaya çalışıyor)toplam bizim kaç tane küpümüz vardı ilk onu bulacağız.

Ö: Bak bakalım.

N: (tek tek sayıyor) 14 tane küpümüz varmış toplam. Sonra 14'den 2 çıkartınca da 12 tane küpümüz kalmış.

Ö: Şimdi diyorum ki 2 tane yeşil küp ekler misin?

N: 2 tane yeşil küp ekleyince yine aynı sayıya ulaşacağız sadece renklerimiz farklı olacak.

Şimdi bizim 1 tane mavi, (sessiz kalıyor, sayıyor)9 tane lacivertimiz, 4 tane de yeşilimiz oldu. Yani toplam 14 oldu. Sadece 2 mavi yerine 2 yeşil geldi.

Ö:Hmmm... tamam. Önündeki topluluk ne oldu?

N: 14 kişi oldu.

Ö: Hmm...14 kişi oldu. Ben sana yönergemde kaç kişi vermiştim?

N: 14

Ö: Teşekkür ederim Nilaycığım.

ÖĞRENCİ: NİLAY**GÖRÜŞME: 2****Soru 1:**

N: Başlayayım mı?

Ö: Başla.

N: 2 küpümüz var, 2 küpten 1 küp çıkınca bizim 1 küpümüz kalıyor. (küpü çiziyor) Boyayayım mı?

Ö: Boyayabilirsin.

N: (boyuyor) Yani ikiden...uu 2 parmağımızdan (parmaklarıyla gösteriyor) 1 parmak çıkınca 1 parmak kalıyor.

Ö: Gibi...hmm...

Soru 2:

N: Şimdi bizim 2 tane kırmızı küpümüz var, 1 tane kırmızı küpü yani 1 tane arkadaşımı dışlıyorum sadece kendim kalıyorum. (küpü çizip kırmızıya boyuyor)

Soru 4:

N: 2 tane şeyimiz var, 2 tane arkadaş var, 1 arkadaş daha alıyorlar, 3 tane mavi küpümüz oluyor. (küpleri çizip maviye boyuyor)

Soru 5:

N: Şimdi bizim, 3 tane kırmızı küpümüz var, bir küp geliyor 4 küp oluyor. (bunları yaparken parmak hesabını kullanıyor) Bir küp daha gelmek istiyor 5 küpümüz oluyor. 5 kırmızı küpümüz var şu anda. (küpleri sayarak çiziyor, kırmızıya boyuyor) 5 küpümüz oldu (diğer soruya geçiyor)

Soru 6:

N: Şimdi bizim 3 tane küpümüz var, 1 arkadaş...uu...1 küpümüz gidiyor. 2 küpümüz şeyyy...var...diğeri...diğer küp gidince yani diğer arkadaş gidince, diğer arkadaş da gidiyor. 1 küpümüz kalıyor (parmaklarıyla sayarak gösteriyor) yani 1 mavi küpümüz oluyor. (küpü çizip maviye boyuyor, diğer soruya geçiyor)

Soru 7:

N: 2 tane sarı küpümüz var, 1 sarı küp geliyor 3 küpümüz oluyor, 2 sarı küp geliyor 5 sarı küpümüz oluyor.(tüm bu işlemleri yaparken parmaklarını kullanıyor)(çiziyor ve boyuyor küpleri)

(Bu bölümde yer alan diyaloglarda araştırmacı öğrenciden bazı soruların çözümlerini anlatmasını istemiştir.)

N: 12den, 1 küpten 1 küp çıkınca 0 küp,0 küp, mavi mavi, 0 mavi küpümüz kalır.(işlemleri yine parmaklarıyla yapıyor)

Hiç bir şey yazmıyoruz.(önce çizmek için kâğıda yöneliyor sonra yazmayacağını fark ediyor)

Ö: 0 mavi küp diye bir şey var mı peki, Nilay?

N: Yok çünkü hiçbir şey olmuyor(elleriyle gösteriyor)

Ö: Yani olmayan bir şeyin rengi olmuyor mu?

N: uuu...(hayır anlamında ses çıkartıyor)

Ö: Olmuyor değil mi? tamam

N: Sıfır yazayım mı?

Ö: Yazabilirsin.

N: Hangi renkle yazayım?

Ö: Bilmem, fark etmez.

N: Maviyle yazayım.

(yeni soruya geçiyor)

N: Şimdi 1 mavi ...(düşünüyor) Sıfır, bu da sıfır kalıyor. 1 mavi küpten 1 sarı küp çıkınca sıfır mavi küpümüz kalır.

Ö: Neden?

N: Eee... (şaşırtıyor) ama renkten renk çıkmaz ...

Ö: Ama sıfır kalıyor dedin.

N: uu...şey...ben renksiz şey yaptım onu. Birden bir çıkınca sıfır dedim.(Kağıda 0 yazıyor)

N: Şimdi bizim üç tane şeyimiz var, küpümüz var. (parmaklarıyla üçü gösteriyor)bir çıkartıyoruz, iki küpümüz kalıyor,iki küpe bir de ekliyoruz üç küpümüz kalıyor.(parmak hesabı yapıyor)

N: (mavi küpleri kağıda çiziyor)

N: Şimdi bizim yine üç tane mavi küpümüz var, bir mavi küp çıkartıyoruz iki mavi küpümüz kalıyor. Bir kırmızı küp ekliyoruz üç...üç tane oluyor. İki tane mavi, bir tane de kırmızı küpümüz oldu.(tüm bu işlemleri parmaklarıyla yapıyor.)

N: Şeyy...kareleri eşit yapamadım. (küpleri çizip boyuyor)

Ö: Önemli değil.

N: Şimdi bizim 2 tane sarı küpümüz var, 1 tane daha sarı küp getiriyoruz 3 küpümüz oluyor. 3 sarı küpten 2 sarı küp çıkınca 1 sarı küpümüz kalıyor. (küpleri çizip rengine boyuyor)

N: Şimdi bizim 3 tane, yine 3 tane kırmızı küpümüz var. 1 küp ekliyoruz 4 küpümüz, 3 eksiltiyoruz 1 tane küpümüz kalıyor. (işlemi parmaklarıyla sayarak yapıyor) 1 kırmızı küpümüz kalıyor. (küpü çizip rengine boyuyor)

N: Şu soruya bakabilirim.

Ö: Arka sayfaya da geçebilirsin.

N: Sonra bakacağım.

Ö: En son bakalım yapamadıklarına.

N: Şimdi bizim 3 tane mavi küpümüz var, sonra 2 mavi küp çıkıyor 1 mavi küpümüz kalıyor. 1 kırmızı küp geliyor, 1 mavi 1 kırmızı küpümüz oluyor. (işlemi parmaklarıyla sayarak yapıyor) Yani 2 küpümüz oluyor. Yazayım mı oraya?

Ö: Sayısal olarak kaç yazmamız gerekiyor?

N: 2.

Ö: Tamam.

N: Toplam 2 tane oluyor çünkü. Kırmızı kalemle yazdım bir şey olur mu?

Ö: Olmaz.

N: Şimdi bizim 3 kırmızı küpümüz var 2 kırmızı küp gelince 5. 2 daha, 2 kırmızı küp ekleniyor 7, 1 tane mavi küp geliyor 8. (işlemi parmaklarıyla sayarak yapıyor) Yani 7 kırmızı küp 1 de mavi küpümüz var toplam 8. (küpleri çizip rengine boyuyor) Toplamları 8, ay pardon 1 tane mavi küp 7 tane kırmızı küp oluyor.

N: Şimdi 2 tane sarı küpümüz var 2 sarı küp ile toplayacağız 4 sarı küpümüz olacak (işlemi parmaklarıyla sayarak yapıyor) 3 sarı küp çıkartacağız 1 sarı küpümüz kalacak. (küpü çizip rengine boyuyor)

N: Şimdi bizim 1 tane küpümüz var 2 küp ekliyoruz 3 küpümüz (işlemi parmaklarıyla sayarak yapıyor) 3 küp eksiltiyoruz 0 küpümüz kalıyor. Yani hiç kalmıyor. 0 yazayım.

N: Bizim 5 tane kırmızı küpümüz var (parmaklarıyla gösteriyor) 1 kırmızı küp daha ekliyoruz 6 kırmızı küpümüz kalıyor, 2 kırmızı küpü çıkartıyoruz 4 kırmızı küpümüz kalıyor. (işlemi parmaklarıyla sayarak yapıyor)

N: Şimdi 3 tane sarı küpümüz var 3 ekliyoruz 6, 1 çıkartıyoruz 7, ay pardon 3 tane sarı küpümüz var 3 sarı küp daha 6, 1 çıkartıyoruz 5 kalıyor. (Tersine çevirme problem tiplerinin olduğu kısma geçiyor)

N: 3 tane mavi küpümüz var 1 mavi küp çıkıyor (işlemi parmaklarıyla sayarak yapıyor) 2 mavi küp, 1 kırmızı küp ekliyoruz, 2 mavi 1 tane kırmızı küpümüz oluyor. Yani toplam 3.

N: Şimdi bizim burada 2 tane mavi küpümüz 1 tane sarı küpü çıkarınca, zaten 1 tane sarı küpümüz vardı, 2 mavi küpümüz kalıyor. (işlemi parmaklarıyla sayarak yapıyor) 2 mavi küpe 1 tane kırmızı küp ekleyince 3 tane küpümüz oluyor. Yani 2 mavi küp 1 tane kırmızı küp. (küpleri çizip rengine boyuyor)

N: Bizim 3 tane mavi arkadaşımız var(parmaklarıyla gösteriyor) 2 arkadaşımızı oyuna alıyoruz 5, 2 sini oyundan çıkartıyoruz 3 (işlemi parmaklarıyla sayarak yapıyor)3 mavi yani 3 tane mavi küpümüz oluyor.

N: Bizim 3 tane kırmızı küpümüz var 2 küp ekliyoruz 5 küpümüz. Sonra 5 küpten 2 tane kırmızı küp 1 tane mavi küp çıkartıyoruz, 2 küpümüz kalıyor.

N: 3 tane kırmızı küpümüz var 2 kırmızı küp ekleyince 5 sonra 2 kırmızı çıkınca 3(işlemi parmaklarıyla sayarak yapıyor), 1 mavi çıkınca 2.

N: Şimdi 2 sarı küpümüz var 2 sarı küpü çıkartınca 0 sarı küpümüz kalıyor. 0 sarı küpe 2 sarı küp ekleyip 2 kırmızı küp ekleyince 4 tane oluyor. (küpleri çizip rengine boyuyor) Yani burada 2 tane sarı 2 tane de kırmızı küpümüz oluyor.

N: Şimdi bizim 4 tane mavi küpümüz, sonra diyor ki bize 1 tane mavi küp ekleyin diyor 5 mavi küpümüz (parmaklarıyla sayıyor) bir de yanında sarı ekleyin diyor. 5 mavi küp, 1 sarımız oldu. Yani toplam 6. 6 mavi küpten, ay pardon (şaşıyor) şimdi ilk başta 4 sonra 5 (parmaklarıyla gösteriyor) , 5 mavi küp 1 tane sarı küpten 2 kırmızı çıkaracağım 4 tane kalır. (3 mavi küp çiziyor kağıda)

Ö: Peki şu soruya bakabilir miyiz herhalde bunda birazcık zorlanmıştık değil mi? ($2M-S=?$)

N: Hıhı.

Ö: Ne istiyor bizden?

N: Şimdi bizim 2 tane mavi küpümüz varmış 1 tane sarı küp çıkarınca 1 tane mavi küpümüz kalıyor.

Ö: Neden böyle düşündün? Önce yapamamıştın galiba.

N: Evet. Çünkü renkten renk çıkmaz demiştim ama şu ikinci küpümüzü sarı diye düşündüm sarı çıkarınca 1 tane mavi küpümüzün kaldığını şey yaptım.

Ö: Anladım tamam. Peki şu soruya bakabilir miyiz seninle beraber? ($3M+2M-2M=?$)

N: Şimdi bizim 3 tane küpümüz var 2 küp ekliyoruz 5, 2 küp çıkartıyoruz 3 tane mavi küpümüz kalıyor.

Ö: Tamam. Peki Nilay, sen bunları yaparken galiba parmaklarını kullandın? Birinden yardım mı aldın? O parmaklarından? (gülüyor)

N: Şey göstermek için yapmıştım.

Ö: Hmm. Tamam, peki bunları yaparken bir işlem yaptın mı?

N: Hayır. Buradaki, mesela burada iki işlem vardı hem çıkartma hem toplamaydı. Onların işaretlerine göre yaptım.

Ö: İşaretlerine baktın ona göre yaptın?

N: Hıhı.

Ö: Peki o işaretlerin sırasına dikkat ettin mi?

N: Hıhı.

Ö: (soru üzerinde gösteriyor) + sonra – gelmiş. Sırayla mı yaptın bütün bu işlemleri?

N: Evet.

Ö: Yoksa görünce hemen farkına vardın mı?

N: Bazılarını görünce hemen farkına vardım.

Ö: Mesela hangilerini görünce hemen farkına vardın?

N: İlkinde. ($2M-M=?$ sorusunu gösteriyor) 2 tane mavi küpümüz var 1 tane mavi küpü çıkarınca zaten sadece 1 tane mavi küpümüz kalıyor.

Ö: Tamam. Zaten sadece çıkarma işlemiydi. Peki toplama ve çıkarma işlemi olanlarda belli bir sıra takip ettin mi?

N: Hıhı.

Ö: Mesela?

N: Mesela şunu deneyelim (soruyu gösteriyor) ($5K+K-2K=?$) 5 tane kırmızı küpümüz var 1 tane daha ekliyoruz 6. Burada sadece 5 ten 2 çıkartıp 1 eklemiyoruz. Öyle belki yine aynı sayı olur ama ben sırayla yaptım. 5 + dediği için ekledim, 5 1 daha 6, burada çıkan sonuç da 6 dan da 2 çıkarınca 4 kaldı, 4 kırmızı küpümüz kaldı.

Ö: Peki bir işlem sırası düşünmeseydin mesela bunu ($3M+2M-2M=?$ sorusunu gösteriyor) işlem sırasına göre değil de bütün bir işlemmiş gibi düşünseydim acaba gözüme çarpan bir şey olur muydu sence?

N: Nasıl?

Ö: Mesela bunu ($3M+2M-2M=?$ sorusunu gösteriyor) böyle, işte 3 küp + 2 küp -2 küp gibi değil de bütün bir işlem gibi düşünseydik sırayla yapmasaydık...

N: Yani tamamen + olsaydı?

Ö: Hayır bütün olarak. Sırayla değil de bütün olarak bak soruya.

N: O zaman 7 tane mavi küpümüz olurdu toplam.(soru $3M+2M+2M=?$ şekilde olsaydı dendiğini zannediyor)

Ö: Ama ben eksi işlemini göz ardı et demiyorum sadece sıra ile yapmasan ne olurdu? Yapabilir miydik? Ya da yazmadan işlem yapmadan ya da farklı bir yoldan yapabilir miydik?

N: Şu an aklıma gelmiyor ama belki yapabiliriz belki yapamayız.

Bizim 3 tane küpümüz var 2 küp çıkartır, şurada 2 küpü çıkartırsak 1 küp kalır ($3M+2M-2M=?$ işlemini $3M-2M+2M$ şeklinde düşünebileceğini söylüyor) 1 küpe 2 küp ekleyince 3 küpümüz olur belki öyle de yapabiliriz.

Ö: Öyle sonuç değişti mi?

N: Sonuç değişmedi.

Ö: Aynı mı kaldı yani?

N: Hıhı

Ö: Tamam. Peki sana bir şey sormak istiyorum, burada eklediğimiz küplere ve çıkarttığımız küplere dikkat eder misin?

N: Hıhı.

Ö: Sayısına bakar mısın?

N: Burada 3 var, 2 var (küpleri gösteriyor)

Ö: Eklediğimiz ve çıkarttığımız küplere dikkat ediyoruz.

N: O zaman eklediğimiz 5 oluyor toplamı çıkarınca 3 oluyor.

Ö: Toplamdan bahsediyorsun yani işlem sırasından.

N: Evet.

Ö: Tamam.

Peki şunu nasıl yaptın anlatır mısın? ($3K+2K-2K M=?$)

N: Evet. Şimdi bizim 3 tane kırmızı küpümüz var 2 kırmızı küp ekleyince tam 5 tane kırmızı küpümüz oluyor (parmaklarıyla sayıyor) burada bize diyor ki 2 kırmızı küpe 1 kırmızı küp çıkartıyoruz...Ben şimdi burada toplam 5 tane küpümüz olmuştu 5 ten de 3 çıkarınca 2. (soruyu çözerken yanlış yaptığını fark ediyor) ay burayı şey yanlış yapmışım 1 tane de mavi küpümüz oluyor. (sorunun çözümüne mavi küp çizip boyuyor) 1 kırmızı 1 mavi küpümüz oluyor.

Ö: Hmm...yanlış mı yapmışsın?

N: Hıhı.

Ö: Tamam. Peki şunu nasıl düşündüğünü anlatır mısın bana? ($2M S-S+K=?$)

N: Evet. Şimdi bizim burada 2 tane mavi küpümüz 1 tane sarı küpümüz var, 1 tane sarı küp çıkartınca, zaten burada 1 tane sarı küpümüz varmış(küpleri gösteriyor), çıkartıyoruz sadece

2 tane sarı küpümüz kalıyor. Sonra bize burada 2 sarı küpe 1 tane kırmızı küp ekleyin diyor, 2 sarı küp 1 tane de kırmızı küpümüz oluyor. Toplam onlar 3 tane.

Ö: Hmmm... başta kaç tanelerdi?

N: Başta da 3 tanelerdi. Yine aynı oldular çünkü sadece renkleri farklı oldu. Sarıyı beğenmiyorlar kırmızıyı getiriyorlar ama 2 mavi arkadaş ayrılmıyorlar aynı kalıyorlar. Burada değişen sadece sarı ve kırmızı.

Ö: Tamam.

ÖĞRENCİ: NİLAY

GÖRÜŞME: 3

Soru 1:

Ö: Seçtin mi?

N: Evet. Şunu seçtim. (Kart göstererek)

Ö: Resmi göster bize.

N: **Bahar geldi, Og ailesi ormana piknik yapmaya gitti. Aile üyeleri etraftaki hayvanları incelerken, Zog çiçek toplamaya koyuldu. Zog topladığı 8 demet çiçeğin 8 demetini de annesine verdi.**

Zog'un elinde kaç çiçeği kaldı?

N: Şimdi Zog'un 8 çiçeği varmış. 8 ini de annesine vermiş. Elinde hiç kalmaz. ($8-8=0$ işlemini yapıyor.) Hepsini vermek istemiş çünkü annesine, yani hiç kalmamış elinde.

Ö: Hiç kalmamış. Peki, Nilay, elimde hiç kalemim olmasaydı, kağıdım da olmasaydı, çözebilirdim ben?

N: Evet çözebilirdim.

Ö: Ne düşünürdün?

N: Mesela benim elimde 8 tane şeyim vardı, ben bunu anneme veriyorum. Hiç kendim toplamadan anneme verdiğim için, zaten yine elimde 0 tane kalıyor diye düşünmüştüm.

N: Daha büyük sayılar olsaydı, aklımdan daha zor yapardım.

Ö: Mesela nasıl olsaydı zor yapardın?

N: Mesela ben 50 nin üstündeki çıkartmaları aklımdan yapamıyorum. Mesela 60 gibi çıkartmaları yapamıyorum.

Ö: Mesela 60 tane çiçeğim vardı.

N: Evet.

Ö: 60 tanesini anneme verdim. Yapabilir miydim bunu?

N: Onu yapabilirdim.

Ö: Nasıl?

N: Çünkü aynı sayıdan aynı sayı çıkıyor, elimde hiç kalmıyor.

Ö: Hiç kalmıyor. Tamam.

Soru 2:

Ö: Evet, resmi göster bize.

N: (Karttaki resmi gösteriyor.)

N: Zog'un bütün arkadaşları doğum günü partisine gelmiş, parti çok eğlenceli geçmişti. Partiden sonra etrafın toparlanması, bulaşıkların yıkanması gerekiyordu. Zog, kirli tabakları saydı, tam 15 taneydi. Bayan Og tabakların 15'ini yıkadıktan sonra, Zog 5 kirli tabak daha getirdi. Zog,yıkanması gereken kaç kirli tabak olduğunu hesapladı. Sence bulduğu sonuç ne?

N: Şimdi burada 15 tane tabak var, ama 5 kişi daha vermemiş şeylerini, bulaşıklarını. Ama 15 kişi daha vermiş. 15 den 15 i çıkartırız. (15-15= 0 işlemi yapıyor.) 5 den 5 çıktı 0 kaldı, 1 den 1 çıktı 0 kaldı. Aynı sayıdan aynı sayıyı çıkarttık. Sonra 5 tabak daha geliyor. Diyor ki sonra 5 kirli tabak daha getirildi. Zog yıkanması gereken kaç kirli tabak olduğunu hesapladı. Sence bulduğu sonuç ne? Şimdi 5 tabak gelmiş, elimizde artık tabak kalmamıştı. O zaman sonuç 5 oluyor, yıkanması gereken 5.

Ö: Tamam. Peki, elimizde kâğıdımız kalemimiz yok diyelim ki, ne yapardık?

N: Eee... Ben...

Ö: Çözebilir miydik?

N: Çözebilirdim, çünkü burada az sayılar var. Mesela aynı sayıdan aynı sayıyı çıkarınca hiçbir şey kalmaz. Öyle yaptım bunu da. Benim elde edebileceğim sonuç. Sonra da 5 tane daha tabak gelmiş, zaten hiç tabağımız kalmamıştı. 5 taneden hiç olmayan şeyi çıkartıyoruz, 5 kalıyor.

Ö: Tamam.Peki bunu yaparken bir toplama ya da çıkarma işlemi yapıyor muyuz kafamızdan?

N:Kafamdan toplama yapmadım.

Ö: Bir işlem yapıyor muyuz?

N: Ama iki işlem yapıyoruz, bir çıkartma, bir tane daha çıkartma.

Ö: Himm. Tek tek sayıyor musun kafandan bunu yaparken?

N: Kafamdan sayıyorum, çünkü sayacak sayılar yok, çok basit sayılar var.

Soru 3:

Ö: Evet seç bakalım.

N: Bunu seçtim.

N: Zog, tanesi 17 çakıl olan çamur burger, Mog da tanesi 25 çakıl olan biftekten yiyor. Zog ve Mog'un sadece 25 çakılı olduğu için hesabın sadece 25 çakılını ödeyebiliyorlar. Sence Zog ve Mog'un Dino Kafe'ye kaç çakıl borcu kaldı?

N: Şimdi ,Zog tanesi 17 çakıl olan çamur burger, Mog da tanesi 25 çakıl olan biftekten yiyormuş. Zog ve Mog'un sadece 25 çakılı olduğu için hesabın sadece 25 çakılını ödeyebiliyomuş. Burada bize diyorki, Sence Zog ve Mog'un Dino Kafe'ye kaç çakıl borcu kalmış olabilir? Şimdi o zaman Zog'da 17 şey ödüyordu, burada tam ödüyormuş yani 0 kalır. 25 den 25 i çıkartırız. (25-25=0 işlemi yapıyor.)

5 den 5 çıktı 0, 2 den 2 çıktı 0. Ödeyecekleri hiç kalmıyor, yok hepsini ödemişler.

Ö: Borçları kalmamış mı?

N: Kalmamış

Ö: Sen nasıl karar verdin buna?

N: Şimdi 25 çakıl olduğu için hesabının sadece 25 çakılını ödüyormuş. Burada zaten şeyi var. Sadece 25 çakılını ödüyormuş, hiç kalmıyor o zaman ödenecek parası.

Ö: 25 çakıllık bir şeyler mi yemişler sadece?

N: Evet. Humm. Bir tane daha var, pardon.

Şimdi 17 daha varmış, ilk 17 ile 25 i toplayacağız. (17+ '5 i topluyor) 8,9,10,12 elde var 1 (parmaklarıyla sayarak işlem yapıyor) 2,4 evet 42 (sonucu buluyor) Şimdi onlar 25 ini ödemiş, 42 den 25 i çıkarttık (42-25 işlemi yapıyor) 17, sadece 17 çakıl ödeyecekler. Neden çünkü Zog da 17 yemiş, Mog da 25 yemiş. Onların kaç tane yediklerini bulmak için bunları toplarız. Ama bunların ikisi de sadece 25 çakıl ödemişler, onun için kaç para kaldığını bulmak için de çıkartırız. Toplayınca 42 yi buldum, 42 den 25 i çıkartınca, çünkü 25 lira ödemişler, 17 liram kalıyor.

Ö: Tamam. Peki başka türlü çözebilir miydik bunu?

N: Başka türlüüü... bakayım. (soruya bakıyor)

Ö: Hani böyle kalemsiz kağıtsız.

N: Çözerdim.

Ö: Nasıl?

N: Aklımdan çözebilirdim. İlk yanlış yaptım ama...

Ö: Aklından nasıl çözerdin?

N: Mesela 17 ile 25 i aklımdan bir kağıda kalemle yazıyormuş gibi yapardım(havada çizerek gösteriyor) 7 ile 5 i toplayınca 12,elde var 1(parmaklarıyla gösteriyor)1, 4, 42 ediyor. Böyle yazmış gibi yapabilirdim.

Ö: Hm yazmış gibi yapardın, tamam. Yani kısa bir yol bulamazdın öyle mi, bunu kolayca yapamazdın, kafandan böyle işlem yapar gibi düşünürdün. Kafanı defter gibi düşünürdün.

N: Evet, başka yol olamaz.

Ö: Tamam. Teşekkür ederim.

ÖĞRENCİ: NİLAY

GÖRÜŞME: 4

Soru 1: 25+25=?

N: Şimdi iki sayının da onlar basamağını kapatıp, birler basamağını kapatıp birler basamağına bakacağız.5, 5 daha 10.10'un 0'ını yazarız. Elde var 1. 2, 2 daha 4, bir de elde 5. 50.

Soru 2: 3+2+2=?

N: 3 ile 2'yi toplarız, 5. Bir tane daha diyor, 5 ile 2'yi toplarız, 7.

Soru 3: 8+5+5=?

N: 8 ile 5'i toplarız, 13.(İşlemi parmakları ile sayarak yapıyor.) 18.

Soru 4: 11+2+11=?

N: 11, 2 daha 13.Bir dakika, 22. 2 daha 24.

Ö: Onu nasıl yaptın ya? Bir dakika dedin bir şey yaptın nasıl yaptın? 13 ile 11'i mi topladın?

N: Evet.

Ö: Yalan söyleme.

N: Şimdi 11 ile 11'i topladım, 22. 2 ekledim 24.

Ö: Hımm. Neden öyle yaptın?

N: Çünkü büyük sayı ekleyince fazla olacak diye.

Ö: Hımm. Kolay olsun diye mi?

N: Evet.

Ö: Tamam.

Soru 5: $7-5+7=?$

N: 7'den 5 çıktı, 2. 2, 7 daha da 9.

Soru 6: $6-1+6=?$

N: 6'dan 1 çıktı, 5. 5, 6 daha 11.(Parmakları ile sayıyor.)

Soru 7: $14-5-5=?$

N: 14'den 5 çıktı, 9. 9'dan 5 çıkınca da 4.(Parmakları ile sayıyor.)

Soru 8: $20+0+20=?$

N: 20 ile 0 topla, 20.20 ile diğerini topla 40.

Soru 9: $125+58+58=?$

N: 8, 8 daha 16, 5 ekle 21. Elde var 2.(Yan yana toplama işlemi yaparak 241 sonucunu buluyor.) 241.

Soru 10: $25-25=?$

N: 5'den 5 çıktı 0, 2'den 2 çıktı 0.

Soru 11: $3+2-2=?$

N: 3, 2 daha 5. 5'den 2 çıktı 3 kaldı.

Soru 12: $8+5-5=?$

N: 8, 5 daha (Parmakları ile sayıyor.) 13. 13'den 5 çıktı 8 kaldı.

Ö: Ne yaptın sen? 8 ile 5'i toplarken saydın böyle, 13 dedin, 13'den 5 çıktı 8 dedin hemen hiç saymadan?

N: Çünkü bir dakika, kontrol edeyim hemen.(Kontrol ediyor.) 8. Tahmin ettiğim doğru çıktı.

Ö: Tamam. Nasıl tahmin ettin hemen. İşlem yapmadın gibi sanki? Hemen söyledin.

N: Yok yaptım.

Ö: 13'den 5'i çıkarttın mı?

N: Aklımdan çıkarttım.

Ö: Nasıl çıkarttın?

N: Bu sefer parmaklarımı kullanmadan çıkarttım.

Soru 13: $11+2-11=?$

N: 11, 2 daha 13, 14.14'den 11 çıkınca 7 kalıyor galiba.

Ö: Tekrar bak istersen.

N: (Kontrol ediyor.) 2 kalıyor.

Soru 14: $7+5-7=?$

N: 7 artı 5, 12. 12'den 7 çıkınca 5 kalır.

Soru 15: $6+1-6=?$

N: 6, 1 daha 7. 7'den 6 çıktı 1 kaldı.

Soru 16: $14-5+5=?$

N: 14'den 5 çıktı 9.(Parmakları ile sayıyor.) 14.

Soru 17: $20-0-20=?$

N: 20'den 0 çıktı, 20. 20'den 20 çıktı 0.

Soru 18: $125+58-58=?$

N: Bunlar aynı değil mi? (Standart tipteki problemi göstererek)

Ö: Emin misin?

N: 125, 58, 58.

Ö: İşaretlerine bak.

N: Pardon.

N: 5, 8 daha şimdi şurada şöyle yapayım. (İşlemi kağıdın kenarında alt alta yazarak yapıyor.)

125 sonuç. Yine aynısı çıktı.

Ö: Nasıl? Yine aynı sonuç?

N: Yani şey. Burada 125, ilk başta vardı da onu söyledim.

Ö: Allah Allah neden öyle oldu acaba?

N: Çünkü 58 ekliyoruz, 183 oluyor, bir daha çıkartıyoruz 58'i.

Ö: Acaba nasıl yapabilirdik bunu? Hiç sana böyle garip geldi mi? Yine aynı sonuç dedin ama.

N: Hayır, bana garip gelmedi.

25+25=?

Ö: Bunu nasıl yaptın anlat bakalım.

N: Şimdi onlar basamaklarını görmedim. 5 ile 5 i topladım 10, elde var 1. 2, 2 daha 4, 1 de eldekini ekledim 50 çıktı.

Ö: Tamam.

25-25=?

Ö: Peki bunu nasıl yaptın?

N: Şimdi burada...

Ö: Ne düşündün mesela? Soruyu ilk gördüğünde 25'den 25 çıkartma işlemini gördüğünde ne düşündün?

N: 0 olacağını düşündüm.

Ö: Hangi işlemi yapmayı düşündün ya da aklına bir şey geldi mi hemen soruyu görünce?

N: Çıkartma. Hayır, aklıma bir şey gelmedi. Ama yine anlatarak yaptım. Şimdi 5'den ilk birler basamağını görüyoruz. Çıkartma işareti gördüğümüz için 5'den 5'i çıkartıyoruz, 0 kalıyor.

Ö: Peki Nilay, hemen birler basamağından birler basamağını onlar basamağından onlar basamağını çıkartmak mı geldi aklına? Yoksa 25'den 25'in çıktığını görünce...

N: Çıkartmak gelmedi. Hemen görünce 0 olacağını anladım. Çünkü aynı sayıdan aynı sayı çıkıyor.

Ö: Tamam.

3+2-2=?

Ö: Şunu anlatır mısın Nilay?

N: Peki. 3 artı 2 diyor bize, ben orada 5 buldum. Şunu eşittir işareti gibi görüyorum. (Eksi işaretini gösteriyor.) Sonra bunu eksi gibi görüyorum. 5'den 2 çıkınca da 3 kalıyor.

Ö: Peki bunu farklı bir yolla çözebilir miydik acaba? Mesela o işlem sırasını görmek istemiyorum, o işlem sırası ile gitmesem ben? Yapabilir miydim acaba farklı şekilde ben?

N: Bakayım.

Ö: Gözüne çarpan bir şey oldu mu hiç bu sorularda?

N: (3+2-2 işlemini gösteriyor.) 2 ile 3'ü toplayıp, 5'den 2 çıkarınca 3'de olabilir, tam tersi.

Ö: Tamam.

11+2+11=?

Ö: Bana bunu anlatır mısın?

N: Peki. Yine birler basamağını görüyoruz. Hepsi toplama çünkü. Eşittir görmüyoruz? 1, 2 daha 3. 3, 1 daha 4. Eldesiz. Sonra onlar basamağına bakarız. Onlar basamağı 1, 1 daha 2. 24.

Ö: Tamam.

11+2-11=?

Ö: Şunu yap bakalım.

N: Şimdi burada bunu (İşlemdaki eksi işaretini gösteriyor.) eşittir diye görüyoruz. 1'den 2 çıkamaz, 1 onluk alıyorum. Burası 0 oluyor.

11'den 2 çıkıyor, 9 kalıyor.

Ö: Çıkartma işlemi mi var orada?

N: Pardon, toplama karıştırdım.

Ö: Peki bu soruyu gördüğünde ne düşündün? Ne yapmak geldi içinden?

N: İlk toplayıp, sonrada çıkartmak geldi.

Ö: 11 ile 2'yi toplayacağım, 13. Bunu eşittir görüyoruz. (Eksi işaretini kastediyor.) Sonra 13'den de 11'i çıkartıyoruz, 2 kalıyor.

20-0-20=?

Ö: Peki şurada ne düşündün?

N: Şimdi ben, şuradaki 0, hiçbir şey eklenmediği ve çıktığında yine aynı sayı olduğu için 0'ı görmedim. Sonra 20'den 20 çıkarttım, çünkü çıkartma işareti gösteriyor bize burada, 0 kalır.

Eğer 0'ı görsem de yine aynı sayı çıkacak. 20 den 0 çıktı 20 kaldı, 20'den 20 çıktı 0 kaldı.

125+58-58=?

Ö: Peki en son soruda sen değişik bir şeyler gördün gibi sanki bana öyle gibi geldi?

N: Şimdi ben, şey, yanlış yazmıştım. 183 bulduğumda 185 yazdım.

Ö: Tamam. Peki, bulduğun sonuç sana tanıdık geldi mi bir yerlerden?

N: Çünkü ilk sayımız 125'di. Sonra 58 ekledik, 183 oldu. Yine çıkartmayı eşittir diye gördüm, 183 oldu. Bu eklediğimiz 58'i aynı şeyden 58'den çıkarttık, 125 oldu.

Ö: Peki sence, aynı sayıyı buldum öğretmenim dedin az önce, bütün bu yaptığın işlemleri yapmaya gerek var mıydı acaba?

N: Vardı. Burası farklı bir şey olsaydı. Mesela burası 53 olsaydı, yine bunları yapmak zorundaydık.

Ö: Peki ikisi de 53 olsaydı yine yapmak zorunda mıydık?

N: Tahmin edemeyiz, yine yapmak zorundaydık.

Ö: Bu işlemin sonucunun 125 çıkması sence tesadüf mü?

N: Evet, tesadüf. Pardon değil tesadüf.

Ö: Öyle mi değil mi?

N: Tesadüf değil.

Ö: Neden?

N: Çünkü burada eğer tesadüf olsaydı ben kafadan atardım. Ama burada tesadüf olmadığı için çıkartıyorum, yani işlemleri yapıyorum.

Ö: Peki şöyle bir şey soruyorum sana. Eğer tesadüf olsaydı işlem yapardık. Ama sonuç hep aynı çıkar diye düşünüyorsak işlem yapmaya gerek yok. Hep nasıl olsa ilk baştaki sayı olacak diye düşünüyoruz. Sence hep ilk baştaki sayı mı olur cevabımız böyle bir işlemde?

N: Mesela ben ilk toplayıp, çıkarttım burada.

Ö: Bunun tesadüf olmadığını gösteren bir işlem yazabilir miyiz? Bunun gibi benzer bir şey?

N: Olur. Mesela...

Ö: Yap bakalım bize öyle bir işlem. Alta hemen küçücük.

N: Burası yine 125 olsun, yine toplayıp 59 olsun çıkartıp yine 59 olsun. Yine aynı çıkar.

Çünkü mesela ben tam tersten yapsam, 59'dan 59 çıkınca 0. 0 ile 125'i toplayınca 125.

Ö: O zaman az önce söylediğim sorunun cevabı ne olmuş oluyor? Bu bir tesadüf mü dedim sana? Tesadüfen mi bu sonucu bulduk biz? Yoksa her durumda böyle çıkar mıydı sonuç?

N: Her durumda çıkmaz. Mesela burası 58, burası 57 olsaydı çıkmazdı, 125.

Ö: Yani ne olması gerekiyor? Biri 58 biri 57 olunca çıkmıyor. Nasıl olmaları gerekiyor?

N: Aynı çıkmaları için aynı iki sayının aynı olması lazım. (58-58 kısmını kastediyor.) Şu iki sayı aynı sayı yazılırsa baştaki ile aynı çıkar.

Ö: Tamam. Teşekkür ederim.

ÖĞRENCİ: NİLAY

GÖRÜŞME: 5

Soru 1: Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 2 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?

Ö: Başlayayım mı sormaya?

N: Hıhı...

Ö: Şimdi Nilay, cebimde 5 tane bilyem var.

N: Evet.

Ö: Tamam mı?

5 tane bilyem vardı, gittim bakkaldan 3 bilye daha aldım.

N: Evet.

Ö: Sonra arkadaşşıma 2 tane bilyemi verdim. Kaç tane bilyem kaldı acaba?

N: 6 bilyem kaldı.

Ö: Nasıl hesapladın?

N: İlk 5 tane bilyem var, sonra bakkaldan 3 bilye alıyorum 8 bilyem oluyor, 2 tanesini arkadaşşıma verince 6 bilyem oluyor.

Ö: Hmmm...Sırasıyla hangi işlemleri yaptın? Ne geldi önce aklına ben bu soruyu sorduğumda?

N: İlk 5 ile 3 ü toplama geldi 8, sonra 2 çıkartma geldi çünkü veriyorum, bitiyor benim şeyimdeki bilye... 8 den de 2 yi çıkartınca 6.

Ö: Tamam. Peki sana zor geldi mi bu işlemleri yapmak?

N: Hayır hiç zor gelmedi.

Soru 2: Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 3 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?

Ö: Peki cebimde 5 tane bilyem vardı yine, gittim bakkaldan 3 tane bilye daha aldım. Sonra yolda gidiyordum, arkadaşşıma gördüm 3 tane bilyeyi de arkadaşşıma verdim. Acaba kaç tane bilyem kaldı benim?

N: 5

Ö: Hmm...Neden?

N: İlk 5 bilyemiz var, aldığımız 3 bilyeyi...3 bilye daha alıyoruz. Aldığımız o 3 bilyeyi de şey yapıyoruz uı veriyoruz yolda gördüğümüz arkadaşşıma.

Ö: Aldığımız 3 bilyeyi mi veriyoruz arkadaşımıza?

N: Hıhı...(başıyla onaylıyor)

Ö: Tamam

N: Sonra işte bizim 8 bilyemiz vardı, 8 den 3 ü çıkartınca da 5.

Ö: Tamam, eee... peki ilk aklına gelen neydi ben sana bu soruyu sorduğumda? İlk düşündüğün neydi? Sana zor geldi mi?

N: Hayır zor gelmedi. İlk düşündüğüm 5 bilyemiz olduğu.

Ö: Kafandan bunları geçirirken bir işlem yaptın mı?

N: Yaptım.

Ö: Nasıl yaptın?

N: İlk topladım, sonra çıkarttım.

Ö: Tamam. Tek tek topladın yani kafandan?

N: Tek tek toplamadım.

Ö: Nasıl?

N: Ben öyle toplamaları biliyorum. Aklımdan toplayabiliyorum.

Ö: Hmm...tamam, peki başka türlü yapabilir miydik sence?

Yani bir işlem yapmamıza gerek var mıydı acaba? Ben merak ettim.

N: Yapmamız gerekmezdi.

Ö: Neden?

N: uı...çünkü bu aldığı 3 bilyeyi veriyor, hiç... 5 bilyesi kalıyor, yine biliyorum.

Ö: Peki sen bana neden ilk başta böyle bir açıklama yapmadın?

Toplama yaptım çıkarma yaptım dedin ama sen yapmamışsın. Sonra da diyorsun ki gerek yoktu zaten 3 ünü de verdi arkadaşına.

Hangisini düşündün?

N: İlk toplama çıkarma yapmayı.

Ö: hu...öyle mi yaptın kafandan?

N: Hıhı.

Ö: Tamam o zaman.

Soru 3: Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşıma 4 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?

Ö: Yine cebimde benim 5 tane bilyem var tamam mı?

N: Tahmin etmiştim (gülüyor)

Ö: Sonra gidiyorum bakkala 3 tane daha bilye alıyorum.

N: Yine 8 bilyem...

Ö: Sonra da arkadaşşıma 4 tane bilye veriyorum. Acaba cebimde kaç tane bilyem var?

N: 4 bilyemiz.

Ö: Öyle mi?

N: Hıhı

Ö: Nasıl düşündün?

N: Şimdi 5 tane bilyemiz var, 3 bilye ekleniyor 8 bilyemiz oluyor. 8 bilyemizin 4 bilyesini arkadaşşıma veriyoruz. 8 bilyeden 4 bilyeyi çıkartınca 4 bilyemiz kalır.

Ö: bunun için de toplama ve çıkarma işlemi yaptın herhalde sen?

N: Evet.

Ö: Sana zor geldi mi peki?

N: Hiç zor gelmedi.

Ö: Tamam, diğer soruya geçeyim o zaman.

Soru 4: Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 5 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?

Ö: Nilay, cebimde yine 5 tane bilyem var.

N: Yine gidiyoruz 3 tane alıyoruz bakkaldan.(gülüyor)

Ö: Evet yine gidiyorum bakkala 3 bilye daha alıyorum...

N: 8 bilyemiz oluyor.

Ö: Bakkaldan dönerken yolda arkadaşşıma görüyorum, arkadaşşıma 5 tane bilye veriyorum. Acaba benim cebimde kaç tane bilye kalıyor?

N: Şimdi bizim bakkaldan giderken 8 bilyemiz oluyor. Arkadaşşıma 5 bilye verince 3 bilyemiz kalıyor.

Ö: Yine, nasıl düşündün bunu? İlk başta, bu soruyu sorduğumda zormuş gibi geldi mi?....

N: Zormuş gibi gelmedi.

Ö: Yoksa kafandan bir toplama çıkarma yaptın mı?

N: Hiç zor gelmedi ama bu sefer aklımdan yapmadım. Toplama çıkarma yapmadım...

Ö: Tamam peki Nilay ben sana şöyle deseydim; mesela cebimde 55 tane bilyem var, ondan sonra bakkala gidiyorum 23 tane bilye alıyorum....

N: (hesap yaparmış gibi düşünüyor)

Ö: Yolda gördüğüm arkadaşşıma 55 bilyemi veriyorum deseydim...

N: Yapabilirdim...

Ö: Nasıl yapardın? Bu soru sana zor gelir miydi mesela?

N: Biraz zor gelebilirdi...

Ö: Rakamlar büyüyünce, sayılar büyüyünce sana bu işlem zor gelir miydi acaba? Kafandan toplama çıkarma yapması falan?

N: Biraz zor gelebilirdi. Ama bunda zaten kafamızdan toplama yapmamız gerekmiyor.

Ö: Hmm...bunlar, bu sayılar küçük olduğu için mi sen kafandan yaptın zor değil dedin?

N: Evet.

Ö: Sayıları büyütürsem?

N: Biraz zor gelebilir.

Ö: Tamam o zaman. Peki sence başka bir yolla çözülebilir miydi bu soru?

N: Bilmiyorum.

Ö: Ben bu yolla çözdüm diyorsun?

N: Hıhı...

Ö: Tamam.

Şimdi o zaman başka bir soruya geçeyim.

Soru 5: Elimde birkaç tane bilyem var. Bu bilyelere 3 bilye ekledim, 3 bilye çıkarttum.

Elimde kaç bilyem kaldı?

Ö: Nilay, şimdi elimde birkaç tane bilyem var...

N: Evet.

Ö: Sayısını bilmiyorum. Elimde birkaç tane bilyem var yine bakkala gittim bu bilyelere 3 tane bilye ekledim, sonra da arkadaşımı gördüm yolda. 3 tane bilyeyi arkadaşıma verdim. Acaba elimde kaç bilyem var?

N: Şimdi bir daha okuyabilir misiniz?

Ö: Tamam bir daha söyleyeyim. Bir daha soruyorum soruyu. Elimde birkaç tane bilyem var sayısını bilmiyorum. Bu bilyelere, bakkala gidiyorum bu bilyelere 3 tane bilye ekliyorum 3 tane bilye alıyorum yani. Sonra yolda yine arkadaşımı, 3 tane bilyeyi arkadaşıma veriyorum...

N: Benim kaç bilyem vardı (soruyu tamamlıyor)

Ö: Arkadaşıma da verdikten sonra, benim kaç bilyem vardı?

N: 6

Ö: Nasıl düşündün? Biraz anlamakta zorluk çektin mi? Bana tekrarlattın çünkü değil mi?

N: Evet.

İlk bilinmiyor, kutucuk diyorum ben ona, sonra +3 dedim, sonra -3 dedim çünkü veriyorum, kalmıyor. Bende ne kadar kaldığını bulamıyorum... 3 ile 3 ü topladım 6 buldum.

Ö: Hmm...ilginç bir çözüm. 3 ile 3 ü toplamak nerden aklına geldi?

Neden öyle düşündün?

N: Çünkü burayı (elleriyle gösteriyor) bulmamız için büyük sayı olması gerektiğini düşündüm.

Ö: ama sanki orda 3 den 3 ü çıkartmak gibi bir şey var? Gözünde canlandığında öyle gelmedi mi sana da? Bana dedin ki kutucuğa 'yani ne kadar olduğunu bilmiyorum dedin' 3 eklemiştir...

N: Evet +3 -3 (parmaklarıyla masanın üzerini işlem yapıyor gibi çiziyor) oluyor.

Ö: 3 eklemiştir 3 çıkartmıştır, 6 mı sence?

N: Hıhı...

Ö: Tamam. O zaman yeni soruma geçiyorum.

Soru 6: Ali Baba'nın çiftliğinde 10 tane ördek, 18 tane de tavuk vardı. Çiftlikteki hayvanların 18 tanesi öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde kaç hayvan kaldı?

Ö: Evet Nilay, şimdi bir tane...Ali Baba'nın çiftliğini biliyor musun sen?

N: Hıhı...

Ö: İçinde neler var? Bir sürü hayvan var değil mi?

N: Köpek var, kedi var, çocuk var...

Ö: Evet...bir sürü hayvan var hatta çocuk bile var değil mi...

N: Evet.

Ö: Şimdi bu Ali Baba'nın çiftliğinde 10 tane ördeği varmış...

N: Evet.

Ö: 18 tane de tavuğu varmış

N: Evet.

Ö: Çiftlikteki hayvanların 18 tanesi ölmüş. Sana soruyorum acaba Ali Baba'nın çiftliğinde kaç hayvanı kalmış?

N: 10

Ö: Nasıl hemen söyleyebildin cevabı?

N: Çünkü... ilk kaç hayvanımız vardı unuttum...

Ö: İlk 10 tane ördeği vardı, 18 tane de tavuğu vardı...

N: Evet önce topladım onları 28 oldu, sonra 18 i ölüyor. Şey 10 kalıyor.

Soru 7: Ali Baba'nın çiftliğinde 15 tane ördek, 18 tane de tavuk vardı. Çiftlikteki hayvanların 18 tanesi öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde kaç hayvan kaldı?

Ö: Peki, bu Ali Baba'nın çiftliğinde 15 tane ördeği, 18 tane de tavuğu olsaydı bu çiftlikteki hayvanların 18 i ölseydi. Ali Baba'nın çiftliğinde kaç hayvan kalırdı?

N: 15

Ö: 15 mi kalırdı? Nasıl olurdu bu?

N: İlk 18 ile 15 i toplarız. Çünkü...

Ö: Kaç yapar?

N: (düşünüyor) şimdi topladığımı unuttum.

(düşünüyor, havaya sayıları yazarak toplama işlemi yapıyor) yazıyorum böyle... 8,13...33 oluyor, 13 elde var 1...(uzunca süre düşünüyor)

Ö: Ama hemen 15 dedin sen? Nasıl diyebildin?

N: İlk topladım sonra da çıkarttım.

Ö: Ama şimdi toplayamadın ya.

N: (gülüyor) İlk zaten 18 ile 15 i topluyoruz 18 i ölüyor geriye 15 hayvan kalıyor, öyle de yapabiliyoruz.

Ö: Nasıl yapabiliyoruz?

N: Şimdi benim 18 tane şeyim var 15 tane daha var...onları toplamadan da bulabilirim.

Ö: Toplamadan nasıl yaparız onu merak ettim ben? Açıkla bana...

N: 18 ve 15 ... 18 i ölüyor, çıkartıyorum 15 kalıyor. (masada elleriyle göstererek çıkartıyormuş gibi yapıyor)

Ö: 18, 15 bunları çıkartıyorum... tekrar yap bakayım o hareketi...

N: İlk 18 burada var (masada gösteriyor) 15 burada var (masada gösteriyor) 18'i çıkartınca geri 15 kalır.

Ö: Değişik çözmüştün.

Soru 8: Ali Baba'nın çiftliğinde 29 tane ördek, 17 tane de tavuk vardı. Çiftlikteki hayvanların 29 tanesi öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde kaç hayvan kaldı?

Ö: Ali Baba'nın çiftliğinde 29 tane ördeği var bu sefer, 17 tane de tavuğu var...

N: Hıhı...

Ö: Fakat çiftlikteki hayvanların 29 tanesi ölüyor.

N: (soru bitmeden cevaplıyor) 17

Ö: Nasıl cevapladın hemen? Ben daha sorunun sonunu okumadan sen cevapladın. Böyle pratik, çabuk nasıl yapıyorsun bana anlatır mısın?

N: Daha deminki anlattığım gibi. (masadaki bir bölümü göstererek 29, bir bölümü göstererek 17 diyor, 17 yi attığını göstermek için eliyle itiyor) 29, 17 29'u atıyorum 17.

Ö: Sen bu yolu yeni mi buldun?

N: Hıhı...

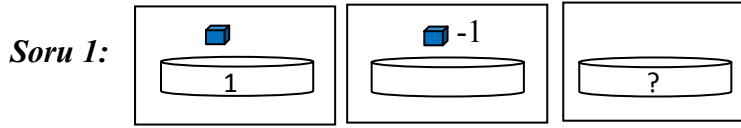
Ö: Ne zaman?

N: Şimdi buldum (gülüyor)

Ö: Şimdi mi buldun?

N: Evet.

Ö: Değişik, ilginç bir çözüm.

ÖĞRENCİ: CANER**GÖRÜŞME: 1**

Ö: Canerciğim, şimdi senden bir şey isteyeceğim.

C: Hıhı.

Ö: Şuradaki bloklardan bir tane mavi küp ortaya koyar mısın?

C: (yönergeyi uyguluyor)

Ö: Masanın ortasına koydun.

C: Koydum

Ö: Şimdi bu mavi küpten bir tane mavi küp çıkartmanı istiyorum.

C: Çıkardım.

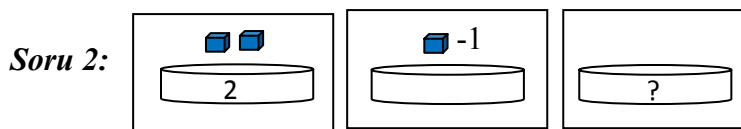
Ö: Evet anlatır mısın bize durumu? Ne oldu?Ne yaptın sen?

C: Ortaya bir tane mavi küp koydum. Sonra siz bir tane, o bir tane mavi küpten bir tane mavi küp çıkartmamı istediniz. Ben de yana koydum, çıkarttım.

Ö: Çıkardın ne oldu peki?

C: Hiç küp kalmadı.

Ö: Hiç küpün kalmadı. Tamam



Ö: Şimdi sana diyorum ki;iki tane mavi küpü masamızın üzerine koy.

C: (yönergeyi uyguluyor)

Ö: Evet, şimdi bu iki mavi küpten bir mavi küpü çıkart bakalım.

C: (mavi küplerden birini masanın kenarına alıyor)

Ö: Evet anlat bakalım bana. Bir işlem yaptın mı? Ne düşündün?

C: Ortaya ilk önce iki mavi küp koydum. Sonra uu, şey...Siz bir mavi küpü çıkartmamı istediniz. O yüzden ben de çıkartma işlemi yaptım ve bir mavi küpü alıp yana koydum.

Ö: Hı, çıkartma işlemi dedin Caner.

C: Evet.

Ö: İşlem yaptın mı?

C: (kafasıyla onaylıyor)

Ö: Nasıl mesela?

C: İki tane mavi küp olduğu için ikiden, bir de bir tane küp çıkartmamı istediğiniz için ikiden bir çıkarttım.

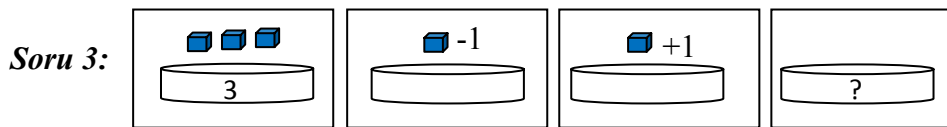
Ö: Çıkarttın mı böyle parmaklarınla?

C: Yok aklımdan.

Ö: Çıkartma işlemi düşündün yani. Yaptın böyle hemen görünce.

C: Hı hı (kafasıyla onaylıyor)

Ö: Tamam. Hemen onu yerine koy bakalım.



Ö: Şimdi Caner, masamızın ortasına 3 tane mavi küp al bakalım.

C: (yönergeyi uyguluyor)

Ö: Şimdi senden şunu istiyorum. Bu 3 tane mavi küpten 1 tane mavi küpü çıkart, eksilt ya da ayır.

C: (yönergeyi uyguluyor)

Ö: Şimdi çıkarttığın bu mavi küp yerine 1 tane mavi küp eke bakalım.

C: (yönergeyi uyguluyor)

Ö: Ne oldu?

C: İlk önce 3 tane mavi küp koydum masanın ortasına, sonra 1 mavi küpü çıkartıp yine mavi küp koydum bir tane ortaya. (bu sırada küplerle bu işlemi tekrar yapıyor)

Ö: Kaç tane oldu elimizde?

C: 3

Ö: 3 tane oldu? İşlem yaptın mı sen bunu yaparken?

C: Evet.

Ö: Ne işlemi yaptın?

C: Çıkarma ve toplama.

Ö: Nasıl? Söyle bana ne yaptın?

C: 3 tane mavi küpü koydum sonra 3 ten 1 i çıkardım. 1 tane küp çıkartmam gerektiği için sonra 1 tane daha küp koyduğum için 2 ile... "sonuçta iki küp kalıyor" 2 ile 1 i topladım 3.

Ö: Peki benim sana verdiğim yönergede başta kaç tane küp vardı masanın üzerinde?

C: 3

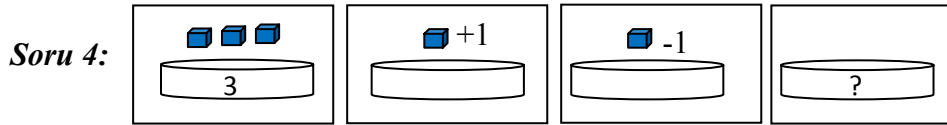
Ö: Şimdi kaç tane var?

C: 3

Ö: İşlem yaptın öyle mi?

C: Hıhı...

Ö: Tamam teşekkür ederim.



Ö: Şimdi sana diyorum ki Caner, bu 3 tane mavi küpe 1 tane mavi küp ekle bakalım.

C: (yönergeyi uyguluyor)

Ö: Şimdi de 1 tane mavi küpü çıkart.

C: (yönergeyi uyguluyor)

Ö: Ne oldu?

C: Sayı yine aynı kaldı.

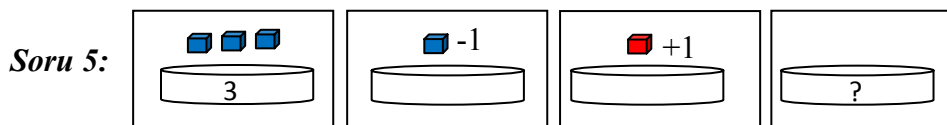
Ö: İşlem yaptın mı?

C: Evet.

Ö: Yine işlem mi yaptın?

C: Evet.

Ö: Tamam. Canerciğim, şimdi onları yerine koyabilirsin.



Ö: Masamızın ortasına 3 tane mavi küp koy bakalım.

Ö: 1,2,3... 3 tane koydun.

Ö: Şimdi senden şunu istiyorum. Bu 3 tane mavi küpten bir tane mavi küpü çıkart bakalım.

C: (yönergeyi uyguluyor)

Ö: Şimdi de 1 tane kırmızı küp ekle.

C: (yönergeyi uyguluyor)

Ö: Evet ne olduğunu bana anlatır mısın? Ne düşünüyorsun bu konuda?

C: 3 tane mavi küp koydum buraya masanın ortasına, mavi küple kırmızı küpün yerini değiştirdim. 1 mavi küple 1 kırmızı küpün yerini...

Ö: Hmm...yer değiştirmiş oldun?

C: Hıhı...(kafasıyla onaylıyor)

Ö: Neden böyle oldu?

C: Çünkü mavi küpü çıkarınca yerine kırmızı küpü koyduk. O yüzden renk değiştirmiş oldu küp.

Ö: Peki ilk başta kaç tane küp vardı elimde? Şimdi kaç küp var? İkisinin arasında bir kıyaslama yapabiliyor musun?

C: Yok...Sadece renk değişti.

Ö: Renk değişti başka?

C: Başka bir şey olmadı.

Ö: Neden olmamış olabilir başka bir şey?

C: Çünkü sadece renk değiştirdim başka bir şey yapmadım.

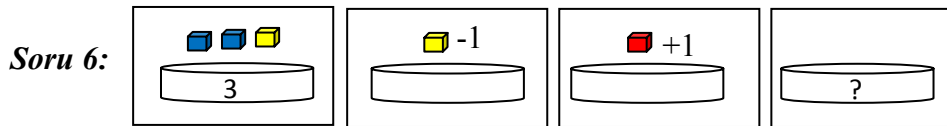
Ö: Yani rengini değiştirdin. O zaman 1 tane çıkarttın...

C: Onun yerine kırmızı küp koydum.

Ö: Sayısını değiştirdin mi?

C: Sayısını değiştirmedim.

Ö: Tamam o zaman. Şimdi onları yerine koy bakalım.



Ö: Masamızın ortasına 2 tane mavi 1 tane sarı küp koy bakalım.

C: (yönergeyi uyguluyor)

Ö: Evet. Göster bakalım.

C: (küpleri gösteriyor) 2 mavi 1 sarı.

Ö: Bu küplerden 1 tane sarı küpü çıkartmanı istiyorum.

C: (yönergeyi uyguluyor)

Ö: 1 tane kırmızı küp koymanı istiyorum.

C: (yönergeyi uyguluyor)

Ö: Ne oldu?

C: Sarı küpü oraya koydum...3 tane ilk önce...2 tane mavi küp getirdim masanın ortasına 1 tane de sarı küp getirdim, sonra sarı küpü çıkardım onun yerine kırmızı küpü koydum. Ve o sarı küp yerine kırmızı küp geçti.

Ö: Hı...Neden böyle oldu?

C: (susuyor)

Ö: Ben dediğim için, öyle yönerge verdiğim için oldu değil mi?

C: Evet.

Ö: Peki sen bunu yaparken ne düşündün?

C: Çıkarma ve toplama işlemi yaptım.

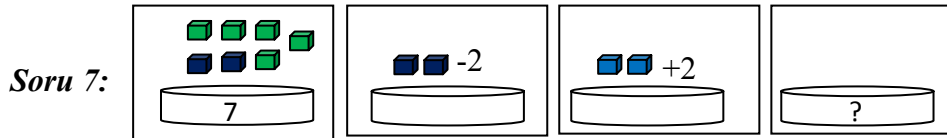
Ö: Kafandan mı yaptın? Yoksa görünce anladın mı hemen?

C: Görünce anladım hemen.

Ö: Tamam, peki gözüne çarpan bir şey oldu mu ilgini çeken, bize anlatabileceğin?

C: Sayısı değişmedi bunların sadece sarı küp yerine kırmızı küp geçti.

Ö: Tamam, şimdi yerine koyabilirsin onları.



Ö: Şimdi diğer küplerle çalışmaya başlayacağız (farklı renkteki küpleri gösteriyor) bak bu koyu renkli olanlar lacivert, diğerleri mavi, diğerleri de yeşil tamam mı?

Ben sana yönergeleri vermeye başlayacağım. Bir şeyler yiyebilirsin istersen.

Ö: Şimdi Caner, masaya 2 tane lacivert 5 tane yeşil küp koyar mısın?

C: (yönergeyi uyguluyor)

Ö: Doğru mu?

C: Hıhı... (gözleriyle küpleri sayıyor)

Ö: Saydın herhalde?

C: Kaç demiştiniz?

Ö: 2 tane lacivert 5 tane de yeşil küp demiştim.

C: Şimdi bu 2 tane lacivert 5 tane yeşil küpten 2 tane lacivert küpü çıkartmanı istiyorum Caner.

C: (2 tane lacivert küpü kenara alıyor)

Ö: Şimdi de 2 tane mavi küp eklemeni istiyorum.

C: (yönergeyi uyguluyor)

Ö: Evet anlat bakalım bize.

C: İlk önce ortaya 5 tane yeşil 2 tane de lacivert koydum, sonra o 2 lacivert küpü çıkardım onların yerine 2 tane mavi küp koydum.

Ö: Ne oldu?

C: O 2 lacivert küpün yerine 2 mavi küp koydum.

Ö: Yerine koymuş oldun. Ee...kaç tane var elimizde şimdi?

C: (küpleri tek tek sayıyor) 7

Ö: Ben sana yönergeyi verdiğimde kaç tane küp vardı elimizde?

C: 7

Ö: O zaman da mı 7 vardı.

C: hıhı..

Ö: Tamam. Neden böyle oldu bu durum?

C: Çünkü 2 tane çıkardığımızın yerine 2 tane koyduk.

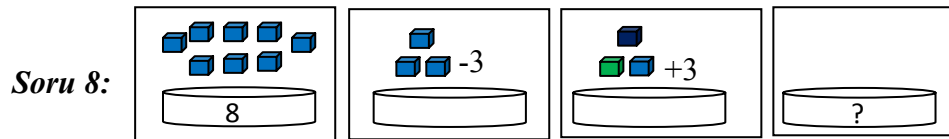
Ö: Yani bir şey değişmedi diyorsun?

C: Hıhı...

Ö: Peki neleri değişti?

C: Renkleri değişti.

Ö: Tamam. Onları bir kenara koy bakalım şimdi.



Ö: 8 tane mavi küp...

C: (yönergeyi uyguluyor)

Ö: Saydın mı 8 mi tam mı?

C: (küpleri sayıyor)

Ö: Şimdi bu 8 tane mavi küpten 3 tanesini eksiltmeni istiyorum Caner.

C: (yönergeyi uyguluyor)

Ö: Ve bu eksilttiğin 3 küp yerine 1 tane yeşil, 1 tane lacivert, 1 tane de mavi küp koymanı istiyorum.

C: (yönergeyi uyguluyor)

Ö: Evet ne oldu yeni durumumuz?

C: Ortaya ilk önce 8 tane mavi küp koydum, bunların 3 ünü eksilttim. O 3 küpün 1 tanesi yerine yeşil, birisinin yerine lacivert, diğerinin yerine de yine mavi renk koydum.

Ö: Hmm... Tamam. Neden böyle yaptın?

C: Çünkü siz söylediniz.

Ö: Ben sana yönergeyi verdiğimde elinde kaç tane vardı, acaba şimdi kaç tane var? Saydın mı bunları sen?

Bir işlem yaptın mı?

Ya da düşündün mü önce kaç tane vardı şimdi kaç tane var. Acaba ben ne yaptım?

Anlatabilir misin bize bunları?

C: Hıhı...

Ö: Anlat.

C: Şey zaten baştaki sayıyla şimdiki sayı aynı.

Ö: Hmm... peki bunu nereden anladın Caner?

C: Çünkü 3 küp yerine yine 3 küp koyduk.

Ö: İşlem yaptın mı ya da parmaklarınla saydın mı?

C: Hayır.

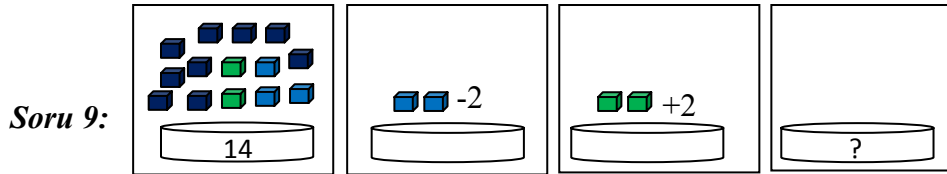
Ö: Yapmadan anladın.

C: Evet

Ö: Kafandan bunlar geçti yani? 3 tanesini çıkarttın...

C: Aynı sayıda küp koydum...

Ö: Tamam. Şimdi onları yerine koyabilirsin.



Ö: Masaya 9 tane lacivert küp koymayı istiyorum.

C: (yönergeyi uyguluyor)

Ö: Bu 9 tane lacivert küpün yanında 2 yeşil ve 3 tane de mavi küp varmış.

C: Koyayım mı?

Ö: Tabi ki yan yanalar bunlar. 2 yeşil, 3 tane de mavi küp...

C: (yönergeyi uyguluyor)

Ö: Şimdi küplere bak bakalım önce...

Bu topluluktan 2 tane mavi küpü çıkartmanı istiyorum.

C: (yönergeyi uyguluyor)

Ö: Şimdi de bu topluluğa 2 tane yeşil küp eklemeni istiyorum.

C: (yönergeyi uyguluyor)

Ö: Ne oldu?

C: uu...şey başta...şey bu 2 mavi küp yerine (düşünüyor) ne yapmıştık?

Ö: Bak 9 lacivert, 2 yeşil, 3 mavi küp vardı.

2 maviyi çıkarttım 2 yeşil ekledim.

C: 2 mavi küp vardı ilk önce, 2 mavi küpü çıkarttım onun yerine 2 yeşil küp ekledim.

Ö: Ne oldu yeni durumun?

Kaç tane var önünde baktın mı hiç?

C: Küp mü?

Ö: Hıhı...

C: 14

Ö: Bir işlem yaptın mı sen? Toplama falan...

Ö: Öyle kendi kafandan mı düşündün?

C: Kendi kafamdan yaptım.

Ö: Kafandan...Yani toplama çıkartma yapmama gerek yok diye mi düşündün?

Çünkü ben sana sorduğumda önünde kaç küp olduğunu bilmiyordun, bilmiyorsan demek ki işlem yapmamışsın sen.

Toplama çıkartma yapmış olsaydın başta kaç tane olduğunu bilirdin herhalde

C: Evet.

Ö: Tamam Canerciğim teşekkür ederim, çalışmamız buraya kadar.

ÖĞRENCİ: CANER

GÖRÜŞME: 2

Soru: (3M-M+K=?)

C: Bunları nasıl yapacağım?

C: Bunlar ne? Ben bunları anlayamadım eksi ile artılar var ya. (3M-M+K=?)

Bir de şu iki eksili var ya...(3M-M-M=?)

Ö: Tamam bilemediklerini geçelim.

C: Bu kadar.

Ö: Tamam mı bu kadar mı?

C: Hıhı. Anlayamadım bazılarını.

Ö: Hangileri göster bakalım.

C: Şu eksi artı eksi falan (soruları gösteriyor)sonra şurada da iki eksi falan var.

Soru: (3M-M+M=?)

Ö: Tamam. Peki bak şimdi aynı renkte olanlar var diğer soruda. (3M-M+M=? Sorusunu gösteriyor)

C: Bunda mı? (soruyu gösteriyor)

Ö: Hıhı.

C: Bunda da bir artı bir eksi var onu anlamadım.

Ö: Tamam. Ne yapmışım önce sen anlat.

C: Bir mavi küpü çıkartıp bir mavi küpü eklemişim.

Ö: Evet.

C: Öyle mi?

Ö: Hıhı.

C: (yapmadığı soruları çözüyor)

Soru: (3K+K-3K=?)

Ö: O en son yaptığını saymadın galiba Caner. (3K+K-3K=? Sorusundan söz ediyor)

C: Hı bunu mu?(soruyu gösteriyor)

Ö: Evet saydın mı onları yaparken?

C: Eh...

Ö: Nasıl eh?

C: Kafamdan saydım.

Ö: Hmm...tamam. Çünkü diğerlerinde böyle sayarken gördüm seni de, onda saymadın hemen bir kutucuk çiziverdin oraya ondan şaşırtdım. Acaba saydın mı saymadın mı merak ettim.

C: Bundan iki tane çıkaracağız anlamına mı geliyor? (3M-M-M=?)

Ö: Hıhı...İki tane eksi olduğuna göre.

Ö: Değişik mi geldi bu sorular sana?

C: Evet.

Ö: Ama geçen hafta bunların aynısını yapmıştık.

C:Şey artı eksi falan onlar biraz farklı geldi.

Ö: Mesela ben sana geçen hafta ne demiştim biliyor musun?

Canerciğim masanın ortasına 3 tane küp koy şimdi 2 tane küpü çıkart şimdi de kırmızı küpü ekle demiştim değil mi? Ama, sana kağıt üzerinde olunca değişik geldi galiba biraz.

C: Hıhı. (eksik bıraktığı soruları çözmeye devam ediyor)

Ö: Tamam mı?

C: Hıhı. (soruları çözmeyi tamamlıyor)

Soru: ($3K+2K-2K1M=?$)

Ö: Hangisini yapamadın Caner?

C: Şunu yapamadım. ($3K+2K-2K1M=?$ Sorusunu gösteriyor) Çünkü kırmızı küpleri anlıyorum ama mavi küp olmadığı için mavi küpü çıkartamadım. Ve mavi küpüm olmadığı için yani mavi küpü çıkartmadığım için nasıl yazacağımı bilemedim.

Ö: Mutlaka aynı renkte olmaları gerektiğini mi düşündün yine?

C: Hıhı.

Ö: Ben senden sayısal olarak da ifade etmeni istemiştin. Acaba edebilir miydin bilmiyorum.

C: Tam bilmiyorum.

Ö: Düşünmek ister misin?

C: Hıhı.

Ö: Yani sayısal olarak ifade edebilir misin bir bak bakalım. Hani küp çizmeseydin oraya ne yapardın? Küp çizmeden sadece sayısal olarak söyleseydin yapabilir miydin?

C: Bakacağım.

Ö: Bak bakalım.

C: (uzun süre düşünüyor)

Ö: Bana anlatır mısın?

C: 3 küp 2 küp daha 5 küp ediyor.

Ö: Hımm. Nasıl buldun onu öyle?

C: 3 tane küp 2 tane küp daha, aklımdan öyle düşündüm.

Ö: Aklından mı düşündün?

C: Evet.

C: Burada 2 tane kırmızı küp, 1 tane de mavi küp çıkarmamızı istedi ama ben mavi küpü çıkaramadığım için nasıl yazacağımı bulamadım hala. Şu kırmızı küplerden 3 tane kalıyor ama? 3 tane kırmızı küp kalıyor, mavi küpleri yazamadım ama. (Şekil çiziyor.)

Ö: Peki küp çiz demeseydim ben sana ne yapardın? Acaba yapabilir miydin bu işlemi?

C: Yapamazdım.

Ö: Aslında küplerin renklerine dikkat etmeseydin olur muydu?

C: Evet olurdu.

Ö: Nasıl olurdu?

C: O zaman beş küpten 2 küp çıkaracağıma 3 küp çıkarırdım, öyle olurdu.

Ö: Yaz o zaman.

C: Nasıl yazayım,

Ö: Bilmem. Sonucumuz neyse yaz o zaman onu.

C: Normal sayısal olarak mı?

Ö: Hui.Hui.

C: Tamam o zaman.

Soru: ($4M+SM-2K=?$)

Ö: Başka nerde takılmıştık Caner.

C: Şurada. ($4M+SM-2K=?$ Sorusunu gösteriyor.)Yine renkli olduğu için.

Ö: Onu da anlatır mısın bana?

C: 4 mavi küpten 1 sarı küp, 1 de mavi küp çıkartmamızı istiyor. Ama 4 mavi küpte sarı küp olmadığı için çıkartamadım. Mavi küpü çıkartabilirim ama sarı küpü çıkartamadım, renkleri farklı olduğu için.

Ö: Başka bir fikrin var mı nasıl yapabilirdik?

C: Sayısal olarak yani renklerine dikkat etmezsek yapabilirdik.

Ö: Yap bakalım o zaman. Anlatarak yap.

C: Renklerine dikkat etmezsek 4 küp, 2 küp daha 6 küp.2 küp daha çıkarsa 4 küp.

Ö: Bir şey dikkatini çekti mi hiç bu işlemde?

C: Hayır çekmedi.

Ö: Bir daha düşün bakalım, renklerini baz almadan düşündün sayısal olarak düşündün.

C: Evet.

Ö: Yine bir düşün bakalım. Kaç tane vardı elinde? Kaç tanesi çıktı? Kaç tanesi eklendi?

C: Düşündüm.

Ö: Ne geldi aklına sözel olarak ifade et bakalım. 4 tane küpün vardı...

C: 4 tane küpüme 2 tane küp ekledim. 2 küpü çıkardım 4 küpüm kaldı.

Ö: Evet. Başka hangisi vardı?

C: Şu vardı. ($2M-S=?$)

Ö: Anlat bakalım bize. Hem neden yapamadığını anlat hem de soruyu anlat.

C: 2 mavi küpten 1 sarı küpü çıkarmamı istemişler burada. Ama 2 mavi küpte 1 sarı küp olmadığı için çıkaramadım.

Ö: Tamam. Başka?

C: Burada da mavi küpten sarı küp çıkartmamı istemişler. Ama mavi küp içinde başka sarı küp olmadığı için çıkaramadım.

Ö: Böyle bir işlemin yapılamayacağını mı düşünüyorsun?

C: Hui. Hui.

Soru: ($3K+1K-3K=?$)

Ö: Peki şu soruyu nasıl yaptın anlatır mısın bana Caner?

C: 3 Kırmızı küpe 1 kırmızı küp ekleyince 4 kırmızı küp oldu.

Ö: Saydın mı bunları ? Toplama işlemi mi yaptın?

C: Yok. Biliyordum cevabını aklımdan öyle düşündüm.

Ö: Görünce onları saydın mı? Yoksa üst üste toplama işlemi mi yaptın?

C: Nasıl yani?

Ö: Şimdi onları gördün ya. Toplama işlemi mi yaptın kafanda, 3 ile 1 i mi topladın yoksa oradaki şekilleri görünce onların 4 olduğunu mu anladın?

C: Anladım.

Ö: Sonra ne yaptın?

C: Sonra 3 kırmızı küpü çıkarttım 4 kırmızı küpten. Ve sonuç 1 küp oldu, 1 kırmızı küp.

Soru: ($3M+2M-2M=?$)

Ö: Bu soruyu nasıl yaptın?

C: Burada 3 mavi küp varmış, burada 3 mavi küpten 2 mavi küpü çıkartmamı istemişler. Bunun sonucunda da 1 mavi küp kalıyor. Hımm doğru... 3 mavi küple 2 mavi küpü toplamamı istemişler, 5 mavi küp oluyor.5 mavi küpten de 2 mavi küpü çıkartmamı istemişler.

Ö: Peki Canercim, işleme bütün ile bakınca ne görüyorsun?

C: Nasıl yani?

Ö: Önce toplamayı sonra çıkartmayı değil de bütünü ile şu işlemi gördüğünde ne düşünüyorsun? Önce 3'e 2 ekledim, sonrada toplamdan 2 çıkarttım değil de bütünü ile bu işlemde görebildiğin bir şey var mı?

C: Yok.

Ö: Yok mu? Bir şeyler yapmışım orada. Eklemişim, çıkartmışım. Eklenen ve çıkanları görebiliyor musun? Ne eklemişim ne çıkarmışım?

C: Evet.

Ö: Ne eklemişim?

C: 2 mavi küp eklemişsin 3 mavi küpe.

Ö: Evet. Ne yapmışım ne çıkartmışım?

C: 2 mavi küp çıkartmışım.

Ö: Hımm. Bir daha söyle ne kadar ekledim, ne kadar çıkarttım?

C:3 mavi küpe 2 mavi küp eklemişim, 5 mavi küp olmuş sonucunda.5 mavi küpten de 2 mavi küp çıkartmışım, 3 mavi küp kalmış.

Ö: İşlemi bütünü ile değil de sırayla düşündün öyle mi sen?

C: Hu hu.

Ö: Önce bunun üstüne bunu ekledin.

C: Evet.

Ö: Sonra da bunu çıkarttın?

C: Evet

Ö: Bütünü ile düşünmedin işlemi sırayla düşündün.

C: Hu.Hu.

Ö: Tamam. Teşekkür ederim.

Ö: Peki neden öyle düşündün?

C: Bilmem.

Ö: İşlemin sırası mı olması gerekiyor sence?

C: Bence evet.

Ö: Yani ben bütünü ile bu işlemi göremiyorum diyorsun? Sırayla gitmem gerekiyor diyorsun.

C: Hu.Hu.

Ö: Tamam.

ÖĞRENCİ: CANER

GÖRÜŞME: 3

Soru 1:

Ö: Göster bize kartını.

C: (kartı gösteriyor)

Ö: Evet, tamam. İstersen resmi inceleyebilirsin.

Ö: Dışından okur musun bize de?

C: **Bahar geldi, Og ailesi ormana piknik yapmaya gitti. Aile üyeleri etraftaki hayvanları incelerken, Zog çiçek toplamaya koyuldu. Zog topladığı 8 demet çiçeğin 8 demetini de annesine verdi.**

Zog'un elinde kaç çiçeği kaldı?

Ö: Yapabilir miyiz, hesaplayabilir miyiz?

C: Evet (8-8=0)Yaptım.

Ö: Ne yaptın? Ne yaptığını anlat.

C: 8 demet toplamış Zog, 8 demet çiçek toplamış. Yine 8 demet çıkarmamı istemiş. Ben de 8 demetten 8 demeti çıkarttım sonunda 0 demet kalıyor yani hiç kalmıyor.

Ö: Hiç kalmıyor yani?

C: Evet.

Ö: Peki bunu hangi işlemle gösterdin?

C: Çıkarma işlemiyle.

Ö: $8-8=0$ işlemi yaptın. Peki bunu yapmadan başka yolla yapabilir miydik. Başka bir çözümü olabilir miydi bunun?

C: Hayır.

Ö: Mesela çıkarma işlemi yapmasak ya da bunu yazmasak olur muydu sence?

C: (hayır anlamında başını sallıyor)

Ö: Aklımızdan yapamaz mıydık?

C: Hı doğru yapardık.

Ö: Yapar mıydık, bilmem sen söyle...

C: Yapardık.

Ö: Nasıl yapardın aklından?

C: Yine aynı işlemi yapardık aklımızdan.

Ö: Aklından çıkarma işlemi yapardın?

C: Hıhı.

Ö: Tamam. Peki onun hemen sıfır olduğunu anlayabilir miydin?

C: Evet.

Ö: O zaman nasıl aklından işlem yapmış olacaksın?

C: Yani işte...

Ö: Aklından işlem mi yapardın, ne yapardın onu merak ediyorum.

C: İşte hemen sonucunu bildiğim için söyledim.

Sonucunu bilirdim 8 den 8 çıktı 0 kalacağını.

Ö: Tamam.

Soru 2:

C: (Seçtiği resimli kartı gösteriyor.)

C: 7 yaşına giren Zog'un doğum günü partisi için tüm aile hazırlıklara başlamış. Bayan Og, parti için 20 tane küçük kek, büyükanne ise tam 10 tane küçük kek pişirmiş. Fakat yaramaz Dino, 10 tane küçük keki kimse görmeden mideye indirmiş.

Zog parti için kaç keki kaldığını bulamıyor. Ona yardım eder misin?

C: $(20+10=30, 30-10=20$ işlemini yapıyor.)

Ö: Yardım ettin mi?

C: Efendim ?

Ö: Yardım ettin mi Zog'a?

C: Evet.

Ö: Kaç buldun?

C: 20.

Ö:Nasıl buldun bunu?

C:Toplamda alınan keki buldum ilk önce. Yani 20 ile 10 topladım 30 buldum sonucu.10 tane kek de gittiğine göre 30 dan da 10 çıkardım 20 kaldı.

Ö: Tamam. Bunu başka türlü düşünebilir miydik? Yani yazmadan yapar mıydık?

C: Evet.

Ö:Yani az önce 8 den 8 i çıkartmıştık bulmuştun? Bunu nasıl bulurdun yazmadan?

C: Yazmadan kolay olduğu için yani.

Ö: Bir çıkarma işlemi düşünmeden mesela yapabilir miydik? Bir çıkarma işlemi yapmadan kafamızdan yapar mıydık?

C: (Düşünüyor.)

Ö:Mesela bir düşün bakalım.Elinde kağıdım da yok kalemim de.Nasıl düşünürdün bu problemi?

C: Çıkarma işlemi derken?

Ö: Şimdi çıkarma işlemi yapmadın mı sen?

C: Evet.

Ö: İkinci işlemde çıkarma işlemi yaptın.30 dan 10 u çıkarttın. Değil mi?

C: Hu. Hu...

Ö: Bunları yapmadan toplama işlemini çıkarma işlemini yapmadan nasıl düşünebilirdim acaba? Elimde kalemim kâğıdım yok diyelim?

C:Aklımdan 20 ile 10 u toplardım yine ve 10 çıkarırdım yine 30'dan.^0 dan da 10 u çıkarırdım, sonucu bulurdum.

Ö: Tamam.

Soru 3:

Ö: Göster bize.

C: (Resimli kartı gösteriyor.)

C: Zog'un bütün arkadaşları doğum günü partisine gelmiş, parti çok eğlenceli geçmişti. Partiden sonra etrafın toparlanması, bulaşıkların yıkanması gerekiyordu. Zog, kirli tabakları saydı, tam 15 taneydi.

Bayan Og tabakların 15'ini yıkadıktan sonra, Zog 5 kirli tabak daha getirdi.Zog,yıkanması gereken kaç kirli tabak olduğunu hesapladı. Sence bulduğu sonuç ne?

C: Bunu ben nereye yapayım? Buraya mı?(15-15=0, 0+5=5 işlemi yapıyor.

Ö: Peki bu yaptığını bana açıklamak ister misin?

C: Tabi. Şimdi 15 tane kirli tabak olmuş Zog'un doğum gününden sonra. Sonra bunların 15 ini tamamını yani yıkamış Zog'un annesi.

Zog sonra da 5 kirli tabak daha getirmiş. İşte 15 ten 15 i çıkarınca yani 0 kalacağı için 0 ile de 5 i topladım. 5 çıktı o da kirli tabakların sayısı oldu.

Ö:Peki aynı şeyi sorsam sana yine elimde kağıt kalemim yok.Ne yapabilirdim? Nasıl yapardım?

C: Yine aynı şekilde yapardım. 15 olduğu için kirli tabaklar da yine 15 tane kirli tabak yıkanmış. 15 ten 15...

Ö: Kafandan çıkarma işlemi mi yapardın?

C: Evet.

Ö: Tamam. Sonra ne yapardın?

C: 0 kalırdı sonuç.0 la da 5 i toplardım.

Ö: Tamam.Sonucu bulurdun?

C: Hu.Hu.

Ö: Tamam.Teşekkür ederim.

ÖĞRENCİ: CANER

GÖRÜŞME: 4

Ö: Sesli düşünebilirsin Caner.

C: Ben böyle yapıyorum.

Ö: Öyle mi, düşünmeden mi yapacaksın?

C: Aklımdan düşünüyorum.

Ö: Tamam, aklımdan düşündüklerini bizimle paylaşır mısın?

C: Nasıl?

Ö: Sesli sesli mesela. Bununla bunu yaptım, bununla bunu yaptım gibi.

Soru 4: $11+2+11=?$

C: (soruyu gösteriyor) İlk önce 11 ile 11 i topladım 22 ediyor, 2 daha topluyorum 24.

Ö: Aynen bu şekilde anlatmanı istiyorum. Hem böyle çözerken hem de konuşuyormuşsun gibi.

Soru 5: $7-5+7=?$

C: (soruyu gösteriyor) 7 den 5 çıkarttım 2 kaldı, sonra yine 7 ekledim 9.

Soru 6: $6-1+6=?$

C: 6 dan 1 çıkardım 5, 5 ile 6 yı topladım 11 oldu sonuç.

Soru 7: $14-5-5=?$

C: 14 den 5 çıkarttım 9 kaldı, 5 daha çıkarttım 4 kaldı.

Soru 8: $20+0+20=?$

C: Şimdi 20 ile 20 yi topluyorum 40 ediyor. (0 sayısını gösteriyor) bu sayıyı toplayamam çünkü bu uu şey yok, yok sayı 0. 20 ile 20 yi topladım o yüzden 40 çıktı.

Soru 9: $125+58+58=?$

C: 125, 58 daha (bir kenarda alt alta topluyor.)183. 183 ile de 58i toplarız (işlem yapıyor)241...

Soru 10: $25-25=?$

C: (soruyu gösteriyor) 25 den 25 çıkarınca zaten 0 kalır. Çünkü aynı sayıdan yine aynı sayıyı çıkarıyoruz.

Soru 11: $3+2-2=?$

C: (soldan sağa işlem yapıyor) 3 ile 2 yi topladım 5 çıktı, 2 daha çıkarttım yine 3 oluyor.

Soru 12: $8+5-5=?$

C: (soldan sağa işlem yapıyor)8 ile 5 i topladım (düşünüyor) 13 oldu, sonra 5 i çıkardım 7, (şaşırtıyor) ay 8 oldu.

Soru 13: $11+2-11=?$

C: (soldan sağa işlem yapıyor) 11 ile 2 yi topladım 13 çıktı, 11 daha çıkarttım 2 kaldı.

Ö: Neden 2 kaldı? Hemen bildin, sanki işlem yapmadın gibi geldi? Çok çabuk yaptın toplama çıkarmayı.

C: Aklımdan yaptım.

Soru 14: $7+5-7=?$

C: (soldan sağa işlem yapıyor) 7 ile 5 i topladım 12 oldu, 12 den de 7 çıkardım 5 kaldı.

Soru 15: $6+1-6=?$

C: (soldan sağa işlem yapıyor) 6 ile 1 i topladım 7 oldu sonuç, 7 den de 6 yı çıkarttım 1 kaldı.

Soru 16: $14-5+5=?$

C: (soldan sağa işlem yapıyor) 14 den 5 i çıkarttım 9 kaldı, 5 daha ekledim 14 oldu.

Soru 17: $20-0-20=?$

C: (soldan sağa işlem yapıyor) 20 den 0 çıkarttım yine 20, 20 den de 20 çıkarttım 40, (şaşıyor)ay yok 0.

Soru 18: $125+58-58=?$

C: 58 ler aynı zaten, sonuç 125 olur. İşlem yapmaya gerek yok.

(Bu bölümde yer alan diyaloglarda araştırmacı öğrenciden bazı soruların çözümlerini anlatmasını istemiştir.)

Ö: Evet Caner şunu anlatır mısın? ($25+25=?$)

C: 25 sayısı ile 25 sayısını aklımdan topladım sonucu da 50 buldum.

Ö: Nasıl topladın aklından?

C: İşte normal toplama işlemi yaptım.

Ö: Böyle alt alta toplama işlemi mi yaptın aklından?

C: 25 ile 25 in aslında 50 olduğunu bildiğim için direk yazdım.

Ö: Tamam.

Ö: Peki bunu anlatır mısın? ($25-25=?$)

C: Burada da tam tersi. 25 den 25 i çıkaracağım, 25 sayısından 25 i çıkardım, yine aynı sayı olduğu için 0 kaldı.

Ö: Neden 0 kalmış olabilir acaba?

C: Belirli bir çokluktan yine aynı eşit olanını çıkarttığım için yine 0 kalıyor, hiç olmuyor. Mesela 1 kalem den (elindeki kalemi gösteriyor) 1 kalemi çıkarırsam hiç kalmaz kalem.

Ö: Tamam peki şunu nasıl yaptığını anlatır mısın? ($3+2+2=?$)

C: İlk önce 3 sayısı ile 2 sayısını topladım 5 çıktı, zaten biliyordum kolay çünkü, 5 ile de 2 yi topladım 7 buldum sonucu.

Ö: Tamam. Toplama işlemi yaptın mı kafandan yoksa parmaklarınla mı saydın?

C: Kolay olduğu için zihnimden yapabildim, işlem yapmam gerekmedi.

Ö: Tamam. Peki bunu anlatır mısın? ($3+2-2=?$)

C: Şimdi 3 ile 2 yi toplamışım 5, 5 den de bu sefer 2 yi çıkarmışım ve sonuçta da 3 kalıyor.

Ö: Peki daha başka şekilde düşünerek yapabilir miydik bu soruyu?

C: Nasıl?

Ö: Yani mesela böyle sırayla (işlem sırasını gösteriyor) gitmeden yapabilir miydik?

C: Hayır yapamazdık.

Ö: İşlem sırasıyla gittik, nasıl gittik işlem sırasıyla bir daha söyle.

C: 3 sayısı ile 2 yi topladık 5 çıktı, sonra 5 sayısından da 2 yi çıkarttık.

Ö: Peki önce 3 ile 2 yi toplamasaydık da 3 den 2 yi çıkartarak başlasaydık işleme olur muydu acaba?

C: Yani sonuç aynı çıkar mıydı?

Ö: Hıhı.

C: Çıkardı aynı.

Ö: Aynı çıkardı?

C: Hıhı.

Ö: Nasıl olurdu?

C: 2 arttırıp yine 2 çıkardığım için, yani fark etmezdi yani.

Ö: Tamam.

Ö: Peki şimdi bu soruyu anlatır mısın bize? ($11+2+11=?$)

C: (soldan sağa işlem yapıyor) 11 ile 2 yi topladım 13, 11 ile 2 sayısının toplamı 13 dür. 13 sayısı ile da 11 sayısını topladım 24 çıktı sonuç.

Ö: Tamam. Yine bir toplama işlemi yaptın herhalde sen?

C: Evet.

Ö: Peki diğerini nasıl yaptın? (soruyu gösteriyor)

Bunu anlat bakalım. ($11+2-11=?$)

C: 11 sayısı ile 2 sayısını topladım yine 13 çıktı. Bu sefer...

Ö: Peki bu toplamayı yapmadan yapabilir miydim acaba ben bu işlemi? Hani hiçbir işlem yapmadan, toplama çıkarma yapmadan kafamdan, yapabilir miydim acaba?

C: Evet.

Ö: Nasıl yapardım?

C: anlamadım soruyu...

Ö: Mesela sen ne yaptın şimdi, 11 ile 2 yi topladın. Kaç çıktı?

C: 13 çıktı.

Ö: 13 çıktı. Ben diyorum ki sana böyle kafamdan toplama çıkarma işlemi yapmadan çözebilir miydim acaba?

C: Hani yani anlamını bilerek mi o sonucun?

Ö: Mesela 11 ile 2 yi toplamadan yapabilir miydim? Ya da 11 i çıkartmadan yapabilir miydim kafamdan?

C: Yapardık aslında.

Ö: Nasıl yapardım? Yaparsak nasıl yapardık acaba? Acaba bir kısa yolu var mıdır bunun? Hiç görebiliyor musun öyle bir şey? Hani uzun uzun toplamak yerine acaba bir şey var mı?

C: Ha... evet var.

Ö: Ne var?

C: 11 den 11 i çıkarırım o olurdu, sonra 2 eklerdim.

Ö: A öyle bir şey mi var orada? Kısa yol mu şimdi bu?

C: Aslında uzun ama bilemiyorum işte.

Ö: Daha mı kolay oluyor acaba?

C: (düşünüyor)

Ö: Mesela sayılar daha büyük olsaydı. 11 yerine $65+9-65$ olsaydı acaba toplama işlemi yapmak mı daha kolay olurdu, yoksa senin az önce bulduğun değişik yöntemi yapmak mı?

C: (düşünüyor) evet az önce bulduğum değişik yöntemle yapmak.

Ö: Hmm tamam, o zaman şimdi bunu anlat bize. ($20+0+20=?$)

C: 20 ile sadece 20 yi topladım çünkü 0 hiç bir şey yok, böyle boşluk, hiç bir kalem yok kitap yok yani kâğıt yok, hiçbir şey yok boşluk. O yüzden 20 ile 20 yi topladım 40 ediyor sonuç.

Ö: Tamam.

Ö: *Bunu anlat o zaman. (20-0-20=?)*

C: *20 den 0 çıkarıyorum. Zaten 0 demin anlattığım gibi boşluk olduğu için direkt 20 den 20 y çıkarttım 0 buldum sonucu.*

Ö: *Peki bunları yaparken ne geçti kafandan? Ne düşündün?*

C: *Hangisini?*

Ö: *Bu işlemi yaparken...*

C: *Bu işlemim mi? (soruyu gösteriyor)*

Ö: *Hı hı bu işlemi yaparken.*

C: *Valla kolay geldi. Zaten bunun daha kolay bir yolu var. 0 boşluk olduğu için 0 ı atıp direkt 20 den 20 yi çıkarabilirdik.*

Ö: *Hmm böyle yapabiliirdin.*

C: *Evet.*

Ö: *Pek bu soruları ilk gördüğünde ne düşündün?*

C: *(soruya bakıyor)*

Ö: *Ne oldu yanlış mı yapmışsın?*

C: *Yok göremedim de...*

Ö: *Peki mesela bu soruyu ilk gördüğünde ne geldi aklına, hangi işlemi yapmak geldi? (14-5+5=?)*

C: *Çıkarma işlemi.*

Ö: *Hangi çıkarma işlemi? Tekrar göster.*

C: *Şu. (14 - 5 işlemi gösteriyor)*

Ö: *Tamam, sonra ne yaptın?*

C: *İlk önce 14 ten 5 i çıkarttım sonucu 9 buldum. Sonra da 9 ile 5 i topladım bunu buldum, sonucu buldum.*

Ö: *Yani ilk aklına gelen buradaki çıkarma işlemi mi oldu senin?*

C: *Evet.*

Ö: *Tamam.*

Ö: *Senin sormak istediğin bir şey var mı?*

C: *Hayır.*

Ö: *Tamam benim de yok teşekkür ederim.*

ÖĞRENCİ: CANER

GÖRÜŞME: 5

Soru 1: Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 2 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?

Ö: Hazırsak başlayalım.

C: Hıhı...

Ö: Şimdi Caner, benim cebimde 5 tane bilyem vardı, bakkala gittim 3 bilye daha aldım, sonra yolda arkadaşşıımı gördüm, arkadaşşıım Ceyda'ı gördüm 2 tane bilyemi ona verdim. Acaba kaç tane bilyem kaldı benim?

C: 6

Ö: Nasıl yaptın bunu?

C: 5 tane...

Ö: Peki, bir şey söyleyeceğim şimdi hemen sözünü kesiyorum ama, ben bu soruyu sorunca ne düşündün? İlk aklına gelen ne oldu?

Aaa bu soru çok zor yapamam mı dedin, yoksa hemen şu işlemleri düşünüyüm mi dedin?

C: Çok kolay dedim. Yani şey problemi bölümlere ayırdım.

Ö: Nasıl?

C: Mesela ilk önce 5 tane... (unutuyor) Kaç tane bilyem vardı?

Ö: 5 tane bilyem vardı.

C: Hı işte 5 tane bilyem vardı, sonra 3 tane aldım bakkaldan diyince hemen onlara bir bölme ayırdım 5 ile 3 ü toplayıp 8 i aklımda tuttum. Sonra giderken Ceyda'e verdiğimi başka bir bölüme ayırdım. 2 çıkardım 8 den 6 kaldı. Sonuç o oldu.

Ö: Tamam o zaman.

Soru 2: Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 3 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?

Ö: Peki benim cebimde yine 5 tane bilyem var Caner...

C: Evet.

Ö: Yine bu bakkala gidiyorum ben, 3 tane bilye alıyorum.

C: Yani şey kalan bilyelerime artı mı? (diğer soruya devam ettiğimizi sanıyor)

Ö: Hayır hayır bu başka bir soru.

C: Hıı...bu başka

Ö: Yine bir gün benim cebimde 5 tane bilyem var. Yine gidiyorum bakkala 3 tane daha bilye alıyorum. Sonra yolda arkadaşımı görüyorum ona 3 tane bilyemi veriyorum. Acaba benim cebimde kaç tane bilyem olabilir?

C: 5

Ö: 5 tane. Nasıl düşündün?

C: Yine iki bölüme ayırdım. Yolda giderken 5 bilyem olduğunu ve 3 bilye aldığımı ayırdım. $5+3$ yaptım eşittir 8. 8 sayısını aklımda tuttum, sonra...

Ö: Hmm... hesapladın onu yani?

C: Sonra 3 tane arkadaşına verdiğimi anladım, yani yaptım. 8den 3 çıkarttım yine 5 kaldı.

Ö: Neden yine 5 kaldı?

C: (sözümü kesiyor) aslında işlemi yapmak gerekmiyor.

Ö: Neden?

C: Ben bölüme ayırdığım için işlemi yaptım. Çünkü yine 3 bilye aldıktan sonra yine 3 bilyem gidiyor. Yine aynı bilye kalır. Aynı sayıda bilye zaten...

Ö: Bu şimdi mi geldi aklına?

C: Yooo...problemin hepsini okumadan bölümlere ayırdığım için...şey...

Ö: Peki ben sana bu soruyu sorduğumda ilk böyle mi çözmek aklına geldi?

C: Yok bölümlere işte ayırdığım için ilk önce işte şey yapmak geldi...ama soru bitince tamamen direkt o aklıma geldi yani...soru bitince biter bitmez o aklıma geldi.

Ö: Peki sen olsan hangisini tercih ederdin? Hangisini yapmayı tercih ederdin?

C: Immm...şey...ikinci yöntemi çünkü o daha kolay.

Ö: Daha kolay mı? Hiç seni uğraştırmadan oldu galiba?

C: Evet yine sonuç...

Ö: Tamam o zaman, güzel...

Soru 3: Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşına 4 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?

Ö: Caner, yine cebimde 5 tane bilyem varken, ben gidiyorum bakkala 3 tane daha alıyorum, 3 bilye daha alıyorum, sonra yine yolda arkadaşımı görüyorum, 4 tane bilyemi ona veriyorum. Acaba kaç tane bilyem kalmış olabilir?

C: (bir süre sessiz kalıp hesap yapıyor) 4.

Ö: Nasıl oldu bu?

C: İlk önce 5 bilyem vardı benim gittim bakkala 3 tane aldım, yine 8 tane bilyem kaldı. Sonra gittim yolda arkadaşımı görünce işte 4 tanesini verdim. $8-4$ dört.

Ö: Peki az önce ikinci yol bulmuştun bir tane, bu daha kolay ben bunu kullanırım demiştin.

C: Hıhı...

Ö: Onu bunda kullandın mı?

C: u...şey...iki tane yol var bunda.

Ö: Bunda da mı iki tane yol var?

C: Hıhı

Ö: Nasıl?

C: 4 ten 3 çıkarırım 1 kalır, işte 1 den çıkarırım.

Ö: Bunu mu düşündün önce? Ben sana soruyu ilk sorduğumda...Hangi yolla yaptın?

C: İlk önce birinci yolu düşündüm, sonra tamamen soru bitince ikinci yolu düşündüm. Çünkü daha sorunun yarısında ben bir işlemi düşündüm, sonra diğerini düşündüm.

Ö: Tamam. 4 ten 3 ü neden çıkarttın?

C: Onu ben de bilmiyorum tam.

Ö: Bilmeden mi yaptın?

C: Düşüneyim (bir süre düşünüyor) Hı...yoo...şey şimdi 4 tane bilye eksilecek, 3 tane bilye de artacak, bunların arasındaki farkı buldum. Yani şey aldığım bilyeler daha fazla olsaydı topla...u...şey aldıklarımından verdiklerimi çıkarırdım. O zaman da eklerdim. Hani şey artıracak mıyım eksiltecek miyim o şeyden anlardım.

Ö: Tamam.

C: Soruya göre.

Ö: Tamam.

Soru 4: Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşıma 5 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?

Ö: Peki Caner, o zaman diğer soruma geçiyorum. Yine Caner, yolda gidiyorum cebimde kaç bilyem var?

C: (gülüyor) 5

Ö: 5 bilyem var, sonra yine bakkala gidiyorum. Bakkaldan 3 tane daha bilye alıyorum kendime. Sonra yolda Osman'ı görüyorum. Osman'a 5 tane bilyemi veriyorum. Acaba benim cebimde kaç tane bilyem var?

C: 3

C: Kaldı mı? Yani kaç tane, 3 tane.

Ö: Evet. Nasıl çözdün?

C: Şey 5 tane bilyem var, yine 3 ekledim 8 bilyem vardı. Sonra 8 den de 5 i çıkardım 3.

Ö: *Sen hep böyle toplama falan yapıyorsun kafandan ha?*

C: *Hıhı*

Ö: *Peki mesela ben şöyle bir şey deseşdim. 115 bilyem vardı, gittim 43 tane daha aldım, sonra Osman'ı gördüm, ona 115 tane bilye verdim. Kaç tane bilyem kaldı deseşdim nasıl yapardık mesela?*

C: *Bunu biraz daha zor yapardım, sayılar büyüdüğü için.*

Ö: *Yani mutlaka toplama çıkarma mı yapacağız biz bunlarda?*

C: *Hıhı(kafasıyla onaylıyor)*

Ö: *Çözemez miyiz başka türlü? Yani sayılar büyüdüğe kafamızdan çözemez miyiz acaba?*

C: *Çözeriz ama zorlanırsız biraz.*

Ö: *Mesela ne yaparsız?*

Tekrar sorayım mı? 115 tane bilyem vardı, gittim bakkaldan 43 tane daha aldım, sonra yolda Osman'ı gördüm. 115 tane bilyemi ona verdim. Acaba benim kaç tane bilyem kaldı?

C: *Aaa...*

Ö: *Sayılar büyük...*

C: *Şimdi bir şey geldi aklıma...*

Ö: *Ne geldi?*

C: *115 bilyem vardı, yine 115ini verdim. Yine 43 bilyem var.*

Ö: *Nasıl aklına geldi bir anda? Sayılar çok büyük, hani sen toplama çıkarma yapıyordun?*

C: *Toplama çıkarma diye düşündüm ilk önce ama sonra soruyu daha dikkatli anlayınca...*

Ö: *Nasıl aklına geldi peki böyle bir şeyi yapmak? Ne düşündün?*

C: *Nasıl yani?*

Ö: *Yani hani ikinci seferde buldun sorunun cevabını.*

C: *Şey birinci seferde ben yine toplama çıkarma diye düşündüm, hani böyle yeni bir şey düşünmedim ve çok dikkat etmedim öyle şeye...yine işte normal...eskisi gibi yapacağımı düşündüm. Sonra ikincisinde daha dikkatli şey anlayınca soruyu ikinci yöntem aklıma geldi.*

Ö: *Peki ikinci yöntemde kafanda bir şeyler canlanıyor mu Caner, yani bir yerde sayılar...bir şeyler canlandı mı? Ne yaptın da onu oradan çıkarttın bunu buradan, elimde bu kaldı diyebildin?*

C: *Böyleee şekil çıkmadı. Öyle olduğunu biliyordum, öyle yapabileceğimi...ama dikkat etmediğim için...*

Ö: *Yapamamıştın?*

C: *Hıhı*

Soru 5: Elimde birkaç tane bilyem var. Bu bilyelere 3 bilye ekledim, 3 bilye çıkarttım.

Elimde kaç bilyem kaldı?

Ö: Peki. Elimde birkaç tane bilyem var sayısını bilmiyorum. Bu bilyelere, gidiyorum bakkaldan 3 tane bilye daha alıyorum, bu bilyelerime ekliyorum tamam mı? Sonra yine yolda bir arkadaşımı görüyorum ona 3 tane bilyemi veriyorum. Acaba benim kaç tane bilyem var?

C: Anlamadım? Soruyu...(kafası karışıyor) 3 tane mi bilye alıyorum ben?

Ö: Tekrarlayayım mı soruyu?

C: Daha iyi olur.

Ö: Tamam. Şimdi elimde birkaç tane bilyem var sayısını bilmiyorum. Tamam mı? Gidiyorum bakkala 3 tane bilye daha alıyorum. Bakkaldan dönerken yolda arkadaşımı görüyorum. 3 tanesini arkadaşıma veriyorum. Acaba benim elimde ne kadar bilyem var?

C: Onu bilemeyiz. Çünkü başta bir sayı vermemiş ya da 3 bilyeden sonra kaç bilye kaldığını söyleseydi yine bulabilirdik ama başta bilinmeyen bir şey verdiği için bilinmiyor dediği için bulamayız.

Ö: Yani sonucu bulamayız mı? Yoksa bunu sayı olarak söyleyemeyiz mi?

C: Iuuuu...

Ö: Aslında cevabı sen biliyorsun galiba? Yani sayı olarak bilmiyorsun ama cevabı bilmiyorsun?

C: Evet.

Ö: Ne cevap?

C: Bilinmeyen sayı işte. Eskiden ne kadar bilyen varsa o kadar. Ama rakam olarak söyleyemiyorum ne kadar olduğunu bilmediğim için. Hani böyle bir sayı verse onunla ilgili başka bilebilirdim.

Ö: Sayı verse ne olacaktı?

C: İşlemine yapıp sonucu bulacaktık.

Ö: Yine toplama çıkarmamı yapacaktın hep yaptığın gibi?

C: O nerde sayı verdiğiine bağlı.

Ö: Tamam. Peki, sen bu sorunun cevabını bildin. Elimde kaçta varsa dedin o kadar bilye vardır yine elimde dedin. Ne düşündün bunu yaparken bana biraz açıklar mısın? Çünkü çoğunlukla bilemedi arkadaşların bu soruyu? Ben de birazcık şaşırardım acaba sen nasıl yaptın? Bana bir açıkla.

C: İlk önce ben de bilemedim. Sonra hani siz rakamla söyleyemem falan dediğinizde aklıma geldi. Aslında daha dikkatli düşünseydim siz söylemeden de aklıma gelebilirdi.

Ö: Tamam. Peki, soruyu anlatabilir misin bana?

C: Soru?

Ö: Soruyu anlatarak çözümü bulabilir miyiz? Mesela şu kadar vardı şöyle oldu böyle oldu diye. Yapabilir misin böyle bir şey, anlatabilir misin? Çünkü ben tam anlayamadım senin kafandan neler geçtiğini?

C: İlk önce bilinmeyen bir sayım vardı. Onu aklımda tuttum. Sonra yine 3 tane gelmiş. Bilinmeyen artı 3 eşittir yine bilinmiyor. Yine aynı şey bilinmiyor. Bir de 3 tane bilyem varmış. Sonra gitmişim ben bu bilinmeyen bilyelerimin sayısı varmış bir de 3 tane bilye aldım. Yine aldığım 3 bilyeyi arkadaşşıma verdim. Bilinmeyen kalıyor. Rakam olmadığı için.

Ö: Tamam, teşekkür ederim.

Soru 6: Ali Baba'nın çiftliğinde 10 tane ördek, 18 tane de tavuk vardı. Çiftlikteki hayvanların 18 tanesi öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde kaç hayvan kaldı?

Ö: Peki Caner, Ali Baba'nın çiftliği var bir tane sen biliyor musun onu?

C: Hıhı...

Ö: Neleri var içinde? Hangi hayvanlar var?

C: Tam bilmiyorum.

Ö: Tam bilmiyor musun? Birazcık söyle.

C: Tavuk, horoz, köpek...

Ö: Tamam şimdi bizim de bir tane Ali Babamız var, bu Ali Baba'nın da bir tane çiftliği var. Bu Ali Baba'nın çiftliğinde 10 tane ördeği var, 18 tane de tavuğu var, Ali Baba'nın çiftliğindeki hayvanların 18 tanesi ölüyor. Acaba Ali Baba'nın çiftliğinde kaç tane hayvanı var?

C: 10.

Ö: Nasıl hemen böyle cevaplayabildin?

C: 10 tane ördeği 18 tane de tavuğu mu vardı?

Ö: Hıhı.

C: 18 tane tavuğu olduğu için yine 18 i tavuk ölmüş diye düşündüm.

Ö: Hayvanların 10 tanesi mi 18 tanesi mi ölmüş?

C: 18 tanesi.

Ö: 10 tanesi mi ölmüş, 18 tanesi mi?

Ben 10 tanesi ölmüş demiştim.

C: Hı?

Ö: Bir daha sorayım mı soruyu?

C: Hıhı

Soru 7: Ali Baba'nın çiftliğinde 10 tane ördek, 18 tane de tavuk vardı. Çiftlikteki hayvanların 10 tanesi öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde kaç hayvan kaldı?

Ö: Şimdi Ali Baba'nın çiftliğinde 10 tane ördeği var, 18 tane de tavuğu var. Çiftlikteki hayvanların 10 tanesi de ölüyor. Acaba kaç tane hayvan kalıyor?

C: Ben ilk önce onu 18 diye düşündüm.

Ö: Ben yanlış söylemişim, olsun tekrar ettik.

C: O zaman şey... Ördekleri öldü diye düşündüm. Yine 10 tane ördek vardı, yine 10 tane ölmüş diye düşündüm. Yine tavukların sayısı kalır 18.

Ö: Bu sefer sanki toplama çıkarma yapmadın gibi?

C: Yapmadım. Aklımdan...

Ö: Sence böyle daha mı kolay işlem yapmak?

C: Evet.

Ö: Sen böyle bir durumda kalsan hangi yolu seçerdin?

C: Kolay geleni.

Ö: İlk aklına gelen ne olurdu peki?

C: Yine bu olurdu.

Ö: Toplama çıkarma işlemi yapmak mı olurdu yoksa böyle kolay yoldan mı?

C: Zihinden yapmak kolay olurdu.

Ö: Zihinden yapmak. Tamam o zaman.

Soru 8: Ali Baba'nın çiftliğinde birçok hayvan vardı. Çiftlikteki hayvanlara 18 tane horoz eklendi. Daha sonra 18 tane horoz hastalanıp öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde ne kadar hayvan kaldı?

Ö: Ali Baba'nın çiftliğinde bir çok hayvan varmış, çiftliğindeki hayvanlara 18 tane horoz ekleniyor, daha sonra da 18 tane horoz hastalanıp ölüyor. Acaba Ali Baba'nın çiftliğinde ne kadar hayvan kalıyor?

C: Bu sayıyı rakamla belirtemem. Eskiden 18 tane horoz almış mı? (soruyu unutup şaşırıyor)

Ö: Almıştı.

C: Hıı...18 horoz almadan önce ne kadar hayvanı varsa o kadar hayvanı kalır ama bu sayıyı bir şeyle belirtmediği için bu sayıyı söyleyemem. Hani Ali Baba biliyor.

Ö: Ali Baba mı biliyor? (gülüyor)

C: Eskiden kaç hayvanı varsa o kadardır?

Ö: Peki bu soru nasıl geldi sana? Bir yorum yapabilir misin bu soru hakkında?

C: Kolay - zor diye mi?

Ö: Hıhı...nasıldı yani?

C: Kolay geldi. Güzel bir soru.(gülüyor)

Ö: Evet mesela diyelim ki Cem, Ali Baba'nın çiftliğinde 110 tane ördeği, 98 tane tavuğu var. Bu çiftlikteki hayvanların 110 tanesi ölmüş olsa mesela. Rakamlar büyüdü ne yaparım ben?

C: Şey...Yine eski şeydeki gibi sorduğu için, 110 tane ne vardı?

Ö: 110 tane ördek var.

C: 110 tane ördek öldü diye düşünürüm. 98 tane horoz kalır yine. 98 olur sayısı, kalan hayvanların sayısı. Hani toplamakla çıkarmak yerine direkt bunu aklımdan düşünürsem daha kolay olur diye düşünüyorum.

Ö: Peki ben sana bu soruyu sorduğumda ilk aklına gelen bu muydu?

C: Evet. Kolay olduğu için bu geldi.

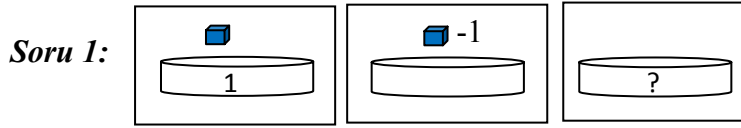
Ö: Sen bu yolu yeni mi buldun benimle konuşurken mi? Yoksa daha önceden biliyor muydun?

C: Daha önceden soru gelseydi, karşıma bu işlemi yapacak sorular çıkarsa ben de yapardım.

Ö: Hmm...kısa yolunu kolay yolunu uygulardın?

C: Evet.

Ö: Teşekkür ederim o zaman.

ÖĞRENCİ: CEYDA**GÖRÜŞME: 1**

Ö: Seni tanıdık. Başlayalım mı çalışmaya. Şimdi Ceydacığım, bana 1 tane mavi küp koyar mısın ortaya?Evet...Şimdi bu mavi küpten 1 tane mavi küp çıkartmanı istiyorum.

C: (Yönergeyi uyguluyor.)

Ö: Evet ne oldu şimdi?

C: Nasıl ne oldu?

Ö: Anlatır mısın?

C: Yani siz dediniz ki bir tane küp çıkartın.

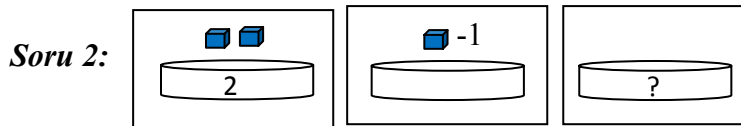
Ö: Hui... Nerden çıkarttın? Cebimden mi çıkarttın?

C: Hayır. Yani küp koyun dediniz. Ondan sonra...

Ö: Göster istersen bana.

C:(Gösteriyor.)Küp koyun dediniz Ondan sonra da çıkartın dediniz. Yani bu birden bir çıktı sıfır kaldı işlemine benziyor.

Ö: Gibi..Heee..Onun gibi dedin.Tamam teşekkür ederim.Ceydacım.



Ö:Şimdi Ceydacım. Ortaya iki tane mavi küp koyar mısın?

C: (Uyguluyor.)

Ö:Evet. İki tane mavi küp koydun. Şimdi bu iki mavi küpten bir tane mavi küp çıkartır mısın?

C:Tamam.(Uyguluyor.)

Ö:Evet. Anlat bize.

C:Şimdi siz dediniz ki masaya iki tane mavi küp koy.

Ö:Himm. Koy.

C:Sonra bir tanesini çıkartın...

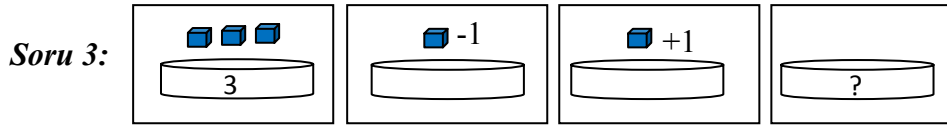
Ö:Anlatırken koy. Ben anlayamıyorum böyle şekil olmayınca.

C: Sonra bir tanesini çıkartın dediniz. Bir tane kaldı. Bu da ikiden bir çıktı bir kaldı gibi.

Ö:Gibi.

C:Gibi.

Ö: Evet. İlginç.



Ö: Şimdi Ceydacım. Masamızın ortasına üç tane mavi küpü koy bakalım.

C: (Yönergeyi uyguluyor.)

Ö: Evet üç mavi küp. Afiyet olsun. (Şekerleme yiyor.) Şimdi bu üç mavi küpten bir tane mavi küpü çıkartmanı istiyorum.

C: (Uyguluyor.)

Ö: Şimdi bir tane mavi küp eklemeni istiyorum.

C: (Uyguluyor.)

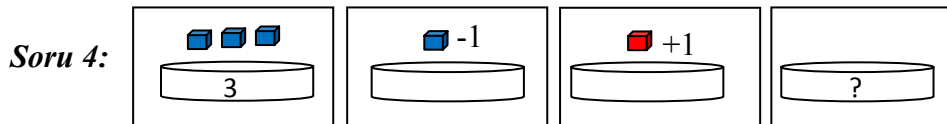
Ö: Ne oldu şimdi ya bu?

C: Şimdi de...

Ö: Burada bir şey mi var? Burada bir ilginçlik mi var? Bana bir anlat bakalım.

C: üçten bir çıkarttım. İki kaldı. Ondan sonra bir ekledim. Tekrar üç oldu. Gibi.

Ö: Hımm. Tekrar üç oldu gibi. Tamam, şimdi bırakabilirsin kenara.



Ö: Şimdi üç tane mavi küpü koy bakalım ortaya.

C: (Yönergeyi uyguluyor.)

Ö: Evet. Üç mavi küpü koyduk. Şimdi Ceyda bu mavilerden bir tanesini çıkart bakalım.

C: (Yönergeyi uyguluyor.)

Ö: Şimdi bu önündeki gruba bir tane kırmızı ekle bakalım. Ne oldu anlat bakalım.

C: Dediniz ki üç tane masaya....yani masaya üç tane koydum, öyle dediğiniz için. (Anlatırken tekrar uyguluyor.) Ondan sonra bir tanesini çıkart dediniz. Onun yerine bir tane kırmızı ekleyin dediniz.

Ö: Ne oldu?

C: Ne oldu? Bir tanesi yani üç tane... iii.... mavi olacaktı. İki tanesi mavi oldu bir tanesi kırmızı oldu.

Ö: Sayıları ne oldu?

C: Sayıları? Mavilerin bir eksildi, kırmızılardan bir çoğaldı. Kırmızılar sıfırdı.

Ö: Evet sayıları bu şekilde ne olmuş oldu?

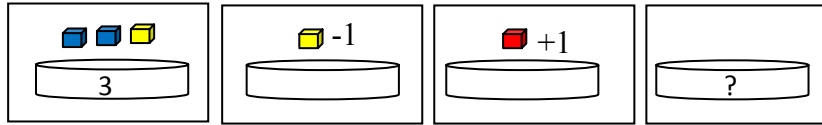
C: Yani birinin eksilmiş birinin çoğalmış oldu.

Ö: Hımm. Sayıları değişmiş mi oldu?

C: Hu. hu. Değişmiş.

Ö: Hımm. Tamam, teşekkür ederim.

Soru 5:



Ö: Diyorum ki sana masamızın ortasına iki tane mavi bir tane sarı küp koy bakalım.

C: (Yönergeyi uyguluyor.)

Ö: Tamam değil mi doğru? İki mavi bir sarı küp koydun. Şimdi senden şunu istiyorum. Bu önündeki topluluktan bir tane sarı küpü çıkart, yerine bir tane kırmızı küp ekle. (Öğrenci söylenenleri uyguluyor.)

C: Şimdi de siz bana iki mavi bir sarı küpler koyun dediniz. Ondan sonra sarı küpü çıkartın kırmızı küpü ekleyin dediniz. (Anlatırken tekrar uyguluyor.)

C: O da şöyle oldu. Zaten iki tane mavi küp vardı o değişmedi. Ama bir tane sarı küp vardı, o eksildi. Bir tane kırmızı küp oldu, o da çoğaldı.

Ö: Peki ilk başta... Nilay dedi ki bana; Öğretmenim dedi bana, bunlar şimdi üç arkadaş dedi hemen bir hikâye uydurdu. Üç tane arkadaş bunlar dedi bir tanesini çıkartırsam dedi, ondan sonra bir tanesini eklersem şöyle şöyle olur diye anlattı. Şimdi kaç kişiydi bunlar?

C: Kaç kişiydi? Yine üç kişiydi.

Ö: Hımm. Yine.

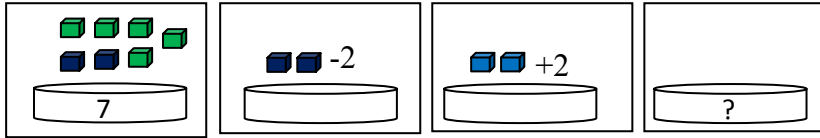
C: Üç kişiydi yine. Ama dört... Öyle anlatayım. Dört tane arkadaş varsa üç tanesi buraya gelmiş. Bunlar yer değiştirme yapmışlar. (Sarı ve kırmızı renkteki küpleri göstererek)

Ö: Hımm... Ama arkadaşların sayısı ne olmuş?

C: Yine eksilmemiş buradaki. (Küpleri göstererek)

Ö: Hımm... Tamam anladım. Teşekkür ederim sana. Şimdi onları bir kenara kaldıralım.

Soru 6:



Ö:Diğer kısımdaki küplerimize geçeceğiz şimdi. Ceydacığım iki tane lacivert küp ve beş tane yeşil küp alır mısın bana.Alırken söyleyebilirsin Bu kadarını alıyorum diye konuşabilirsin.

C:İki tane lacivert küp aldım ve beş tane de yeşil küp aldım.

Ö:Şimdi bunların içinden iki tane lacivert küp çıkartmanı istiyorum.

C:(Yönergeyi uyguluyor.)

Ö:Şimdi de iki tane mavi küp eklemeni istiyorum.

C:(Yönergeyi uyguluyor.)

Ö:Ne oldu Ceyda?

C:Bunlar (Gözleri ile küpleri sayıyor.) dokuz arkadaş.

Ö:Sen de mi arkadaş yaptın bunları? Tamam.

C:Evet dokuz arkadaş. İşte iki lacivert, iki mavi ve beş de yeşilden oluşan bir arkadaş topluluğu var. İki lacivert gelmiş işte tahtaya veya bir yere gelmiş, seçilmiş onlar. Ondan sonra ikiye iki yer değiştirme yapmışlar. İki laciverti gitmiş, iki tane mavisini eklenmiş.

Ö:Tamam teşekkür ederim.

Ö:Bunu düşünürken ne yaptın Ceyda?

C:Bunu düşünürken...

Ö:Kafandan ne geçti bir işlem falan geçti mi? Ne düşünceleri geçti?

C:Ne düşünceleri geçti... Sizin dediğiniz gibi yaptım. Ondan sonra...

Ö:Hemen böyle saydın mı? Bir şey yaptın mı? Toplama çıkartma yaptın mı?

C:Toplama çıkartma yapmadım.

Ö:Neden yapmadın?

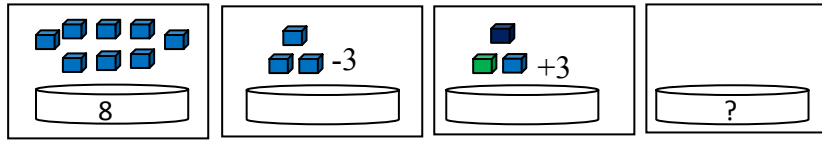
C:Yapmadım. Gerek yoktu, renkleri falan vardı zaten. Siz laciverti çıkartın işte şunu çıkartın falan dediğiniz için de... Zaten mesela birinci sınıftayken, mesela bir yerde üç tane bir şey gördüm mü (küpleri göstererek) Bir, iki, üç diye saymam gerekiyordu. Şimdi üç böyle aklımda ne oldu anlamadım ezberledim mi bir şey oldu, üç tane nesneyi falan görünce üç diyorum hemen.

Ö:Saymama gerek kalmadı yani diyorsun. İşlem falan da yapmadın.

C:Mesela hala yüzü sayıyorum ama. İkişer üçer gibi. Mesela iki de aynı şekilde oldu, bir de. Onlar zaten hep öyle oluyor.

Ö:Tamam yani saymama gerek kalmadı diyorsun. İşlem de yapmadın. Tamam, teşekkür ederim Ceyda. Şimdi onları bir kenara al bakalım.

Soru 7:



Ö: Masamızın ortasına benim için sekiz tane mavi küp koy bakalım.

C: (Yönergeyi uygularken küpleri tek tek sayıyor.) Bir tane küp çıktı mı buradan?

Ö: Yok mu sekiz tane mavi küp? Say bakalım.

C: Bakayım. Bir, iki, üç, dört... Evet sekiz.

Ö: Tam var mıymış? Tamam. Şimdi bu sekiz tane mavi küpten üç tane mavi küpü çıkartmanı istiyorum Ceydacım?

C: (Yönergeyi uyguluyor.)

Ö: Üç tane mavi küpü çıkarttın öyle mi? Tamam. Şimdi bunlara bir tane yeşil, bir tane lacivert, bir tane de mavi küp eklemeni istiyorum diyorum.

C: Bir tane yeşil, bir tane lacivert, bir tane de mavi küp (Yönergeyi uygulayarak)

Ö: Evet şimdi anlat bakalım bize.

C: Şimdi masaya...

Ö: Ne oldu bu durumumuz? Ne oldu yani?

C: Durum şöyle oldu; Sekiz tane mavi küpü koydum. İki tanesini çıkardım, Sonra o iki yerine bir tane...

Ö: Sekiz tane mavi küpten ne çıkarttın? İki mi çıkarttın?

C: Hayır, Üç çıkarttım.

Ö: Himm . Üç mü çıkarttın?

C: Evet üç çıkartmıştım.

Ö: Tamam. Üç tane mavi küp çıkarttın.

C: Ama ondan sonra bir tane yeşil bir tane lacivert bir tane de mavi yine ekledim. O iki maviden birisi geldi buraya.

Ö: Himm. Yine geri geldi.

C: Evet...

Ö: Aaa. Az önce çıkartmıştık.

C: Dayanamadı işte. Bir şey oldu diğeri küstü gelmedi.

Ö: Himm.

C: Ama o geldi.

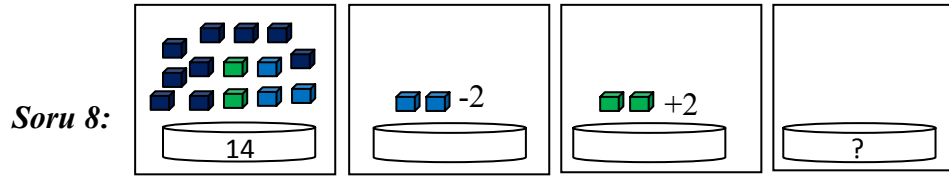
Ö: O geldi. Peki, ne oldu bu durum ne oldu?

C: Durum yine hiçbir şey eksilmedi Yani hepsi tamamlandı yine sekiz oldu.

Ö: Masamızın üzerindeki küplerin sayısı...

C: Yine sekize ulaştı.

Ö: Hımm. Yine sekiz oldu diyorsun tamam.



Ö: Şimdi bana dokuz tane lacivert, iki tane yeşil, üç tane mavi küp koy bakalım.

C: (yönergeyi uyguluyor.) Neydi?

Ö: Dokuz tane lacivert buldun mu?

C: Hu.huu.

Ö: Tamam. Dokuz lacivert, iki yeşil, üç tane de mavi.

C: (Küpleri renklerine göre sınıflandırıyor.) Bakın üç yine geri geldi. (Mavi küpleri göstererek)

Ö: Aaaa! Geri geldi. Ne oldu? Elimizde nasıl bir topluluk var?

C: Baya bir topluluk var.

Ö: Oooo!

C: Bunlar böyle maç filan yapıyorlar.

Ö: Maç mı yapıyorlar?

C: Baya arkadaş böyle veya gruplu gruplu oynuyorlar.

Ö: Kaç kişi olduklarını biliyor muyuz?

C: Bakayım. (Küpleri sayıyor.) On dört kişi.

Ö: Hımm. Bunlar da sayıyoruz hıı? Saydın bu sefer.

C: Saydım.

Ö: Tamam.

C: Ama birer birer saysaydım, daha uzun sürerdi.

Ö: Kaçar kaçır saydın?

C: İkişer saydım.

Ö: İkişer ikişer saydın. Tamam. Yani kısalttın. Kısa yoldan...

C: Yani üçer üçer de sayabilirdim. Ama ikişer ikişer saymayı istedim.

Ö: Tamam. Vakit harcamak istemedin. Ceydacım şimdi bu masamızdaki bu küplerin iki tanesini çıkartmanı istiyorum. İki tane mavi, mavi olsun hadi. İki mavi küpü çıkartmanı istiyorum.

C: Lacivertler bitti.

Ö: Şimdi de bu masamdaki bu topluluğa iki tane yeşil küp eklemeni istiyorum.

C: Yine tamamlandı bunlar farklı renklerle. (İki mavi küpün çıkıp, iki yeşil küpün eklenmesini kastediyor.)

Ö: Yani ne olmuş? Eksiltmiştik tamamlandı mı? Öyle bir şey dedin?

C: Eksiltmiştik...

Ö: Tamamlandı dedin?

C: Hui. hu.

Ö: Eee. Eksik bir şey mi vardı? Ne tamamlandı? Bir şeyin tamamlanması için...

C: Hayır. Tamamlanmamış yine yani tam tamamlanmamış. Şu anda on bir tane var. Daha çok vardı. Ama yine de...

Ö: Kaç tane var şimdi? Bak bakalım.

C: (Küpleri sayıyor.) Ayyy. Yine on dörtdmüştü.

Ö: Yine mi on dörtdmüştü.

C: Himm. Evet.

Ö: Ne olmuş olabilir sence?

C: Ne olmuş olabilir? Şöyle olabilir. Onlar on dört arkadaşmış. Ondan sonra biri biriyle kavga etmiş, Biri biriyle küsmüş. Gitmiş onlar ama yerine diğer arkadaşlarını getirmişler maça. İşte onlar tekrar...

Ö: Kaç kişi gitmiş kaç kişi gelmiş?

C: Kaç kişi gitmiş kaç kişi gelmiş? Onu hatırlamıyorum. Ama yine tamamlanmış o grup.

Ö: Haaa. Giden kişi kadar gelen kişi mi varmış?

C: Evet.

Ö: Tamamlandığına göre nasıl olmuş oldu?

C: İşte. Mesela...

Ö: Şimdi ben sana şöyle bir şey dedim; Dokuz lacivert, iki yeşil, üç mavi küp koy dedim. Sonra dedim ki sana, İki maviyi çıkart, iki tane yeşil ekle dedim.

C: (Bu sırada söylenenleri tekrar uyguluyor.) İşte mavileri çıkardım, Yerine diğer iki arkadaşı geldi. O yüzden yine tamamlandı. O maviler gitti. Onlar iki kardeş. Gitti onlar evlerine yemek yemeye gitti. Ondan sonra bunlar zaten erken kalkmış, yemeklerini falan yemişler. Onlarda geldi...

Ö: Tamamlandı diyorsun. Benim sana ilk masaya koy dediğimle şimdiki durum arasında fark var mı sence?

C: Bakayım. (Küpleri kontrol ediyor.) Hayır. Yok.

Ö: Yok? Aynısı dedin?

C: Hu. Hu.

Ö: Tamam. Teşekkür ederim. Çalışmamız bitti.

ÖĞRENCİ: CEYDA

GÖRÜŞME: 2

Soru: ($4M+1S+1M-2K=?$)

Ö: Evet bu soruyu bana anlatır mısın? ($4M+1S+1M-2K=?$)

C: Öncelikle bir mavi küpten, 4 tane mavi küpten, 1 tane mavi küp eklediğimde 5 tane mavi küp oluyor. Ondan sonra bir de bunu ekliyorsun. (Sarıyı kastediyor.) 6 tane 1'i sarı olarak küp oluyor. Sonra onlardan 2 tane kırmızı çıkartmayı yapamadım.

Ö: Neden?

C: Ama yine bunun gibi düşünseydik yapardım?

Ö: Nasıl yapardın?

C: 4'e 2 eklerdim 6 olurdu, 2 çıkartırdım 4 olurdu.

Ö: Toplama işlemi mi yapardın?

C: Evet.

Ö: Tamam. O toplama işlemi nasıl yapıyorsun?

C: Toplama işlemi 4 tane küpe 2 tane daha küp ekliyorum, 6 tane küp oluyor. Ondan sonra ondan, renkleri saymadığım için 2 tane küp çıkartıyorum, o da 4 tane küp oluyor.

Soru: ($3M-M+K=?$)

Ö: Tamam. Peki bu soruyu nasıl yaptın? ($3M-M+K=?$)

C: O soruyu mu? O biraz daha kolaydı?

Ö: Anlat bize.

C: Bunu 3 tane mavi küpüm varmış, 1 tanesini çıkartmışım 2 tane mavi küpüm kalmış. Bunun yerine diğeri gelmiş...

Ö: Peki sen 3 ten 1 çıkartma işlemi mi yaptın? Yoksa orada şekille bir şey yaptın sen?

C: Hayır. 3'ten bir çıkartma işlemi yaptım.

Ö: Kafandan öyle bir işlem düşündün mü? Yoksa gidip oradan üstünü çizdin galiba?

C: Hayır düşündüm ama küp olduğu için de üstünü çizdim.

Ö: Tamam.

C: Sonra bir tane de kırmızı küp ekliyorum. İşte o da böyle oluyor. Burada da yaptığım gibi.

Ö: Tamam. Peki, sana şöyle bir şey sormak istiyorum. Sen bu işlemleri düşünürken bir sıraya koydun mu?

C: Yani burada hangi işlemleri veriyorsa öyle yapıyorum.

Ö: Yani o sırayla mı?

C: Hı.hı.

Ö: Peki, onu bütün olarak bir işlem olarak düşünseydin? Sence nasıl bir işlem olurdu bu? Böyle bütünüyle düşünseydin bunu? (Soru üzerinde gösteriyor.) Yani önce çıkartayım, sonra toplayayım diye değil de, bütünüyle bir işlem olarak düşünseydin? Gözüne çarpan bir şey olur muydu acaba?

C: Olurdu.

Ö: Bak istersen.

C: Bu kırmızı renkli olmasa.

Ö: Hı. Peki o zaman bir üstteki soruya bakalım. Bir üstündekine bakalım. Burada kırmızı renk yok. ($3M-M+M=?$)

C: Evet.

Soru: ($3M-M+M=?$)

Ö: Bu işlemde ne çarpıyor gözüne?

C: Bu işlemde bir şey çarpıyor.

Ö: O soruyu nasıl yaptın? Anlat.

C: Sırayla yaptım yine.

Ö: Anlat bize.

C: Yine 3 tane mavi küpüm varmış. Bir tane mavi küpünü çıkartmışım. Bir tane de eklemişim. Bu geri geliyor.

Ö: Peki, ne kadar çıkarttın, ne kadar ekledin?

C: Bir tane çıkarttım, bir tane ekledim. Toplamda 2 tane çıkarttım, 2 tane ekledim.

Ö: 2 tane çıkarttın, 2 tane ekledin. Emin misin?

C: Yani şey, 2 tane çıkarttım ekledim derken, toplam 2 tane. Mesela bu bir taneyi çıkarttım, bir taneyi de ekledim.

Ö: Tamam.

C: Bunların toplamı bir çıkartma bir ekleme oluyor. Toplamı da 2 tane...

Ö: Tamam. Peki, bu üç tane mavi küpten 1 mavi küpü çıkarttım dedin. Önce bir mavi küpü çıkartmayıp, bir mavi küpü eklemiş olsaydık, ne olurdu sence?

C: 4 tane küpüm olurdu.

Ö: Sonra bir tane çıkartsaydık?

C: Yine 3 tane olurdu?

Ö: Neden?

C: Neden? Çünkü 1 tane ekleniyor. Arkadaşı olarak anlatayım, sonra diğeri küsüyor gidiyor.

Ö: Bizim işlemimizdekinden ne farkı oldu onun?

C: Öncelikle topladım, sonra çıkarttım.

Ö: Sonucun ne oldu?

C: Sonucum yine aynı.

Ö: Hımm. Değişmedi?

C: Ama ben bunu burada yanlış yapmışım.

Ö: Yanlış mı yapmışsın?

C: Evet.

Soru: (2MS-S+K=?)

Ö: Peki, bu soruyu nasıl yaptın anlatır mısın? (2MS-S+K=?)

C: Bu soruda renklerle yaptım. Şöyle 3 tane 2'si mavi 1 tanesi sarı olacak şekilde 3 tane küpüm varmış. 1 tane sarıyı çıkartmışım.(Soru üzerinde sarı küpün üzerini çizerek gösteriyor.) 2 tane mavi kalmış, ona da 1 tane kırmızı eklemişim. Yani bu sarı yerine 1 tane kırmızı küpüm olmuş. Bunlar ne oluyor diye sorduğu içinde bu böyle oluyor. (Soru üzerinde çizerek gösteriyor.) Yani bunu doğru yapmışım.

Ö: Peki hangi işlemleri yaptın?

C: Bunda sırasıyla yaptım. Çıkarttım, topladım.

Ö: Peki gerçekten böyle bir işlemi kafanda gerçekleştirdin mi? Yoksa gördüğün şeyin sayısını mı yazdın?

C: Evet, gerçekleştirdim.

Ö: Yani kafanda bir toplama çıkartma işlemi yaptın mı?

C: *Hu.Hu. Hayır yapmadım. Aklımda zaten... Mesela birinci sınıfta olmuyordu.1,2,3,4 diye sayıyordum.(Parmakları ile saydığını gösteriyor.) Ama şimdi saymıyorum, aklımda oluyor yani.*

Ö: *Hımm. Tamam. Sırayla gittin.*

C: *Hu. Hu.*

Ö: *Tamam. Sırayla gitmeseydin bir şey olur muydu?*

C: *Olmazdı.*

Ö: *Peki bu işlemde gözüne çarpan bir şey var mıydı?*

C: *Hayır yok.*

Ö: *Yok mu?*

C: *Yok.*

Ö: *Çıkartıp eklediklerimize bakabilirsin.*

C: *Renkleri değişik olmuş, zaten öbür soruda söylemiştim.*

Ö: *Renkleri değişik ama nasıllar?*

C: *Renkleri değişik ama mesela bunun adı S olsun,(Sarı küpü gösteriyor.),*

bunun adı C olsun. (Kırmızı küpü gösteriyor.).Üçü bir oyun kurmuşlar.(2M, 1S) Sonra S'ye bir haksızlık yapmışlar, S küsmüş gitmiş. Sonra yerine C gelmiş. Yine tamamlanmışlar oyuna devam etmişler. Ama S ile değil, C ile.

Ö: *Yani oyunu oynayanların sayısı değişmiş mi?*

C: *Hayır. Eğer, 3 taneler ya, bir tane daha eklenseydi, sonra bu C olsun çıksaydı yine aynı olurdu. (3+1-1 şeklinde düşünüyor.)*

Ö: *Farklı bir şekilde düşündün sen de. Farklı bir soru gibi.*

C: *Evet.*

Ö: *Tamam.*

ÖĞRENCİ: CEYDA

GÖRÜŞME: 3

Soru 1:

Ö: *Ceydacığım, bu kartlardan bir tane seçer misin?*

C: *(seçiyor) seçtim.*

Ö: *Göster bize kartını.*

C: *(resimli kartı kameraya gösteriyor)*

Ö: Evet sen de bakabilirsin resme.

C: (karttaki resme bakıyor)Kemik yiyorlar (gülüyor)

Ö: İnceledin mi?

C: Evet.

Ö: Dışından okur musun?

C: **7 yaşına giren Zog'un doğum günü partisi için tüm aile hazırlıklara başlamış. Bayan Og, parti için 20 tane küçük kek, büyükanne ise tam 10 tane küçük kek pişirmiş. Fakat yaramaz Dino, 10 tane küçük keki kimse görmeden mideye indirmiş.**

Zog parti için kaç keki kaldığını bulamıyor. Ona yardım eder misin?

Ö: Eder misin?

C: Evet (gülüyor)

Ö: Hadi bakalım o zaman.

C: Şekil falan da çizeyim mi?

Ö: Çizebilirsin.

C: Tamam.

Ö: Çözümünü yaparken anlatabilirsin bize.

C: Tamam.

C: (resim yapmayı çok sevdiği için önce kağıda Zog'un resmini çiziyor)

C: Zog diye bir kız varmış. Zog 6 yaşına giriyormuş. 7 pardon 7 yaşına giren Zog'un doğum günü partisi için aile hazırlıklara başlıyormuş. Bayan Og parti için 20 tane kek pişirmiş (kağıda yazıyor), büyükannesi ise tam 10 tane kek pişirmiş, ama yaramaz Dino...Dino erkek değil mi?

Ö: Dino bir dinazor. (gülüyor)

C: A dinazor mu? Dinazor çizemeyeceğim.(problemini çözdüğü kağıda dinazor resmi çizemeyince yazı ile Dino=Dinazor yazıyor kağıdına)

C: Dino Dinazor da, tabi eski çağlarda kaldığı için,(gülüyor) büyük annenin yaptığı 10 tane keki yemiş. Büyük annenin yaptığı kekler kalmamış ama Bayan Og'un yaptığı kekler kalmış. Dinazor yani Dino o 10 tane keki yemeseydi Zog'un doğum günü partisi için tam 30 tane keki olacaktı ama Dino 10 tanesini yediği için 20 tane yani bayan Og'un yaptığı 20 tane kek kalmış.

Ö: Bayan Og ile büyükannenin yaptığı kekler farklı mıymış?

C: Bakayım(soruya bakıyor) Hayır değilmiş, ikisi de küçük keklermiş.

Ama 30 tane olacağına 20 tane olmuş, çünkü Dino yani dinazor 10 tanesini yemiş.

Ö: Tamam.

C: Büyükannenin yaptığı...burada işlemle de gösterdim (kağıdındaki $10-10=0$ işlemini gösteriyor) o tane kek kalmış.

Ö: Tamam. Peki Dino 'nun yediği bu keklerin büyükannenin yaptığı kekler olduğunu nasıl düşündün? Hani 10 taneden 10 taneyi çıkarttın ya burada değil mi?

C: 10 tane ama eğer...şöyle de olurdu...

Ö: Peki ya Bayan Og'unkinden çıkartmış olsaydın belki de onunkinden yedi, olabilir miydi öyle?

C: Tamam o zaman şöyle olurdu. ($20-10=10$ işlemini yapıyor) 10, büyükannenin yaptığı keklerle toplardım ($10+10$ işlemini yapıyor) 10 tanesini yemiş 10 kalmış, yine 20 tane kek olacaktı. Yani bir değişiklik olmayacaktı. 20 tane kek kalırdı yine. İki işlem de olabilir.

Ö: Tamam. Peki sence işlem yapmak gerekli miydi bunun için?

C: Yok gerekli değildi ama ben yaptım.

Ö: Nasıl? Yapmadan nasıl bulabilirdik?

C: Eee...yapmadan zihinden, zihnimizden yapabiliriz mesela.

Ö: Mesela nasıl zihnimizden yapabiliriz? Sesli düşün bakalım.

C: Zihnimizden işlemleri yapabiliriz.

Ö: Mesela zihnimizden o işlemleri yaparken ne düşünüyor olabiliriz?

C: Ne düşünüyor olabiliriz...Büyükannenin ve Bayan Og'un, Zog için Zog'un doğum günü için yaptığı keklerin 10 tanesini dinazorun yediğini ve burada kaç keki kalmış diyor. O yüzden yardım ettim Zog'a.(gülüyor)

Ö: Aferin sana. Teşekkürler.

Soru 2:

C: İkinci olarak bu...(resimli kartını seçiyor)

Ö: Göster bize...sen de incele bakalım resmi...

C: Şey yapalım mı?

Ö: Ne yapalım mı?

C: Böyle arkalara koyalım, çıkanı alalım.

Ö: Ama o zaman soruları görmüş olacaksın.

C: Olur, evet (gülüyor)

C: Zog da bu. (Resmi incelerken Zog'u gösteriyor)

Ö: Bakayım hangisi göster.

C: Galiba...

Ö: Evet.

C: Dino nerede ya? (karttaki resme bakıyor) Dino yok bu resimde.

Ö: Evet, bak bu resimde var.

C: Evet.

Ö: Bak işte Dino.(karttaki resmi gösteriyor)

Ö: Evet...inceledin mi resmi?

C: Evet inceledim. Arkasındaki soru da böyle (kartın arka kısmını gösteriyor)

Ö: Tamam, oku bakalım bize.

C: Bahar geldi, Og ailesi ormana piknik yapmaya gitti. Aile üyeleri etraftaki hayvanları incelerken, Zog çiçek toplamaya koyuldu. Zog topladığı 8 demet çiçeğin 8 demetini de annesine verdi.

Zog'un elinde kaç çiçeği kaldı?

C: Şimdi yine Zog, yani Og ailesi pikniğe gitmiş. Onlar hayvanları incelerken Zog da çiçek toplamış. 8 tane çiçek toplamış(kağıdına 8 tane çiçek resmi çiziyor) elindeki çiçeklerin sayısı şekil olarak da böyle (kağıdına çizdiği çiçekleri gösteriyor) Topladığı çiçeklerin 8 tanesini de annesine vermiş, zaten 8 tane toplamış. O yüzden 8 tanesi gitmiş, çıkarma işlemi yapıyorum ve Zog'un elinde 0 tane çiçek kalmış.

Ö: Evet yaptığın işlemi anlatır mısın?

C: Şimdi nasıl anlatsam?

Ö: Hangi işlemi yaptın, az önce söyledin zaten.

C: Çıkarma işlemi yaptım.

Ö: Çıkarma işlemi yaptın. Peki bu işlemi yapmadan çözebilir miydik?

C: Bu işlemi yapamadan... evet...

Ö: Nasıl çözerdik bana anlatabilir misin?

C: Zaten soruda... altını çizebilir miyim kalemle?

Ö: Çizme. Senden sonra çalışacak olanların dikkatini çekmesin.

C: 8 tane demeti varmış zaten, 8 demetini de annesine vermiş. Bu zaten birinci sınıfların anasınıflarının bile yapacağı bir şey. 8 den 8 i çıkartmak.

Ö: Çok kolay bir iş diyorsun.

C: Evet.

Ö: yani bir işlem yapmaya gerek duydun mu? Burada yapmışsın benim için ama...(kağıdı gösteriyor)

C: Yaptım ama yani gerek yok.

Ö: Gerek yok diye düşündün.

C: Evet.

Soru 3:

Ö: *Bunu mu seçtin?*

C: *Hıhı...*

Ö: *Evet, inceleyebilirsin.*

Ö: *Neyi düşündün resme baktığında?*

C: *Şeyi düşündüm (gülüyor) bir tane yemek yemişler. Onların kalıntıları... ne güzel yapmışlar buraya (resimdeki bulaşık yıkama çizelgesini gösteriyor) herkesin yıkayabileceği kadar...*

Ö: *Bulaşıklar falan var?*

C: *Evet.*

Ö: *Tamam.*

C: *Onları düşündüm.*

Ö: *Sesli düşünür müsün?*

C: *Tamam.*

C: *Zog'un bütün arkadaşları doğum günü partisine gelmiş, parti çok eğlenceli geçmişti. Partiden sonra etrafın toparlanması, bulaşıkların yıkanması gerekiyordu. Zog, kirli tabakları saydı, tam 15 taneydi. Bayan Og tabakların 15'ini yıkadıktan sonra, Zog 5 kirli tabak daha getirdi. Zog, yıkanması gereken kaç kirli tabak olduğunu hesapladı. Sence bulduğu sonuç ne?*

C: *Şimdi doğum gününe gelmişler. Kirli tabaklar (kirli tabak remi çiziyor kağıdına) bunun gibi 15 taneymiş aslında ama işte 15 tanesini de yıkamış Bayan Og. Hiç tane kalmamış, hiç kalmamış hepsi tertemiz olmuş, ama Zog 5 kirli tabak daha getirmiş (resmini çiziyor) kirli tabak daha getirmiş. Zaten 15 taneymiş 15 ini de yıkamış Bayan Og, 5 tane kirli daha getirdiğine göre ya şöyle yaparız ($15-15=0$, $5+0=5$) veya akıldan hesaplayabiliriz hiç çıkartmadan.*

Ö: *Nasıl? Akıldan nasıl hesaplarız?*

C: *Akıldan... 15 ten 15 çıktı hiç kalmadı, 0 a da 5 ekleyince 5, sıradan yapabiliriz.*

Ö: *Tamam teşekkürler.*

ÖĞRENCİ: CEYDA

GÖRÜŞME: 4

Soru 1: $25+25=?$

C: 25 tane topumuz, nesnemiz varmış, bir 25 daha olmuş, toplam 50 tane olmuş.

Soru 2: $3+2+2=?$

C: 3 tane varmış, 2 tane eklenmiş, 2 tane daha eklenmiş. Bunu bu sırayla değil de iki iki daha dört, dört üç daha yedi, ve ya üç iki daha beş, beş iki daha yedi diye de yapabiliriz.

Ö: Hm, sen nasıl yaptın?

C: Ben iki iki daha dört, üç ekle yedi yaptım.

Ö: Tamam.

Soru 3: $8+5+5=?$

C: Bunda da aynı. 8, 5 eklemesen de... işte 5, 5 daha 10, 8 daha 18 gibi yapabiliriz veya 8, 5 daha...

Ö: Sen nasıl düşünüyorsun onu anlat. Nasıl yapıyorsan onu anlat.

C: Ben, hep bunları şey yapıyorum. Yani şu anda öyle yapmak istedi canım. 5, 5 daha 10, 8 ekledim, 18.

Soru 4: $11+2+11=?$

C: Bunda 11, 11 daha 22. 2 daha 24.

Ö: Neden 11 artı 2 yapmadın onu?

C: Nasıl?

Ö: 11 ile 2'yi toplayıp, sonra niye 11 eklemedin?

C: Bilmiyorum canım istedi.

Ö: Hımm. Öyle oldu kafanda.

C: Ki düz yapabiliydik. (Soldan sağa işlem sırasını gösteriyor.) Bununla bunu topla, $(11+2)$, bununla bunu topla yapabiliydik. Ama bu bununla bunu topla, $(11+2)$, bununla bunu topla yolunu seçtim. (Sağdan sola işlem sırasını gösteriyor.) Toplamda iki sonuçta 24 çıkıyor zaten. Çok da bir şeyi olmuyor.

Soru 5: $7-5+7=?$

C: Mesela bunda da ben 7, 7 daha 14, 5 dahasını bulacağım, 20. (Parmaklarıyla sayarak).

Ö: Bakayım, nasıl saydın?

C: (Parmaklarını gösteriyor.)

Ö: Bir daha say.

C: (Parmakları ile göstererek, tekrar sayıyor.) 19'muş. Ama bu yanlış olmuş. (İşlemi gösteriyor.)

Ö: Nasıl?

C: 7'den 5'i çıkarmam gerekiyormuş. Buradaki işleme bakmamışım. (- işaretini gösteriyor.)

Ö: Hımm.

C: 7'den 5 çıktı, 2. 7 daha 11. Sonuç 11.

Ö: 2, 7 daha 11 mi?

C: Bakayım. 9'muş. (Parmakları ile sayarak.) Yaaa. Offf. Hep yanlış işlem yapıyorum.

Ö: Olsun.

C: Bunda Artık doğru işlem yapacağım.

Soru 6: $6-1+6=?$

C: 6'dan 1 çıktı 5, 5 ile 6'yı topla 11.

Soru 7: $14-5-5=?$

C: 5'den 5 çıktı 0 kaldı. Yani şöyle bir şey, 5 tane şemsiyem varmış 5'ini de arkadaşşıma vermişim. Bende hiç kalmamış. Ama sonra dayım teyzem bana, dayım 7 tane, teyzem 7 tane vermiş. Toplam 14 şemsiyem olmuş. Zaten burada 0 tane kalmıştı. (5-5 işlemini gösteriyor.) Şimdi 14 tane var ben de.

Soru 8: $20+0+20=?$

C: 20'ye 0 eklersem, yani bu sefer şemsiye demeyeyim, 20 tane kuğu arkadaş olmuş. Aralarından hiç küsmüş gitmiş olan yok, 20 si de kalıyor. Yani bunu işlem olarak şey olarak da yapabiliriz. Ama illa işlem olarak yapacaksak 20'ye 0 eklerim 20, 20 daha eklerim 40.

Soru 9: $125+58+58=?$

C: 58, 58 daha 116 eder. 125 den de 11'yı çıkartırsak...

Ö: Çıkarma işlemi mi var orada?

C: Hayır, toplama işlemi varmış. 125 e de 116 eklersem, 241 olur sonucumuz.

Soru 10: $25-25=?$

C: Himm. Burada aynılarının tersi var galiba.

Ö: Sanki.

C: 25'ten 25 çıktı 0 kaldı. 25'inden 25 i çıktı gitti 0'ı kaldı.

Soru 11: $3+2-2=?$

C: 3'e 2 eklersem 5, 2 çıkartırsam 3. Yani 2'den 2 çıkartıp 0 olur. 3 ile toplarsan tekrar 3 olur. (Farklı yoldan çözüyor.)

Soru 12: $8+5-5=?$

C: 5'ten 5'i çıkartırsam 0 kalır, 8 ile toplarsam 8 olur. Bununla bu aynı aslında. (Bir önceki işlemi gösteriyor.) Aynı yöntemle yapılabilir ama farklı yöntemle de yapılabilir. Sonuç yine aynı çıkar.

Ö: Sen nasıl yöntemle yapıyorsun her zaman? Böyle mi yapıyorsun? Başka türlü mü?

C: Yo, şimdi canım istedi.

Ö: Tamam.

C: Yani bununla bunu toplayıp $(8+5)$, geri kalan işlemi de yapabilirim bundan bunu çıkartıp geri kalan işlemi de yapabilirim. $(5-5)$

Ö: Tamam.

Soru 13: $11+2-11=?$

C: Mesela şimdi 11'den 2 çıkartacağım, 9. (sorudaki +/- işaretini yanlış görüyor.) 11 ekleyeceğim $(11+9)$ işlemi yapıyor. Onun işlemi de böyle. Ya neydi onun sonucu? (Düşünüyor.) Alt alta işlem yapılabilir miyim?

Ö: Yapabilirsin.

C: 20.

Soru 14: $7+5-7=?$

C: 7 ile 5'i toplarsam... Aslında hani 6 ile 6'ının toplamı 12 ya, 6 ile 5'in toplamı 11. Çünkü burada 6 yerine 1 eksiltilmiş, sonuçtan da 1 eksilteceğiz. Ama burada bu 1 fazlaştırılmış. Eğer bu kalsaydı farklı olurdu ama bu, bu da bir azaltılmış. O yüzden aynı işlem olacak. Aynı sonuç.

C: Bununla bunun toplamı $12(7+5)$. 12'den 7 çıkartırsam, 5. 5 olur sonuç. 5.

Soru 15: $6+1-6=?$

C: 6 ile 1'i toplarsam 7, 6 çıkartırsam 1. Bu en basit işlemdi.

Soru 16: $14-5+5=?$

C: 5 ile 5'in toplamı 10, 14 daha 24.

Ö: Toplama işlemi mi var orada?

C: Hayır yokmuş.5, 5 daha 10, 14 çıkartırsam 4.

Soru 17: $20-0-20=?$

C: 20'den 0 çıkartıyorum, hiç çıkartmıyorum. Burada vardı bu, evet evet bu. (Başka bir soru gösteriyor.) Hepsinin tersleri var burada.

C: 20'ye 0 eklersem...

Ö: Ekleme mi var orada acaba?

C: 0 çıkartırsam, zaten yine aynı olur, 0 etkisiz eleman olduğu için. Toplasan da çıkartsan da aynı olur.

Ö: Tamam.

C: Yine 20 oluyor.20 çıkartıyorum 0 oluyor.

Soru 18: $125+58-58=?$

C: Burada 58'den 58 çıktı, Bunda vardı aynısı bu (Başka soruyu gösteriyor.) Ama farklı şeylerle.

Ö: Hangisi aynısı?

C: Bu.(3+2-2) Bir de bu.(8+5-5) Ama bu farklı sayılarla.

C: 58'den 58 çıktı 0 kaldı.125 de buraya geliyor. Geldi, bitti.

Ö: Tamam.

(Bu bölümde yer alan diyaloglarda araştırmacı öğrenciden bazı soruların çözümlerini anlatmasını istemiştir.)

Ö: Ceydacım bunu nasıl yaptın anlat bakalım?($25+25=?$)

C: 25 tane topum varmış.

Ö: Ne yaptın kafandan? Neyi düşündün? İlk soruyu gördüğünde ne geldi aklına?

C: 25 ile 25'i topladığımda 50 geldi.

Ö: Bir toplama işlemi mi geldi aklına?

C: Evet. Bunu sordunuz.

Ö: Tamam.

Ö: Şunu anlat bakalım. (25-25=?)

C: Bunda da 25 tane topum varmış, dayım benden o 25 topu almış, çünkü hepsi patlamış.

Ö: Öyle bir şeyler mi geldi aklına?

C: Yani, zaten...

Ö: Hangi işlemi yapayım diye düşündün mü?

C: Yok, düşünmedim. Ama şu aradaki şeyleri hep unuttum ben. (Eksi işaretini gösteriyor.)

Ö: İşlemin işaretlerini.

C: Evet. Toplama çıkartma zaten.

Ö: Peki bunu nasıl yaptın? (3+2+2=?)

C: 2 ile 2'yi topladım yani işlem yaptım. 2 ile 2'yi topladım, bakın burada yapmışım, 3 ekledim 7 olmuş.

Ö: Tamam.

Ö: Peki şimdi bunu sormak istiyorum sana. (11+2-11=?)

C: Bunu?

Ö: Evet, bunu nasıl yaptın?

C: Tersten gittim. (Sağdan sola işlemi kastediyor.)

C: Mesela 11'e 2 eklersem 13, 11 çıkartırsam 2. Ama ben bunu 20 yapmışım. (Hatasını fark ediyor.)

Ö: 20 yapmışsın, acaba neden?

C: Çünkü 11'den 2 çıkartmışım 9...

Ö: İşlemler öyle tersine gidebiliyor mu?

C: Hayır gidemiyormuş.

Ö: Eyvah. Yanlış yapmışız yani.

C: Hepsini.

Ö: Eyvah.

Ö: Bir de şunu anlatır mısın bana? (125+58-58=?)

C: Bunu?

Ö: Hımm. Bunu nasıl yaptın? Bu kadar büyük sayılarla hemencecik çözdün gibi geldi bana?

Hiç işlem yapmamışsın gibi geldi bana?

C: Yooook. 58'den 58 çıkardım, 0 kaldı. (Soru üzerinde çizerek gösteriyor.)

Ö: Neden 125 ile 58'i toplamadın önce?

C: Canım istemedi.

Ö: Peki bunu yapmak nereden aklına geldi senin, ilk soruyu görünce?

C: Kolaylıktan geldi.

Ö: Hımm. Kolaylık olsun diye mi öyle yaptın?

C: Evet. Zaten sonuç yine 125 çıkacağı için.

Ö: Tamam. Teşekkür ederim.

ÖĞRENCİ: CEYDA

GÖRÜŞME: 5

Soru 1: Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 2 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?

Ö: Evet Ceydacığım, cebimde 5 tane bilyem var.

C: Evet.

Ö: Bakkala gidiyorum 3 tane daha alıyorum. Sonra yolda Caner'i görüyorum, ona da 2 tane bilyemi veriyorum. Acaba cebimde kaç tane bilyem var?

C: Cebimde 6 tane bilyem kalıyor.

Ö: 6 tane. Nasıl hesapladın?

C: Ya işlem yaptım kafamdan.

Ö: Nasıl?

C: Mesela ilk önce 8 tane bilyem varmış, bakkala gitmişim...

Ö: 5 tane varmış.

C: 5 tane varmış...bakkala gitmişim 8 tane olmuş, yani 3 tane almışım bakkaldan. Şimdi yolda Caner'i görmüşüm, Caner'e de 2 tane vermişim. Benim cebimde 6 tane bilyem olmuş. Yani baştakinden 1 fazla var.

Ö: Tamam.

Soru 2: Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 3 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?

Ö: Peki yine cebimde 5 tane bilyem var, bakkala gidiyorum 3 tane bilye daha alıyorum.

C: Hıhı.

Ö: Sonra yolda Caner'i görüyorum, 3 tane bilyemi ona veriyorum. Acaba cebimde kaç tane bilyem var?

C: Eee 5

Ö: Nasıl eee... 5? Hemen bildin. Nasıl yaptın?

C: Şöyle bir şey...

Ö: İlk ne düşündün mesela?

C: İlk mesela benim bilyelerim varmış 4 tane almışım diyelim bakkaldan. 4 tanesini de kaybetmişim veya Caner'e vermişim. Yani aldığım bilyeler bende yok artık. Yani artık bende önceki gibi var. Aldıklarım yok, önceki gibi.

Ö: Tamam. Yani hiç işlem yapmadın mı sen?

C: Yaptım.

Ö: Bazıları böyle işlem yaptı. 5 ile 3 ü toplarım 8, 8 den de 3 ü çıkarırım 5 dedi. Sen öyle bir şey yapmadın galiba?

C: Bu soruda yapmadım.

Ö: Hmm...tamam. Nasıl sence daha mı kolay böyle yapmak? Seninki mi daha kolay onlarınki mi?

C: Bence benimki daha kolay.

Ö: Tamam. Peki sen böyle problemler gördüğünde ilk onu mu düşünüyorsun, kendi yolunu mu düşünüyorsun?

C: Yani öğretmen bize yazdırıyor, işlem istiyor tabi. Ben kafamdan benim yolum gibi yapıyorum ama işlemi de defterime yapıyorum.

Ö: Tamam. Peki o zaman başka bir soruya geçeyim Ceyda.

Soru 4: Cebimde 5 bilyem vardı, 3 bilye daha aldım. Sonra arkadaşşıma 5 bilye verdim. Kaç bilyem kaldı?

Ö: Cebimde yine 5 tane bilyem var, gidiyorum bakkala 3 tane daha bilye alıyorum tamam mı? Sonra yine yolda Caner'i görüyorum ben. Bilyelerimden 5 tanesini Caner'e veriyorum. Acaba kaç tane bilyem kalır cebimde?

C: Mesela 5 tane bilyem var, 3 tane alıyorum 8 tane oluyor...

Ö: Yolda da Caner'i görüyorum 5 tanesini ona veriyorum.

C: 3 tane bilyem kalıyor.

Ö: Nasıl yaptın acaba?

C: Bunda işlem yaptım.

Ö: Neden?

C: Çünkü mesela bu bir öncekinden daha zor, yani bu da kolay ama...

Ö: Neden zor?

C: Bu da kolay da...onda çıkarıp aynı sayıyı toplamak falan olduğu için o biraz kolaydı.

Ö: Bunda öyle bir şey yok mu?

C: Yok. Bunda farklı.

Ö: Bunda nasıl bir şey var?

C: Bunda da işte 5 tane bilyem varmış. Tekrar 3 tane almışım ama bu sefer Caner'e 5 tane vermişim.

Ö: Evet.

C: Kalan bilyelerim 3 tane.

Ö: Tamam. Sana ilginç gelen bir yer yok yani bunda. Böyle senin yönteminle kolay yoldan yapabileceğin bir şey yok?

C: Var var.

Ö: Nasıl var? Ama yok dedin bana, bu daha farklı, zor dedin.

C: Hayır işlem de yapabilirim, şunu da yapabilirim.

Ö: Ne yapabilirsin?

C: Aklımdan böyle başka şeyler düşünerek, mesela siz bilye dediniz ben kitap düşünebilirim, onu şekillerle kafamda yapabilirim işlem yapmadan o daha kolay olabilir belki.

Ö: Ama kısa yolu var mı? İşlem yapmadan toplama yapmadan yapabilir misin bunu?

C: İşte onda şekilli de işlem yapmıyorum.

Ö: Hmm...sayıyorsun şekilleri? Yani senin yolun o mu, böyle sayarak mı yapıyorsun, beyninde mesela gözünde mi canlandırıyor sun şekilleri?

C: Yani bazı sorularda. Bazı sorularda işlem yapıyorum.

Soru 5: Elimde birkaç tane bilyem var. Bu bilyelere 3 bilye ekledim, 3 bilye çıkarttım.

Elimde kaç bilyem kaldı?

Ö: Bu soruda mesela nasıl bir şey canlandı kafanda?

C: Nasıl? Burada işlem. Ama eğer bu 3 tane bilye aldım, 3 tanesini Caner'e verdim, yani bir önceki gibi bir soru olsaydı şekillerle de yapmazdım. Şekillerle yapmadan zaten hemen siz soruyu okurken ben yapıyordum kafamdan. O yüzden hemen cevaplıyordum ama...

Ö: *Hemen farkına varabiliyorsun yani?*

C: *Hıhı*

C: *Kaç bilyem var bulamadım.*

Ö: *Tamam. Peki en son söyleyeceğin bu mu sorduğum soru için.*

C: *Kafamdan işlemler yapmadım ama kaç bilyem olduğunu bulamadım.*

Ö: *Tamam.*

Soru 8: Ali Baba'nın çiftliğinde birçok hayvan vardı. Çiftlikteki hayvanlara 18 tane horoz eklendi. Daha sonra 18 tane horoz hastalanıp öldü. Ali Baba'nın çiftliğinde ne kadar hayvan kaldı?

Ö: *Şimdi Ceyda Ali Baba'nın çiftliği var ya, bu Ali Baba'nın çiftliğinde bir çok hayvan varmış. Sayısını bilmiyoruz. Çiftlikteki hayvanlara 18 tane horoz eklemiş, Ali Baba. Daha sonra da 18 tane horoz hastalanıp ölmüş. Acaba Ali Baba'nın çiftliğinde ne kadar hayvan varmış.*

C: *Yani Ali Baba'nın çiftliğinde diyelim ki 32 hayvan varmış. 18'ini almışız yani toplama işlemi. Ondan sonra 18 çıkartmışız. Yani yine 32 oluyor. Ama benim aklımdan düşündüğüm 32. Şimdi bilemiyorum ne kadar var.*

Ö: *Sence bu soru nasıl bir soru? Zor bir soru mu?*

C: *Bilmiyorum. Zor da değil de...*

Ö: *Yani mutlaka rakamlarla ya da sayılarla ifade etmek zorunda mıyız biz cevaplarımızı?*

C: *Hayır.*

Ö: *Etmek zorunda olmasam ne derdim bu sorunun cevabına?*

C: *Etmek zorunda olmasam bu sorunun cevabına...*

Ö: *Yani bir sayı söylemek zorunda olmasam?*

C: *Bir sayı söylemek zorunda olmasam Ali Baba'nın çiftliğindeki hayvanlar yine eskisi gibi olmuş derim.*

Ek Soru: Ali Baba'nın çiftliğinde 110 tane ördek varmış 98 tane de tavuk varmış. Çiftlikteki hayvanların 110 tanesi ölmüş. Acaba Ali Baba'nın çiftliğinde kaç tane hayvan kalmış?

C: *Şimdi bunun işlemini söyleyeyim. 110 ile 98'i toplarız. Bütün hayvanların sayısını bulacağım. Ondan sonra 110 çıkartacağım. Ama bunlara hiç gerek yok bence. Benim kafamdan yaptığım gibi 98.*

Ö: Peki sayılar büyüdükçe bu işlemleri yapmak zorlaşıyor mu?

C: Tabi.

Ö: Yani toplama çıkartma işlemini yapmak zorlaşıyor mu sence?

C: Evet. Ama mesela şöyle bir şey olursa 1'den 1'i çıkartttık 0. Ama 1000'den 1000'i çıkartttık yine 0. Bu kolay olur. Ama yeni eğer 1000 ile diyelim ki yok yok 1098 ile 2038'i toplayacağım. Bu zordur. Ama o kadar zor değildir. Yapılmayacak gibi değildir ama zordur.

Ö: Tamam. Sen bu soruda ne düşündün? Yine kendi yolunu mu düşündün?

C: Hayır. İşlem yaptım.

Ö: İşlem mi yaptın? Ama daha zor olur işlem yapınca ben kendi yolumdan.

C: O sorudaydı bilgi sorularında.

Ö: Mesela bu soruda 110 tane ördek var, 98 tane tavuk var sorusunda ne yaptın?

C: Bu zaten hemen aklıma gelmişti 98. Ama yani...

Ö: 110 ile 98'i mi topladın? Sonra bulduğumuz sayıdan 110'u mu çıkartırdık?

C: Yani eğer öğretmen bu soruyu sormuş olsaydı ben öyle yapardım. Ama öğretmen aklından yap deseydi 98 bulurdum ben.

Ö: Tamam. Yani her şey aklımızdan yapmak, kolay yoldan yapmak, kısa yoldan yapmak ile ilgili. Peki... Evet tekrar sorayım o zaman

Bu soruyu ilk duyduğunda ne düşündün? Nasıl çözebileceğini düşündün? Kafanda ne canlandı mesela?

C: İşlem yaparım dedim, İşlem yaparak çözerim dedim

Ö: Hemen işlem yapmak geldi aklına? Sonrasında ne oldu? Kendi yöntemine dönmeye nasıl karar verdin?

C: Sonrasında şöyle oldu, şimdi bunlar büyük sayılar dedim. İşlem yaparsam kafamdan uzun sürer dedim. O yüzden de ben yine kendi yoluma karar verdim.

Ö: Tamam. Teşekkür ederim.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı: Özge YİĞİT

Doğum Yeri ve Tarihi: Nazilli, 1984

Eğitim Durumu

Lisans Öğrenimi :Marmara Üniversitesi Atatürk eğitim Fakültesi
Sınıf Öğretmenliği Ana Bilim Dalı

Yüksek Lisans Öğrenimi : Adnan Menderes Üniversitesi
İlköğretim Ana Bilim Dalı Sınıf Öğretmenliği
Yüksek Lisans Programı

Bildiği Yabancı Diller : İngilizce –Almanca

İş Deneyimi

Çalıştığı Kurumlar :

Eylül, 2009- halen devam ediyor: İzmir – Özel Ege Lisesi

İletişim

e-posta Adresi: yigitozge83@hotmail.com