

T.C.
AYDIN ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI
2019-YL-033

KUANTUM SPİN SİSTEMLERİNDE DOLAŞIKLIK VE
KUANTUM TELEPORTASYON

Ferid AKBAŞ

Tez Danışmanı:
Dr. Öğr. Üyesi Cenk AKYÜZ

AYDIN

T.C.
AYDIN ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE
AYDIN

Fizik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Programı öğrencisi Ferid AKBAŞ tarafından hazırlanan "Kuantum Spin Sistemlerinde Dolaşıklık ve Kuantum Teleportasyon." başlıklı tez, 28.05.2019 tarihinde yapılan savunma sonucunda aşağıda isimleri bulunan jüri üyelerince kabul edilmiştir.

	Ünvanı, Adı Soyadı	Kurumu	İmzası
Başkan	: Doç. Dr. Fatih ERMAN	İzmir Yüksek Teknoloji Enst.	
Üye	: Dr. Öğr. Üyesi Nuray HORASAN	Aydın Adnan Menderes Üniv.	
Üye	: Dr. Öğr. Üyesi Cenk AKYÜZ	Aydın Adnan Menderes Üniv.	

Jüri üyeleri tarafından kabul edilen bu Yüksek Lisans tezi, Enstitü Yönetim Kurulunun sayılı kararıyla tarihinde onaylanmıştır.

Prof. Dr. Gönül AYDIN
Enstitü Müdürü

T.C.
AYDIN ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE
AYDIN

Bu tezde sunulan tüm bilgi ve sonuçların, bilimsel yöntemlerle yürütülen gerçek deney ve gözlemler çerçevesinde tarafımdan elde edildiğini, çalışmada bana ait olmayan tüm veri, düşünce, sonuç ve bilgilere bilimsel etik kuralların gereği olarak eksiksiz şekilde uygun atıf yaptığımı ve kaynak göstererek belirttiğimi beyan ederim.

28.05.2019

Ferid AKBAŞ

ÖZET

KUANTUM SPİN SİSTEMLERİNDE DOLAŞIKLIK VE KUANTUM TELEPORTASYON

Ferid AKBAŞ

Yüksek Lisans Tezi, Fizik Anabilim Dalı
Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Cenk AKYÜZ
2019, 103 sayfa

Kuantum enformasyon teorisinin önemli bir özelliği olan kuantum dolaşıklık oldukça geniş bir uygulama alanına sahiptir. Sistemin dolaşık olma özelliği kullanılarak bilginin teleportasyonu günümüzde hem teorik hem de deneysel olarak çalışılan önemli konulardan biri olmuştur. Heisenberg spin sistemleri de dolaşıklığın oluşturulmasında ve bu dolaşık sistemlerin bir kuantum kanalı olarak kullanılıp, teleportasyonun gerçekleştirilmesinde araştırılması gereken bir önem taşır. Bu motivasyondan hareketle tezimizde öncelikle dört kubitte oluşan $J_1 - J_2$ Heisenberg XXX sistemi kullanılarak, bu sistemin hem en yakın komşu hem de ikinci en yakın komşu kubitleri arasındaki dolaşık kuantum kanalları aracılığıyla, dolaşık bir kuantum durumunun teleportasyonunu inceledik. Sonrasında ise aynı incelemeleri dört spinden oluşan $\text{spin}(\frac{1}{2}, 1)$ karma spin $J_1 - J_2$ Heisenberg XXX sistemi için gerçekleştirdik. Sisteme eklediğimiz D_x ve D_z gibi DM etkileşimleri ve B_z manyetik alanı gibi parametrelerle teleportasyonun en etkin şekilde gerçekleştirilebilmesi için olası durumları belirlemeye çalıştık. Elde edilen sonuçlardan genelde ikinci en yakın komşu kubitler arasındaki kuantum kanalı kullanılarak yapılan teleportasyonun daha iyi olduğu görülmüştür. Dört kubitlik sistem için D_x parametresinin D_z 'ye göre düşük sıcaklıklarda teleportasyon üzerinde daha etkin olduğu anlaşılırken hem dört kubitlik hem de karma spin sistemlerinde düşük manyetik alan değerleri için düşük olmayan belli sıcaklıklara kadar iyi teleportasyon sonuçlarına ulaşılmıştır.

Anahtar Sözcükler: Dolaşıklık, Dzialoshinskii-Moriya (DM) etkileşmesi, Heisenberg XXX Model, Kuantum Teleportasyon, Sadakat, Uyum

ABSTRACT

ENTANGLEMENT AND QUANTUM TELEPORTATION IN QUANTUM SPIN SYSTEMS

Ferid AKBAŞ

M.Sc. Thesis, Department of Physics
Supervisor: Assist. Prof. Dr. Cenk AKYÜZ
2019, 103 pages

Quantum entanglement, which is an important feature of quantum information theory, has a very wide application area. Today, the teleportation of information has become one of the important topics that are studied both theoretically and experimentally by using the system's entanglement feature. Heisenberg spin systems have also importance to be investigated in the formation of entanglement, and in the realization of teleportation by using these entangled systems as a quantum channel. Based on this motivation, in our thesis, we first examined the teleportation of an entangled quantum state through the entangled quantum channels between the nearest neighbor and the next nearest neighbor qubits of the system using the $J_1 - J_2$ Heisenberg XXX system consisting of four qubits. Afterwards, we performed the same examination for the $\text{spin}(\frac{1}{2}, 1)$ mixed spin $J_1 - J_2$ Heisenberg XXX system consisting of four spins. We try to determine possible cases in order to perform teleportation in a most efficient way with the parameters that we added to system, which are DM interactions like D_x and D_z , and B_z magnetic field. From the results obtained, it has been observed that the teleportation using the quantum channel between the next nearest neighbor qubits is better. While the D_x parameter has been found to be more effective on teleportation at low temperatures than D_z for the four-qubit system, better teleportation results have been achieved for low magnetic field values up to certain temperatures, that are not low, in both four-qubit and mixed-spin systems.

Key Words: Entanglement, Dzialoshinskii-Moriya (DM) Interaction, Heisenberg XXX Model, Quantum Teleportation, Fidelity, Concurrence

ÖNSÖZ

Kuantum enformasyon teosinin önemli bir çalışma alanı olan ve saf kuantum mekaniksel bir kavram olan kuantum dolaşıklık, birleşik sistemi oluşturan alt sistemler arasındaki kuantumsal ilintiler olarak tanımlanır. Bu tabanda yapılan çalışmalar günümüzde kuantum teleportasyon, kuantum kriptoloji ve süper yoğun kodlama gibi enformasyon işlemlerine kaynaklık eder. Bunun yanında Heisenberg spin sistemleri de sahip olduğu özellikler ile kuantum enformasyon teorisi için zengin bir araştırma konusu oluşturur. Bu tezde hem z yönünde homojen manyetik alana hem de farklı DM etkileşimlerine sahip dört kubitlik $J_1 - J_2$ Heisenberg XXX sisteminde ve yine z yönünde homojen bir manyetik alanda bulunan spin $(\frac{1}{2}, 1)$ karma spin $J_1 - J_2$ Heisenberg XXX sisteminde bulunan farklı kuantum kanalları üzerinden, verilen dolaşık bir kuantum durumunun kuantum teleportasyonu incelenmiştir. Çalışmada elde edilen veriler yorumlanarak literatüre katkıda bulunulmuştur.

Tez çalışmamda bana bilgi ve tecrübesiyle her konuda destek olan, yol gösteren ve rehberlik eden danışmanım Sayın Dr. Öğr. Üyesi Cenk Akyüz'e teşekkürlerimi sunarım. Yüksek lisans eğitimim ve tez çalışmam sırasında bana sabırla ve anlayışla destek olan eşime ve biricik oğlum Kıvanç Akbaş'a teşekkürlerimi ve sevgilerimi sunarım.

Ferid AKBAŞ

İÇİNDEKİLER

KABUL VE ONAY SAYFASI	iii
BİLİMSEL ETİK BİLDİRİM SAYFASI	v
ÖZET	vii
ABSTRACT	ix
ÖNSÖZ	xi
SİMGELER DİZİNİ	xv
ŞEKİLLER DİZİNİ	xvii
1. GİRİŞ	1
2. TEMEL KAVRAMLAR	5
2.1. Kuantum Bit (Kubit)	5
2.2. Kuantum Mantık Kapıları	7
2.2.1. Tek Kubitlik Kapılar	7
2.2.2. Çok Kubitlik Kapılar	8
2.3. Kuantum Devreleri	9
2.3.1. Kubit Kopyalayan Devre	9
2.3.2. Bell Durumu	10
2.4. Yoğunluk Operatörü	11
2.5. İndirgenmiş Yoğunluk Operatörü	12
2.6. Kuantum Dolaşıklık	13
2.7. Dolaşıklığın Uygulamaları	14
2.7.1. Kuantum Teleportasyon	15
2.7.2. Kuantum Yoğunkodlama	18
2.7.3. Dolanıklık Trampası	20
2.8. Kuantum Enformasyon Teorisinin Uygulamaları	22
2.8.1. Kopyalanamama Teoremi	22
2.8.2. İz Mesafesi	24
2.8.3. Sadakat	24
2.8.4. Uyum	26
2.9. Spin Modelleri	26
3. MODELLER ve HESAPLAMALAR	29
3.1. $J_1 - J_2$ Heisenberg XXX Sisteminde Kuantum Teleportasyon	29
3.2. Farklı Dzialoshinskii-Moriya Etkileşmelerine Sahip $J_1 - J_2$ Heisenberg XXX Sisteminde Kuantum Teleportasyon	38
3.2.1. D_x Dzialoshinskii-Moriya Etkileşmesi Durumu	38
3.2.2. D_z Dzialoshinskii-Moriya Etkileşmesi Durumu	45

3.3. Spin($1, \frac{1}{2}$) Karma Spin $J_1 - J_2$ Heisenberg XXX Sisteminde Kuantum Teleportasyon	57
4. TARTIŞMA VE SONUÇ	68
KAYNAKLAR	71
EKLER	80
EK1. x yönünde DM etkileşmesine sahip $J_1 - J_2$ Heisenberg XXX sistemi için ξ_1 ve ξ_2	80
EK2. Kısmi İz:	83
ÖZGEÇMİŞ	85

SİMGELER DİZİNİ

H	:Hamiltonyen
$\sigma^x, \sigma^y, \sigma^z$:Pauli Spin Matrisleri
s^x, s^y, s^z	:Spin-1 Matrisleri
k_B	:Boltzmann Sabiti
Z	:Bölüşüm Fonksiyonu
B_z	:z Yönünde Manyetik Alan
ρ	:Yoğunluk Matrisi
J	:Spinler Arasındaki Çiftlenim Sabiti
T	:Sıcaklık
fm	:Ferromanyetik
afm	:Antiferromanyetik
Tr	:İz
T_C	:Kritik Sıcaklık
B_C	:Kritik Manyetik Alan
NN	:En Yakın Komşu Etkileşmesi
NNN	:İkinci En Yakın Komşu Etkileşmesi

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1.	CNOT Kuantum Mantık Kapısı Şeması	8
Şekil 2.2.	Ölçme İşlemi Devre Şeması.	9
Şekil 2.3.	Kubit Kopyalayan Devre Şeması	9
Şekil 2.4.	Bell durumu üreten kuantum şeması	10
Şekil 2.5.	Kubit teleport eden devre şeması	16
Şekil 2.6.	Kuantum Yoğunkodlama Şeması	19
Şekil 3.1.	Dört kubitlik $J_1 - J_2$ Heisenberg modeli	29
Şekil 3.2.	Kanal ₁₋₃ için T sıcaklığı ve B_z manyetik alanına göre ortalama sadakat.	35
Şekil 3.3.	Kanal ₁₋₄ için T sıcaklığı ve B_z manyetik alanına göre ortalama sadakat.	36
Şekil 3.4.	Kanal ₁₋₃ için B_z manyetik alanına göre teleport edilmiş ısısal uyum.	37
Şekil 3.5.	Kanal ₁₋₄ için B_z manyetik alanına göre teleport edilmiş ısısal uyum.	37
Şekil 3.6.	Kanal ₁₋₃ için T sıcaklığı ve D_x DM etkileşmesine göre ortalama sadakat.	42
Şekil 3.7.	Kanal ₁₋₄ için T sıcaklığı ve D_x DM etkileşmesine göre ortalama sadakat.	44
Şekil 3.8.	Kanal ₁₋₃ için T sıcaklığı ve D_z DM etkileşmesine göre ortalama sadakat.	49
Şekil 3.9.	Kanal ₁₋₄ için T sıcaklığı ve D_z DM etkileşmesine göre ortalama sadakat.	50
Şekil 3.10.	Farklı DM etkileşmelerinde kanal ₁₋₃ için ortalama sadakat.	51
Şekil 3.11.	Farklı DM etkileşmelerinde kanal ₁₋₄ için ortalama sadakat.	52
Şekil 3.12.	Kanal ₁₋₃ için T sıcaklığı ve D_x DM etkileşmesine göre teleport edilmiş ısısal uyum.	53
Şekil 3.13.	Kanal ₁₋₃ için T sıcaklığı ve D_z DM etkileşmesine göre teleport edilmiş ısısal uyum.	53
Şekil 3.14.	Kanal ₁₋₄ için T sıcaklığı ve D_x DM etkileşmesine göre teleport edilmiş ısısal uyum.	54
Şekil 3.15.	Kanal ₁₋₄ için T sıcaklığı ve D_z DM etkileşmesine göre teleport edilmiş ısısal uyum.	55
Şekil 3.16.	Kanal ₁₋₃ için farklı DM değerlerine göre teleport edilmiş ısısal uyum.	56
Şekil 3.17.	Kanal ₁₋₄ için farklı DM değerlerine göre teleport edilmiş ısısal uyum.	56
Şekil 3.18.	Spin($\frac{1}{2}$, 1) Modeli	57
Şekil 3.19.	Karma spin sisteminde kanal ₁₋₃ için T sıcaklığı ve B_z manyetik alanına göre ortalama sadakat.	65

Şekil 3.20. Karma spin sisteminde kanal₁₋₃ için B_z manyetik alanına göre teleport edilmiş ısısal uyum. 66

1. GİRİŞ

Doğanın anlaşılması açısından 20. yy. fizikte önemli ve büyük gelişmelere tanıklık etmiştir. Bu dönemin başlarında Max Planck ile kuantum teorisinin ilk fikirleri oluşmaya başlamış ve kendi adıyla anılan " h " Planck sabiti kuantum fiziğinin temel taşlarından biri olmuştur. Bu yüzyılın ilk çeyreğinde siyah cisim ışıması, foton kavramı ve fotoelektrik olay, Compton olayı ve de Broglie hipotezi ile şekillenen ve bunların yanında Bohr, Heisenberg, Schrödinger, Dirac, Pauli ve von Neuman'ın katkılarıyla gelişen bu teori literatürde kuantum mekaniği olarak yerini almıştır.

1935 yılına gelindiğinde Einstein, Podolsky ve Rosen isimlerinin baş harfleriyle anılan ünlü EPR makalelerinde [1] dolaşıklık kavramsal olarak kullanarak kuantum mekaniğinin tamamlanmamış bir teori olduğunu savunmuşlardır. Bu savunmalarında: Bir sistemi bozmadan bu sistem ile ilgili fiziksel bir değer tam bir kesinlikle öngörülebilirse, bu durumda bu değere karşılık gelen bir fiziksel gerçeğin olduğunu ve birbirinden ayrılmış iki sistemin aynı anda birbirini etkileyemeyeceğini yani bu sistemin etkilerinin yerel olduğunu ifade etmişlerdir. Yani EPR'ye göre; sistemin bir gözlenebilir ölçüm yapılmadan da fiziksel bir gerçeklik sunabilir. Bunun yanında yerellik ilkesine göre sistemlerden birinde yapılacak bir ölçümün, diğer sistemler hakkında aynı anda bilgi sahibi olamayacağımızı ve bunun ancak yerel gizli değişkenler kullanılarak aşılabileceğini söyler. Aynı yıl EPR makalesinden esinlenen Schrödinger [2] yaptığı çalışmasında ilk kez dolaşıklık (verschränkung, entanglement) kavramını ileri sürmüştür. Schrödinger'e göre tamamen kuantum mekaniğin bir kavram olan dolaşıklık, birleşik bir sistemi oluşturan alt sistemler arasında yerel olmayan ilintilerdir (corelations).

1964 yılında Bell yapmış olduğu çalışmasında ortaya koyduğu eşitsizlikler [3] ile dolaşıklığın, Einstein'ın EPR makalesinde öne sürdüğünün aksine yerel gizli

değişkenler ile açıklanamayacağını ifade etmiştir. Kuantum mekaniğinde bir çok durum Bell eşitsizliklerini ihlal eder. Bu durum 1982 yılında Aspect ve çalışma arkadaşları tarafından deneysel olarak da tespit edilmiştir [4]. Bell'in yapmış olduğu bu çalışma sonucunda kuantum mekaniğinin temellerine ait olguların tanımlanmasıyla birlikte kuantum hesaplama ve kuantum enformasyon çalışmalarına giden yol da açılmıştır.

Birleşik bir sistemin, sistemi oluşturan parçaları arasındaki yerel olmayan ilintiler ve üst üste gelme (superposition) ilkesi kuantum mekaniğinin sezgilerimize aykırı bazı olgularını ortaya koyar. Kuantum mekaniğinin en etkileyici özelliklerinden biri olan dolaşıklık kavramı kuantum hesaplama, kuantum teleportasyon [5], kuantum kriptoloji [6–8] ve süperyoğun kodlama [9] gibi kuantum enformasyon işlemlerinde temel bir rol oynar.

Kuantum teleportasyon, kuantum dolaşıklığın bir avantaj olarak nasıl kullanılabileceğinin önemli bir göstergesidir. Kuantum teleportasyon dediğimiz işlem bir sistemin kuantum durumunun bir gönderen tarafından uzaktaki bir alıcıya yerel işlemler ve klasik iletişim (LOCC) ve paylaşılmış bir dolaşıklık kaynağı aracılığı ile iletilmesidir. Kuantum teleportasyondaki temel unsur dolaşık çiftlerden oluşmuş bir kuantum kanalıdır. Mükemmel bir teleportasyon için kullanılacak olan kuantum kanalının maksimum dolaşık bir çiftten oluşmuş olması gerekmektedir. Kuantum teleportasyonu sadece birbirinden uzak iki grup arasındaki kuantum iletişimin gerçekleştirilmesi olarak düşünmenin yanısıra kuantum hesaplama için de kullanılabilecek bir uygulama olarak düşünebiliriz. Örneğin lineer optik kullanılarak yapılan kuantum hesaplamada teleportasyon temel bir bileşen olarak kullanılmaktadır [10, 11].

Son yıllarda fizikteki çalışmaların çoğu basit katıhal sistemleri üzerinde yoğunlaşmıştır ve Heisenberg spin sistemleri de bu sistemler arasında yer alır. Heisenberg spin sistemleri diğer fiziksel sistemler ile karşılaştırıldığında sahip

olduğu pek çok avantaj nedeniyle [12, 13] optik örgülerin [14], kuantum noktaların [15, 16], elektronik spinlerin [17], nükleer spinlerin [18] ve kuantum durumlarının transferinin [19] benzeştirilmesinde (simüle edilmesi) sıklıkla kullanılır. Dahası Heisenberg modelindeki ısısal dolaşıklık onun gerçek koşullara oldukça yakın olması nedeniyle teleportasyonun kuantum kanalı olarak da kullanılmıştır. Literatürde iki ve üç kubitlik Heisenberg sistemlerinin kuantum kanalı olarak kullanıldığı çalışmalar mevcuttur [20–25].

Heisenberg sistemini ifade eden modelde sadece en yakın komşu etkileşimlerinin (NN) değil ikinci en yakın komşu etkileşimlerinin (NNN) de dikkate alınmasıyla modelin basit bir genelleştirilmesi yapılabilir. Bu durumda sistem $J_1 - J_2$ Heisenberg modeli olarak ifade edilir [26, 27]. Bu tür etkileşmelere $Cu - O$, $CuGeO_3$ ve NaV_2O_5 gibi bazı yarı-bir boyutlu bileşiklerde rastlanabilir [28, 29].

Heisenberg spin sistemlerinde spin-spin etkileşmelerinin yanısıra spin-yörünge çiftlenimini de içeren ve Anderson'un süper değiş-tokuş etkileşme teorisinin genişletilmesinden ortaya çıkan anizotropik ve antisimetrik bir değiş-tokuş etkileşmesi de bulunur. Bu etkileşme

$$\vec{D} \cdot (\vec{S}_1 \times \vec{S}_2),$$

şeklindeki Dzialoshinskii-Moriya (DM) etkileşmesidir [30–33]. DM etkileşmesinin dolaşıklık üzerinde dikkate değer etkileri olduğundan literatürde DM etkileşmesine sahip Heisenberg spin sistemlerinin hem dolaşıklık hem de teleportasyon özelliklerinin incelendiği pek çok çalışma bulunmaktadır [22, 24, 34–36].

Bu düşünceler neticesinde hazırlamış olduğumuz bu tezde bazı kuantum spin sistemlerinde dolaşıklık ve kuantum teleportasyonu inceleyeceğiz. Bunun için önce z-ekseni boyunca homojen bir manyetik alanda bulunan dört kubitlik bir $J_1 - J_2$ Heisenberg XXX sistemi için kuantum teleportasyonu inceledik. Teleportasyon işleminin gerçekleşmesi için gerekli kuantum kanalını sistemin hem 1. ve 3.

kubitleri arasında hem de 1. ve 4. kubitleri arasında seçerek gerçekleştirdik. İkinci olarak dört kubitlik $J_1 - J_2$ Heisenberg sistemimizi x yönünde DM etkileşmesi ve z yönünde DM etkileşmesi olduğu durumlarda yine kuantum kanalının hem 1. ve 3. kubitler hem de 1. ve 4. kubitler arasında olduğu durumlarda inceledik. Buradan yola çıkarak farklı yönlerdeki DM etkileşmelerinin teleportasyon üzerindeki etkisini anlamaya çalıştık. Bunun yanında $spin - \frac{1}{2}$ ve $spin - 1$ gibi farklı spinlerden oluşmuş karma spin sistemlerinin de dolaşıklık özellikleri sergilediği bilinmektedir ve uygulamada da $NiCu(pba)(D_2O)_3 \cdot 2D_2O$ ($pba = 1, 3 - prepaylrebisis(oxamato)$) molekülünün karma tip $spin(\frac{1}{2}, 1)$ spin sistemini temsil ettiği görülmüştür [37–40]. Bundan yola çıkarak $spin(\frac{1}{2}, 1)$ Heisenberg karma spin sistemini kullanıp bir kuantum kanalı oluşturulabileceği düşüncesiyle incelemeler yapıp teleportasyon özellikleri incelenmiştir.

2. TEMEL KAVRAMLAR

2.1. Kuantum Bit (Kubit)

Klasik bilgisayarlar temel birim olarak 0 ve 1 rakamlarını kullanarak hesaplamalarını yaparlar. Bu aslında sonucun ya 0 ya da 1 olması üzerine kurulu bir işlemdir. Klasik bilgisayarlarda kullanılan bu temel birime bit denir. Bu temel birimin kuantum hesaplamadaki karşılığı ise $|0\rangle$ veya $|1\rangle$ gibi kuantum durumlarıdır. Kuantum hesaplamadaki bu temel birime kuantum bit (kubit) denir [41, 42]. Ancak kubitler sadece $|0\rangle$ veya $|1\rangle$ durumlarında değil bu durumların lineer bir kombinasyonu şeklinde de bulunabilmeleri nedeniyle klasik karşılıkları olan bitlerden farklılık gösterirler.

Bir kubit iki boyutlu kompleks vektör uzayındaki durum vektörleri

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{ve} \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (2.1.1)$$

olmak üzere,

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (2.1.2)$$

şeklinde yazılabilir. Burada α ve β kompleks katsayılardır. Kuantum mekaniği bu katsayıların tespit edilmesini kısıtlar. Normalizasyon koşulu gereği $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ olmalıdır. Bunun dışında üç seviyeli kuantum durumlarına da kubitler denir ve üç tane ortonormal baz'a sahiptir. Bir kubit

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle + \gamma|2\rangle = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (2.1.3)$$

şeklinde yazılabilir. Yine normalizasyon şartı gereği $|\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\gamma|^2 = 1$ olur. Dört seviyeli kuantum durumu ise kubitler olarak adlandırılır ve dört ortonormal baza sahiptir. Bir kubit

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle + \gamma|2\rangle + \delta|3\rangle = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

şeklinde olup; $|\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\gamma|^2 + |\delta|^2 = 1$ olur.

Klasik 0 ve 1 bitlerine karşılık gelen $|0\rangle$ ve $|1\rangle$ kubitlerinin tensör çarpımlarını kullanarak vektör uzayını daha da genişletebiliriz. Mesela iki bite karşılık gelen iki kubit için dört tane durum oluşur. Bu durumlar $|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$ ve $|11\rangle$ tensör çarpımı ile gösterilebilir

$$|0\rangle \otimes |0\rangle = |00\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$|1\rangle \otimes |1\rangle = |11\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$|1\rangle \otimes |0\rangle = |10\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$|0\rangle \otimes |1\rangle = |01\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Bu durumda iki kubitlik bir kuantum durumu

$$|\psi\rangle = \alpha|00\rangle + \beta|01\rangle + \gamma|10\rangle + \delta|11\rangle,$$

şeklinde yazılabilir. Burada da

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\gamma|^2 + |\delta|^2 = 1,$$

şeklindeki olasılıklar toplamı bire eşittir.

2.2. Kuantum Mantık Kapıları

Bir kuantum durumundaki değişiklikler ancak kuantum hesaplama dili kullanılarak tanımlanabilir [43]. Bu hesaplamaları güvenilir bir biçimde yapabilmek için herbirinin farklı işlem yaptığı kuantum mantık kapılarını kullanmak gerekir [44]. Kuantum kapıları aslında üniter birer işlemcilerdir. Bu işlemciler sayesinde orijinal bilgi işlenir. Kuantum mantık kapılarını tek kubitlik ve çok kubitlik kapılar olarak sınıflandırabiliriz.

2.2.1. Tek Kubitlik Kapılar

Bunlar sadece bir kubit üzerine işlem yapan kapılardır. Örneğin klasik olarak sadece değil(NOT) kapısı $0 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 0$ şeklinde bir dönüşüm yapar. Buna karşılık çok sayıda tek kubitlik kuantum mantık kapısı vardır. X, Y, Z ve Hadamard kapıları tek kubitlik kapılara örnek olarak verilebilir. X kapısı, $|0\rangle \rightarrow |1\rangle, |1\rangle \rightarrow |0\rangle$, Y kapısı $|0\rangle \rightarrow i|1\rangle, |1\rangle \rightarrow -i|0\rangle$ ve Z kapısında $|0\rangle \rightarrow |0\rangle, |1\rangle \rightarrow -|1\rangle$ dönüşümü yapar. Bu kapıların matris gösterimi

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.2.4)$$

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.2.5)$$

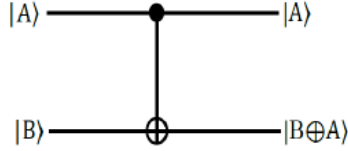
$$Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (2.2.6)$$

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad (2.2.7)$$

şekindedir. Hadamard kapısı, ilk kubit $|0\rangle$ ise bu kubiti $\frac{|0\rangle+|1\rangle}{\sqrt{2}}$ şeklinde $|0\rangle$ ile $|1\rangle$ arasında bir kuantum durumuna, $|1\rangle$ kuantum durumunda ise $\frac{|0\rangle-|1\rangle}{\sqrt{2}}$ şeklinde yine $|0\rangle$ ile $|1\rangle$ arasındaki bir kuantum durumuna dönüştürür. Böylece herhangi bir kubiti bir süperpozisyon durumuna çevirmiş olur.

2.2.2. Çok Kubitlik Kapılar

KONTROL DEĞİL(CNOT) kapısı çok kubitlik bir kapıdır. Bu kapıda bir kontrol kubitini ve bir hedef kubitini olmak üzere iki giriş kubitini vardır. Şekil 2.1'de CNOT kapısının devre şeması görülmektedir. Bu şemada üst çizgi kontrol kubitini, alt



Şekil 2.1. CNOT Kuantum Mantık Kapısı Şeması

çizgi de hedef kubitini gösterir. CNOT kapısında kontrol kubitini $|0\rangle$ ise hedef kubitini değişmez. Kontrol kubitini $|1\rangle$ ise hedef kubitini tersine çevirir ve işlemler

$$|00\rangle \rightarrow |00\rangle,$$

$$|01\rangle \rightarrow |01\rangle,$$

$$|10\rangle \rightarrow |11\rangle,$$

$$|11\rangle \rightarrow |10\rangle,$$

şeklinde olur. CNOT Kuantum mantık kapısını matris formunda da gösterebiliriz

$$CNOT = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Kapının bu şekildeki matris gösterimi hesaplamalarda kolaylık sağlar. Kuantum mantık kapılarının klasik kapılardan farkı prosedürü geri çevirebilmemizdir. Böylece ilk başladığımız noktaya geri dönebiliriz. Bunu da diğer mantık kapılarını kullanarak yapabiliriz.

2.3. Kuantum Devreleri

Kuantum mantık kapılarını [43] kullanarak kuantum devrelerini oluşturabiliriz. Devredeki çizgiler bağlantıları temsil eder fakat bunlar klasik anlamda bir tel olmak zorunda değildir. Çift çizgi klasik devreyi, tek çizgi ise kuantum devreyi temsil eder. Bir ölçme işlemi devre şemasında Şekil 2.2'deki gibidir.

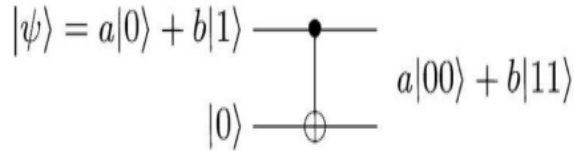


Şekil 2.2. Ölçme İşlemi Devre Şeması.

Devreyi kurduktan sonra çizgiler üzerinde soldan sağa doğru hareket ederek karşılaşılan devre elemanının özelliğine göre işlem yapılır.

2.3.1. Kubit Kopyalayan Devre

Kubit kopyalayan devrede CNOT kapısı kuantum enformasyon teorisi için önemli bir özelliği barındırır.



Şekil 2.3. Kubit Kopyalayan Devre Şeması

Şekil 2.3'den görüldüğü gibi $|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$ kuantum durumu CNOT kapısından geçtikten sonra $a|00\rangle + b|11\rangle$ durumunu almıştır. Daha önce de belirttiğimiz gibi bu kapıda $|0\rangle$ kontrol kubitini hedef kubitini değiştirmezken $|1\rangle$ kontrol kubitini hedef kubitini tersine değiştirmiştir. Girdi durumu

$$[a|0\rangle + b|1\rangle]|0\rangle = a|00\rangle + b|10\rangle, \quad (2.3.8)$$

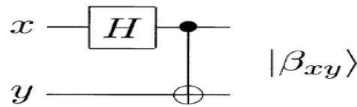
şeklinde yazılabilir. Çıktı durumu ise CNOT uygulandıktan sonra $a|00\rangle + b|11\rangle$ şeklinde olur. Diğer taraftan $|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$ gibi bilinmeyen bir kuantum durumunun kopyalanması durumunda

$$|\psi\rangle|\psi\rangle = a^2|00\rangle + ab|01\rangle + ab|10\rangle + b^2|11\rangle, \quad (2.3.9)$$

olur. Görüldüğü gibi (2.3.8) ve (2.3.9) ifadelerine bakacak olursak ancak $ab = 0$ olması durumunda kuantum durumu kopyalanabilir. Eğer $a|00\rangle + b|11\rangle$ kuantum durumu üzerinde bir ölçüm yaparsak $|a|^2$ ve $|b|^2$ olasılıklarıyla 0 ya da 1 sonucuna ulaşırız. Bu ancak $ab = 0$ olduğu durumda mümkün olmaktadır. Buradan bilinmeyen bir kuantum durumunun kopya edilemeyeceği anlaşılır. Bu kısım 2.8.1’de de anlatılacağı gibi kuantum enformasyon teorisinde kopyalanamama teoremi olarak bilinir ve klasik ve kuantum bilgi arasındaki temel farklardan biridir [43].

2.3.2. Bell Durumu

Bell durumları kuantum hesaplamada ve kuantum enformasyon teorisinde önemli bir yer teşkil eder. İki parçacıktan oluşan bu durumundaki bir sistem kendini oluşturan alt sistemlerin tensörel bir çarpımı şeklinde yazılamaz. Maksimum dolaşıklığın güzel bir kanıtı olan bu durum kuantum teleportasyon için de imkan sağlar. Şekil 2.4 de Bell durumu üreten bir kuantum devresinin devre şeması görülmektedir. Devre şemasından da görüleceği üzere girdi durumu önce Hadamard kapısına gider. Hadamard kapısı $|\psi\rangle$ kuantum durumunu bir süperpozisyon durumuna dönüştürür. Sonra da CNOT kapısına girer.



Şekil 2.4. Bell durumu üreten kuantum şeması

Şekil 2.4 deki bu kuantum devresi $|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$ ve $|11\rangle$ girdi durumlarını

$$|\Phi^+\rangle \equiv |\beta_{00}\rangle = \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (2.3.10)$$

$$|\Psi^+\rangle \equiv |\beta_{01}\rangle = \frac{|01\rangle + |10\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (2.3.11)$$

$$|\Phi^-\rangle \equiv |\beta_{10}\rangle = \frac{|00\rangle - |11\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (2.3.12)$$

$$|\Psi^-\rangle \equiv |\beta_{11}\rangle = \frac{|01\rangle - |10\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (2.3.13)$$

kuantum durumlarına dönüştürür. Bu durumlar Bell durumları veya EPR çiftleri olarak bilinirler. [3, 43]. En genel haliyle Bell durumlarını

$$|\beta_{xy}\rangle = \frac{|0y\rangle + (-1)^x |1\bar{y}\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (2.3.14)$$

şeklinde yazabiliriz. Burada \bar{y} , y 'nin değılidir.

2.4. Yoğunluk Operatörü

Herhangi bir kuantum durumunu durum vektörlerinin istatistiksel bir karışım şeklinde ifade edebiliriz ve bunu da yoğunluk operatörleriyle sağlarız.

Yoğunluk operatörü ρ ,

$$\rho = \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|, \quad (2.4.15)$$

şeklinde yazılabilir. $|\psi_i\rangle$ bir kuantum durumundaki durum vektörünü, p_i ise bu durum vektörlerinin sistemde bulunma olasılığı gösterir. Eğer;

$$Tr[\rho] = 1, \quad (2.4.16)$$

$$Tr[\rho^2] = 1, \quad (2.4.17)$$

oluyorsa bu, saf durumdur (pure state). Eğer;

$$Tr[\rho^2] < 1, \quad (2.4.18)$$

ise bu, karışık durumdur(mixed state).

Bir yoğunluk operatörünün özelliklerini sıralayacak olursak;

1) Hermitik olmalıdır

$$\rho = \rho^\dagger. \quad (2.4.19)$$

2) İzi bir olmalıdır

$$Tr(\rho) = 1. \quad (2.4.20)$$

3) ρ , pozitif bir operatör olmalıdır. Herhangi bir durum vektörü için

$$\langle u | \rho | u \rangle \geq 0, \quad (2.4.21)$$

olmalıdır.

2.5. İndirgenmiş Yoğunluk Operatörü

Birleşik bir sistem, iki veya daha fazla alt sistemden oluşmuş olabilir. Alt sistemlerin kendi aralarındaki ve sistem üzerindeki etkilerini kavramada yoğunluk operatörlerinin bulunması önemlidir [43]. Sistemin yoğunluk operatörünü bulduktan sonra alt sistemlerin de yoğunluk operatörleri elde edilebilir. Bunlara "indirgenmiş yoğunluk operatörleri" denir.

Aşağıdaki gibi bir Bell durumumuz olsun. Bu maksimum dolaşık bir durumdur.

$$|\beta_{10}\rangle = \frac{|0_A 0_B\rangle - |1_A 1_B\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (2.5.22)$$

Burada sistem A ve B gibi iki alt sistemden oluşmuş bileşik bir sistemdir. Bunlar $|\beta_{10}\rangle$ kuantum durumunda bulunurlar. Bu sistemin yoğunluk operatörü

$$\rho = |\beta_{10}\rangle \langle \beta_{10}|, \quad (2.5.23)$$

olur.

Eğer sadece A alt sistemi ya da sadece B alt sistemine ait olan yoğunluk operatörlerini bulmak istersek kısmi iz (Ek.2) alarak bu alt sistemlere ait

indirgenmiş yoğunluk operatörlerini

$$\rho_A = Tr_B(\rho), \quad (2.5.24)$$

$$\rho_B = Tr_A(\rho), \quad (2.5.25)$$

elde edebiliriz.

2.6. Kuantum Dolaşıklık

Kuantum mekaniksel sistemlerde süperpozisyon ilkesi dolaşıklık denilen bir özelliği içinde barındırır. Tamamen kuantum mekaniksel bir kavram olan dolaşıklığın klasik mekanikte bir karşılığı yoktur. Dolaşıklık, alt sistemlerden oluşmuş bir kuantum sisteminin parçaları arasındaki kuantum ilintidir.

A ve B gibi iki alt sistemden oluşmuş birleşik bir sistemimiz olsun. Bu birleşik sistemin kuantum durumu $|\psi\rangle$, $H = H_A \otimes H_B$ olmak üzere H kompleks vektör uzayında bulunur. Burada H_A ve H_B , sırasıyla A ve B alt sistemlerine ait kompleks vektör uzaylarıdır. $|\phi\rangle$ ve $|\chi\rangle$ ise sırasıyla A ve B alt sistemlerindeki kuantum durumlarıdır. Yani

$$|\psi\rangle \in H, |\phi\rangle \in H_A, |\chi\rangle \in H_B,$$

olmak üzere eğer bileşik bir sistem kendini oluşturan alt sistemlerin tensörel bir çarpımı şeklinde yazılabiliyorsa $|\psi\rangle$ kuantum durumu ayrılabilir [45]

$$|\psi\rangle = |\phi\rangle \otimes |\chi\rangle. \quad (2.6.26)$$

Eğer bileşik sistem alt sistemlerin tensörel bir çarpımı şeklinde yazılamıyorsa

$$|\psi\rangle \neq |\phi\rangle \otimes |\chi\rangle, \quad (2.6.27)$$

dolaşıktır (entangled) denir. Bu durumda alt sistemler birbirleriyle klasik olmayan ilintilere sahiptir [43]. Dolaşıklık iki elektron, iki foton, atom ya da çekirdek arasında olabilir. Dolaşıklığa en iyi örnek Bell durumlarıdır. Genelde iki

parçacıklı sistemler arasında ifade edilmesine rağmen üç parçacıklı sistemler için de dolaşıklık ifade edilebilir. Örneğin Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) durumları olarak bilinen [46,47] üç parçacıklı bir sistemi

$$|GHZ\rangle_{123} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle + |111\rangle), \quad (2.6.28)$$

şeklinde tanımlamak mümkündür. Buna dayanılarak üç-foton dolaşıklığı deneysel olarak 1999 da gözlemlenmiş [48] ve üç-foton dolaşıklığının yerel olmama özelliği de deneysel olarak test edilmiştir [49].

Dolaşık duruma gelmiş çiftler artık aynı bütünsel(global) kuantum durumundadır. Böylece momentumlarını, konumlarını, spinlerini, kutuplaşma niteliklerini birbirleriyle ilintilendirmişlerdir. Örneğin dolaşık bir sistemdeki tek bir fotonun polarizasyon durumu ölçüldüğünde yapılan ölçümden sistemdeki dolaşık olan diğer fotonun polarizasyon durumuda etkilenmektedir. İki parçacıklı sistemlerin saf kuantum durumlarının dolaşıklığını hesaplamak görece daha kolaydır. Fakat çok parçacıklı sistemlerin karışık(mixed) kuantum durumlarının dolaşıklığını hesaplamak sistemdeki hangi parçacıklar veya hangi parçacık grupları arasında dolaşıklığın olduğunun belirlenmesinin ve bunlara ait durum vektörlerinin ifade edilmesinin kolay olmaması nedeniyle zordur. Ancak, dolaşıklık entropisi, Schmidt Ayrışması(Decomposition), Negatiflik(Negativity) ve uyum(concurrence) gibi nitel ve nicel ölçütler kullanılarak dolaşıklık hesaplanabilmektedir.

2.7. Dolaşıklığın Uygulamaları

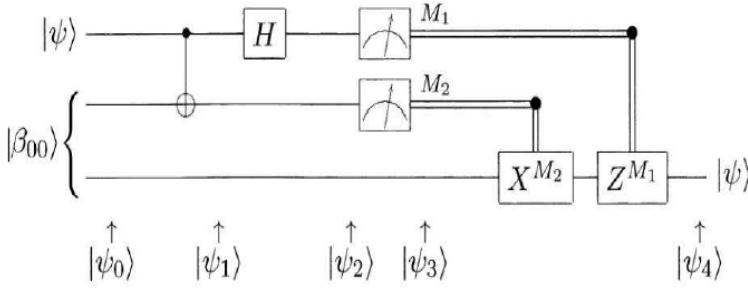
Kuantum dolaşıklığın kaynak olarak kullanılması sayesinde klasik yollarla gerçekleştirilmesi mümkün olmayan iletişim ve enformasyon işlemlerini gerçekleştirebilmek mümkündür. Kuantum teleportasyon, dolaşıklık değiş-tokuşu ve süper yoğun kodlama bunlara örnek olarak verilebilir.

2.7.1. Kuantum Teleportasyon

Var olan bir dolaşıklık ve klasik bir bilgi kanalı kullanılarak bilinmeyen bir kuantum durumunun transfer edilmesi olayı teleportasyon olarak tanımlanır [5]. Burada bir A noktasından t anında bir nesneyi yok edip bir B noktasına t+T anında tekrar yeniden görünür hale getirirken sadece nesnenin bilgisi teleport edilir [50,51]. Yani kuantum teleportasyon tamamen durumun bir noktadan bir başka noktaya iletiliştir. Burada cismin nesnellliğini iletemeyiz. Teleportasyonda ilk yapmamız gereken nesnenin bütün özelliklerini öğrenmektir. Önce gönderen istasyonda nesnenin taranması işlemi yapılır. Daha sonra alıcı ve verici arasında kuantum durumlarını hareket ettirip bilgiyi alıcı istasyona gönderebiliriz. Teleportasyon için sistemin durumunu öğrenmeye gerek yoktur. Sadece bir A noktasından bir B noktasına bilginin iletilmesi için klasik iletişim araçlarından (telefon, email, fax gibi) birinin kullanılması yeterlidir. Bu aşında görelilik ilkesinin ihlal edilmediği anlamına da gelir. Maksimum dolaşıklıkta saf durumlar, teleportasyonun gerçekleştiği ideal dolaşık kaynaklardır [52]. Başlangıç durumunun saflığı teleport edilecek durumun dolaşıklılığının belirlenmesinde önemli rol oynar [53]. Kopyalanamama ilkesi [54, 55] ihlal ediliyor gibi görünsede teleportasyon tamamlandıktan sonra sadece hedef kubit $|\psi\rangle$ kuantum durumundadır. Data kubiti artık $|0\rangle$ veya $|1\rangle$ kompütasyonel baz durumlarından birinde olacaktır.

Basit bir örnekle kuantum teleportasyonu açıklamaya çalışalım. Alice elindeki $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ gibi durumu bilinmeyen bir kubit göndermek istesin. Bu işlem, durumu bilinmeyen bir kubitin bir yerden başka bir yere aktarımı şeklinde olmalıdır [5]. Alice ve Bob daha önce dolaşık bir çifti paylaşmış olsunlar. Alice önce $|\psi\rangle$ kuantum durumundaki kubiti dolaşık olan EPR çiftinin kendi elindeki dolaşık parçasıyla etkileşime sokar ve yaptığı ölçüm sonucunda $|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$, $|11\rangle$, gibi dört olası sonuçtan birini elde eder. Elde edilen sonuç klasik iletişim kanallarından biriyle Bob'a iletilir. Bob da kendi elindeki dolaşık parçayla bu

aldığı sonucu tekrar etkileşime sokarak başlangıçtaki $|\psi\rangle$ durumunu elde etmiş olur. Şimdi teleportasyonun nasıl gerçekleştiğini "teleportasyon şeması" üzerinden açıklayalım [43]. Devredeki ilk iki tel Alice'e, alttaki üçüncü tel ise Bob'a aittir. Soldaki teller tek çizgidir ve bir kuantum bilgisinin iletimini ifade eder. Sağdaki iki tel ise çift çizgidir ve klasik bilginin ilgili kanallara iletimini ifade eder. Şemada teleport edilecek durum, $|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle$ olarak verilmiştir. α ve β bilinmeyen genliklerdir.



Şekil 2.5. Kubit teleport eden devre şeması

Devrede teleport edilecek bilinmeyen $|\psi\rangle$ durumunu $|\beta_{00}\rangle$ Bell durumu ile etkileşime sokalım.

$$\begin{aligned}
 |\psi_0\rangle &= |\psi\rangle |\beta_{00}\rangle, \\
 &= |\psi\rangle \frac{1}{\sqrt{2}}[|00\rangle + |11\rangle], \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\alpha |0\rangle [|00\rangle + |11\rangle] + \beta |1\rangle [|00\rangle + |11\rangle]], \quad (2.7.29)
 \end{aligned}$$

şeklinde olur. Elde ettiğimiz sonuçta ilk iki kubit Alice'in üçüncü kubit Bob'undur. Alice ve Bob'un ayrılmadan öne paylaştıkları EPR çifti ise ikinci ve üçüncü kubitlerdir. Alice artık kendi kubitlerini CNOT kapısına göndererek dönüşümü sağlar. Böylece $|\psi_1\rangle$ durumu elde edilir

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[\alpha |0\rangle [|00\rangle + |11\rangle] + \beta |1\rangle [|10\rangle + |01\rangle]]. \quad (2.7.30)$$

$|\psi_1\rangle$ durumunun ilk kubitine Hadamart kapısı uygulanır. Elde edilen $|\psi_2\rangle$ kuantum durumu

$$\begin{aligned} |\psi_2\rangle &= \frac{1}{2}[\alpha(|0\rangle + |1\rangle)(|0,0\rangle + |1,1\rangle) + \beta(|0\rangle - |1\rangle)(|1,0\rangle + |0,1\rangle)], \\ &= \frac{1}{2}[|00\rangle[\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle] + |01\rangle[\alpha|1\rangle + \beta|0\rangle] \\ &\quad + |10\rangle[\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle] + |11\rangle[\alpha|1\rangle - \beta|0\rangle]]. \end{aligned} \quad (2.7.31)$$

şeklinde olur. Görüldüğü gibi $|\psi_2\rangle$ 'de dört terimden oluşmuştur. Burada $|00\rangle$ kuantum durumu Alice'e, $(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)$ kubit de Bob'a aittir. Benzer şekilde üç tane daha eşleşmiş kubit görülmektedir. Alice elindeki kubitte ölçüm yapar ve yaptığı ölçüm sonucunda $|00\rangle$ bulursa bu durumda Bob'un kubit $|\psi\rangle$ orijinal kuantum durumunda olur. Alice'in elde ettiği ölçüm sonuçlarına göre Bob'un elde edeceği kuantum durumları aşağıdaki gibi olacaktır:

$$\begin{aligned} 00 &\rightarrow |\psi_3(0,0)\rangle \equiv \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \\ 01 &\rightarrow |\psi_3(0,1)\rangle \equiv \alpha|1\rangle + \beta|0\rangle, \\ 10 &\rightarrow |\psi_3(1,0)\rangle \equiv \alpha|0\rangle - \beta|1\rangle, \\ 11 &\rightarrow |\psi_3(1,1)\rangle \equiv \alpha|1\rangle - \beta|0\rangle. \end{aligned}$$

Alice elinde bulunan kubit çiftine yaptığı ölçüm sonucu elde ettiği bilgiyi Bob'a klasik iletişim kanallarından (telefon, e-mail, faks gibi..) biriyle iletmesi sonucunda Bob da uygun işlemi yaparak başlangıta Alice'in elinde bulunan bilinmeyen kuantum durumunu elde etmektedir. Görüleceği üzere dört farklı durum mevcuttur ve bunlar Alice'in yaptığı ölçüm sonucuna göre oluşur. Alice'in ölçümü 00 ise Bob'un birşey yapmasına gerek yoktur çünkü Bob'un elindeki durum zaten orijinal durumu verir. Alice'in ölçüm sonucu 10 ise Bob Kuantum Z kapısını, 01 ise X kapısını, 11 ise önce X sonra da Z kapısını uygulayarak başlangıçtaki bilinmeyen orijinal durumu elde eder. Bob bu işlemleri kendi kubitine $Z^{M_1}X^{M_2}$ dönüşümlerini

uygulayarak

$$00 : Z^0 X^0 |\psi_3\rangle = I |\psi_3\rangle = |\psi_4\rangle,$$

$$01 : Z^0 X^1 |\psi_3\rangle = \alpha X |1\rangle + \beta X |0\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle = |\psi_4\rangle,$$

$$10 : Z^1 X^0 |\psi_3\rangle = \alpha Z |1\rangle - \beta Z |1\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle = |\psi_4\rangle,$$

$$11 : Z^1 X^1 |\psi_3\rangle = Z(\alpha X |1\rangle + \beta X |0\rangle) - \alpha Z |0\rangle - \beta Z |1\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle = |\psi_4\rangle,$$

şeklinde elde eder. Teleportasyonun bize getirdiği iki önemli sonuç vardır. Bunlardan ilki klasik iletişim kanalları kullanıldığı için ışık hızından daha hızlı hareket edilmemiş olur. Bu, görelilik ilkesinin ihlal edilmediği anlamına gelir. Diğer bir sonuç da sadece elde edilen hedef kubit başlangıçtaki orijinal durumun aynısıdır. Kopyalanma gerçekleşmemiştir. Böylece kopyalanmama teoremi de [54, 55] ihlal edilmiş olmaz. Başlangıçtaki orijinal data kubiti ise ölçüm sonucuna göre $|0\rangle$ veya $|1\rangle$ kuantum durumlarından birinde bulunur. Günümüzde kuantum teleportasyonun deneysel anlamda uygulama alanları da mevcuttur. Şimdiye kadar Kanarya adalarında 143 km lik mesafeye kuantum teleportasyon gerçekleştirilmiştir. Bir fotonun kuantum durumu Çinde Tibet dağlarında 5047 m lik bir irtifada Ngari istasyonundan 1400 km'ye kadar bir mesafe boyunca Micius kuantum uydusuna teleport edilmiştir [56–59].

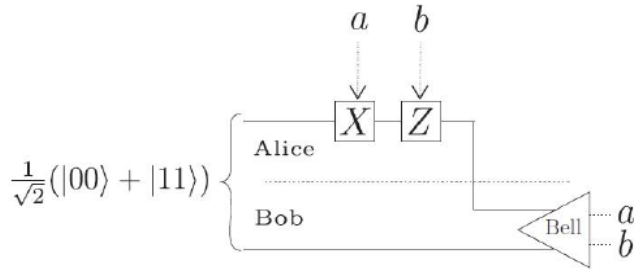
2.7.2. Kuantum Yoğunkodlama

Kuantum yoğunkodlama, dolaşık bir sistem aracılığı ile karşılıklı iki sistem arasında kuantum iletişimini sağlayan basit ama önemli bir uygulamadır. Önceleri 1 kubit in en fazla 1 bitlik bilgiyi taşıyabileceği ileri sürülmüştür [60]. Bennett ve Wiesner [9] tarafından kuantum yoğunkodlama ile iki bitlik klasik bir bilginin taşınabileceği daha sonra gösterilmiş oldu. İlk önce bir EPR çifti aynen teleportasyon protokolünde olduğu gibi iki kişi arasında paylaşılır. Önce Alice

ve Bob'un

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|00\rangle + |11\rangle] = \frac{1}{\sqrt{2}}[|0\rangle_A |0\rangle_B + |1\rangle_A + |1\rangle_B], \quad (2.7.32)$$

şeklinde bir EPR çiftini paylaştıklarını farzedelim. Burada ilk kubit Alice'e ikinci kubit Bob'a aittir. Alice sahip olduğu kuantum durumuna, göndermek istediği iki klasik bite uygun tek kubitlik kuantum mantık kapısını uygulayıp $|\beta_{00}\rangle, |\beta_{01}\rangle, |\beta_{10}\rangle, |\beta_{11}\rangle$ Bell durumlarından birini elde eder. Bu Bell durumları 00, 01, 10, 11 gibi iki bitlik bir baz dizini tarafından temsil edilir. Aşağıda kuantum yoğunkodlama şemasında:



Şekil 2.6. Kuantum Yoğunkodlama Şeması

Alice Bob'a 00 bitlerini $(I \otimes I)$ mantık kapısı yardımıyla göndermek istesin. Bu kapı $|\psi\rangle$ kuantum durumunu Bell durumlarından $|\beta_{00}\rangle$ 'a dönüştürür

$$(I \otimes I) |\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|00\rangle + |11\rangle] = |\beta\rangle_{00}. \quad (2.7.33)$$

Eğer 01 durumundaki klasik bitleri göndermek isterse, kendi kubitine $X \otimes I$ kuantum mantık kapısı uygular

$$(X \otimes I) |\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|10\rangle + |01\rangle] = |\beta\rangle_{01}, \quad (2.7.34)$$

10 klasik bitleri için $Z \otimes I$ kapısı uygulanır. Buna göre

$$(Z \otimes I) |\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|00\rangle - |11\rangle] = |\beta\rangle_{10}, \quad (2.7.35)$$

11 klasik bitleri için $i(Y \otimes I)$ mantık kapısı uygulanır

$$i(Y \otimes I) |\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|01\rangle - |10\rangle] = |\beta\rangle_{11}. \quad (2.7.36)$$

Artık Alice kendi kubitini Bob'a gönderebilir. Alice'den gelen kontrol kubitine Bob tarafından ilk olarak CNOT kapısı uygulanır ve aşağıdaki dört sonuçtan biri oluşur

$$\begin{aligned} |00\rangle; |\beta\rangle_{00} &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|00\rangle + |11\rangle], \\ |01\rangle; |\beta\rangle_{01} &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|11\rangle + |01\rangle], \\ |10\rangle; |\beta\rangle_{10} &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|00\rangle - |10\rangle], \\ |11\rangle; |\beta\rangle_{11} &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|01\rangle - |11\rangle]. \end{aligned}$$

Daha sonra elde edilen sonucun ilk kubitine Hadamard mantık kapısını uygulayarak

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|00\rangle + |11\rangle] = |\beta\rangle_{00} = |00\rangle, \\ |\psi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|10\rangle + |01\rangle] = |\beta\rangle_{01} = |01\rangle, \\ |\psi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|00\rangle - |11\rangle] = |\beta\rangle_{10} = |10\rangle, \\ |\psi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|01\rangle - |10\rangle] = |\beta\rangle_{11} = |11\rangle, \end{aligned}$$

dört Bell durumundan birini elde eder. Bu Alice'in göndermek istediği sonuçtur. Böylece kuantum yoğunkodlama protokolü tamamlanmış olur.

2.7.3. Dolanıklık Trampası

Kuantum dolaşıklığı birbirine çok yakın parçacıklar arasındaki doğrudan etkileşimler olarak tanımlarız. Acaba aralarında dolaşıklık olmayan ve birbirinden oldukça uzak parçacıklar arasında da dolaşıklık oluşturabilir miyiz? Yapılan çalışmalar dolaşık sistemler kullanılarak dolaşık olmayan ve birbirinden çok

uzak parçacıklar arasında da dolaşıklık oluşturulabildiğini göstermiştir [61, 62]. Kuantum teleportasyondan farklı olarak dolaşıklık tarmpasında iki EPR çifti kullanılır. İşlemlerde karışıklığı önlemesi bakımından 1 ve 4 numaralı kubitleri Alice'e, 2 ve 3 numaralı kubitleri Bob'a kodlayalım. 1 ve 2 numaralı kubitler ile 3 ve 4 numaralı kubitler kendi arasında dolaşıktır

$$|\beta_{00}\rangle_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}}[|00\rangle_{12} + |11\rangle_{12}], \quad (2.7.37)$$

$$|\beta_{00}\rangle_{34} = \frac{1}{\sqrt{2}}[|00\rangle_{34} + |11\rangle_{34}]. \quad (2.7.38)$$

Bu iki Bell durumunun çarpımı

$$\begin{aligned} |\beta_{00}\rangle_{12} |\beta_{00}\rangle_{34} &= \frac{1}{2} [|00\rangle_{12} |00\rangle_{34} + |11\rangle_{12} |00\rangle_{34} + |00\rangle_{12} |11\rangle_{34} \\ &+ |11\rangle_{12} |11\rangle_{34}], \end{aligned} \quad (2.7.39)$$

olup, burada ikinci ve dördüncü kubitlerin yerlerini değiştirip tekrar düzenlediğimizde

$$\begin{aligned} |\beta_{00}\rangle_{14} |\beta_{00}\rangle_{23} &= \frac{1}{2} [|00\rangle_{14} |00\rangle_{23} + |10\rangle_{14} |10\rangle_{23} + |01\rangle_{14} |01\rangle_{23} \\ &+ |11\rangle_{14} |11\rangle_{23}], \end{aligned} \quad (2.7.40)$$

elde edilir. Şimdide $|\beta_{00}\rangle_{14} |\beta_{00}\rangle_{23}$ çarpımına bakalım.

$$|\beta_{00}\rangle_{14} |\beta_{00}\rangle_{23} = \left[\frac{1}{\sqrt{2}} [|0_1 0_4\rangle + |1_1 1_4\rangle] \right] \left[\frac{1}{\sqrt{2}} [|0_2 0_3\rangle + |1_2 1_3\rangle] \right], \quad (2.7.41)$$

$$\begin{aligned} |\beta_{00}\rangle_{14} |\beta_{00}\rangle_{23} &= \frac{1}{2} [|0_1 0_4\rangle |0_2 0_3\rangle + |1_1 1_4\rangle |0_2 0_3\rangle + |0_1 0_4\rangle |1_2 1_3\rangle \\ &+ |1_1 1_4\rangle |1_2 1_3\rangle], \end{aligned} \quad (2.7.42)$$

şeklinde elde edilir. (2.7.40) ve (2.7.42) denklemlerine bakıldığında (2.7.40)'da eksik terimler olduğu görülür. Bu eksiklik aşağıdaki eşitlik ile giderilebilir

$$\begin{aligned} |\beta_{00}\rangle_{12} |\beta_{00}\rangle_{34} &= \frac{1}{2} [|\beta_{00}\rangle_{14} |\beta_{00}\rangle_{23} + |\beta_{01}\rangle_{14} |\beta_{01}\rangle_{23} + |\beta_{10}\rangle_{14} |\beta_{10}\rangle_{23} \\ &+ |\beta_{11}\rangle_{14} |\beta_{11}\rangle_{23}]. \end{aligned} \quad (2.7.43)$$

Burada yaptıklarımıza bakacak olursak Alice 1 ve 4 numaralı kubitlere ölçüm yaptığında $\frac{1}{4}$ olasılıkla $|\beta_{00}\rangle_{14}$, $|\beta_{01}\rangle_{14}$, $|\beta_{10}\rangle_{14}$, $|\beta_{11}\rangle_{14}$ sonuçlarından birini bulacaktır. Ölçüm sonucunda Bob'un kuantum durumu ise $|\beta_{00}\rangle_{23}$, $|\beta_{01}\rangle_{23}$, $|\beta_{10}\rangle_{23}$, $|\beta_{11}\rangle_{23}$ sonuçlarından birine çökecektir. Artık 2 ve 3 numaralı kubitler karşılaşmamış oldukları halde dolaşıktırlar. Eğer Alice ölçüm yapmadan önce üçüncü bir karakter olan Charlie üç numaralı kubiti alıp uzak bir yere giderse ölçüm gerçekleştiğinde Bob ve Charlie arasında bir çift dolaşık parçacık paylaşılmış olacaktır. Böylece dolaşık iki çift kubit elde edilmiş olur. Bu olaya dolaşıklık trampası denilir. Bu, dolaşıklığın birden fazla gruba aktarımında güzel bir yöntemdir. Dolaşıklık trampası deneysel uygulamalara da açıktır [63].

2.8. Kuantum Enformasyon Teorisinin Uygulamaları

Bu kısımda kuantum enformasyon teorisinin önemli olan farklı bakış açısını ifade etmeye çalışacağız. Bunun için ilk olarak genel bir sonuç olan kopyalanamama teoremini (no-cloning theorem) inceleyeceğiz. Buradan hareketle iz mesafesi (trace distance) ve sadakat (fidelity) kavramlarını kullanarak iki kuantum durumunun birbirlerine ne kadar benzer olduklarının belirlenmesinin nasıl olacağına bakacağız. Sonrasında ise bir kuantum durumundaki dolaşıklık miktarını belirlemek için uyuma (concurrence) bakacağız.

2.8.1. Kopyalanamama Teoremi

Enformasyon işlemlerindeki en rutin prosedür verilerin kopyalarının yapılmasıdır. Kuantum enformasyon teorisinin gücünün temel kaynağı bir kubitin $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ şeklinde bir süperpozisyon durumunda bulunmasıdır. Böyle bir kubitin tam bir kopyasının yapılamaması kopyalanamama teoreminin (no-cloning theorem) bir sonucudur [54]. Bunu açıklamak için $|\psi\rangle$ ve $|\phi\rangle$ gibi iki saf kuantum durumu (pure state) düşünelim. Ayrıca üniter bir U operatörü olsun ve herhangi $|\chi\rangle$ (hedef

kuantum durumu) kuantum durumu için

$$U(|\psi\rangle \otimes |\chi\rangle) = |\psi\rangle \otimes |\psi\rangle, \quad (2.8.44)$$

$$U(|\phi\rangle \otimes |\chi\rangle) = |\phi\rangle \otimes |\phi\rangle, \quad (2.8.45)$$

şeklinde işlem yapsın. (2.8.44) ve (2.8.45) ifadelerinin sol kısımlarının iç çarpımından

$$\langle\langle\psi| \otimes \langle\chi| U^\dagger)(U|\phi\rangle \otimes |\chi\rangle) = \langle\psi| \phi\rangle, \quad (2.8.46)$$

elde edilir. Burada $U^\dagger U = I$

(2.8.44) ve (2.8.45) ifadelerinin sağ kısımlarının iç çarpımından

$$\langle\langle\psi| \otimes \langle\psi|)(|\phi\rangle \otimes |\phi\rangle) = (\langle\psi| \phi\rangle)^2, \quad (2.8.47)$$

elde edilir. (2.8.46) ve (2.8.47) denklemlerinin karşılaştırılmasından

$$\langle\langle\psi| \phi\rangle) = (\langle\psi| \phi\rangle)^2, \quad (2.8.48)$$

sonucu elde edilir. Yukarıdaki (2.8.48) denklemindeki eşitliğin sağlanması için $\langle\psi| \phi\rangle = 0$ olması gerekir. Böylece sadece ortogonal durumlar kopyalanabilir. Yani en genel $|\psi\rangle$ ve $|\phi\rangle$ kuantum durumlarını kopyalamak için kullanılabilecek üniter bir operatör yoktur.

Kopyalanamama teoreminden dolayı bilinmeyen bir kuantum durumunun tam bir kopyası yapılamaz fakat mükemmel olmayan bir kopyalama yapılabilir mi? Diğer bir deyişle bir kuantum durumu diğer bir kuantum durumuna ne kadar benzer olabilir? Bunu anlamak için kullanılan ölçütler bulunmaktadır.

Kuantum durumlarını ayırt etmek oldukça zordur ancak bir kaynağın oluşturduğu kuantum durumunu tekrar oluşturduğumuzda bu ikisi arasındaki benzerliği ölçmenin bir yolu iz mesafesi (trace distance) ve sadakat (fidelity) gibi uzaklık ölçütlerini (distance measure) kullanmaktır [43, 64].

2.8.2. İz Mesafesi

ρ ve σ iki kuantum durumu olmak üzere iz mesafesi

$$D(\rho, \sigma) = \frac{1}{2} \text{Tr}|\rho - \sigma|, \quad (2.8.49)$$

şeklinde tanımlanır. Burada $|A| = \sqrt{A^\dagger A}$.

\vec{r} ve \vec{s} vektörleri sırasıyla ρ ve σ durumlarının Bloch vektörleri olmak üzere

$$D(\rho, \sigma) = \frac{1}{2} |\vec{r} - \vec{s}|, \quad (2.8.50)$$

olup kubitler arası iz mesafesi \mathbb{R}^3 öklid uzayında bulunan Bloch küresindeki vektörler arası uzaklığın yarısıdır. Bu nedenle yoğunluk operatörleri uzayında iz mesafesi metriktir. $0 \leq D(\rho, \sigma) \leq 1$ aralığında değerler alır. Eğer $\rho = \sigma$ ise $D(\rho, \sigma) = 0$ olurken ρ ve σ ortogonal ise $D(\rho, \sigma) = 1$ olur.

2.8.3. Sadakat

Bir kuantum kanalı boyunca kuantum teleportasyonun özellikleri sadakat (fidelity) adı verilen bir ölçüt ile belirlenir. Bu ölçüt teleport edilecek kuantum durumu ile teleport edilmiş kuantum durumu arasındaki örtüşmenin bir ölçüsüdür. Buradaki temel düşünce iki parça enformasyonun ne kadar benzer olduğu ya da bazı işlemler boyunca enformasyonun ne kadar korunduğudur.

ρ ve σ durumları için sadakat

$$F(\rho, \sigma) = (\text{Tr}[\sqrt{\sqrt{\rho}\sigma\sqrt{\rho}}])^2, \quad (2.8.51)$$

olarak tanımlanır [65]. Burada $\rho = \rho^{\frac{1}{2}}\rho^{\frac{1}{2}} = (U\sqrt{D}U^\dagger)(U\sqrt{D}U^\dagger) = UDU^\dagger$ dir. Sadakat $0 \leq F \leq 1$ arasında değerler alır. Eğer iki kuantum durumu aynı ise $F = 1$, eğer bu iki kuantum durumu ortogonal ise $F = 0$ olur. Sadakat de iz mesafesi gibi kuantum durumları arasındaki bir uzaklık ölçütüdür ancak kendisi yoğunluk operatörleri için bir metrik olmamakla birlikte kullanışlı başka bir metriğe yol açar.

İki ayrı kuantum durumuyla ilişkili yoğunluk operatörleri olan ρ ve σ komüteller $\rho = \sum_i r_i |i\rangle \langle i|$ ve $\sigma = \sum_i s_i |i\rangle \langle i|$ olmak üzere

$$\begin{aligned}
F(\rho, \sigma) &= (\text{Tr}[\sqrt{(\sum_i \sqrt{r_i} |i\rangle \langle i|)(\sum_i s_i |i\rangle \langle i|)(\sum_i \sqrt{r_i} |i\rangle \langle i|)}])^2, \\
&= (\text{Tr}[\sqrt{\sum_i r_i s_i |i\rangle \langle i| |i\rangle \langle i|}])^2, \\
&= (\text{Tr}[\sqrt{\sum_i r_i s_i |i\rangle \langle i|}])^2, \\
&= (\text{Tr}[\sqrt{\sum_i \sqrt{r_i s_i} |i\rangle \langle i|}])^2, \\
&= (\sum_i \sqrt{r_i s_i})^2, \\
F(\rho, \sigma) &= F(r_i, s_i), \tag{2.8.52}
\end{aligned}$$

yazılabilir. Yani ρ ve σ komüt ise $F(\rho, \sigma)$ şeklindeki kuantumsal sadakat $F = (r_i, s_i)$ şeklindeki klasik sadakate dönüşür. Burada r_i ve s_i sırasıyla ρ ve σ 'nın özdeğer dağılımlarıdır.

Ayrıca bir $|\psi\rangle$ saf durumu ile keyfi bir σ durumu arasındaki sadakat

$$\begin{aligned}
F(|\psi\rangle, \sigma) &= (\text{Tr}[\sqrt{|\psi\rangle \langle \psi| \sigma |\psi\rangle \langle \psi|}])^2, \\
&= (\text{Tr}[\sqrt{\langle \psi| \sigma |\psi\rangle |\psi\rangle \langle \psi|}])^2, \\
&= (\text{Tr}[\sqrt{\langle \psi| \sigma |\psi\rangle} |\psi\rangle \langle \psi|])^2, \\
&= (\sqrt{\langle \psi| \sigma |\psi\rangle})^2, \\
&= \langle \psi| \sigma |\psi\rangle, \tag{2.8.53}
\end{aligned}$$

olur.

Eğer $\sigma = |\phi\rangle \langle \phi|$ şeklinde bir saf durum ise $F(|\psi\rangle, |\phi\rangle) = |\langle \psi| \phi\rangle|^2$ olur. Görüldüğü gibi sadakat $|\psi\rangle$ ve σ veya $|\psi\rangle$ ve $|\phi\rangle$ kuantum durumları arasındaki örtüşmedir.

2.8.4. Uyum

Kuantum enformasyon uygulamalarında dolaşıklığın miktarının belirlenmesi önemlidir. Bell eşitsizlikleri ve dolaşıklık şahitliği (entanglement witnesses) dolaşıklığın nitelendirilmesindeki ilk yaklaşımlardır.

Dolaşıklığı karakterize etmenin bir yolu da uyum (cocurrence) hesaplamaktır. Bu ölçüt ilk kez Bennet, DiVincenzo, Smolin, Wootters ve Hill [66–69] tarafından ortaya atılmıştır ve sadece kubit çiftleri için geçerlidir. temelde bu hesaplama iki kuantum durumu arasındaki örtüşmenin bir ölçüsüdür. ρ yoğunluk operatörü ile ifade edilen birleşik bir sistemin herhangi iki parçası arasındaki yoğunluk operatörü ρ_{ij} , indirgenmiş yoğunluk operatörü (reduced density operator) olarak isimlendirilir ve i.nci ve j.nci kubitler hariç sistemdeki tüm kubitler üzerinden kısmi izin alınması ile elde edilir(bakınız EK 2). Bu indirgenmiş yoğunluk operatörlerine ait uyum

$$C_{ij} = \max\{\sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4}, 0\}, \quad (2.8.54)$$

şeklinde hesaplanır. Buradaki $\lambda_m (m = 1, 2, 3, 4)$ değerleri

$$R_{ij} = \rho_{ij}(\sigma^y \otimes \sigma^y) \rho_{ij}^*(\sigma^y \otimes \sigma^y),$$

matrisinin $\sqrt{\lambda_1} > \sqrt{\lambda_2} > \sqrt{\lambda_3} > \sqrt{\lambda_4}$ şeklinde azalan sıradaki özdeğerlerinin karekökleridir. Ayrıca burada σ^y Pauli operatörü olup, ρ_{ij}^* ise ρ_{ij} operatörünün kompleks eşleniğidir. Uyum $[0 - 1]$ aralığında değerler alır. Sıfır değeri dolaşık olmayan durumlara karşılık gelirken, bir değeri maksimum dolaşık durumlara karşılık gelmektedir.

2.9. Spin Modelleri

Heisenberg spin modelleri dolaşıklığın incelenmesinde bize önemli bilgiler verir. Modelin basit ve uygulama alanının geniş olması, farklı boyutlarının ve parametrelerinin bulunması oldukça zengin bir kaynak olduğunu gösterir. Bu

model, katı-hal sistemlerinde bir kuantum bilgisayarı için kubitler arasındaki ilişkiyi simüle etmede uygun bir aday olabilir [70, 71]. Kuantum noktaların [15, 16, 72, 73], optik örgülerin [14], nükleer spinin [18, 74, 75] ve boşluk kuantum elektrodinamiğinin [76, 77] anlaşılmasında bu modeller kullanılır. Uygulama alanları iki veya üç kubitlik zincirler [78] olabildiği gibi sonlu ve sonsuz spin zincirleri arasında termal dolaşıklık [79] ve kuantum faz geçişleri de [80] olabilir. Spin modelinin en genel halini aşağıdaki gibi yazabiliriz

$$H = \frac{1}{2} \sum_{i,j}^N (J_x \sigma_i^x \sigma_j^x + J_y \sigma_i^y \sigma_j^y + J_z \sigma_i^z \sigma_j^z). \quad (2.9.55)$$

Burada $\sigma^x, \sigma^y, \sigma^z$ Pauli spin operatörleridir. J_x, J_y, J_z spinler arası çiftlenim sabitleridir. J 'nin sıfırdan büyük olması ($J > 0$) antiferromanyetik (afm), küçük olması da ($J < 0$) ferromanyetik (fm) durumu gösterir. Bu modelde $J_x \neq J_y \neq J_z \neq 0$ olup Heisenberg modeli veya Heisenberg XYZ modeli [81–85] olarak isimlendirilir.

Farklı yönelimlerde de model oluşturmak mümkündür. Mesela;

1. $J_x = J_y = 0$ ve $J_z \neq 0$ ise Ising Model [86, 87] olarak adlandırılır. Modelin Hamiltoniyeni

$$H = \frac{J_z}{2} \sum_{i,j}^N \sigma_i^z \sigma_j^z, \quad (2.9.56)$$

şekindedir. Bu en basit modeldir.

2. $J_x \neq J_y \neq 0$ ve $J_z = 0$ ise Heisenberg XY modeli [12, 13, 21, 88–91] adını alır. Modelin Hamiltoniyeni aşağıdaki şekildedir

$$H = \frac{1}{2} \sum_{i,j}^N (J_x \sigma_i^x \sigma_j^x + J_y \sigma_i^y \sigma_j^y). \quad (2.9.57)$$

3. $J_x = J_y = J$ ve $J_z = 0$ ise model Heisenberg XX modeli [92–96] adını alır. Modelin Hamiltoniyeni

$$H = \frac{J}{2} \sum_{i,j}^N (\sigma_i^x \sigma_j^x + \sigma_i^y \sigma_j^y), \quad (2.9.58)$$

şeklindedir.

4. $J_x = J_y = J$ ve $J_z \neq J$ ise Heisenberg XXZ modeli [79, 97–103] adını alır.

Modelin Hamiltoniyeni aşağıdaki şekildedir

$$H = \frac{1}{2} \sum_{i,j}^N J(\sigma_i^x \sigma_j^x + \sigma_i^y \sigma_j^y) + J_z(\sigma_i^z \sigma_j^z). \quad (2.9.59)$$

5. $J_x = J_y = J_z = J$ ise Heisenberg XXX modeli [104, 105] adını alır. Modelin

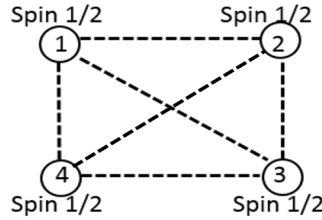
Hamiltoniyeni

$$H = \frac{J}{2} \sum_{i,j}^N (\sigma_i^x \sigma_j^x + \sigma_i^y \sigma_j^y + \sigma_i^z \sigma_j^z), \quad (2.9.60)$$

şeklindedir.

3. MODELLER ve HESAPLAMALAR

3.1. $J_1 - J_2$ Heisenberg XXX Sisteminde Kuantum Teleportasyon



Şekil 3.1. Dört kubitlik $J_1 - J_2$ Heisenberg modeli

İlk olarak incelediğimiz sistem, z yönünde homojen bir B_z manyetik alanında bulunan dört kubitlik $J_1 - J_2$ Heisenberg XXX modelinde olup ($\hbar = 1$ ve $\mu_B = 1$) sistemin Hamiltoniyeni

$$H = J_1 \sum_{i=1}^4 (\sigma_i^x \sigma_{i+1}^x + \sigma_i^y \sigma_{i+1}^y + \sigma_i^z \sigma_{i+1}^z) + J_2 \sum_{i=1}^4 (\sigma_i^x \sigma_{i+2}^x + \sigma_i^y \sigma_{i+2}^y + \sigma_i^z \sigma_{i+2}^z) + B_z \sum_{i=1}^4 \sigma_i^z, \quad (3.1.1)$$

olarak verilir. Burada σ^α ($\alpha = x, y, z$) Pauli spin operatörlerini göstermektedir. $\sigma_{i+1} = \sigma_1$ ve $\sigma_{i+2} = \sigma_2$ şeklindeki periyodik sınır koşulları (PBC) kullanılmıştır. $J_1 = 1$, $J_2 > 0$ ve $J_2 < 0$ koşulları için en yakın komşu (NN) ve ikinci en yakın komşu (NNN) kubitler arasındaki kuantum kanalları üzerinden teleportasyonun gerçekleşme durumları incelenmiştir. Bundan sonra inceleyeceğimiz diğer modeller için de aynı sınır koşulları ve etkileşimler geçerli olacaktır. Sisteme ait Hamiltoniyenin özdeğerleri

$$E_1 = E_2 = -B_z - J_2, \quad (3.1.2)$$

$$E_3 = E_4 = B_z - J_2, \quad (3.1.3)$$

$$E_5 = -3J_2, \quad (3.1.4)$$

$$E_6 = E_7 = -J_2, \quad (3.1.5)$$

$$E_8 = -2J_1 + J_2, \quad (3.1.6)$$

$$E_9 = -J_1 + J_2, \quad (3.1.7)$$

$$E_{10} = -B_z - J_1 + J_2, \quad (3.1.8)$$

$$E_{11} = B_z - J_1 + J_2, \quad (3.1.9)$$

$$E_{12} = J_1 + J_2, \quad (3.1.10)$$

$$E_{13} = -2B_z + J_1 + J_2, \quad (3.1.11)$$

$$E_{14} = -B_z + J_1 + J_2, \quad (3.1.12)$$

$$E_{15} = B_z + J_1 + J_2, \quad (3.1.13)$$

$$E_{16} = 2B_z + J_1 + J_2, \quad (3.1.14)$$

olmaktadır. Bu özdeğerlere karşılık gelen özvektörler ise $\{|0,0,0,0\rangle, |0,0,0,1\rangle, |0,0,1,0\rangle, |0,0,1,1\rangle, |0,1,0,0\rangle, |0,1,0,1\rangle, |0,1,1,0\rangle, |0,1,1,1\rangle, |1,0,0,0\rangle, |1,0,0,1\rangle, |1,0,1,0\rangle, |1,0,1,1\rangle, |1,1,0,0\rangle, |1,1,0,1\rangle, |1,1,1,0\rangle, |1,1,1,1\rangle\}$,
bazında

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[-|1,0,1,1\rangle + |1,1,1,0\rangle], \quad (3.1.15)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[-|0,1,1,1\rangle + |1,1,0,1\rangle], \quad (3.1.16)$$

$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[-|0,0,1,0\rangle + |1,0,0,0\rangle], \quad (3.1.17)$$

$$|\psi_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[-|0,0,0,1\rangle + |0,1,0,0\rangle], \quad (3.1.18)$$

$$|\psi_5\rangle = \frac{1}{2}[|0,0,1,1\rangle - |0,1,1,0\rangle - |1,0,0,1\rangle + |1,1,0,0\rangle], \quad (3.1.19)$$

$$|\psi_6\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[-|0,0,1,1\rangle + |1,1,0,0\rangle], \quad (3.1.20)$$

$$|\psi_7\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[-|0,1,1,0\rangle + |1,0,0,1\rangle], \quad (3.1.21)$$

$$|\psi_8\rangle = \frac{1}{2\sqrt{3}}[|0,0,1,1\rangle - 2|0,1,0,1\rangle + |0,1,1,0\rangle + |1,0,0,1\rangle - 2|1,0,1,0\rangle + |1,1,0,0\rangle], \quad (3.1.22)$$

$$|\psi_9\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[-|0,1,0,1\rangle + |1,0,1,0\rangle], \quad (3.1.23)$$

$$|\psi_{10}\rangle = \frac{1}{2}[-|0,1,1,1\rangle + |1,0,1,1\rangle - |1,1,0,1\rangle + |1,1,1,0\rangle], \quad (3.1.24)$$

$$|\psi_{11}\rangle = \frac{1}{2}[-|0,0,0,1\rangle + |0,0,1,0\rangle - |0,1,0,0\rangle + |1,0,0,0\rangle], \quad (3.1.25)$$

$$|\psi_{12}\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}[|0,0,1,1\rangle + |0,1,0,1\rangle + |0,1,1,0\rangle + |1,0,0,1\rangle + |1,0,1,0\rangle + |1,1,0,0\rangle], \quad (3.1.26)$$

$$|\psi_{13}\rangle = |1,1,1,1\rangle, \quad (3.1.27)$$

$$|\psi_{14}\rangle = \frac{1}{2}[|0,1,1,1\rangle + |1,0,1,1\rangle + |1,1,0,1\rangle + |1,1,1,0\rangle], \quad (3.1.28)$$

$$|\psi_{15}\rangle = \frac{1}{2}[|0,0,0,1\rangle + |0,0,1,0\rangle + |0,1,0,0\rangle + |1,0,0,0\rangle], \quad (3.1.29)$$

$$|\psi_{16}\rangle = |0,0,0,0\rangle, \quad (3.1.30)$$

şeklinde. Sistem ısısal dengededir ve bu sistemin yoğunluk matrisi

$$\rho = \frac{1}{Z} \exp(-H/k_B T) = \sum_j \frac{e^{-\beta E_j}}{Z} |\psi_j\rangle \langle \psi_j|, \quad (3.1.31)$$

şeklinde ve $Z = \text{Tr}[\exp(-H/k_B T)] = \sum_j \exp(-E_j/k_B T)$ ifadesi bölüşüm fonksiyonudur. Burada T sıcaklık, k_B de Boltzman sabiti olmak üzere $\beta = \frac{1}{k_B T}$ 'dir ve hesaplamalarda $k_B = 1$ olarak alınmıştır.

Standart teleportasyon protokolüne benzer şekilde iki kubitlik teleportasyon protokolünde [53] dolaşık girdi durumu yok olup onun benzeri, uzak bir yerde tekrar oluşur. İki kubitlik özel saf girdi durumu

$$|\psi_{\text{girdi}}\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |10\rangle + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |01\rangle, \quad (3.1.32)$$

$(0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \phi \leq 2\pi)$ şeklindedir. Burada θ farklı genliklerdeki tüm durumları ve ϕ 'de faz faktörünü göstermektedir. Buradan yoğunluk matrisinin girdi durumu,

$$\rho_{\text{girdi}} = |\psi_{\text{girdi}}\rangle \langle \psi_{\text{girdi}}|, \quad (3.1.33)$$

ile verilir. Çıktı kuantum durumu girdi durumuna birleşik ölçme ve yerel dönüşümlerin uygulanmasıyla [106]

$$\rho_{\text{çıkı}} = \sum_{ij} P_{ij} (\sigma^i \otimes \sigma^j) \rho_{\text{girdi}} (\sigma^i \otimes \sigma^j), \quad (3.1.34)$$

elde edilir. Burada $\sigma^i (i = 0, x, y, z)$ birim operatör ve Pauli operatörleridir. $\sum_{ij} P_{ij} = 1$ olmak üzere $P_{ij} = Tr[E^i \rho(T)] Tr[E^j \rho(T)]$ şeklinde tanımlıdır. Ayrıca burada $E^0 = |\psi^-\rangle \langle \psi^-|$, $E^1 = |\phi^-\rangle \langle \phi^-|$, $E^2 = |\phi^+\rangle \langle \phi^+|$, $E^3 = |\psi^+\rangle \langle \psi^+|$, şeklinde tanımlı olup $|\psi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle \pm |10\rangle)$ ve $|\phi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle \pm |11\rangle)$ şeklindeki Bell durumlarıdır.

İkinci en yakın kubitler olan birinci ve üçüncü kubitler arasındaki kuantum kanalını ilk olarak incelediğimizden bu alt sisteme ait

$$\begin{aligned} \rho_{13}(T) &= Tr_{24}[\rho(T)], \\ &= \frac{1}{Z} \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta & \tau & 0 \\ 0 & \tau & \delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Lambda \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3.1.35)$$

şeklinde verilen $\rho_{13}(T)$ indirgenmiş yoğunluk matrisine ihtiyaç duyarız. Burada

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{e^{-\frac{E_{11}}{T}}}{2} + \frac{e^{-\frac{E_{12}}{T}}}{6} + \frac{e^{-\frac{E_{15}}{T}}}{2} + e^{-\frac{E_{16}}{T}} + e^{-\frac{E_4}{T}} + \frac{e^{-\frac{E_8}{T}}}{3} + \frac{e^{-\frac{E_9}{T}}}{2}, \\ \delta &= \frac{e^{-\frac{E_{10}}{T}}}{4} + \frac{e^{-\frac{E_{11}}{T}}}{4} + \frac{e^{-\frac{E_{12}}{T}}}{3} + \frac{e^{-\frac{E_{14}}{T}}}{4} + \frac{e^{-\frac{E_{15}}{T}}}{4} + \frac{e^{-\frac{E_2}{T}}}{2} + \frac{e^{-\frac{E_3}{T}}}{2} + \frac{e^{-\frac{E_5}{T}}}{2} + \frac{e^{-\frac{E_6}{T}}}{2} \\ &\quad + \frac{e^{-\frac{E_7}{T}}}{2} + \frac{e^{-\frac{E_8}{T}}}{6}, \\ \tau &= \frac{e^{-\frac{E_{10}}{T}}}{4} + \frac{e^{-\frac{E_{11}}{T}}}{4} + \frac{e^{-\frac{E_{12}}{T}}}{3} + \frac{e^{-\frac{E_{14}}{T}}}{4} + \frac{e^{-\frac{E_{15}}{T}}}{4} - \frac{e^{-\frac{E_2}{T}}}{2} - \frac{e^{-\frac{E_3}{T}}}{2} - \frac{e^{-\frac{E_5}{T}}}{2} + \frac{e^{-\frac{E_8}{T}}}{6}, \\ \Lambda &= e^{-\frac{E_1}{T}} + \frac{e^{-\frac{E_{10}}{T}}}{2} + \frac{e^{-\frac{E_{12}}{T}}}{6} + e^{-\frac{E_{13}}{T}} + \frac{e^{-\frac{E_{14}}{T}}}{2} + \frac{e^{-\frac{E_8}{T}}}{3} + \frac{e^{-\frac{E_9}{T}}}{2}, \end{aligned}$$

olarak tanımlanmıştır. ρ_{girdi} daha önce denklem (3.1.33)'de belirtildiği gibi olup, sistemdeki kanal₁₋₃ için çıktı durumu denklem (3.1.34)'de belirtildiği şekilde hesaplanıp

$$\rho_{\text{çıkıtı}}^{13} = \frac{1}{Z^2} \begin{pmatrix} \tilde{\alpha} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{\delta} & \tilde{\tau} e^{i\phi} & 0 \\ 0 & \tilde{\tau} e^{-i\phi} & \tilde{\pi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{\alpha} \end{pmatrix}, \quad (3.1.36)$$

olarak bulunur. Burada

$$\begin{aligned}
\tilde{\alpha} &= \frac{(\alpha + \Lambda)(5\delta - 3\tau)}{16}, \\
\tilde{\delta} &= \left(\frac{\alpha + \Lambda}{4}\right)^2 \cos^2 \frac{\gamma}{2} + \left(\frac{5\delta - 3\tau}{4}\right)^2 \sin^2 \frac{\gamma}{2}, \\
\tilde{\tau} &= \left(\frac{3\delta - 5\tau}{4}\right)^2 \cos \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\gamma}{2}, \\
\tilde{\pi} &= \left(\frac{\alpha + \Lambda}{4}\right)^2 \sin^2 \frac{\gamma}{2} + \left(\frac{5\delta - 3\tau}{4}\right)^2 \cos^2 \frac{\gamma}{2},
\end{aligned}$$

şekindedir.

En yakın kubitler olan birinci ve dördüncü kubitler arasındaki kuantum kanalını incelemek için ise bu alt sisteme ait

$$\begin{aligned}
\rho_{14}(T) &= Tr_{23}[\rho(T)], \\
&= \frac{1}{Z} \begin{pmatrix} \xi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon & \eta & 0 \\ 0 & \eta & \kappa & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \chi \end{pmatrix}, \tag{3.1.37}
\end{aligned}$$

şeklinde verilen $\rho_{14}(T)$ indirgenmiş yoğunluk matrisine ihtiyaç duyarız. ρ_{girdi} (3.1.33) denkleminde belirtildiği şekilde olup, sistemin birinci ve dördüncü kubitleri arası kuantum kanalı kanal₁₋₄ için çıktı durumu (3.1.34) denkleminde göre hesaplanır. Burada

$$\begin{aligned}
\xi &= \frac{e^{-\frac{E_{11}}{T}}}{2} + \frac{e^{-\frac{E_{12}}{T}}}{6} + \frac{e^{-\frac{E_{15}}{T}}}{2} + e^{-\frac{E_{16}}{T}} + \frac{e^{-\frac{E_3}{T}}}{2} + \frac{e^{-\frac{E_4}{T}}}{2} + \frac{e^{-\frac{E_5}{T}}}{4} + \frac{e^{-\frac{E_7}{T}}}{2} \\
&\quad + \frac{e^{-\frac{E_8}{T}}}{12}, \\
\varepsilon &= \frac{e^{-\frac{E_{10}}{T}}}{4} + \frac{e^{-\frac{E_{11}}{T}}}{4} + \frac{e^{-\frac{E_{12}}{T}}}{3} + \frac{e^{-\frac{E_{14}}{T}}}{4} + \frac{e^{-\frac{E_{15}}{T}}}{4} + \frac{e^{-\frac{E_2}{T}}}{2} + \frac{e^{-\frac{E_4}{T}}}{2} + \frac{e^{-\frac{E_5}{T}}}{4} \\
&\quad + \frac{e^{-\frac{E_6}{T}}}{2} + \frac{5e^{-\frac{E_8}{T}}}{12} + \frac{e^{-\frac{E_9}{T}}}{2}, \\
\eta &= -\frac{e^{-\frac{E_{10}}{T}}}{4} - \frac{e^{-\frac{E_{11}}{T}}}{4} + \frac{e^{-\frac{E_{12}}{T}}}{3} + \frac{e^{-\frac{E_{14}}{T}}}{4} + \frac{e^{-\frac{E_{15}}{T}}}{4} - \frac{e^{-\frac{E_8}{T}}}{3}, \\
\kappa &= \frac{e^{-\frac{E_1}{T}}}{2} + \frac{e^{-\frac{E_{10}}{T}}}{4} + \frac{e^{-\frac{E_{11}}{T}}}{4} + \frac{e^{-\frac{E_{12}}{T}}}{3} + \frac{e^{-\frac{E_{14}}{T}}}{4} + \frac{e^{-\frac{E_{15}}{T}}}{4} + \frac{e^{-\frac{E_3}{T}}}{2} + \frac{e^{-\frac{E_5}{T}}}{4} \\
&\quad + \frac{e^{-\frac{E_6}{T}}}{2} + \frac{5e^{-\frac{E_8}{T}}}{12} + \frac{e^{-\frac{E_9}{T}}}{2},
\end{aligned}$$

$$\chi = \frac{e^{-\frac{E_1}{T}}}{2} + \frac{e^{-\frac{E_{10}}{T}}}{2} + \frac{e^{-\frac{E_{12}}{T}}}{6} + e^{-\frac{E_{13}}{T}} + \frac{e^{-\frac{E_{14}}{T}}}{2} + \frac{e^{-\frac{E_2}{T}}}{2} + \frac{e^{-\frac{E_5}{T}}}{4} + \frac{e^{-\frac{E_7}{T}}}{2} + \frac{e^{-\frac{E_8}{T}}}{12},$$

olarak ifade edilmektedir. ρ_{girdi} daha önce denklem (3.1.33)'de belirtildiği gibi olup, sistemdeki kanal₁₋₄ için çıktı durumu denklem (3.1.34)'de belirtildiği şekilde hesaplanıp

$$\rho_{\text{çıkıtı}}^{14} = \frac{1}{Z^2} \begin{pmatrix} \tilde{\xi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{\epsilon} & \tilde{\eta}e^{i\phi} & 0 \\ 0 & \tilde{\eta}e^{-i\phi} & \tilde{\kappa} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{\xi} \end{pmatrix}, \quad (3.1.38)$$

olarak bulunur. Burada

$$\begin{aligned} \tilde{\xi} &= \frac{(\xi + \chi)(5\epsilon - 6\eta + 5\kappa)}{32}, \\ \tilde{\epsilon} &= \frac{2(\xi + \chi)^2(1 + \cos \gamma) + (5\epsilon - 6\eta + 5\kappa)^2 \sin^2 \frac{\gamma}{2}}{64}, \\ \tilde{\eta} &= \frac{(3\epsilon - 10\eta + 3\kappa)^2 \sin \gamma}{128}, \\ \tilde{\kappa} &= \frac{-2(\xi + \chi)^2(-1 + \cos \gamma) + \frac{1}{2}(5\epsilon - 6\eta + 5\kappa)^2(1 + \cos \gamma)}{64}, \end{aligned}$$

şeklindedir.

Bu çıktı durumlarından sadakati

$$F_{13}(\rho_{girdi}, \rho_{\text{çıkıtı}}) = (Tr[\sqrt{\sqrt{\rho_{girdi}^{13}} \rho_{\text{çıkıtı}}^{13}} \sqrt{\rho_{girdi}^{13}}])^2, \quad (3.1.39)$$

$$F_{14}(\rho_{girdi}, \rho_{\text{çıkıtı}}) = (Tr[\sqrt{\sqrt{\rho_{girdi}^{14}} \rho_{\text{çıkıtı}}^{14}} \sqrt{\rho_{girdi}^{14}}])^2, \quad (3.1.40)$$

şeklinde hesaplayıp, olası tüm başlangıç durumları üzerinden sadakatin ortalamasının alınmasıyla ortalama sadakat (avarage fidelity)

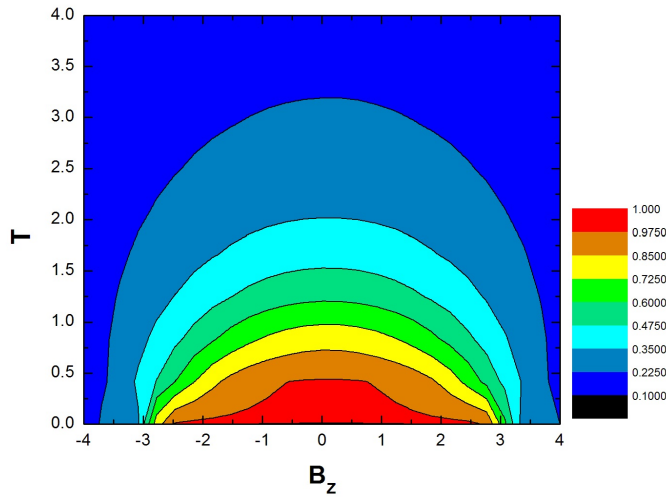
$$F_{ort}^{13} = \frac{\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi F_{13} \sin \theta d\theta}{4\pi}, \quad (3.1.41)$$

$$F_{ort}^{14} = \frac{\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi F_{14} \sin \theta d\theta}{4\pi}, \quad (3.1.42)$$

ifadelerinden elde edilir.

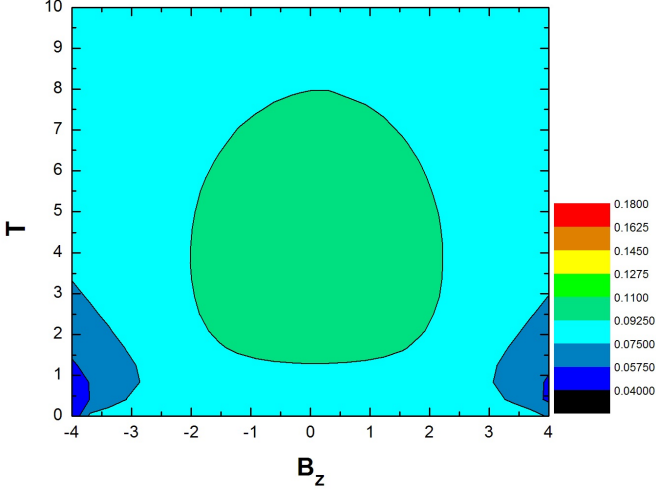
Böylece z yönünde homojen bir B_z manyetik alanında bulunan dört kubitlik $J_1 - J_2$ Heisenberg XXX sisteminde; bir kuantum kanalı birinci ve üçüncü kubitler (kanal₁₋₃), bir kuantum kanalı ise birinci ve dördüncü kubitler arasında (kanal₁₋₄) olduğu düşünülerek, verilen bir girdi durumu için kuantum teleportasyon incelenmiştir. Teleportasyonun ne kadar başarılı olduğunun bir ölçütü olarak T sıcaklığının ve B_z manyetik alanının değişimlerine göre ortalama sadakatın kontür grafikleri kanal₁₋₃ için Şekil 3.2’de, kanal₁₋₄ için ise Şekil 3.3’te görülmektedir.

Her iki grafikten de görüldüğü gibi $B_z \rightarrow -B_z$ değerleri için ortalama sadakat



Şekil 3.2. Kanal₁₋₃ için T sıcaklığı ve B_z manyetik alanına göre ortalama sadakat.

değerlerinde bir simetri sözkonusudur. Kanal₁₋₃ için ortalama sadakat değerlerine bakıldığında kanal₁₋₄'e göre teleportasyonda daha iyi sonuçlar görülmektedir. Özellikle düşük sıcaklık ve düşük manyetik alan değerleri için $F_{\text{ort}} = 1$ gibi çok iyi sonuçlar elde edilmekle birlikte, yine düşük sıcaklıklarda $B_z = 3.0$ gibi daha büyük manyetik alan değerleri için bile ortalama sadakatın iyi bir kuantum teleportasyon için yeterli değerler almakta olduğu görülür ($F_{\text{ort}} > \frac{2}{3}$). Düşük manyetik alan değerleri için ise bu durum $T \simeq 1.0$ gibi daha yüksek sıcaklıklarda görülmektedir.



Şekil 3.3. Kanal₁₋₄ için T sıcaklığı ve B_z manyetik alanına göre ortalama sadakat.

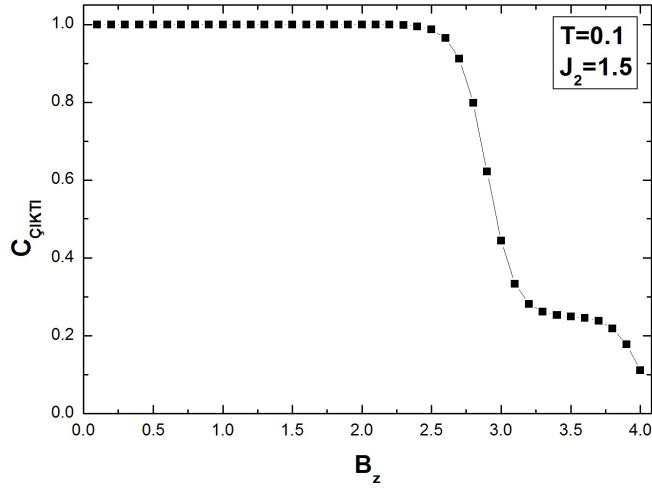
Bunların yanında sıcaklık veya manyetik alan arttıkça ortalama sadakatin azaldığı da gözlenir.

Dolaşıklığın, incelediğimiz bu sistemdeki kuantum kanalları aracılığıyla nasıl teleport edildiğini incelemek istersek girdi ve çıktı durumlarının uyumlarını hesaplamamız gerekir. (3.1.33) denklemleri ile verilen girdi durumu için (2.8.54) denklemleri yardımıyla girdi durumu için uyumu

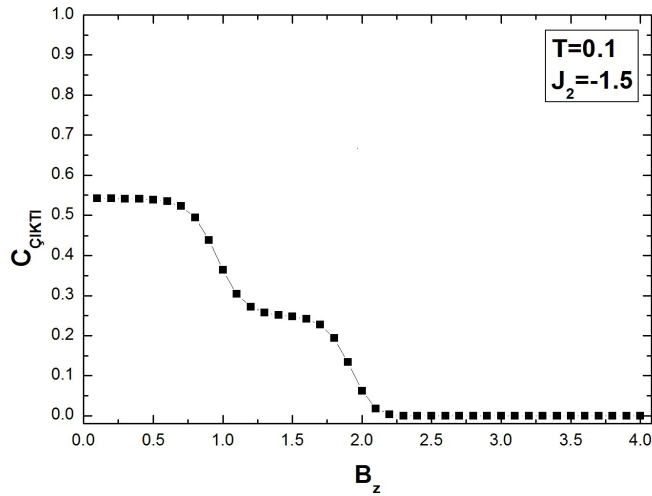
$$C_{\text{girdi}} = 2|e^{i\phi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)| = \sin(\theta), \quad (3.1.43)$$

olarak buluruz.

Benzer şekilde kanal₁₋₃ için denklem (3.1.36) ve kanal₁₋₄ için denklem (3.1.38) ile verilen çıktı durumları için denklem (2.8.54) yardımıyla dolaşıklığın teleportasyonu için hesapladığımız ısıl çıktı uyumları Şekil 3.4 ve Şekil 3.5'te görülmektedir. Buradaki hesaplamalarda $\theta = \frac{\pi}{2}$ alınarak girdi durumunun maksimum dolaşık olması sağlanmıştır. Kanal₁₋₃ için Şekil 3.4'ten görüldüğü üzere manyetik alanın $B_z \simeq 2.5$ değerine kadar bu kuantum kanalının dolaşıklığı iyi



Şekil 3.4. Kanal₁₋₃ için B_z manyetik alanına göre teleport edilmiş ısısal uyum.



Şekil 3.5. Kanal₁₋₄ için B_z manyetik alanına göre teleport edilmiş ısısal uyum.

bir şekilde teleport ettiği görülmektedir. Bu durum Şekil 3.2'de görülen ortalama sadakat değerleri ile de desteklenmektedir. $2.5 < B_z < 3.0$ aralığındaki manyetik alan değerleri için ortalama sadakat teleportasyon için yeterli olsa da bu aralıkta

dolaşıklıkla teleportasyonu azalmakta ve manyetik alanın $B_z = 3.0$ değeri için $C_{çıkıtı} \simeq 0.45$ gibi bir değere düşmektedir.

Kanal₁₋₄ için olan duruma baktığımızda ise bu kuantum kanalının düşük manyetik alan değerlerinde $C_{çıkıtı} = 0.55$ gibi bir değer aldığı ve manyetik alanın artışı ile birlikte uyumun azalıp sıfıra düştüğü görülür.

3.2. Farklı Dzialoshinskii-Moriya Etkileşmelerine Sahip $J_1 - J_2$ Heisenberg XXX Sisteminde Kuantum Teleportasyon

3.2.1. D_x Dzialoshinskii-Moriya Etkileşmesi Durumu

Bu kısımda $\vec{D} = D_x \hat{x}$ şeklinde x yönünde Dzialoshinskii-Moriya etkileşmesine sahip dört kubitlik $J_1 - J_2$ Heisenberg XXX sisteminin hem birinci ve üçüncü kubitleri arasındaki kuantum kanalını (kanal₁₋₃) hem de birinci ve dördüncü kubitleri arasındaki kuantum kanalını (kanal₁₋₄) kullanarak kuantum teleportasyonu inceledik.

Kullandığımız bu dört kubitlik sistemin Hamiltoniyeni

$$\begin{aligned}
 H &= J_1 \sum_{i=1}^4 (\sigma_i^x \sigma_{i+1}^x + \sigma_i^y \sigma_{i+1}^y + \sigma_i^z \sigma_{i+1}^z) \\
 &+ J_2 \sum_{i=1}^4 (\sigma_i^x \sigma_{i+2}^x + \sigma_i^y \sigma_{i+2}^y + \sigma_i^z \sigma_{i+2}^z) \\
 &+ D_x \sum_{i=1}^4 (\sigma_i^y \sigma_{i+1}^z - \sigma_i^z \sigma_{i+1}^y), \tag{3.2.44}
 \end{aligned}$$

şeklindedir. Bu Hamiltoniyene ait özdeğerler

$$E_1 = E_2 = 4(D_x - J_2), \tag{3.2.45}$$

$$E_3 = E_4 = -4(J_1 - J_2), \tag{3.2.46}$$

$$E_5 = -8J_1 + 4J_2, \tag{3.2.47}$$

$$E_6 = E_7 = -4J_2, \tag{3.2.48}$$

$$E_8 = E_9 = -4(D_x + J_2), \quad (3.2.49)$$

$$E_{10} = E_{11} = 4(J_1 + J_2), \quad (3.2.50)$$

$$E_{12} = E_{13} = E_{14} = 4(J_1 + J_2), \quad (3.2.51)$$

$$E_{15} = -2J_1 + 2\sqrt{8D_x^2 + (J_1 - 4J_2)^2} - 4J_2, \quad (3.2.52)$$

$$E_{16} = -2J_1 - 2\sqrt{8D_x^2 + (J_1 - 4J_2)^2} - 4J_2, \quad (3.2.53)$$

olmaktadır. Bu özdeğerlere karşılık gelen özvektörler ise

$$\begin{aligned} |\psi_1\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{2}}[-|0,0,0,1\rangle + i|0,0,1,1\rangle + |0,1,0,0\rangle + i|0,1,1,0\rangle \\ &\quad -i|1,0,0,1\rangle - |1,0,1,1\rangle - i|1,1,0,0\rangle + |1,1,1,0\rangle], \end{aligned} \quad (3.2.54)$$

$$\begin{aligned} |\psi_2\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{2}}[-|0,0,1,0\rangle - i|0,0,1,1\rangle + i|0,1,1,0\rangle - |0,1,1,1\rangle \\ &\quad + |1,0,0,0\rangle - i|1,0,0,1\rangle + i|1,1,0,0\rangle + |1,1,0,1\rangle], \end{aligned} \quad (3.2.55)$$

$$\begin{aligned} |\psi_3\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{2}}[-|0,0,0,1\rangle + |0,0,1,0\rangle - |0,1,0,0\rangle - |0,1,1,1\rangle \\ &\quad + |1,0,0,0\rangle + |1,0,1,1\rangle - |1,1,0,1\rangle + |1,1,1,0\rangle], \end{aligned} \quad (3.2.56)$$

$$|\psi_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[-|0,1,0,1\rangle + |1,0,1,0\rangle], \quad (3.2.57)$$

$$|\psi_5\rangle = \frac{1}{2\sqrt{3}}[|0,0,1,1\rangle - 2|0,1,0,1\rangle + |0,1,1,0\rangle + |1,0,0,1\rangle] \quad (3.2.58)$$

$$-2|1,0,1,0\rangle + |1,1,0,0\rangle], \quad (3.2.59)$$

$$|\psi_6\rangle = \frac{1}{2}[|0,0,0,1\rangle - |0,1,0,0\rangle - |1,0,1,1\rangle + |1,1,1,0\rangle], \quad (3.2.60)$$

$$|\psi_7\rangle = \frac{1}{2}[|0,0,1,0\rangle - |0,1,1,1\rangle - |1,0,0,0\rangle + |1,1,0,1\rangle], \quad (3.2.61)$$

$$\begin{aligned} |\psi_8\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{2}}[-|0,0,0,1\rangle - i|0,0,1,1\rangle + |0,1,0,0\rangle - i|0,1,1,0\rangle \\ &\quad + i|1,0,0,1\rangle - |1,0,1,1\rangle + i|1,1,0,0\rangle + |1,1,1,0\rangle], \end{aligned} \quad (3.2.62)$$

$$\begin{aligned} |\psi_9\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{2}}[-|0,0,1,0\rangle + i|0,0,1,1\rangle - i|0,1,1,0\rangle - |0,1,1,1\rangle \\ &\quad + |1,0,0,0\rangle + i|1,0,0,1\rangle - i|1,1,0,0\rangle + |1,1,0,1\rangle], \end{aligned} \quad (3.2.63)$$

$$|\psi_{10}\rangle = |1,1,1,1\rangle, \quad (3.2.64)$$

$$|\psi_{11}\rangle = \frac{1}{2}[|0,1,1,1\rangle + |1,0,1,1\rangle - |1,1,0,1\rangle + |1,1,1,0\rangle], \quad (3.2.65)$$

$$|\psi_{12}\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}[|0,0,1,1\rangle + |0,1,0,1\rangle + |0,1,1,0\rangle + |1,0,0,1\rangle] \quad (3.2.66)$$

$$+ |1,0,1,0\rangle + |1,1,0,0\rangle], \quad (3.2.67)$$

$$|\psi_{13}\rangle = \frac{1}{2}[|0,0,0,1\rangle + |0,0,1,0\rangle + |0,1,0,0\rangle + |1,0,0,0\rangle], \quad (3.2.68)$$

$$|\psi_{14}\rangle = |0,0,0,0\rangle, \quad (3.2.69)$$

$$|\psi_{15}\rangle = \frac{1}{\sqrt{8+4\xi_1^2}}[|0,0,0,1\rangle - |0,0,1,0\rangle - i\xi_1|0,0,1,1\rangle + |0,1,0,0\rangle + i\xi_1|0,1,1,0\rangle - |0,1,1,1\rangle - |1,0,0,0\rangle + i\xi_1|1,0,0,1\rangle] \quad (3.2.70)$$

$$+ |1,0,1,1\rangle - i\xi_1|1,1,0,0\rangle - |1,1,0,1\rangle + |1,1,1,0\rangle], \quad (3.2.71)$$

$$|\psi_{16}\rangle = \frac{1}{\sqrt{8+4\xi_2^2}}[|0,0,0,1\rangle - |0,0,1,0\rangle + i\xi_2|0,0,1,1\rangle + |0,1,0,0\rangle - i\xi_2|0,1,1,0\rangle - |0,1,1,1\rangle - |1,0,0,0\rangle - i\xi_2|1,0,0,1\rangle] \quad (3.2.72)$$

$$+ |1,0,1,1\rangle + i\xi_2|1,1,0,0\rangle - |1,1,0,1\rangle + |1,1,1,0\rangle], \quad (3.2.73)$$

şeklinde olup buradaki ξ_1 ve ξ_2 Ek-1 de tanımlandığı gibidir.

Birinci ve üçüncü kubitler arasındaki kuantum kanalı (kanal₁₋₃) için sistemin $\rho_{13}(T)$ indirgenmiş yoğunluk operatörünü kullanırız. Sistemimiz için bu indirgenmiş yoğunluk operatörünün matris gösterimi

$$\begin{aligned} \rho_{13}(T) &= Tr_{24}[\rho(T)], \\ &= \frac{1}{Z} \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 & \alpha_2 \\ 0 & \alpha_3 & \alpha_4 & 0 \\ 0 & \alpha_4 & \alpha_3 & 0 \\ \alpha_2 & 0 & 0 & \alpha_5 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3.2.74)$$

şeklinde olup burada

$$\alpha_1 = \frac{1}{12}[3e^{-E1/T} + 2e^{-E12/T} + 6e^{-E13/T} + 12e^{-E14/T} + 3e^{-E3/T} + 6e^{-E4/T} + 4e^{-E5/T} + 6e^{-E6/T} + 3e^{-E8/T} + \frac{6e^{-E15/T} + 6e^{-E16/T}}{2 + \xi_1^2} + \frac{6e^{-E15/T} + 6e^{-E16/T}}{2 + \xi_2^2}],$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{4}[e^{-E1/T} - e^{-E3/T} - 2e^{-E6/T} + e^{-E8/T} + \frac{2e^{-E15/T} + 2e^{-E16/T}}{2 + \xi_1^2} + \frac{2e^{-E15/T} + 2e^{-E16/T}}{2 + \xi_2^2}],$$

$$\begin{aligned}
\alpha_3 &= \frac{1}{12} [3e^{-E1/T} + 3e^{-E11/T} + 4e^{-E12/T} + 3e^{-E13/T} + 6e^{-E2/T} + 3e^{-E3/T} \\
&\quad + 2e^{-E5/T} + 6e^{-E7/T} + 3e^{-E8/T} + 6e^{-E9/T} + \frac{6(1 + xi_1^2)e^{-E15/T} +}{2 + \xi_1^2} \\
&\quad + \frac{6(1 + xi_2^2)e^{-E16/T} +}{2 + \xi_2^2}], \\
\alpha_4 &= \frac{1}{12} [-3e^{-E1/T} + 3e^{-E11/T} + 4e^{-E12/T} + 3e^{-E13/T} + 3e^{-E3/T} + 2e^{-E5/T} \\
&\quad - 6e^{-E7/T} - 3e^{-E8/T} - \frac{6(-1 + xi_1^2)e^{-E15/T} +}{2 + \xi_1^2} - \frac{6(-1 + xi_2^2)e^{-E16/T} +}{2 + \xi_2^2}], \\
\alpha_5 &= \frac{1}{12} [3e^{-E1/T} + 12e^{-E10/T} + 6e^{-E11/T} + 2e^{-E12/T} + 3e^{-E3/T} + 6e^{-E4/T} \\
&\quad + 4e^{-E5/T} + 6e^{-E6/T} + 3e^{-E8/T} + \frac{6e^{-E15/T} +}{2 + \xi_1^2} + \frac{6e^{-E16/T} +}{2 + \xi_2^2}],
\end{aligned}$$

olarak tanımlanmıştır. ρ_{girdi} daha önce denklem (3.1.33)'de belirtildiği gibi olup, sistemdeki kanal₁₋₃ için çıktı durumu denklem (3.1.34)'de belirtildiği şekilde hesaplanıp

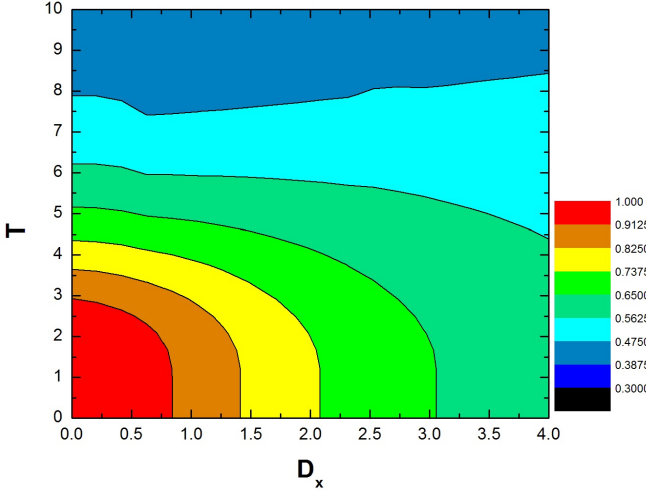
$$\rho_{\text{çıkı}}^{13} = \frac{1}{Z^2} \begin{pmatrix} \Lambda_1 & 0 & 0 & \Lambda_2 \\ 0 & \Lambda_3 & \Lambda_5 & 0 \\ 0 & \Lambda_4 & \Lambda_6 & 0 \\ \Lambda_2 & 0 & 0 & \Lambda_1 \end{pmatrix}, \quad (3.2.75)$$

olarak bulunur. Burada

$$\begin{aligned}
\Lambda_1 &= 2\alpha_3(\alpha_1 + \alpha_5), \\
\Lambda_2 &= 4\alpha_2\alpha_4 \sin \theta \cos \phi, \\
\Lambda_3 &= (\alpha_1 + \alpha_5)^2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2}\right) + 4\alpha_3^2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2}\right), \\
\Lambda_4 &= 2 \sin \theta (\alpha_2^2 e^{i\phi} + \alpha_4^2 e^{-i\phi}), \\
\Lambda_5 &= 2 \sin \theta (\alpha_4^2 e^{i\phi} + \alpha_2^2 e^{-i\phi}), \\
\Lambda_6 &= 4\alpha_3^2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2}\right) + (\alpha_1 + \alpha_5)^2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2}\right),
\end{aligned}$$

şekindedir. (3.1.39) denklemini kullanılarak sadakat ve (3.1.41) denklemini kullanılarak ortalama sadakat değerleri elde edilir.

Böylece kanal₁₋₃ kuantum kanalı kullanılarak girdi durumunun kuantum teleportasyonunun incelenmesi, T sıcaklığı ve D_x DM etkileşmesinin değişimlerine



Şekil 3.6. Kanal₁₋₃ için T sıcaklığı ve D_x DM etkileşmesine göre ortalama sadakat.

göre ortalama sadakat değerlerinin kontür grafiğinin verildiği Şekil 3.6'da görülmektedir. Sabit bir D_x değeri için sıcaklık arttıkça ortalama sadakat azalmaktadır. Bunun yanında sabit bir T sıcaklık değeri için baktığımızda da D_x değeri arttıkça ortalama sadakatin azaldığı görülür. Ancak $T \simeq 2.9$ gibi belli bir sıcaklık değeri ve $D_x = 0.6$ gibi belli bir DM değeri için maksimum veya maksimuma yakın ortalama sadakat değerleri gözlenmektedir. Bunun yanında iyi bir kuantum teleportasyon için ortalama sadakatin kabul edilebilir değerlerine ($F_{\text{ort}} > \frac{2}{3}$) düşük DM etkileşmesi değerleri için $T \simeq 4.5$ gibi yüksek sıcaklıklarda bile ulaşılırken, sıcaklığın daha düşük olduğu $T \leq 2.0$ değerleri için DM etkileşmesinin $D_x \simeq 2.1$ değerlerinde ulaşılmaktadır.

Birinci ve dördüncü kubitler arasındaki kuantum kanalı (kanal₁₋₄) için ise sistemin $\rho_{14}(T)$ indirgenmiş yoğunluk operatörünü kullanırız. Sistemimiz için bu indirgenmiş yoğunluk operatörünün matris gösterimi

$$\begin{aligned}
\rho_{14}(T) &= Tr_{23}[\rho(T)], \\
&= \frac{1}{Z} \begin{pmatrix} \tilde{\alpha}_1 & -\tilde{\alpha}_2 & \tilde{\alpha}_3 & \tilde{\alpha}_4 \\ \tilde{\alpha}_2 & \tilde{\alpha}_5 & \tilde{\alpha}_6 & -\tilde{\alpha}_3 \\ -\tilde{\alpha}_3 & \tilde{\alpha}_6 & \tilde{\alpha}_5 & \tilde{\alpha}_2 \\ \tilde{\alpha}_4 & \tilde{\alpha}_3 & -\tilde{\alpha}_2 & \tilde{\alpha}_7 \end{pmatrix}, \quad (3.2.76)
\end{aligned}$$

şeklinde olup burada

$$\begin{aligned}
\tilde{\alpha}_1 &= \frac{1}{12}[3e^{-E_1/T} + 2e^{-E_{12}/T} + 6e^{-E_{13}/T} + 12e^{-E_{14}/T} + 3e^{-E_{15}/T} \\
&\quad + 3e^{-E_{16}/T} + 3e^{-E_2/T} + 3e^{-E_3/T} + e^{-E_5/T} + 3e^{-E_6/T} + 3e^{-E_7/T} + 3e^{-E_8/T} \\
&\quad + 3e^{-E_9/T}], \\
\tilde{\alpha}_2 &= \frac{1}{4}[e^{-E_2/T} - e^{-E_9/T} + \frac{2\xi_1 e^{-E_{15}/T}}{2 + \xi_1^2} - \frac{2\xi_2 e^{-E_{16}/T}}{2 + \xi_2^2}], \\
\tilde{\alpha}_3 &= \frac{1}{4}[e^{-E_1/T} - e^{-E_8/T} + \frac{2\xi_1 e^{-E_{15}/T}}{2 + \xi_1^2} - \frac{2\xi_2 e^{-E_{16}/T}}{2 + \xi_2^2}], \\
\tilde{\alpha}_4 &= \frac{1}{4}[e^{-E_3/T} - \frac{2e^{-E_{15}/T}}{2 + \xi_1^2} - \frac{2e^{-E_{16}/T}}{2 + \xi_1^2}], \\
\tilde{\alpha}_5 &= \frac{1}{12}[3e^{-E_1/T} + 3e^{-E_{11}/T} + 4e^{-E_{12}/T} + 3e^{-E_{13}/T} + 3e^{-E_{15}/T} + 3e^{-E_{16}/T} \\
&\quad + 3e^{-E_2/T} + 3e^{-E_3/T} + 6e^{-E_4/T} + 5e^{-E_5/T} + 3e^{-E_6/T} + 3e^{-E_7/T} \\
&\quad + 3e^{-E_8/T} + 3e^{-E_9/T}], \\
\tilde{\alpha}_6 &= \frac{1}{12}[3e^{-E_{11}/T} + 4e^{-E_{12}/T} + 3e^{-E_{13}/T} - 3e^{-E_3/T} - 4e^{-E_5/T} - \frac{6e^{-E_{15}/T}}{2 + \xi_1^2} \\
&\quad - \frac{6e^{-E_{16}/T}}{2 + \xi_2^2}], \\
\tilde{\alpha}_7 &= \frac{1}{12}[3e^{-E_1/T} + 12e^{-E_{10}/T} + 6e^{-E_{11}/T} + 2e^{-E_{12}/T} + 3e^{-E_{15}/T} + 3e^{-E_{16}/T} \\
&\quad + 3e^{-E_2/T} + 3e^{-E_3/T} + e^{-E_5/T} + 3e^{-E_6/T} + 3e^{-E_7/T} + 3e^{-E_8/T} \\
&\quad + 3e^{-E_9/T}],
\end{aligned}$$

olarak tanımlanmıştır. ρ_{girdi} daha önce denklem (3.1.33)'da belirtildiği gibi olup, sistemdeki kanal₁₋₄ kuantum kanalı için çıktı durumu denklem (3.1.34)'de

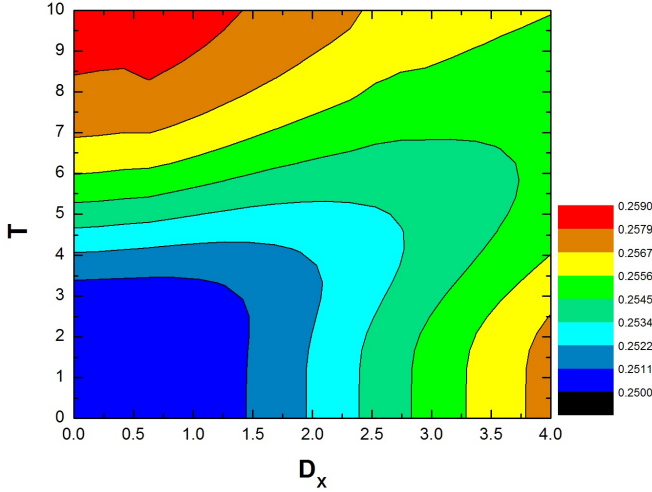
belirtildiği şekilde hesaplanıp

$$\rho_{\text{çıktı}}^{14} = \frac{1}{Z^2} \begin{pmatrix} \tilde{\Lambda}_1 & 0 & 0 & \tilde{\Lambda}_2 \\ 0 & \tilde{\Lambda}_3 & \tilde{\Lambda}_5 & 0 \\ 0 & \tilde{\Lambda}_4 & \tilde{\Lambda}_6 & 0 \\ \tilde{\Lambda}_2 & 0 & 0 & \tilde{\Lambda}_1 \end{pmatrix}, \quad (3.2.77)$$

olarak bulunur. Burada

$$\begin{aligned} \tilde{\Lambda}_1 &= 2\tilde{\alpha}_5(\tilde{\alpha}_1 + \tilde{\alpha}_7), \\ \tilde{\Lambda}_2 &= 4\tilde{\alpha}_4\tilde{\alpha}_6 \sin \theta \cos \phi, \\ \tilde{\Lambda}_3 &= 4\tilde{\alpha}_5^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + (\tilde{\alpha}_1 + \tilde{\alpha}_7)^2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right), \\ \tilde{\Lambda}_4 &= 2 \sin \theta [\tilde{\alpha}_6^2 e^{-i\phi} + \tilde{\alpha}_4^2 e^{i\phi}], \\ \tilde{\Lambda}_5 &= 2 \sin \theta [\tilde{\alpha}_6^2 e^{i\phi} + \tilde{\alpha}_4^2 e^{-i\phi}], \\ \tilde{\Lambda}_6 &= (\tilde{\alpha}_1 + \tilde{\alpha}_7)^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + 4\tilde{\alpha}_5^2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right), \end{aligned}$$

şeklindedir. Tekrar (3.1.40) denklemini kullanılarak sadakat ve (3.1.42) denklemini kullanılarak ortalama sadakat değerleri elde edilir. Böylece kanal₁₋₄ kuantum



Şekil 3.7. Kanal₁₋₄ için T sıcaklığı ve D_x DM etkileşmesine göre ortalama sadakat.

kanalı kullanılarak girdi durumunun kuantum teleportasyonunun incelenmesi

ortalama sadakat değerlerinin verildiği Şekil 3.7’de görülmektedir. Şekilden de görüldüğü üzere düşük D_x ve yüksek T ile düşük T ve yüksek D_x değerlerinde görece büyük ortalama sadakat değerleri gözlene de elde edilen sonuçlar küçük olduğundan kuantum teleportasyon açısından tatminkar değildir.

3.2.2. D_z Dzialoshinskii-Moriya Etkileşmesi Durumu

Bu kısımda $\vec{D} = D_z \hat{z}$ şeklinde z yönünde Dzialoshinskii-Moriya etkileşmesine sahip dört kubitlik $J_1 - J_2$ Heisenberg XXX sisteminin hem birinci ve üçüncü kubitleri arasındaki kuantum kanalını (kanal₁₋₃) hem de birinci ve dördüncü kubitleri arasındaki kuantum kanalını (kanal₁₋₄) kullanarak kuantum teleportasyonu inceledik.

Kullandığımız bu dört kubitlik sistemin Hamiltoniyeni

$$\begin{aligned}
 H &= J_1 \sum_{i=1}^4 (\sigma_i^x \sigma_{i+1}^x + \sigma_i^y \sigma_{i+1}^y + \sigma_i^z \sigma_{i+1}^z) \\
 &+ J_2 \sum_{i=1}^4 (\sigma_i^x \sigma_{i+2}^x + \sigma_i^y \sigma_{i+2}^y + \sigma_i^z \sigma_{i+2}^z) \\
 &+ D_z \sum_{i=1}^4 (\sigma_i^x \sigma_{i+1}^y - \sigma_i^y \sigma_{i+1}^x), \tag{3.2.78}
 \end{aligned}$$

şeklindedir. Bu Hamiltoniyene ait özdeğerler

$$E_1 = E_2 = 4(D_z - J_2), \tag{3.2.79}$$

$$E_3 = E_4 = -4(J_1 - J_2), \tag{3.2.80}$$

$$E_5 = -8J_1 + 4J_2, \tag{3.2.81}$$

$$E_6 = E_7 = -4J_2, \tag{3.2.82}$$

$$E_8 = E_9 = -4(D_z + J_2), \tag{3.2.83}$$

$$E_{10} = E_{11} = E_{12} = 4(J_1 + J_2), \tag{3.2.84}$$

$$E_{13} = E_{14} = 4(J_1 + J_2), \tag{3.2.85}$$

$$E_{15} = -2J_1 + 2\sqrt{8D_z^2 + (J_1 - 4J_2)^2} - 4J_2, \quad (3.2.86)$$

$$E_{16} = -2J_1 - 2\sqrt{8D_z^2 + (J_1 - 4J_2)^2} - 4J_2, \quad (3.2.87)$$

olmaktadır. Bu özdeğerlere karşılık gelen özvektörler ise

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{2}[-i|0, 1, 1, 1\rangle - |1, 0, 1, 1\rangle + i|1, 1, 0, 1\rangle + |1, 1, 1, 0\rangle], \quad (3.2.88)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}[-i|0, 0, 0, 1\rangle - |0, 0, 1, 0\rangle + i|0, 1, 0, 0\rangle + |1, 0, 0, 0\rangle], \quad (3.2.89)$$

$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{2}[-|0, 1, 1, 1\rangle + |1, 0, 1, 1\rangle - |1, 1, 0, 1\rangle + |1, 1, 1, 0\rangle], \quad (3.2.90)$$

$$|\psi_4\rangle = \frac{1}{2}[-|0, 0, 0, 1\rangle + |0, 0, 1, 0\rangle - |0, 1, 0, 0\rangle + |1, 0, 0, 0\rangle], \quad (3.2.91)$$

$$|\psi_5\rangle = \frac{1}{2\sqrt{3}}[|0, 0, 1, 1\rangle - 2|0, 1, 0, 1\rangle + |0, 1, 1, 0\rangle + |1, 0, 0, 1\rangle - 2|1, 0, 1, 0\rangle + |1, 1, 0, 0\rangle], \quad (3.2.92)$$

$$|\psi_6\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[-|0, 0, 1, 1\rangle + |1, 1, 0, 0\rangle], \quad (3.2.93)$$

$$|\psi_7\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[-|0, 1, 1, 0\rangle + |1, 0, 0, 1\rangle], \quad (3.2.94)$$

$$|\psi_8\rangle = \frac{1}{2}[i|0, 1, 1, 1\rangle - |1, 0, 1, 1\rangle - i|1, 1, 0, 1\rangle + |1, 1, 1, 0\rangle], \quad (3.2.95)$$

$$|\psi_9\rangle = \frac{1}{2}[i|0, 0, 0, 1\rangle - |0, 0, 1, 0\rangle - i|0, 1, 0, 0\rangle + |1, 0, 0, 0\rangle], \quad (3.2.96)$$

$$|\psi_{10}\rangle = |1, 1, 1, 1\rangle, \quad (3.2.97)$$

$$|\psi_{11}\rangle = \frac{1}{2}[|0, 1, 1, 1\rangle + |1, 0, 1, 1\rangle + |1, 1, 0, 1\rangle + |1, 1, 1, 0\rangle], \quad (3.2.98)$$

$$|\psi_{12}\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}[|0, 0, 1, 1\rangle + |0, 1, 0, 1\rangle + |0, 1, 1, 0\rangle + |1, 0, 0, 1\rangle + |1, 0, 1, 0\rangle + |1, 1, 0, 0\rangle], \quad (3.2.99)$$

$$|\psi_{13}\rangle = \frac{1}{2}[|0, 0, 0, 1\rangle + |0, 0, 1, 0\rangle + |0, 1, 0, 0\rangle + |1, 0, 0, 0\rangle], \quad (3.2.100)$$

$$|\psi_{14}\rangle = |0, 0, 0, 0\rangle, \quad (3.2.101)$$

$$|\psi_{15}\rangle = \frac{1}{\sqrt{4 + 2\tilde{\xi}_1^2}}[|0, 0, 1, 1\rangle - i\tilde{\xi}_1|0, 1, 0, 1\rangle - |0, 1, 1, 0\rangle - |1, 0, 0, 1\rangle + i\tilde{\xi}_1|1, 0, 1, 0\rangle + |1, 1, 0, 0\rangle], \quad (3.2.102)$$

$$\begin{aligned}
|\psi_{16}\rangle = & \frac{1}{\sqrt{4 + 2\tilde{\xi}_2^2}} [|0,0,1,1\rangle + i\tilde{\xi}_2 |0,1,0,1\rangle - |0,1,1,0\rangle - |1,0,0,1\rangle \\
& - i\tilde{\xi}_2 |1,0,1,0\rangle + |1,1,0,0\rangle], \tag{3.2.103}
\end{aligned}$$

şeklinde olup burada

$$\tilde{\xi}_{1,2} = \frac{\mp J_1 \pm 4J_2 + \sqrt{8D_z^2 + (J_1 - 4J_2)^2}}{2D_z},$$

olarak tanımlanmıştır. Birinci ve üçüncü kubitler arasındaki (kanal₁₋₃) kuantum kanalı için sistemin $\rho_{13}(T)$ indirgenmiş yoğunluk operatörünü kullanırız. Sistemimiz için bu indirgenmiş yoğunluk operatörünün matris gösterimi

$$\begin{aligned}
\rho_{13}(T) &= Tr_{24}[\rho(T)], \\
&= \frac{1}{Z} \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & \alpha_3 & 0 \\ 0 & \alpha_3 & \alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_4 \end{pmatrix}, \tag{3.2.104}
\end{aligned}$$

şeklinde olup burada

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= \frac{1}{6} [e^{-E_{12}/T} + 3e^{-E_{13}/T} + 6e^{-E_{14}/T} + 3e^{-E_2/T} + 3e^{-E_4/T} + 2e^{-E_5/T} \\
&+ 3e^{-E_9/T} + \frac{3\tilde{\xi}_1^2 e^{-E_{15}/T}}{2 + \tilde{\xi}_1^2} + \frac{3\tilde{\xi}_2^2 e^{-E_{16}/T}}{2 + \tilde{\xi}_2^2}], \\
\alpha_2 &= \frac{1}{12} [3e^{-E_1/T} + 3e^{-E_{11}/T} + 4e^{-E_{12}/T} + 3e^{-E_{13}/T} + 3e^{-E_2/T} + 3e^{-E_3/T} \\
&+ 3e^{-E_4/T} + 2e^{-E_5/T} + 6e^{-E_6/T} + 6e^{-E_7/T} + 3e^{-E_8/T} + 3e^{-E_9/T} \\
&+ \frac{12e^{-E_{15}/T}}{2 + \tilde{\xi}_1^2} + \frac{12e^{-E_{16}/T}}{2 + \tilde{\xi}_2^2}], \\
\alpha_3 &= \frac{1}{12} [-3e^{-E_1/T} + 3e^{-E_{11}/T} + 4e^{-E_{12}/T} + 3e^{-E_{13}/T} - 3e^{-E_2/T} + 3e^{-E_3/T} \\
&+ 3e^{-E_4/T} + 2e^{-E_5/T} - 3e^{-E_8/T} - 3e^{-E_9/T} - \frac{12e^{-E_{15}/T}}{2 + \tilde{\xi}_1^2} - \frac{12e^{-E_{16}/T}}{2 + \tilde{\xi}_2^2}], \\
\alpha_4 &= \frac{1}{6} [3e^{-E_1/T} + 6e^{-E_{10}/T} + 3e^{-E_{11}/T} + e^{-E_{12}/T} + 3e^{-E_3/T} + 2e^{-E_5/T} \\
&+ 3e^{-E_8/T} + \frac{3\tilde{\xi}_1^2 e^{-E_{15}/T}}{2 + \tilde{\xi}_1^2} + \frac{3\tilde{\xi}_2^2 e^{-E_{16}/T}}{2 + \tilde{\xi}_2^2}],
\end{aligned}$$

olarak tanımlanmıştır. ρ_{girdi} daha önce denklem (3.1.33)'da belirtildiği gibi olup, sistemdeki kanal₁₋₃ kuantum kanalı için çıktı durumu denklem (3.1.34)'de belirtildiği şekilde hesaplanıp

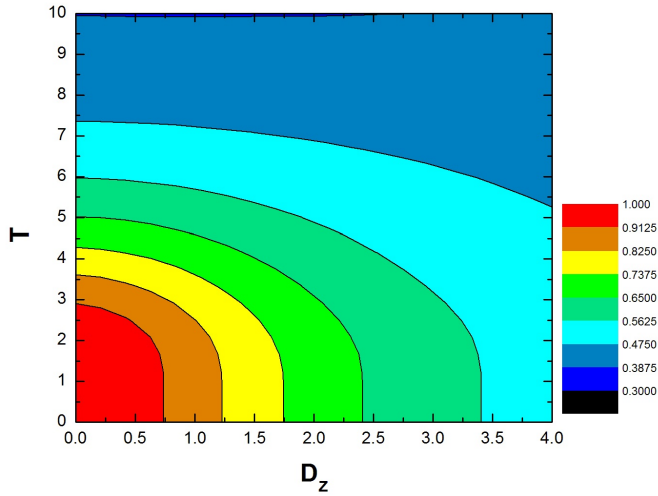
$$\rho_{\text{çıkıtı}}^{13} = \frac{1}{Z^2} \begin{pmatrix} \Lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_2 & \Lambda_4 & 0 \\ 0 & \Lambda_3 & \Lambda_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Lambda_1 \end{pmatrix}, \quad (3.2.105)$$

olarak bulunur. Burada

$$\begin{aligned} \Lambda_1 &= 2\alpha_2(\alpha_1 + \alpha_4), \\ \Lambda_2 &= 4\alpha_2^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} + (\alpha_1 + \alpha_4)^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}, \\ \Lambda_3 &= 2\alpha_3^2 e^{-i\phi} \sin \theta, \\ \Lambda_4 &= 2\alpha_3^2 e^{i\phi} \sin \theta, \\ \Lambda_5 &= 4\alpha_2^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} + (\alpha_1 + \alpha_4)^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}, \end{aligned}$$

şeklinde tanımlıdır. Burada da (3.1.39) denklemi kullanılarak sadakat ve (3.1.41) denklemi kullanılarak ortalama sadakat değerleri elde edilir. Böylece kanal ₁₋₃ kuantum kanalı kullanılarak girdi durumunun kuantum teleportasyonunun incelenmesi, T sıcaklığı ve D_z DM etkileşmesinin değişimlerine göre ortalama sadakat değerlerinin kontür grafiğinin verildiği Şekil 3.8'de görülmektedir.

Burada da D_x etkileşmesinin durumunda olduğu gibi hem sabit bir D_z değeri için T sıcaklığı arttıkça hem de sabit bir T sıcaklığı için D_z değeri arttıkça ortalama sadakat azalmaktadır. Bunun yanında sistemimizdeki bu kanal için $T \simeq 2.9$ gibi belli bir sıcaklık değeri ve $D_z = 0.5$ gibi belli bir DM etkileşmesi değeri için maksimum veya maksimuma çok yakın ortalama sadakat değerleri elde edilmektedir. Ayrıca kuantum teleportasyon için iyi değerler olan $F_{\text{ort}} > \frac{2}{3}$ olduğu ortalama sadakat değerlerine düşük DM etkileşmesi değerleri için $T \simeq 4.5$ gibi yine yüksek sıcaklıklarda ulaşılrken, sıcaklığın daha düşük olduğu $T \leq 2.0$ değerleri için DM etkileşmesinin $D_z = 1.75$ değerinde ulaşılmaktadır.



Şekil 3.8. Kanal₁₋₃ için T sıcaklığı ve D_z DM etkileşmesine göre ortalama sadakat.

Kanal₁₋₄ kuantum kanalı için ise sistemin $\rho_{14}(T)$ indirgenmiş yoğunluk operatörünü kullanırız. Sistemimiz için bu indirgenmiş yoğunluk operatörünün matris gösterimi

$$\begin{aligned} \rho_{14}(T) &= Tr_{23}[\rho(T)], \\ &= \frac{1}{Z} \begin{pmatrix} \tilde{\alpha}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{\alpha}_2 & \tilde{\alpha}_3^* & 0 \\ 0 & \tilde{\alpha}_3 & \tilde{\alpha}_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{\alpha}_4 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3.2.106)$$

şeklinde olup burada

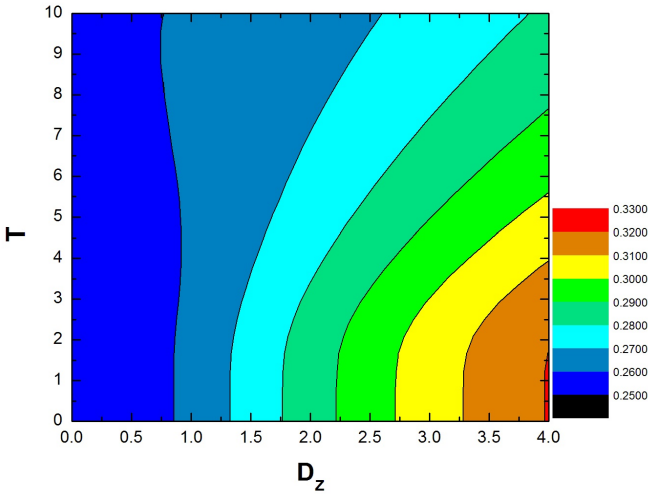
$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}_1 &= \frac{1}{12} [2e^{-E_{12}/T} + 6e^{-E_{13}/T} + 12e^{-E_{14}/T} + 6e^{-E_2/T} + 6e^{-E_4/T} \\ &\quad + e^{-E_5/T} + 6e^{-E_7/T} + 6e^{-E_9/T} + \frac{6e^{-E_{15}/T}}{2 + \tilde{\xi}_1^2} + \frac{6e^{-E_{16}/T}}{2 + \tilde{\xi}_2^2}], \\ \tilde{\alpha}_2 &= \frac{1}{12} [3e^{-E_1/T} + 3e^{-E_{11}/T} + 4e^{-E_{12}/T} + 3e^{-E_{13}/T} + 3e^{-E_2/T} \\ &\quad + 3e^{-E_3/T} + 3e^{-E_4/T} + 5e^{-E_5/T} + 6e^{-E_6/T} + 3e^{-E_8/T} + 3e^{-E_9/T} \\ &\quad + \frac{6(1 + \tilde{\xi}_1^2)e^{-E_{15}/T}}{2 + \tilde{\xi}_1^2} + \frac{6(1 + \tilde{\xi}_2^2)e^{-E_{16}/T}}{2 + \tilde{\xi}_2^2}], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{\alpha}_3 &= \frac{1}{12} [3ie^{-E_1/T} + 3e^{-E_{11}/T} + 4e^{-E_{12}/T} + 3e^{-E_{13}/T} + 3ie^{-E_2/T} - 3e^{-E_3/T} \\
&\quad - 3e^{-E_4/T} - 4e^{-E_5/T} - 3ie^{-E_8/T} - 3ie^{-E_9/T} + \frac{12i\tilde{\xi}_1 e^{-E_{15}/T}}{2 + \tilde{\xi}_1^2} \\
&\quad - \frac{12i\tilde{\xi}_2 e^{-E_{16}/T}}{2 + \tilde{\xi}_2^2}], \\
\tilde{\alpha}_4 &= \frac{1}{12} [6e^{-E_1/T} + 12e^{-E_{10}/T} + 6e^{-E_{11}/T} + 2e^{-E_{12}/T} + 6e^{-E_3/T} + e^{-E_5/T} \\
&\quad + 6e^{-E_7/T} + 6e^{-E_8/T} + \frac{6e^{-E_{15}/T}}{2 + \tilde{\xi}_1^2} + \frac{6e^{-E_{16}/T}}{2 + \tilde{\xi}_2^2}],
\end{aligned}$$

olarak tanımlanmıştır. ρ_{girdi} daha önce denklem (3.1.33)'da belirtildiği gibi olup, sistemdeki kanal₁₋₄ kuantum kanalı için çıktı durumu denklem (3.1.34)'de belirtildiği şekilde hesaplanıp

$$\rho_{\text{çıkıtı}}^{14} = \frac{1}{Z^2} \begin{pmatrix} \tilde{\Lambda}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{\Lambda}_2 & \tilde{\Lambda}_4 & 0 \\ 0 & \tilde{\Lambda}_3 & \tilde{\Lambda}_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{\Lambda}_1 \end{pmatrix}, \quad (3.2.107)$$

olarak bulunur. Burada

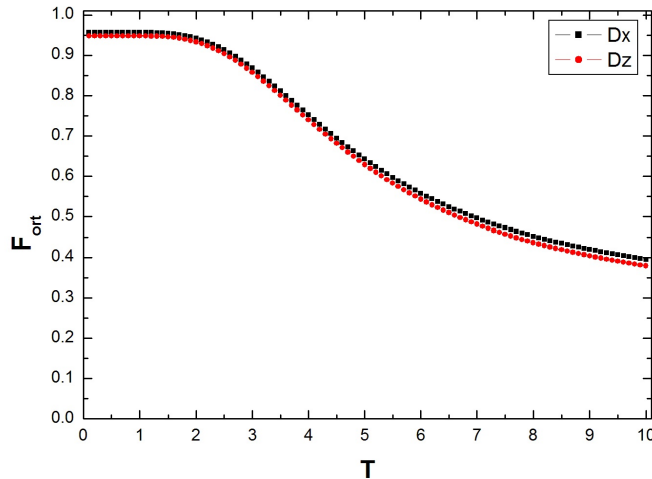


Şekil 3.9. Kanal₁₋₄ için T sıcaklığı ve D_z DM etkileşmesine göre ortalama sadakat.

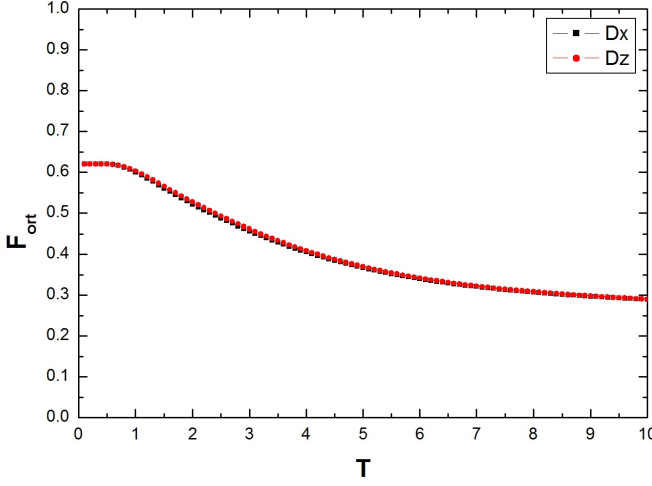
$$\begin{aligned}
\tilde{\Lambda}_1 &= 2\tilde{\alpha}_2(\tilde{\alpha}_1 + \tilde{\alpha}_4), \\
\tilde{\Lambda}_2 &= 4\tilde{\alpha}_2^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + (\tilde{\alpha}_1 + \tilde{\alpha}_4)^2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right), \\
\tilde{\Lambda}_3 &= (\tilde{\alpha}_3 + \tilde{\alpha}_3^*)^2 e^{-i\phi} \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right), \\
\tilde{\Lambda}_4 &= (\tilde{\alpha}_3 + \tilde{\alpha}_3^*)^2 e^{i\phi} \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right), \\
\tilde{\Lambda}_5 &= 4\tilde{\alpha}_2^2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + (\tilde{\alpha}_1 + \tilde{\alpha}_4)^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right),
\end{aligned}$$

şeklindedir.

Tekrardan burada da (3.1.40) denklemi kullanılarak sadakat ve (3.1.42) denklemi kullanılarak ortalama sadakat değerleri elde edilir. Böylece kanal₁₋₄ kuantum kanalı kullanılarak girdi durumunun kuantum teleportasyonunun incelenmesi, ortalama sadakat değerlerinin verildiği Şekil 3.9'da görülmektedir. Burada düşük sıcaklıklarda D_z değeri arttıkça ortalama sadakat değerlerinde bir miktar artış gözlene de bu artışın kuantum teleportasyon için kabul edilebilir sınırlar içerisinde olmadığı görülür.



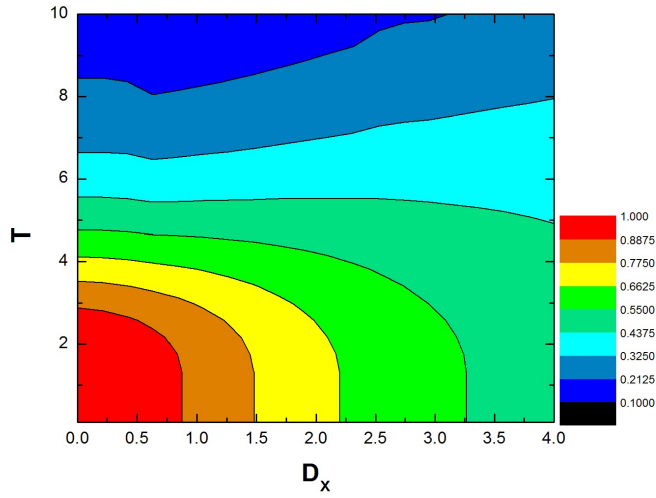
Şekil 3.10. Farklı DM etkileşmelerinde kanal₁₋₃ için ortalama sadakat.



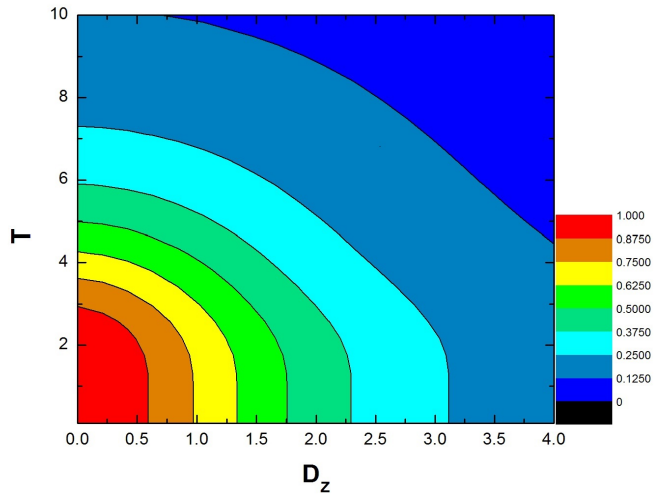
Şekil 3.11. Farklı DM etkileşmelerinde kanal₁₋₄ için ortalama sadakat.

Şekil 3.10 ve Şekil 3.11'de ise sırasıyla kanal₁₋₃ ve kanal₁₋₄ için farklı DM etkileşmelerinin ($D_x = D_z = 0.6$) ortalama sadakatlerinin sıcaklığa göre değişimleri görülmektedir. Her iki kanal ve her iki DM etkileşmesi için de sıcaklık arttıkça ortalama sadakat azaldığı gözlenmektedir. Ancak kanal₁₋₃'ün kanal₁₋₄'e göre daha büyük ortalama sadakat değerlerine de sahip olduğu görülmektedir. Bunun yanında kanal₁₋₃'de D_x için olan ortalama sadakat değerlerinin D_z için olan ortalama sadakat değerine göre bir miktar daha baskın olduğu gözlenmektedir fakat kanal₁₋₄ için böyle bir baskın etkiden söz etmek mümkün olmamaktadır.

Farklı DM etkileşmelerinin olduğu durumda incelemiş olduğumuz Heisenberg sisteminin teleport edilmiş ısısal uyumlarını dikkate aldığımızda kanal₁₋₃ için T sıcaklığı ve sırasıyla D_x ve D_z DM etkileşmelerine göre teleport edilmiş ısısal uyumların kontür grafikleri Şekil 3.12 ve Şekil 3.13'te görülmektedir. Burada da girdi durumunun maksimum dolaşık değere sahip olması için $\theta = \frac{\pi}{2}$ olarak alınmıştır.



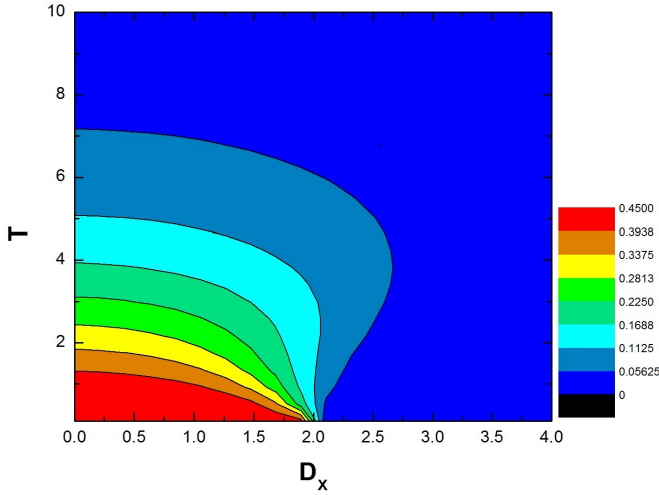
Şekil 3.12. Kanal₁₋₃ için T sıcaklığı ve D_x DM etkileşmesine göre teleport edilmiş ısısal uyum.



Şekil 3.13. Kanal₁₋₃ için T sıcaklığı ve D_z DM etkileşmesine göre teleport edilmiş ısısal uyum.

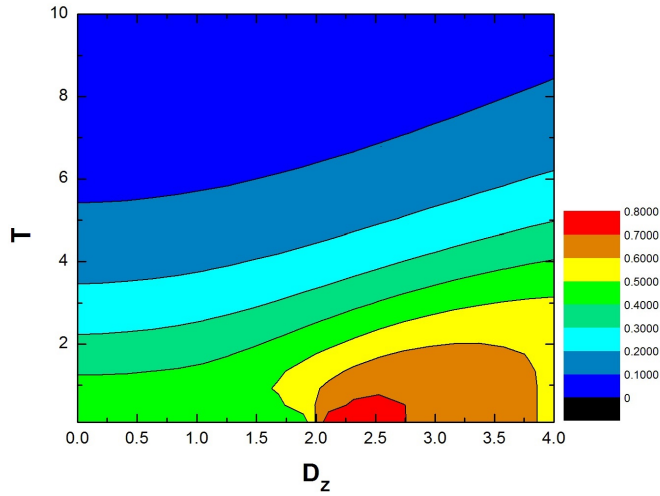
Her iki şekilden de görüldüğü gibi düşük sıcaklık ve düşük DM etkileşmesi değerlerinde teleport edilmiş ısısal uyum maksimum veya maksimuma çok yakın

değerler almaktadır. Sabit DM etkileşmesi değerleri için T sıcaklığının artışı ve sabit T sıcaklık değerleri için DM etkileşmesi değerlerinin artışı ısısal uyumları azaltsa da Şekil 3.12'den görüldüğü gibi düşük sıcaklıklarda D_x etkileşmesinin D_z ' ye göre ısısal uyuma olan katkısı daha fazladır. Ancak düşük DM değerleri için grafiğe baktığımızda D_z etkileşmesinin D_x ' e göre ısısal uyuma katkısının daha fazla olduğu ve bunun sonucu olarak daha yüksek sıcaklıklarda ısısal uyumun az da olsa daha büyük değerler aldığı gözlenmektedir.



Şekil 3.14. Kanal₁₋₄ için T sıcaklığı ve D_x DM etkileşmesine göre teleport edilmiş ısısal uyum.

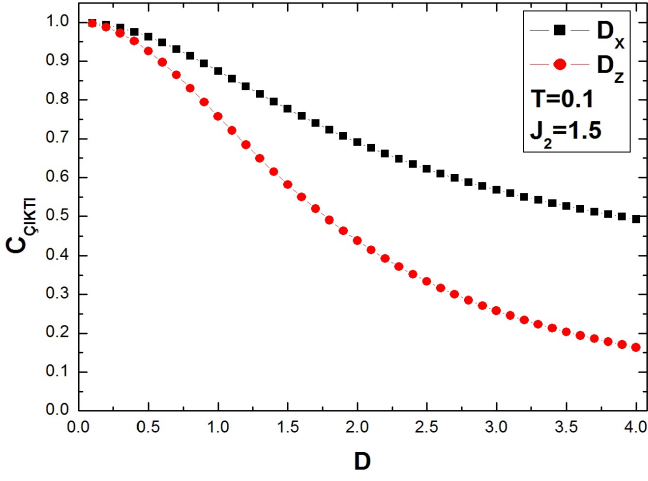
Kanal₁₋₄ için teleport edilmiş durumların ısısal uyumlarının kontür grafikleri D_x ve D_z etkileşmeleri için sırasıyla Şekil 3.14 ve Şekil 3.15'de görülmektedir. Şekil 3.14'e bakıldığında düşük sıcaklık ve düşük D_x değerleri için görece büyük uyum sonuçları elde edilmiş olsa da genel olarak ısısal uyum değerlerinin düşük olduğu görülür. Ancak Şekil 3.15'ten görüldüğü gibi kanal₁₋₄ için düşük sıcaklıklarda D_z etkileşmesinin $2.1 < D_z < 2.75$ aralığındaki değerleri için $C_{çıkıtı}^{14} \simeq 0.8$ gibi oldukça iyi sonuçlar vermesinin yanı sıra daha büyük D_z değerleri için de bu olumlu etkinin gözlemlendiği ifade edilebilir.



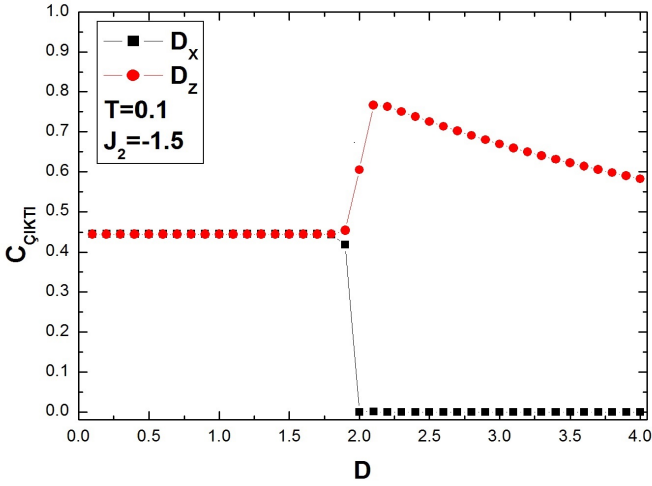
Şekil 3.15. Kanal₁₋₄ için T sıcaklığı ve D_z DM etkileşmesine göre teleport edilmiş ısıl uyum.

Şekil 3.16' da ise $T = 0.1$, $J_2 = 1.5$, $\theta = \frac{\pi}{2}$, ve $\phi = \frac{\pi}{6}$ gibi özel değerlerinde kanal₁₋₃'ün farklı D_x ve D_z DM etkileşmesi değerleri için ısıl uyumlarının karşılaştırılması görülmektedir. Çok düşük DM değerlerinde $C_{\text{çıktı}} \simeq 1.0$ gibi maksimum uyum değerleri gözlenirken, DM etkileşmesinin artmasıyla birlikte ısıl uyumun azaldığı burada da görülmektedir. Ancak azalma D_z etkileşmesi için daha hızlı olmaktadır.

Şekil 3.17'de ise $T = 0.1$, $J_2 = -1.5$, $\theta = \frac{\pi}{2}$, ve $\phi = \frac{\pi}{6}$ gibi özel değerlerinde kanal₁₋₄'ün farklı D_x ve D_z DM etkileşmesi değerleri için ısıl uyumlarının karşılaştırılması görülmektedir. Burada DM etkileşmesinin $0.1 < D_x(D_z) < 2.0$ aralığında hem D_x hem de D_z değerleri için $C_{\text{çıktı}} = 0.45$ gibi aynı ısıl uyum sonuçları gözlenirken DM etkileşmesinin 2.0 gibi kritik bir değerinden sonra D_x 'in artışıyla uyum sıfıra düşerken, D_z 'nin değerinin artışı ile önce bir sıçrama yapıp $C_{\text{çıktı}} = 0.77$ değerine ulaştıktan sonra azalmaktadır.

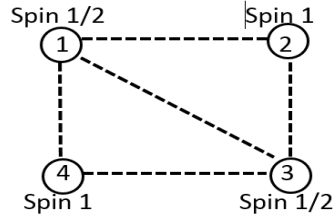


Şekil 3.16. Kanal₁₋₃ için farklı DM değerlerine göre teleport edilmiş ısısal uyum.



Şekil 3.17. Kanal₁₋₄ için farklı DM değerlerine göre teleport edilmiş ısısal uyum.

3.3. Spin(1, $\frac{1}{2}$) Karma Spin $J_1 - J_2$ Heisenberg XXX Sisteminde Kuantum Teleportasyon



Şekil 3.18. Spin($\frac{1}{2}, 1$) Modeli

Burada incelediğimiz sistem, z yönünde homojen bir B_z manyetik alanında bulunan ve dört spinden oluşan spin($1, \frac{1}{2}$) karma spin $J_1 - J_2$ Heisenberg XXX sistemidir. Bu sistemin Hamiltoniyeni

$$\begin{aligned}
 H = & J_1(\sigma_1^x S_2^x + \sigma_1^y S_2^y + \sigma_1^z S_2^z + S_2^x \sigma_3^x + S_2^y \sigma_3^y + S_2^z \sigma_3^z, \\
 & + \sigma_3^x S_4^x + \sigma_3^y S_4^y + \sigma_3^z S_4^z + S_4^x \sigma_1^x + S_4^y \sigma_1^y + S_4^z \sigma_1^z), \\
 & + J_2(\sigma_1^x \sigma_3^x + S_2^x S_4^x + \sigma_3^x \sigma_1^x + S_4^x S_2^x + \sigma_1^y \sigma_3^y + S_2^y S_4^y, \\
 & + \sigma_3^y \sigma_1^y + S_4^y S_2^y + \sigma_1^z \sigma_3^z + S_2^z S_4^z + \sigma_3^z \sigma_1^z + S_4^z S_2^z), \\
 & + B_z(\sigma_1^z + S_2^z + \sigma_3^z + S_4^z), \tag{3.3.108}
 \end{aligned}$$

olarak verilir. Burada yine periyodik sınır koşulları altında ikinci en yakın komşu (NNN) spinler arasındaki kuantum kanalı olan kanal₁₋₃ incelenmiştir. Sisteme ait Hamiltoniyenin özdeğerleri

$$E_1 = E_2 = -B_z - \frac{7J_2}{2}, \tag{3.3.109}$$

$$E_3 = E_4 = B_z - \frac{7J_2}{2}, \tag{3.3.110}$$

$$E_5 = -2J_1 - \frac{3J_2}{2}, \tag{3.3.111}$$

$$E_6 = -J_1 - \frac{3J_2}{2}, \tag{3.3.112}$$

$$E_7 = \frac{1}{2}(-2(B_z + J_1) - 3J_2), \tag{3.3.113}$$

$$E_8 = B_z - J_1 - \frac{3J_2}{2}, \quad (3.3.114)$$

$$E_9 = J_1 - \frac{3J_2}{2}, \quad (3.3.115)$$

$$E_{10} = -2B_z + J_1 - \frac{3J_2}{2}, \quad (3.3.116)$$

$$E_{11} = -B_z + J_1 - \frac{3J_2}{2}, \quad (3.3.117)$$

$$E_{12} = B_z + J_1 - \frac{3J_2}{2}, \quad (3.3.118)$$

$$E_{13} = 2B_z + J_1 - \frac{3J_2}{2}, \quad (3.3.119)$$

$$E_{14} = -\frac{11J_2}{2}, \quad (3.3.120)$$

$$E_{15} = E_{16} = -\frac{7J_2}{2}, \quad (3.3.121)$$

$$E_{17} = \frac{J_2}{2}, \quad (3.3.122)$$

$$E_{18} = \frac{1}{2}(-4B_z + J_2), \quad (3.3.123)$$

$$E_{19} = \frac{1}{2}(-2B_z + J_2), \quad (3.3.124)$$

$$E_{20} = B_z + \frac{J_2}{2}, \quad (3.3.125)$$

$$E_{21} = \frac{1}{2}(4B_z + J_2), \quad (3.3.126)$$

$$E_{22} = -3J_1 + \frac{5J_2}{2}, \quad (3.3.127)$$

$$E_{23} = -B_z - 3J_1 + \frac{5J_2}{2}, \quad (3.3.128)$$

$$E_{24} = B_z - 3J_1 + \frac{5J_2}{2}, \quad (3.3.129)$$

$$E_{25} = -J_1 - \frac{5J_2}{2}, \quad (3.3.130)$$

$$E_{26} = -2B_z - J_1 + \frac{5J_2}{2}, \quad (3.3.131)$$

$$E_{27} = -B_z - J_1 + \frac{5J_2}{2}, \quad (3.3.132)$$

$$E_{28} = B_z - J_1 + \frac{5J_2}{2}, \quad (3.3.133)$$

$$E_{29} = 2B_z - J_1 + \frac{5J_2}{2}, \quad (3.3.134)$$

$$E_{30} = 2J_1 + \frac{5J_2}{2}, \quad (3.3.135)$$

$$(3.3.136)$$

$$E_{31} = -3B_z + 2J_1 + \frac{5J_2}{2}, \quad (3.3.137)$$

$$E_{32} = -2B_z + 2J_1 + \frac{5J_2}{2}, \quad (3.3.138)$$

$$E_{33} = -B_z + 2J_1 + \frac{5J_2}{2}, \quad (3.3.139)$$

$$E_{34} = B_z + 2J_1 + \frac{5J_2}{2}, \quad (3.3.140)$$

$$E_{35} = 2(B_z + J_1) + \frac{5J_2}{2}, \quad (3.3.141)$$

$$E_{36} = 3B_z + 2J_1 + \frac{5J_2}{2}, \quad (3.3.142)$$

olmaktadır. Bu özdeğerlere karşılık gelen özvektörler ise $\{|\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 1\rangle, |\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 0\rangle, |\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, -1\rangle, |\frac{1}{2}, 1, \frac{-1}{2}, 1\rangle, |\frac{1}{2}, 1, \frac{-1}{2}, 0\rangle, |\frac{1}{2}, 1, \frac{-1}{2}, -1\rangle, |\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1\rangle, |\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 0\rangle, |\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, -1\rangle, |\frac{1}{2}, 0, \frac{-1}{2}, 1\rangle, |\frac{1}{2}, 0, \frac{-1}{2}, 0\rangle, |\frac{1}{2}, 0, \frac{-1}{2}, -1\rangle, |\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 1\rangle, |\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 0\rangle, |\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, -1\rangle, |\frac{1}{2}, -1, \frac{-1}{2}, 1\rangle, |\frac{1}{2}, -1, \frac{-1}{2}, 0\rangle, |\frac{1}{2}, -1, \frac{-1}{2}, -1\rangle, |\frac{-1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 1\rangle, |\frac{-1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 0\rangle, |\frac{-1}{2}, 1, \frac{1}{2}, -1\rangle, |\frac{-1}{2}, 1, \frac{-1}{2}, 1\rangle, |\frac{-1}{2}, 1, \frac{-1}{2}, 0\rangle, |\frac{-1}{2}, 1, \frac{-1}{2}, -1\rangle, |\frac{-1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1\rangle, |\frac{-1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 0\rangle, |\frac{-1}{2}, 0, \frac{1}{2}, -1\rangle, |\frac{-1}{2}, 0, \frac{-1}{2}, 1\rangle, |\frac{-1}{2}, 0, \frac{-1}{2}, 0\rangle, |\frac{-1}{2}, 0, \frac{-1}{2}, -1\rangle, |\frac{-1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 1\rangle, |\frac{-1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 0\rangle, |\frac{-1}{2}, -1, \frac{1}{2}, -1\rangle, |\frac{-1}{2}, -1, \frac{-1}{2}, 1\rangle, |\frac{-1}{2}, -1, \frac{-1}{2}, 0\rangle, |\frac{-1}{2}, -1, \frac{-1}{2}, -1\rangle\}$, bazı cinsinden

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[|\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, -1\rangle - |\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 0\rangle + |\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 1\rangle\right], \quad (3.3.143)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}\left[|\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, -1\rangle - |\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 0\rangle - \left|-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, -1\right\rangle + \left|-\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 0\right\rangle\right], \quad (3.3.144)$$

$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{2}\left[|\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, 0\rangle - |\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, 1\rangle - \left|-\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 0\right\rangle + \left|-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1\right\rangle\right], \quad (3.3.145)$$

$$|\psi_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[|\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, -1\rangle - |\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 0\rangle + |\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 1\rangle\right], \quad (3.3.146)$$

$$\begin{aligned}
|\psi_5\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{3}}[-|\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, -1\rangle + \sqrt{2}|\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, -1\rangle - \sqrt{2}|\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 0\rangle \\
&\quad + |\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 1\rangle - |-\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, -1\rangle + \sqrt{2}|\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, 0\rangle \\
&\quad - \sqrt{2}|\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, 1\rangle + |-\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 1\rangle], \tag{3.3.147}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|\psi_6\rangle &= \frac{1}{2}[|\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, -1\rangle - |\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 0\rangle - |-\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, 0\rangle \\
&\quad + |-\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, 1\rangle], \tag{3.3.148}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|\psi_7\rangle &= \frac{1}{2}[\frac{1}{\sqrt{2}}|\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, -1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 0\rangle - |-\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, -1\rangle \\
&\quad + \frac{1}{\sqrt{2}}|\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, -1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 0\rangle \\
&\quad + |-\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 1\rangle], \tag{3.3.149}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|\psi_8\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{2}}[\sqrt{2}|\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, -1\rangle - |\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, 0\rangle + |\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, 1\rangle \\
&\quad - \sqrt{2}|\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 1\rangle - |-\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 0\rangle + |-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1\rangle], \tag{3.3.150}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|\psi_9\rangle &= \frac{1}{\sqrt{6}}[-|\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, -1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, -1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 0\rangle \\
&\quad + |\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 1\rangle - |-\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, -1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, 0\rangle \\
&\quad + \frac{1}{\sqrt{2}}|\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, 1\rangle + |-\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 1\rangle], \tag{3.3.151}
\end{aligned}$$

$$|\psi_{10}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[-|-\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, -1\rangle + |-\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 0\rangle], \tag{3.3.152}$$

$$\begin{aligned}
|\psi_{11}\rangle &= \frac{1}{2}[-\frac{1}{\sqrt{2}}|\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, -1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 0\rangle \\
&\quad - |-\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, -1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, -1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 0\rangle \\
&\quad + |-\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 1\rangle], \tag{3.3.153}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|\psi_{12}\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{2}}[-\sqrt{2}|\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, -1\rangle - |\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, 0\rangle + |\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, 1\rangle \\
&\quad + \sqrt{2}|\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 1\rangle - |-\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 0\rangle + |-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1\rangle], \tag{3.3.154}
\end{aligned}$$

$$|\psi_{13}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[-|\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 0\rangle + |\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1\rangle], \quad (3.3.155)$$

$$|\psi_{14}\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}[-|\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, -1\rangle + |\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, 0\rangle - |\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 1\rangle \\ + |-\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, -1\rangle - |-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 0\rangle + |-\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 1\rangle], \quad (3.3.156)$$

$$|\psi_{15}\rangle = \frac{1}{2}[|\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, -1\rangle - |\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 1\rangle - |-\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, -1\rangle \\ + |-\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 1\rangle], \quad (3.3.157)$$

$$|\psi_{16}\rangle = \frac{1}{\sqrt{10}}[|\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, 0\rangle - 2|\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 1\rangle - 2|-\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, -1\rangle \\ + |-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 0\rangle], \quad (3.3.158)$$

$$|\psi_{17}\rangle = \frac{1}{2\sqrt{3}}[-|\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, -1\rangle - 2|\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, 0\rangle - |\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 1\rangle \\ + |-\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, -1\rangle + 2|-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 0\rangle + |-\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 1\rangle], \quad (3.3.159)$$

$$|\psi_{18}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[-|\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, -1\rangle + |-\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, -1\rangle], \quad (3.3.160)$$

$$|\psi_{19}\rangle = \frac{1}{2}[-|\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, -1\rangle - |\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 0\rangle + |-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, -1\rangle \\ + |-\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 0\rangle], \quad (3.3.161)$$

$$|\psi_{20}\rangle = \frac{1}{2}[-|\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, 0\rangle - |\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, 1\rangle + |-\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 0\rangle \\ + |-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1\rangle], \quad (3.3.162)$$

$$|\psi_{21}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[-|\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, -1\rangle + |-\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 1\rangle], \quad (3.3.163)$$

$$|\psi_{22}\rangle = \frac{1}{\sqrt{30}}[|\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, -1\rangle - \frac{3}{\sqrt{2}}|\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, -1\rangle + 2|\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, 0\rangle \\ - \frac{3}{\sqrt{2}}|\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 0\rangle + |\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 1\rangle + |-\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, -1\rangle \\ - \frac{3}{\sqrt{2}}|-\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, 0\rangle + 2|-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 0\rangle - \frac{3}{\sqrt{2}}|-\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, 1\rangle \\ + |-\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 1\rangle], \quad (3.3.164)$$

$$\begin{aligned}
|\psi_{23}\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{15}}\left[-\frac{3}{\sqrt{2}}\left|\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, -1\right\rangle + 6\left|\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, -1\right\rangle\right. \\
&\quad - \frac{3}{\sqrt{2}}\left|\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 0\right\rangle + \left|-\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, -1\right\rangle - \frac{3}{\sqrt{2}}\left|-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, -1\right\rangle \\
&\quad + 2\left|-\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, 0\right\rangle - \frac{3}{\sqrt{2}}\left|-\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 0\right\rangle \\
&\quad \left. + \left|-\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 1\right\rangle\right], \tag{3.3.165}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|\psi_{24}\rangle &= \sqrt{\frac{3}{40}}\left[-\frac{\sqrt{2}}{3}\left|\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, -1\right\rangle + \left|\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, 0\right\rangle - \frac{2\sqrt{2}}{3}\left|\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 0\right\rangle\right. \\
&\quad + \left|\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, 1\right\rangle - \frac{\sqrt{2}}{3}\left|\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 1\right\rangle + \left|-\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 0\right\rangle \\
&\quad \left. - 2\sqrt{2}\left|-\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, 1\right\rangle + \left|-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1\right\rangle\right], \tag{3.3.166}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|\psi_{25}\rangle &= \frac{1}{2}\left[-\left|\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, -1\right\rangle - \left|\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 0\right\rangle + \left|-\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, 0\right\rangle\right. \\
&\quad \left. + \left|-\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, 1\right\rangle\right], \tag{3.3.167}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|\psi_{26}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{6}}\left[-\sqrt{2}\left|\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, -1\right\rangle + \left|-\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, -1\right\rangle\right. \\
&\quad \left. - \sqrt{2}\left|-\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, -1\right\rangle + \left|-\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 0\right\rangle\right], \tag{3.3.168}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|\psi_{27}\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{3}}\left[-\frac{1}{\sqrt{2}}\left|\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, -1\right\rangle - 2\left|\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, -1\right\rangle\right. \\
&\quad - \frac{1}{\sqrt{2}}\left|\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 0\right\rangle + \left|-\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, -1\right\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}\left|-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, -1\right\rangle \\
&\quad + 2\left|-\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, 0\right\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}\left|-\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 0\right\rangle \\
&\quad \left. + \left|-\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 1\right\rangle\right], \tag{3.3.169}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|\psi_{28}\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{6}}\left[-\sqrt{2}\left|\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, -1\right\rangle + \left|\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, 0\right\rangle - 2\sqrt{2}\left|\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 0\right\rangle\right. \\
&\quad + \left|\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, 1\right\rangle - \sqrt{2}\left|\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 1\right\rangle + \left|-\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 0\right\rangle \\
&\quad \left. + 2\sqrt{2}\left|-\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, 1\right\rangle + \left|-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1\right\rangle\right], \tag{3.3.170}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|\psi_{29}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}\left[-\frac{1}{\sqrt{2}}\left|\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 0\right\rangle + \left|\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, 1\right\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}\left|\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1\right\rangle\right. \\
&\quad \left. + \left|-\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 1\right\rangle\right], \tag{3.3.171}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|\psi_{30}\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{5}} \left[\left| \frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, -1 \right\rangle + \sqrt{2} \left| \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, -1 \right\rangle + 2 \left| \frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, 0 \right\rangle \right. \\
&\quad + \sqrt{2} \left| \frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 0 \right\rangle + \left| \frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 1 \right\rangle + \left| -\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, -1 \right\rangle \\
&\quad \left. + \sqrt{2} \left| -\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, 0 \right\rangle + 2 \left| -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 0 \right\rangle + \sqrt{2} \left| -\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, 1 \right\rangle \right. \\
&\quad \left. + \left| -\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 1 \right\rangle \right], \tag{3.3.172}
\end{aligned}$$

$$|\psi_{31}\rangle = \left| -\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, -1 \right\rangle, \tag{3.3.173}$$

$$\begin{aligned}
|\psi_{32}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \left| \frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, -1 \right\rangle + \left| -\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, -1 \right\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \left| -\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, -1 \right\rangle \right. \\
&\quad \left. + \left| -\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 0 \right\rangle \right], \tag{3.3.174}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|\psi_{33}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{15}} \left[\sqrt{2} \left| \frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, -1 \right\rangle + \left| \frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, -1 \right\rangle + \sqrt{2} \left| \frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 0 \right\rangle \right. \\
&\quad + \left| -\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, -1 \right\rangle + \sqrt{2} \left| -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, -1 \right\rangle + 2 \left| -\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, 0 \right\rangle \\
&\quad \left. + \sqrt{2} \left| -\frac{1}{2}, -1, +\frac{1}{2}, 0 \right\rangle + \left| -\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 1 \right\rangle \right], \tag{3.3.175}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|\psi_{34}\rangle &= \sqrt{\frac{2}{15}} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \left| \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, -1 \right\rangle + \left| \frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, 0 \right\rangle + \sqrt{2} \left| \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 0 \right\rangle \right. \\
&\quad + \left| \frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, 1 \right\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 1 \right\rangle + \left| -\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 0 \right\rangle \\
&\quad \left. + \frac{1}{\sqrt{2}} \left| -\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, 1 \right\rangle + \left| -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1 \right\rangle \right], \tag{3.3.176}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|\psi_{35}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{6}} \left[\sqrt{2} \left| \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 0 \right\rangle + \left| \frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}, 1 \right\rangle + \sqrt{2} \left| \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1 \right\rangle \right. \\
&\quad \left. + \left| -\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 1 \right\rangle \right], \tag{3.3.177}
\end{aligned}$$

$$|\psi_{36}\rangle = \left| \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 1 \right\rangle. \tag{3.3.178}$$

şeklinde oluşur. ρ_{girdi} (3.1.33) denklemindeki gibi olup ikinci en yakın komşu (NNN) spinler arasındaki kanalı incelediğimiz için bu alt sisteme ait indirgenmiş yoğunluk matrisi

$$\rho_{13} = \frac{1}{Z} \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tau & \Lambda & 0 \\ 0 & \Lambda & \tau & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Gamma \end{pmatrix}, \quad (3.3.179)$$

şeklindedir. Burada

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{e^{-E_{12}}}{2} + e^{-\frac{E_{13}}{T}} + \frac{3e^{-E_{22}}}{10} + \frac{3e^{-E_{23}}}{5} + \frac{e^{-E_{24}}}{10} + \frac{e^{-E_{25}}}{2} + \frac{e^{-E_{27}}}{3} + \frac{e^{-E_{28}}}{2} \\ &+ \frac{e^{-E_{29}}}{3} + \frac{e^{-E_{30}}}{5} + \frac{e^{-E_{33}}}{15} + \frac{2e^{-E_{34}}}{5} + \frac{2e^{-E_{35}}}{3} + e^{-\frac{E_{36}}{T}} + e^{-\frac{E_4}{T}} + \frac{e^{-E_5}}{3} \\ &+ \frac{e^{-E_6}}{2} + \frac{e^{-E_8}}{2} + \frac{e^{-E_9}}{6}, \\ \tau &= \frac{e^{-E_{11}}}{4} + \frac{e^{-E_{12}}}{4} + \frac{e^{-E_{14}}}{2} + \frac{e^{-E_{15}}}{2} + \frac{e^{-E_{16}}}{2} + \frac{e^{-E_{17}}}{2} + \frac{e^{-E_{18}}}{2} + \frac{e^{-E_{19}}}{2} \\ &+ \frac{e^{-E_2}}{2} + \frac{e^{-E_{20}}}{2} + \frac{e^{-E_{21}}}{2} + \frac{e^{-E_{22}}}{5} + \frac{3e^{-E_{23}}}{20} + \frac{3e^{-E_{24}}}{20} + \frac{e^{-E_{26}}}{3} + \frac{e^{-E_{27}}}{12} \\ &+ \frac{e^{-E_{28}}}{12} + \frac{e^{-E_{29}}}{3} + \frac{e^{-E_3}}{2} + \frac{3e^{-E_{30}}}{10} + \frac{e^{-E_{32}}}{6} + \frac{4e^{-E_{33}}}{15} + \frac{4e^{-E_{34}}}{15} + \frac{e^{-E_{35}}}{6} \\ &+ \frac{e^{-E_5}}{6} + \frac{e^{-E_7}}{4} + \frac{e^{-E_8}}{4} + \frac{e^{-E_9}}{3}, \\ \Lambda &= \frac{e^{-E_{11}}}{4} + \frac{e^{-E_{12}}}{4} - \frac{e^{-E_{14}}}{2} - \frac{e^{-E_{15}}}{2} + \frac{e^{-E_{16}}}{10} - \frac{e^{-E_{17}}}{2} - \frac{e^{-E_{18}}}{2} - \frac{e^{-E_{19}}}{2} \\ &- \frac{e^{-E_2}}{2} - \frac{e^{-E_{20}}}{2} - \frac{e^{-E_{21}}}{2} + \frac{e^{-E_{22}}}{5} + \frac{3e^{-E_{23}}}{20} + \frac{3e^{-E_{24}}}{20} + \frac{e^{-E_{26}}}{3} + \frac{e^{-E_{27}}}{12} \\ &+ \frac{e^{-E_{28}}}{12} + \frac{e^{-E_{29}}}{3} - \frac{e^{-E_3}}{2} + \frac{3e^{-E_{30}}}{10} + \frac{e^{-E_{32}}}{6} + \frac{4e^{-E_{33}}}{15} + \frac{4e^{-E_{34}}}{15} + \frac{e^{-E_{35}}}{6} \\ &+ \frac{e^{-E_5}}{6} + \frac{e^{-E_7}}{4} + \frac{e^{-E_8}}{4} + \frac{e^{-E_9}}{3}, \\ \Gamma &= e^{-\frac{E_1}{T}} + e^{-\frac{E_{10}}{T}} + \frac{e^{-E_{11}}}{2} + \frac{3e^{-E_{22}}}{10} + \frac{e^{-E_{23}}}{10} + \frac{3e^{-E_{24}}}{5} + \frac{e^{-E_{25}}}{2} + \frac{e^{-E_{26}}}{3} \\ &+ \frac{e^{-E_{27}}}{2} + \frac{e^{-E_{28}}}{3} + \frac{e^{-E_{30}}}{5} + e^{-\frac{E_{31}}{T}} + \frac{2e^{-E_{32}}}{3} + \frac{2e^{-E_{33}}}{5} + \frac{e^{-E_{34}}}{15} + \frac{e^{-E_5}}{3} \\ &+ \frac{e^{-E_6}}{2} + \frac{e^{-E_7}}{2} + \frac{e^{-E_9}}{6}, \end{aligned}$$

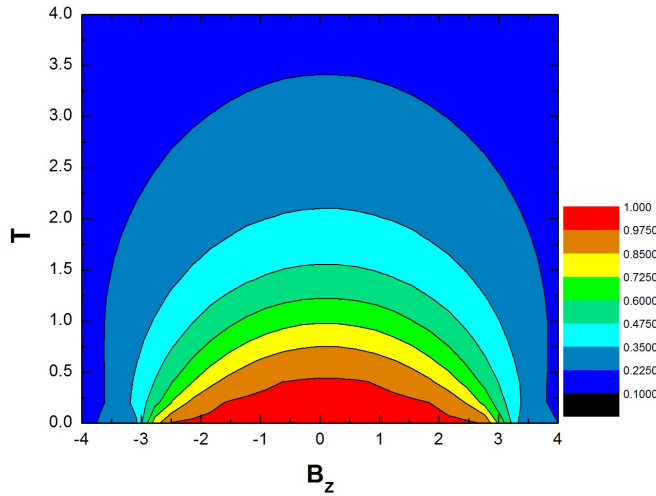
ile tanımlıdır. ρ_{girdi} daha önce denklem (3.1.33)'de belirtildiği gibi olup, sistemdeki kanal₁₋₃ için çıktı durumu denklem (3.1.34)'de belirtildiği şekilde hesaplanıp

$$\rho_{\text{çıkıtı}}^{13} = \frac{1}{Z^2} \begin{pmatrix} \tilde{\alpha} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{\tau} & \tilde{\Lambda}e^{i\phi} & 0 \\ 0 & \tilde{\Lambda}e^{-i\phi} & \tilde{\xi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{\alpha} \end{pmatrix}, \quad (3.3.180)$$

olarak bulunur. Burada

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha} &= \frac{(5\tau - 3\Lambda)(\alpha + \Gamma)}{16}, \\ \tilde{\tau} &= \frac{(5\tau - 3\Lambda)^2 + (\alpha + \Gamma)^2 + (\alpha + 5\tau - 3\Lambda + \Gamma)(\alpha - 5\tau + 3\Lambda + \Gamma) \cos \gamma}{32}, \\ \tilde{\Lambda} &= \frac{(3\tau - 5\Lambda)^2 \sin \gamma}{32}, \\ \tilde{\xi} &= \frac{(5\tau - 3\Lambda)^2 + (\alpha + \Gamma)^2 - (\alpha + 5\tau - 3\Lambda + \Gamma)(\alpha - 5\tau + 3\Lambda + \Gamma) \cos \gamma}{32}, \end{aligned}$$

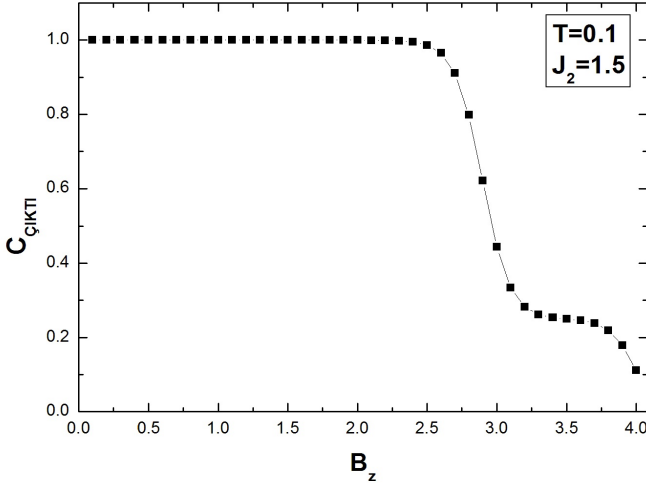
olarak tanımlanmıştır.



Şekil 3.19. Karma spin sisteminde kanal₁₋₃ için T sıcaklığı ve B_z manyetik alanına göre ortalama sadakat.

Karma spinli bu sistemin bir alt sisteminin oluşturduğu kuantum kanalı için (3.1.39) denklemi ile sadakat ve (3.1.41) denklemi ile ortalama sadakat hesaplanır.

Böylece karma spinli bu sistemin kanal₁₋₃ kuantum kanalı için T sıcaklığı ve B_z manyetik alanı değişimlerine göre ortalama sadakatın kontur grafiği Şekil 3.19'te görülmektedir. Burada da $B_z \rightarrow -B_z$ manyetik alan değerleri için ortalama sadakat değerlerinde bir simetri sözkonusudur. Ayrıca düşük sıcaklık ve düşük manyetik alan değerlerinde maksimum veya maksimuma çok yakın ortalama sadakat değerleri elde edilirken, düşük sıcaklıklarda $B_z = 3.0$ gibi yüksek manyetik alan değerlerinde teleportasyon için kabul edilebilir ($F_{\text{ort}} > \frac{2}{3}$) ortalama sadakat değerleri elde edildiği görülür. Düşük manyetik alan değerleri için ise bu durumun $T \simeq 1.0$ gibi yüksek sıcaklıklarda olduğu gözlenir. Bunun yanında sıcaklık veya manyetik alanın artışının ortalama sadakati azalttığı da gözlenmiştir.



Şekil 3.20. Karma spin sisteminde kanal₁₋₃ için B_z manyetik alanına göre teleport edilmiş ısıl uyum.

Karma spinli bu sistemdeki kuantum kanalı aracılığıyla dolaşıklığın teleportasyonunu incelediğimizde ise (3.1.33) denklemi ile verilen girdi durumunun uyumunu (3.1.43) şeklinde elde ederiz ve $\theta = \frac{\pi}{2}$ değeri için bu maksimum dolaşık olur. Kanal₁₋₃ için (3.3.179) denklemi ile verilen çıktı durumu

için hesaplanan ısısal çıktı uyumunun B_z manyetik alanına göre değişimi Şekil 3.20'de görülmektedir. Burada da $B_z \simeq 2.5$ manyetik alan değerine kadar kanalın dolaşıklığı iyi bir şekilde teleport ettiği görülmektedir. $2.5 < B_z$ manyetik alan değerleri için ise yine dolaşıklık teleportasyonunun azaldığı görülmektedir.

4. TARTIŞMA VE SONUÇ

Günümüzde kuantum enformasyon alanındaki gelişmeler bilginin yüksek doğruluk ve güvenlikte aktarımının önem kazanmasına yol açmıştır. Dolaşıklık ve bu sayede bilginin teleportasyonu teorik olarak yapılan çalışmaların yanısıra artık deneysel olarak da ürünlerini vermekte olduğundan bu alandaki araştırmacılara zengin bir çalışma ortamı sunmaktadır. Bu gelişmeler neticesinde bu tezde dört spinden oluşan $J_1 - J_2$ Heisenberg XXX sisteminde manyetik alan veya Dzialoshinskii-Moriya (DM) etkileşmesinin bulunması gibi çeşitli durumlar için kuantum teleportasyonun incelenmesi yapılmıştır.

İlk kısımda z yönünde homojen bir manyetik alanda bulunan dört kubitlik $J_1 - J_2$ Heisenberg XXX sisteminde, ikinci olarak D_x ve D_z gibi farklı DM etkileşmelerinin olduğu dört kubitlik $J_1 - J_2$ Heisenberg XXX sisteminde, sistemdeki en yakın komşu (NN) kubitler arasındaki kuantum kanalı (kanal₁₋₄) ve ikinci en yakın komşu kubitler arasındaki kuantum kanalı (kanal₁₋₃) kullanılarak, ve son olarak da dört spinden oluşan $\text{spin}(1, \frac{1}{2})$ karma spin $J_1 - J_2$ Heisenberg XXX sisteminde, sistemdeki ikinci en yakın komşu (NNN) kubitler arasındaki kuantum kanalı (kanal₁₋₃) kullanılarak, verilen dolaşık bir kuantum durumunun kuantum teleportasyonu incelenmiştir. Sistemdeki bu kuantum kanallarının teleportasyon performanslarının belirleyicisi olarak, bu kanallara ait ortalama sadakatlar sistemdeki parametreler cinsinden hesaplanmıştır. Bunun yanında yine bu kanallar aracılığıyla dolaşıklığın teleportasyonunu incelemek için de teleport edilmiş durumlara ait ısısal uyumlar hesaplanmıştır.

Elde edilen ortalama sadakat sonuçlarından görüldüğü üzere incelenen sistemlerdeki kanal₁₋₃ kuantum kanalının kanal₁₋₄'e göre daha iyi teleportasyon gerçekleştirdiğidir. B_z manyetik alanının olduğu ilk sistemde düşük sıcaklıklarda ortalama sadakat değerlerinin maksimuma yakın sonuçlar verdiği ve manyetik

alan arttıkça ortalama sadakatin azaldığı gözlenmiştir. Bunun yanında $F_{\text{ort}} > \frac{2}{3}$ şeklindeki teleportasyonun iyi olarak kabul edilebilir olduğu ortalama sadakat değerinin, düşük manyetik alan değerleri için sıcaklığın $T \simeq 1.0$ olduğu veya düşük sıcaklık değerleri için manyetik alanın $B_z \simeq 3.0$ olduğu sıcaklık ve manyetik alan değerlerinde gözlenmesinden dolayı bu sistem için sıcaklık ve manyetik alanın teleportasyon üzerindeki etkisinin birbirine göre ters olduğu görülmüştür. Bunun yanında dolaşıklığın teleportasyonu için ısısal uyum değerlerine bakıldığında da kanal₁₋₃'ün kanal₁₋₄'e göre daha iyi olduğu sonucuna varılır. Kanal₁₋₃ için düşük sıcaklıklarda teleport edilmiş ısısal uyumun $B_z \simeq 2.5$ manyetik alan değerine kadar $C_{\text{çıkı}} \simeq 1.0$ gibi çok iyi bir değer aldığı görülmüştür.

İkinci olarak farklı DM etkileşmelerinin olduğu durumdaki sonuçlardan da kanal₁₋₃'ün kanal₁₋₄'e göre daha iyi ortalama sadakat değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Bunun yanında düşük sıcaklıklarda $D_x \simeq 2.25$ veya düşük D_x değerleri için $T \simeq 4.5$ gibi yüksek sıcaklıklarda teleportasyon için $F_{\text{ort}} > \frac{2}{3}$ olan sadakat değerlerine ulaşıldığı sonucuna varılmıştır. Benzer bir durum z yönündeki DM etkileşmesi için de gözlenmesine rağmen düşük sıcaklıklarda ve $D_z \simeq 1.6$ gibi daha düşük değerlerde $F_{\text{ort}} > \frac{2}{3}$ olan sadakat değerlerine ulaşılmıştır. Buradan D_x 'in D_z 'den daha fazla teleportasyona katkı sağladığı sonucuna varılır. Yine bu sistemde farklı DM değerleri için dolaşıklığın teleportasyonuna bakacak olursak x yönündeki DM etkileşmelerinin olduğu durumda kanal₁₋₃ üzerinden yapılan dolaşıklığın teleportasyonundan elde edilen ısısal uyum sonuçları düşük sıcaklıklarda ve $D_x \simeq 1.5$ değerlerine kadar iyi olmakla birlikte, benzer sonuçlara düşük D_x değerleri için $T \simeq 3.6$ gibi yüksek sıcaklıklarda da rastlanır. Buna benzer bir durum D_z için de mevcuttur. Düşük D_z değerleri için de sıcaklık $T \simeq 3.6$ gibi yüksek değerler almakla birlikte düşük sıcaklıklarda iyi ısısal uyum değerlerine $D_z \simeq 1.0$ gibi D_x 'e göre daha düşük DM değerlerinde ulaşılır. x yönündeki DM etkileşmelerinin olduğu durumda kanal₁₋₄ üzerinden yapılan dolaşıklığın teleportasyonundan elde edilen ısısal uyum sonuçlarına baktığımızda ise genel

olarak $C_{\text{çıkıtı}} \leq 0.45$ olduğundan bu kanal üzerinden teleportasyonun iyi olmadığı söylenebilir. Bunun yanında düşük sıcaklıklarda DM etkileşmesinin $2.0 \leq D_z \leq 3.6$ değerlerinde ısısal uyumun $C_{\text{çıkıtı}} \geq 0.6$ gibi iyi değerlere sahip olduğu görülür.

Son olarak dört spinden oluşan $\text{spin}(\frac{1}{2}, 1)$ karma spin sisteminde, iki kubitten oluştuğu için sadece kanal₁₋₃ üzerinden olan teleportasyon sonuçlarına baktığımızda düşük sıcaklıklarda manyetik alanın $B_z \simeq 3.0$ değerlerine kadar ve manyetik alanın düşük değerleri için $T \simeq 1.0$ gibi sıcaklık değerlerine kadar elde edilen ortalama sadakat sonuçları iyi olmakla beraber bu sonuçların B_z manyetik alanında bulunan dört kubitlik sistemdeki kanal₁₋₃ üzerinden yapılan teleportasyonla hemen hemen aynı olduğu görülür. Ancak çok düşük sıcaklıklarda ve manyetik alanın $0.5 \leq B_z \leq 2.0$ değerlerinde karma spinli sistemdeki ortalama sadakat değerlerinin küçük bir miktar da olsa daha büyük olduğu görülmüştür. Deneysel sonuçlar açısından bakıldığında tüm bu hesaplamalarda T sıcaklığı yaklaşık 1 Kelvin, B manyetik alanı da yaklaşık 10^{-9} Tesla civarında değerler almaktadır.

Genel olarak hem manyetik alan hem de DM etkileşmelerinin olduğu durumlar için kanal₁₋₃ üzerinden yapılacak bir teleportasyonun sonuçlarının daha iyi olacağı görülmektedir. Bunun yanında x yönünde DM etkileşmesinin sistemde kullanılması daha yüksek sıcaklıklarda da teleportasyonun başarılı bir şekilde gerçekleştirmesine imkan sağlayacağı sonucuna varılabilir.

KAYNAKLAR

- [1] Einstein, A., Podolsky, B., Rosen, N. 1935. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? **Physical Review**, 47 (10): 777-780.
- [2] Schrödinger, E. 1935. Discussion of Probability Relations between Separated Systems. **Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society**, 31: 555-563.
- [3] Bell, J.S. 1964. On the Einstein Podolsky Rosen paradox. **Physics**, 1 (3): 195-200.
- [4] Aspect, A., Grangier, P., Roger, G. 1982. Experimental realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: A new violation of Bell's inequalities. **Physical Review Letters**, 49 (2): 91-94.
- [5] Bennett, C.H., Brassard G., Crpeau C., Jozsa R., Peres A. and Wootters W.K. 1993. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels. **Physical Review Letters**, 70 (13): 1895-1899.
- [6] Ekert, A. K. 1991. Quantum cryptography based on Bells theorem. **Phys. Rev. Lett.**, 67 (6), 661-663.
- [7] Ekert, A. 1992. Beating the code breakers. **Nature**, 358 (6381), 14-15.
- [8] Bennett, C. H., Brassard, G., Mermin, N. D. 1992. Quantum cryptography without Bells theorem. **Phys. Rev. Lett.**, 68 (5) 557-559.
- [9] Bennett, C.H., Wiesner, S.J. 1992. Communication via one-and two-partical operators on Einstein-Podolsky-Rosen states. **Physical Review Letters**, 69 (20): 2881-2884.
- [10] Knill, E., Laflamme, R., and Milburn, G.J. 2001. A scheme for efficient quantum computation with linear optics. **Nature**, 409, 46.
- [11] Eisert, J., Jacobs, K., Papadopoulos, P. and Plenio, M.B. 2000. Optimal local implementation of non-local quantum gates. **Phys. Rev.**, A 62, 052317.
- [12] Wang, X. 2001. Entangled in the quantum Heisenberg XY model. **Physical Review A**, 64 (1): 012313.

- [13] Kamta, G.L., Starace, A.F. 2002. Anisotropy and magnetic field effects on the entanglement of a two qubit Heisenberg XY chain. **Physical Review Letters**, 88 (10): 107901.
- [14] Sørensen, A., Mølmer, K. 1999. Spin-spin interaction and spin-squeezing in an optical lattice. **Physical Review Letters**, 83 (11): 2274-2277.
- [15] Loss, D., DiVincenzo, D.P. 1998. Quantum computation with quantum dots. **Physical Review A**, 57 (1): 120-126.
- [16] Burkard, G., Loss, D., DiVincenzo, D.P. 1999. Coupled quantum dots as quantum gates. **Physical Review B**, 59 (3): 2070-2078.
- [17] Vrijen, R., Yablonovitch, E., Wang, K., Jiang, H.W., Balandin, A., Roychowdhury, V., Mor, T., DiVincenzo, D.P. 2000. Electron spin resonance transistors for quantum computing in silicon-germanium heterostructures. **Physical Review A**, 62 (1): 012306.
- [18] Kane, B.E. 1998. A silicon-based nuclear spin quantum computer. **Nature**, 393 (6681): 133-137.
- [19] Bose, S. 2003. Quantum Communication through an Unmodulated Spin Chain. **Phys. Rev. Lett.**, 91, 207901.
- [20] Yeo, Y. 2002. Teleportation via thermally entangled states of a two-qubit Heisenberg XX chain **Phys. Rev. A**, 66, 062312.
- [21] Yeo, Y., Liu, T.Q., Lu, Y.E. and Yang, Q.Z. 2005. Quantum teleportation via a two-qubit Heisenberg XY chain effects of anisotropy and magnetic field. **Journal of Physics A**, 38, 3235.
- [22] Zhang, G-F. 2007. Thermal entanglement and teleportation in a two-qubit Heisenberg chain with Dzyaloshinski-Moriya anisotropic antisymmetric interaction. **Physical Review A**, 75, 034304.
- [23] Zhang, Y., Long, G.-L., Wu, Y.-C. and Guo, G.-C. 2007. Partial Teleportation of Entanglement Through Natural Thermal Entanglement in Two-Qubit Heisenberg XXX Chain. **Communications in Theoretical Physics**, 47, 787-790.
- [24] Xi, Y.X. and Huang, Y.-X. 2015. Quantum teleportation in a three-qubit Heisenberg chain with DzyaloshinskyMoriya interaction. **Modern Physics Letters**, 29, 1550107.
- [25] Xi, Y.X., Cheng, W.-W., Huang, Y.-X. 2015. Entanglement and quantum teleportation in a three-qubit Heisenberg chain with three-site interactions. **Quantum Information Processing**, 14, 2551-2562.

- [26] Majumdar, C.K., Ghosh, D.K. 1969. On Next-Nearest-Neighbor Interaction in Linear Chain.I. **Journal of Mathematical Physics**, 10, 1388.
- [27] Majumdar, C.K., Ghosh, D.K. 1969. On Next-Nearest-Neighbor Interaction in Linear Chain.II. **Journal of Mathematical Physics**, 10, 1399.
- [28] Mizuno, Y., Tohyama, T., Maekawa, S., Osafune, T., Motoyama, N., Eisaki, H., and Uchida, S. 1998. Electronic states and magnetic properties of edge-sharing Cu-O chains. **Phys.Rev.B**, 57, 5326.
- [29] Hase, M., Terasaki, I., Uchinokura, K. 1993. Observation of the spin-Peierls transition in linear Cu^{2+} ($spin - \frac{1}{2}$) chains in an inorganic compound $CuGeO_3$. **Phys. Rev. Lett.** 70, 3651.
- [30] Moriya, T. 1960. Anisotropic Superexchange Interaction and Weak Ferromagnetism. **Phys. Rev.**, 120, 91.
- [31] Moriya, T. 1960. Theory of Magnetism of NiF_2 . **Phys. Rev.**, 117, 635.
- [32] Moriya, T. 1960. New Mechanism of Anisotropic Superexchange Interaction. **Phys. Rev. Lett.**, 4, 228.
- [33] Dzialoshinski, I. (1958). A thermodynamic theory of weak ferromagnetism of antiferromagnetics. *J. Phys. Chem. Solid*, 4 (4), 241.
- [34] Tian, L., J., Yan, Y., -Y., Qin, L., -G., 2012. Quantum Correlation in Three Qubit Heisenberg Model with Dzyaloshinskii-Moriya Interaction. **Comm.Theo. Phys.**, 58, 1, 39-46.
- [35] Gürkan, Z.N., Pashaev, O.K. 2010. Entanglement in two qubit magnetic models with DM antisymmetric anisotropic exchange interaction. **International Journal of Modern Physics B**, 24 (8): 943-965.
- [36] Qin, M., Bai, Z., Li, B.-Y., Lin, J.-S. 2011. Thermal entanglement and teleportation in a two-qubit Heisenberg XXZ chain with different Dzyaloshinskii-Moriya interactions. **Optics Communications**, 284, 3149-3153.
- [37] Nonoyama, K., Ojima, H., Nonoyama, M. 1976. Synthesis of copper(II) and nickel(II) complexes of several N-monosubstituted oxamide derivatives. **Inorganica Chimica Acta**, 20 : 127-132.
- [38] Pei, Y., Verdager, M., Kahn, O., Sletten, J., Renard, J.P. 1987. Magnetism of $Mn^{II} Cu^{II}$ ve $Ni^{II} Cu^{II}$ ordered bimetallic chains. Crystal structure of $MnCu(bpa)(H_2O)_3 \cdot 2H_2O$ (pba=1,3-propylerebasis (oxamato)). **American Chemical Society**, 26 (1): 138-143.

- [39] Drillon, M., Coronado, E., Georges, R., Gianduzzo, J.C., Curely, J. 1989. Ferrimagnetic Heisenberg chains $[(\frac{1}{2}-S)](S=1 \text{ to } \frac{5}{2})$: Thermal and magnetic properties. **Physical Review B**, 40 (16): 10992-10996.
- [40] Van Koningsbruggen, P.J., Kahn, O., Nakatani, K., Pei, Y., Renard, J.P., Drillon, M., Legoll, P. 1990. Magnetism of A-copper(II) bimetallic chain compounds (A=iron,cobalt,nickel): one-and three-dimensional behaviors. **Inorganic Chemistry**, 29 (18): 3325-3331.
- [41] Schumacher, B. 1993. Quantum coding. **Physical Review A**, 51 (4): 2738-2747.
- [42] Nielsen, M.A. 1998. Quantum information theory. PhD Thesis, University of New Mexico, quant-ph/0011036.
- [43] Nielsen, M.A., Chuang, I.L. 2000. Quantum computation and quantum information. **Cambridge University Press**.
- [44] Benenti,G. and Casati,G. 2007. Principles of Quantum Computation and Information VolIII. Italy.
- [45] Werner, R.F.2001. All teleportation and Dense Coding Schemes. **Journal of Physics: Mathematical and General**, 34:7081-7094.
- [46] Grenberger, D.M., Horne M.A., Shimony A., Zeilinger A. 1990. Bell's theorem without inequalities. **American Journal of Physics**, 58 (12): 1131-1143.
- [47] Grenberger, D.M., Horne M.A., Zeilinger A. 1989. Going beyond Bell's theorem. Bell's Theorem, Quantum Theory and Conceptions of the Universe, Kluwer Academic Publishers,Dorthecht, pp. 69-72.
- [48] Bouwmeester, D., Pan, J.-W., Daniel, M., Weinfurter, H. and Zeilinger, A.1999. Observation of three photon, Greenberger-Horne-Zeilinger entanglement. **Phys. Rev. Lett.**, 82, 1345-1347.
- [49] Pan, J.-W., Bouwmeester, D., Daniel, M., Weinfurter, H. and Zeilinger, A.2000. Experimental test of quantum non-locality in three-photon Greenberger-Horne- Zeilinger entanglement, **Nature**, 403, 515.
- [50] Vaidman, L. 1994. Teleportation of quantum states, **Phys. Rev. A**, 49, 1473.
- [51] Braunstein, S. L., Kimble, H. J. 1998. Teleportation of Continuous Quantum Variables, **Phys. Rev. Lett**, 80, 869.
- [52] Fortes, R., Rigolin, G. 2017. Probabilistic quantum teleportation via thermal entanglement. **Phys. Rev.**, 96 (2): 022315.

- [53] Lee, J., M. S. Kim, M.S. 2000. Entanglement Teleportation via Werner States. **Phys. Rev. Lett.**, 84, 4236-4239.
- [54] Wootters, W. K., Zurek, W. 1982 . A single quantum cannot be cloned. **Nature (London)**, 299, 802-902.
- [55] Dieks, D. 1982. Communication by EPR devices. **Physics Letters A**, 92 (6): 271-272.
- [56] Bouwmeester, D., Pan, J.-W., Mattle, K., Eible, M., Weinfurter, H., and Zeilinger, A. 1997. Experimental quantum teleportation, **Nature** 390,575.
- [57] Boschi, D., Branca, S., De Martini, Hardy, L., F., and Popescu, S. 1998. Experimental Realization of Teleporting an Unknown Pure Quantum State via Dual Classical and Einstein-Podolsky-Rosen Channels, *Phys. Rev. Lett.* 80, 1121.
- [58] Zeilinger, A. 2018. Quantum teleportation, onwards and upwars. **Nature Physics**, 14, 3-4.
- [59] Ren, J-G. 2017. Ground-to-satellite quantum teleportation. **Nature**, 549, 70-73.
- [60] Holevo, A., S. 1973. Bound for the quantity of information transmitted by a quantum communication channel. **Problems of Information Transmission**, 9, 177-183.
- [61] Yurke, B., Stoler, D. 1992. Bell's-inequality experiments using independent-particle sources. **Physical Review A**, 46 (5): 2229-2234.
- [62] Zukowski, M., Zeilinger, A., Horne, M.A., Ekert, A.K. 1993. "Event-ready-detectors" Bell experiment via entanglement swapping. **Physical Review Letters**, 71 (26): 4287-4290.
- [63] Pan, J.-W., Bouwmeester, D., Weinfurter, H., Zeilinger, A. 1998. Experimental entanglement swapping: Entangling photons that never interacted. **Physical Review Letters**, 80 (18): 3891-3894.
- [64] Bengtsson, I., Zyczkowski, K. 2007. Geometry of Quantum States: An Introduction to Quantum Entanglement. **Cambridge University Press**,.
- [65] Jozsa, R. 1994. Fidelity for mixed quantum states. **Journal of Modern Optics**, 41, (12), 2315-2323.
- [66] Bennett, C.H., DiVincenzo, D.P., Smolin, J.A., Wootters, W.K. 1996. Mixed state entanglement and quantum error correction. **Physical Review A**, 54 (5): 3824-3851.

- [67] Hill, S., and Wootters, W., K. 1997. Entanglement of a pair of quantum bits. **Phys. Rev. Lett.** 78, 5022.
- [68] Wootters, W., K., 1998. Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits. **Phys. Rev. Lett.** 80, 2245, quant-ph/9709029.
- [69] Wootters, W., K., 2001. Entanglement of formation and concurrence. **Quantum Information and Computation.** 1, 1, 27-44.
- [70] Zhang, G.-F., Li, S.-S. 2006. The effects of nonlinear couplings and external magnetic field on the thermal entanglement in a two-spin-qutrit system. **Opt. Commun.**, 260. 347.
- [71] Rossignoli, R., Canosa, N. 2005. Global thermal entanglement in n-qubit systems. **Phys. Rev. A** 72, 012335.
- [72] Burkard, G., Engel, H.-A., Loss, D. 2000. Spintronic and quantum dots for quantum computing and quantum communication. **Fortschritte der Physik**, 48 : 965-968.
- [73] Hu, X., de Souza, R., Sarma, S.D. 2001. Interplay between Zeeman coupling and swap action in spin-based quantum computer models: Error correction in inhomogeneous magnetic fields. **Physical Review Letters**, 86 (5): 918-921.
- [74] Cory, D.G., Fahmy, A.F., Havel, T.F. 1997. Ensemble quantum computing by NMR spectroscopy. **Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America**, 94 (5): 1634-1639.
- [75] Gershenfeld, N.A., Chuang, I.L. 1997. Bulk spin-resonance quantum computation. **Science**, 275 (5298): 350-356.
- [76] Imamoglu, A., Awschalom, D.D., Burkard, G., DiVincenzo, D.P., Loss, D., Sherwin, M., Small, A. 1999. Quantum information processing using quantum dot spins and cavity QED. **Physical Review Letters**, 83 (20): 4204-4207.
- [77] Zheng, S.-B., Guo, G.C. 2000. Efficient scheme for two-atom entanglement and quantum information processing in cavity QED. **Physical Review Letters**, 85 (11): 2392-2395.
- [78] Asoudeh, M., V. Karimipour, V. **Phys. Rev. A** 71, 022308 (2005).
- [79] Wang, X. 2001. Effects of anisotropy on thermal entanglement. **Physics Letters A**, 281 (2-3): 101-104.
- [80] Arnesen, M.C., Bose, S., Vedral, V., *Phys. Rev. Lett.* 87, 017901 (2001).

- [81] Yang, G.H., Gao, W.B., Zhou, L., Song, H.S. 2007. The entanglement in anisotropic Heisenberg XYZ chain with inhomogeneous magnetic field . **Communications in Theoretical Physics**, 48 (3): 453-457.
- [82] Xi, X.-Q., Hao, S.-R., Chen, W.-X., Yue, R.-H. 2002. Entanglement of two-qubit quantum Heisenberg XYZ chain. **Chinese Physics Letters**, 19 (8): 1044-1047.
- [83] Rigolin, G. 2008. Thermal entanglement in the two-qubit Heisenberg XYZ model. **International Journal of Quantum Information**, 02 (03): 393-406.
- [84] Albayrak, E. 2011. Thermal entanglement in the XYZ model for a two-qutrit system . **Optics Communications**, 284 (6): 1631-1636.
- [85] Abliz, A., Gao, H.J., Xie, X.C., Wu, Y.S., Liu, W.M. 2006. Entanglement control in an anisotropic two-qubit Heisenberg XYZ model with external magnetic fields. **Physical Review A**, 74 (5): 052105.
- [86] Terzis, A.F., Paspalakis, E. 2004. Thermal entanglement in a two-qubit Ising model under a site-dependent external magnetic field. **Physics Letters A**, 333 (5-6): 438-445.
- [87] Gunlycke, D., Bose, S., Kendon, M., Vedral, V. 2001. Thermal concurrence mixing in a one-dimensional Ising model. **Physical Review A**, 64 (4) , 0432032.
- [88] Wu, K.-D., Zhou, B., Cao, W.-Q. 2007. Thermal entanglement in a four-qubit Heisenberg spin model with external magnetic fields. **Physics Letters A**, 362 (5-6): 381-389.
- [89] Sun, Y., Chen, Y., Chen, H. 2003. Thermal entanglement in the two qubit Heisenberg XY model under a nonuniform external magnetic field. **Physical Review A**, 68 (4): 044301-1-4.
- [90] Qin, M., Tao, Y.J., Hu, M.L., Tian, D.P. 2008. Entangled in spin-1 Heisenberg XY chain. **China Series G: Physics, Mechanics and Astronomy**, 51 (7): 817-822.
- [91] Sun, Z. Wang, X.G., Li, Y.-Q. 2006. Effects of staggered magnetic field on entanglement in the anisotropic XY model. **Communications in Theoretical Physics**, 45 (1): 61.
- [92] Wang, X. 2002. Thermal and ground-state entanglement in Heisenberg XX qubit rings. **Physical Review A**, 66 (3): 034302.

- [93] Cao, M., Zhu, S. 2005. Thermal Entanglement between alternate qubits of a four-qubit Heisenberg XX chain in a magnetic field. **Physical Review A**, 71 (3): 034311.
- [94] Yeo, Y. 2003. Teleportation via thermally entangled state of a two-qubit Heisenberg XX chain. **Phys. Lett. A** 309, 215217.
- [95] Yeo, Y., 2003. Studying the thermally entangled state of a three-qubit Heisenberg XX ring via quantum teleportation. **Phys. Rev. A** 68, 022316.
- [96] Xi, X.-Q., Chen, W.-X., Hao, S.-R., Yue, R.-H. 2002. Pairwise thermal entanglement in the n -qubit ($n \leq 5$) Heisenberg XX chain. **Physics Letters A**, 300 (6): 567-572.
- [97] Li, C.X., Wang, C.Z., Guo, G.C. 2006. Entanglement and teleportation through thermal equilibrium state of spins in the XXZ model. **Opt. Commun.**, 260, 741.
- [98] Zhang, G.F., Li, S.S. 2005. Thermal entanglement in a two-qubit Heisenberg XXZ spin chain under an inhomogeneous magnetic field. **Physical Review A**, 72 (3): 034302.
- [99] Albayrak, E. 2010. Thermal entanglement in two-qutrit spin-1 anisotropic Heisenberg model with inhomogeneous magnetic field. **Chinese Physics B**, 19 (9): 090319.
- [100] Zhang, Y., Long, G.-L. 2007. Ground-state and thermal entanglement in three-spin Heisenberg-XXZ chain with three-spin interaction. **Communications in Theoretical Physics**, 48 (2): 249-254.
- [101] Cao, M., Zhu, S.-Q. 2006. Effects of anisotropy on pair-wise entanglement of a four-qubit Heisenberg XXZ chain. **Chinese Physics Letters**, 23 (11): 2888-2891.
- [102] Wu, K.D., Zhou, B. 2006. Thermal entanglement in the anisotropic XXZ model under an inhomogeneous magnetic field. **International Journal of Modern Physics B**, 20 (15): 2117-2127.
- [103] Wang, X., Fu, H., Solomon, A.I. 2001. Thermal entanglement in three-qubit Heisenberg models. **Journal of Physics A: Mathematical and General**, 34 (50): 11307.
- [104] Hu, M.L., Tian, D.P. 2007. Effects of impurity on the entanglement of the three-qubit Heisenberg XXX spin chain. **Science in China Series G: Physics, Mechanics and Astronomy**, 50 (2): 208-214.

- [105] Kwek, L.C., Takahashi, Y., Choo, K.W. 2009. Spin chain under next nearest neighbour interaction. **Journal of Physics: Conference Series**, 143 (1): 012014.
- [106] Bowen, G., Bose, S. 2001. Teleportation as a Depolarizing Quantum Channel, Relative Entropy and Classical Capacity. **Phys. Rev. Lett.**, 87, 26, 267901-1-4.

EK1. x yönünde DM etkileşmesine sahip $J_1 - J_2$ Heisenberg XXX sistemi için ξ_1 ve ξ_2

$$\begin{aligned}
\xi_{1,2} = & (2\{128DM_x^{22} + 64DM_x^{20}[61J_1^2 + 344J_1J_2 + 532J_2^2 \mp 6J_1\mu \mp 16J_2\mu] \\
& \mp 16DM_x^{18}[\mp 44 \mp J_1^4 + 128J_2^3(\mp 834J_2 + 47\mu) + J_1^3(\mp 6936J_2 \\
& + 163\mu) + 4J_1^2J_2(\mp 9967J_2 + 385\mu) + 4J_1J_2^2(\mp 26196J_2 + 1283\mu)] \\
& \mp DM_x^{10}\eta^3[\pm 13J_1^9 \pm 512J_1^2J_2^6(56848J_2 \mp 4391\mu) \pm 512J_1^3J_2^5 \\
& (21733J_2 \mp 3322\mu) \pm 384J_1^4J_2^4(1156J_2 \mp 671\mu) + J_1^8(\pm 236J_2 \\
& + 17\mu)12J_1^7J_2(\mp 81J_2 + 44\mu) + 16J_1^5J_2^3(\mp 18380J_2 + 259\mu) \\
& + 4J_1^6J_2^2(\mp 11360J_2 + 1271\mu) + 6144J_1J_2^7(\mp 8908J_2 + 2017\mu) \\
& + 16384J_2^8(\mp 14656J_2 + 2135\mu)] \mp DM_x^6J_2\eta^5[\pm 2J_1^{10} \pm 20480J_1J_2^8 \\
& (3244J_2 \mp 437\mu) \pm 64J_1^5J_2^4(3037J_2 \mp 267\mu) \pm 416J_1^6J_2^3(2J_2 \mp 7\mu) \\
& + 68J_1^7J_2^2(\mp 52J_2 + \mu)J_1^9(\pm 21J_2 + 2\mu) + 6225920J_2^9(\mp 16J_2 + 3\mu) \\
& + J_1^8J_2(\mp 152J_2 + 33\mu) \mp 21504J_1^2J_2^7(56J_2 \pm 59\mu) + 64J_1^4J_2^5 \\
& (\pm 2152J_2 + 1363\mu) + 256J_1^3J_2^6(\mp 19792J_2 + 2477\mu)] + 8DM_x^{14} \\
& [-559J_1^8 + 128J_1J_2^6(497188J_2 \mp 52591\mu) + 128J_1^2J_2^5(224395J_2 \\
& \mp 25179\mu) + 32J_1^3J_2^4(167240J_2 \mp 22513\mu) + 45056J_2^7(1216J_2 \\
& \mp 125\mu) \pm J_1^7(\mp 8824J_2 + 364\mu) \pm 4J_1^6J_2(\mp 18673J_2 + 1070\mu) \\
& \mp 32J_1^4J_2^3(\pm 7639J_2 + 1217\mu) \pm 4J_1^5J_2^2(\mp 83084J_2 + 4347\mu)] \\
& + DM_x^8\eta^4[J_1^{10} + 16384J_2^9(11624J_2 \mp 1937\mu) + 32J_1^5J_2^4(2948J_2 \\
& \mp 1137\mu) + 256J_1^4J_2^5(6659J_2 \mp 651\mu) + J_1^9(32J_2 \pm \mu) + 4J_1^8J_2 \\
& (17J_2 \pm 11\mu) \pm 16J_1^7J_2^2(\mp 257J_2 + 28\mu) \mp 16J_1^6J_2^3(\pm 2118J_2 \\
& + 29\mu) \pm 8192J_1J_2^8(\mp 4622J_2 + 151\mu) + 512J_1^3J_2^6(2394J_2 \pm 1049\mu) \\
& \pm 1024J_1^2J_2^7(\mp 28924J_2 + 4651\mu)] + 4DM_x^{12}\eta^2[21J_1^8 + 1024J_1J_2^6 \\
& (29594J_2 \mp 4205\mu) + 1536J_1^2J_2^5(1765J_2 \mp 504\mu) + 26624J_2^7 \\
& (1888J_2 \mp 235\mu) + 8J_1^7(34J_2 \pm 5\mu) \pm 4J_1^6J_2(\mp 901J_2 + 310\mu) \\
& \pm 24J_1^5J_2^2(\mp 4014J_2 + 629\mu) \pm 64J_1^3J_2^4(\mp 34604J_2 + 2357\mu) \\
& \pm 16J_1^4J_2^3(\mp 47516J_2 + 5387\mu)] \mp 64DM_x^{16}[\pm 106J_1^6 + J_1^5(\pm 382J_2 \\
& + \mu) + 2J_1^4J_2(\mp 2953J_2 + 213\mu) + 16J_1^3J_2^2(\mp 4171J_2 + 296\mu) \\
& + 64J_2^5(\mp 8993J_2 + 722\mu) + 8J_1^2J_2^3(\mp 37291J_2 + 2786\mu) \\
& + 8J_1J_2^4(\mp 81484J_2 + 6345\mu)] + DM_x^4J_2^2\eta^6[J_1^8256J_1^3J_2^4 \\
& (271J_2 \mp 32\mu) + 86016J_2^7(24J_2 \mp 5\mu) + J_1^7(18J_2 \pm \mu) \pm 8J_1^5J_2^2 \\
& (\mp 240J_2 + 11\mu) \pm 2J_1^6J_2(\mp 16J_2 + 11\mu) \mp 32J_1^4J_2^3(\pm 50J_2 + 43\mu)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \pm 4096J_1J_2^6(\mp 337J_2 + 48\mu) + J_1^2J_2^5(284J_2 \pm 91\mu)]v^2 \mp 8DM_x^2 \\
& J_2^4\eta^7[\pm J_1^5 \pm 8J_1J_2^3(268J_2 \mp 41\mu) + 6J_1^3J_2(\mp 9J_2 + \mu) + J_1^4(\pm 2J_2 \\
& + \mu) + 64J_2^4(\mp 48J_2 + 11\mu) \mp 2J_1^2J_2^2(112J_2 \pm 11\mu)]v^4 + 16(J_1 \\
& - 2J_2)J_2^6\eta^8v^6(\pm\mu + v)\} \div (DM_x\{16DM_x^{10} + 4DM_x^6[18J_1^4 \\
& + 4J_1J_2^2(506J_2 \mp 59\mu) + 4J_1^2J_2(171J_2 \mp 20\mu) + J_1^3(128J_2 \mp 13\mu) \\
& + 56J_2^3(44J_2 \mp 5\mu)] + 4DM_x^8[39J_1^2 + 154J_1J_2 + 216J_2^2 \mp 7(J_1 \\
& + 2J_2)\mu] + DM_x^2J_2\eta^3[J_1^4 + 32J_2^3(44J_2 \mp 9\mu) \pm 8J_1J_2^2(\mp 40J_2 + \mu) \\
& \pm 8J_1^2J_2(\mp 5J_2 + \mu) + J_1^3(4J_2 \pm \mu)] \mp DM_x^2\eta^2[\pm J_1^4 + 160J_1J_2^2 \\
& (\mp 4J_2 + \mu) + J_1^3(\pm 14J_2 + \mu) + 64J_2^3(\mp 44J_2 + 7\mu) + 2J_1^2J_2(\pm 4J_2 \\
& + 11\mu)] \mp 4J_2^3\eta^4v^2(\mu \pm v)\}\{4DM_x^{10}[\mp 11J_1 \mp 32J_2 + \mu] + DM_x^2 \\
& J_2\eta^3[\pm J_1^5 \pm 16J_1J_2^3(132J_2 \mp 19\mu) + J_1^4(\pm 2J_2 + \mu) + 2J_1^3J_2(\mp 26J_2 \\
& + 3\mu) \mp 4J_1^2J_2^2(56J_2 \pm 3\mu) + 128J_2^4(\mp 24J_2 + 5\mu)] \mp DM_x^4\eta^2[J_1^5 \\
& \pm 16J_1J_2^3(\mp 76J_2 + \mu) \mp 1152J_2^4(\mp 6J_2 + \mu) + J_1^4(11J_2 \pm \mu) \\
& \pm J_1^3J_2(\mp 32J_2 + 19\mu) \pm 4J_1^2J_2^2(\mp 172J_2 + 25\mu)] + 2DM_x^8[\pm 3J_1^3 \\
& + J_1^2(\mp 146J_2 + 9\mu) + 8J_2^2(\mp 208J_2 + 17\mu) + 2J_1J_2(\mp 464J_2 + 35\mu)] \\
& + DM_x^6[\pm 39J_1^5 \pm 3J_1^4(92J_2 \mp 7\mu) \pm 12J_1^3J_2(86J_2 \mp 5\mu) + 3584J_2^4 \\
& (\mp 8J_2 + \mu) + 8J_1^2J_2^2(\mp 62J_2 + 37\mu) + 16J_1J_2^3(\mp 908J_2 + 133\mu)] \\
& - 4(J_1 - 2J_2)J_2^3\eta^4v^2(\mu \pm v)\}),
\end{aligned}$$

ile tanımlıdır. Eşitlikte kullanılan μ , v ve η ifadeleri

$$\mu \equiv \sqrt{8DM_x^2 + (J_1 - 4J_2)^2},$$

$$v \equiv (J_1 - 4J_2),$$

$$\eta \equiv (J_1 + 4J_2),$$

şeklinde tanımlıdır.

EK2. Kısmi İz:

A ve B gibi iki alt sistemden oluşmuş sonlu boyutlu birleşik bir AB kuantum sistemi için yoğunluk operatörü ρ_{AB} olmak üzere A ve B sistemlerine ait yoğunluk operatörleri

$$\rho_A = Tr_B(\rho_{AB}) = \sum_j (I_A \otimes \langle \phi_j |) \rho_{AB} (I_A \otimes | \phi_j \rangle),$$

$$\rho_B = Tr_A(\rho_{AB}) = \sum_j (\langle \psi_j | \otimes I_B) \rho_{AB} (| \psi_j \rangle \otimes I_B),$$

şeklinde kısmi iz (Partial Trace) alınarak tanımlanır. Burada I_A ve I_B sırasıyla A ve B alt sistemlerindeki birim operatörlerdir. $|\phi_j\rangle$ ve $|\psi_j\rangle$ ise sırasıyla A ve B alt sistemlerine ait kompleks vektör uzaylarındaki ortonormal bazlardır.

ÖZ GEÇMİŞ

Doğum Yeri ve Tarihi : AYDIN 10/06/1973

EĞİTİM DURUMU

Lisans Öğrenimi : Gazi Üniversitesi
Gazi Eğitim Fak., Fizik Eğitimi Böl.
Yüksek Lisans Öğrenimi : Adnan Menderes Üniversitesi
Fen-Edebiyat Fak., Fizik Böl.
Bildiği Yabancı Diller : İngilizce

İŞ DENEYİMİ

Çalıştığı Kurumlar ve Yıl : Cumhuriyet Anadolu Lisesi,
2016-2019,
Adnan Menderes Anadolu Lisesi,
2019- ,

BİLİMSEL FAALİYETLER

a)Ulusal Bildiriler : Ferid AKBAŞ, Cenk AKYÜZ
Homojen bir dış manyetik alanda bulunan
dört kubitlik Majumdar-Glosch modelinde
kuantum teleportasyon.
ADIM Fizik Günleri VI., 19-21 Temmuz 2017,
Poster Sunumu
: Ferid AKBAŞ, Cenk AKYÜZ
Homojen bir manyetik alanda bulunan $spin - \frac{1}{2}$
 $J_1 - J_2$ Heisenberg XX sisteminde taban durum
dolaşıklığının incelenmesi.
ADIM Fizik Günleri IV., 28-29 Mayıs 2015,
Poster Sunumu

İLETİŞİM

E-posta Adresi : feridakbas@gmail.com
Tarih : 28.05.2019