T.C.

ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK ANABİLİMDALI

İLKÖĞRETİM 6., 7., 8. SINIFLAR MATEMATİK DERSİ MÜFREDAT PROGRAMINDA GEÇEN CEBİR KONULARININ İNCELENMESİ

MAT-YL-2009-0001

Yeşim GÜRER

DANIŞMAN

Yrd. Doç. Dr. Semra DOĞRUÖZ

AYDIN-2009

T.C.

ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK ANABİLİMDALI

İLKÖĞRETİM 6., 7., 8. SINIFLAR MATEMATİK DERSİ MÜFREDAT PROGRAMINDA GEÇEN CEBİR KONULARININ İNCELENMESİ

MAT-YL-2009-0001

Yeşim GÜRER

DANIŞMAN

Yrd. Doç. Dr. Semra DOĞRUÖZ

AYDIN-2009

İÇİNDEKİLER

T.C.

ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

AYDIN

Matematik Anabilim Dalı Tezsiz Yüksek Lisans Programı öğrencisi Yeşim GÜRER tarafından hazırlanan "İlköğretim 6.,7.,8. Sınıflar Matematik Dersi Müfredat Programındaki Cebir Konularının İncelenmesi" başlıklı Dönem Projesi, 18/08/2009 tarihinde yapılan yeterlik sınavı sonucunda aşağıda isimleri bulunan jüri üyelerince kabul edilmiştir.

Ünvanı Adı Soyadı	Kurumu	İmzası
Başkan : Prof. Dr. Gonca GÜNGÖROĞLU	Adnan Menderes Üniversitesi	……….
Üye : Yrd. Doç. Dr. Semra DOĞRUÖZ	Adnan Menderes Üniversitesi	……….
Üye : Yrd. Doç. Dr. Erdal ÖZYURT	Adnan Menderes Üniversitesi	……….

Jüri üyeleri tarafından kabul edilen Dönem Projesi.Enstitü Yönetim Kurulunun ………………

sayılı kararıyla ……………………….. tarihinde onaylanmıştır.

Prof. Dr. Serap AÇIKGÖZ

Enstitü Müdürü

Bu tezde görsel, işitsel ve yazılı biçimde sunulan tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uyularak tarafımdan elde edildiğini, tez içinde yer alan ancak bu çalışmaya özgü olmayan tüm sonuç ve bilgileri tezde kaynak göstererek belirttiğimi beyan ederim.

Adı Soyadı : Yeşim GÜRER

İmza :

ÖZET

Dönem Projesi

İLKÖĞRETİM 6.,7.,8. SINIFLAR MATEMATİK DERSİ MÜFREDAT PROGRAMINDA GEÇEN CEBİR KONULARININ İNCELENMESİ

Yeşim GÜRER

Adnan Menderes Üniversitesi
Fen Edebiyat Fakültesi
Matematik Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Semra DOĞRUÖZ

Bu çalışmada İlköğretim 6., 7., 8. sınıflar matematik dersi müfredat programında anlatılan cebirsel ifadeler incelenmiştir. Birinci bölümde küme kavramları, ikinci bölümde sayılar, üçüncü bölümde cebirsel kavramlara giriş ve son olarak dördüncü bölümde özdeşlikler müfredat kapsamında incelenerek seviyeye uygun tespitler bulgular ve tartışma bölümünde sunulmuştur.

2009, 30

ÖNSÖZ

Matematik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Programının ders aşamasında bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım başta danışmanım sn. Yrd. Doç. Dr. Semra DOĞRUÖZ olmak üzere Doç. Dr. İbrahim ÇANAK, Yrd. Doç. Dr. Adnan MELEKOĞLU, Yrd. Doç. Dr. Hüsnü BARUTOĞLU, Yrd. Doç. Dr. Ali FİLİZ , Yrd. Doç. Dr. Erdal ÖZYURT, Yrd. Doç. Dr. Hülya İNCEBOZ'a teşekkürü bir borç bilirim.

Yüksek lisans dönem proje çalışma konusunu veren ve çalışmayı ilgi ve yardımlarıyla sonuçlandırmamı sağlayan danışman hocam Yrd. Doç. Dr. Semra DOĞRUÖZ'e teşekkür ederim.

GİRİŞ

Matematiğin tabiatta varoluşu gerçeği ile bunların ilk matematiksel ifadeleri cebirin temelini oluşturur. Cebirsel kavramlar farkında olmadan günlük hayatımızda matematik olarak kullanılırlar. Somut kavramlardan soyut kavramların öğretilmesine geçiş yaşla ilgili olarak öğretilebilir. Fizyolojik, bireysel farklarla birlikte soyut ifadelerin kavranması 10-12 yaşları ile başlar. Bu yaşlara karşılık gelen 6., 7. ve 8. sınıflarda matematiğin temelini oluşturan bu soyut kavramlar cebirsel ifadeler olarak kademeli biçimde öğretilir.

Bu sebeple 6., 7. ve 8. sınıf matematik dersi müfredatı kapsamındaki cebirsel ifadelerin ne kadar yerinde ve zamanında verilip verilmediğini incelemek amacıyla bu çalışma yapılmıştır. Bu bağlamda cebirsel ifade olarak adlandırdığımız konular sırasıyla müfredat kapsamında incelenmiştir. Birinci bölümde küme kavramı ve temel tanımlar verilmiştir. İkinci bölümde sayılar kavramı içinde tam sayılar ve özellikleri, rasyonel sayılar ve özellikleri, gerçel sayılar verilmiştir. Üçüncü bölümde cebirsel ifadeler tanımlanarak işlemlerden bahsedilmiştir. Dördüncü ve son bölümde özdeşlik ve çarpanlara ayırma kavramları çalışılmıştır. Bulgular ve tartışma bölümünde müfredat programında olmayan işlemin kapalılık özelliğinin ifade edilmesi açısından verilmesinin gerekliliğinden bahsedilmiştir.

1. KÜMELER

1.1. Tanım (Küme)

Herhangi nesneler topluluğuna ''*küme*'' denir. Nesnelerin her biri ait oldukları kümelerin birer elemanıdır.

Kümeler adlandırılırken genellikle büyük harflerle, elemanları ise küçük harflerle gösterilirler. Örneğin kümenin adı A, elemanlarından biri t ise t∈A şeklinde gösterilir ve ''t nesnesi A kümesinin elemanıdır'' şeklinde okunur. Eğer t nesnesi A kümesinin elemanı değilse

t∉A şeklinde gösterilir ve ''t, A kümesinin elemanı değildir" diye okunur.

Kümeler liste, ortak özellik ve Venn şeması yöntemi olmak üzere 3 farklı biçimde gösterilir. Küme içinde bir eleman bir kez yazılır.

Örneğin; Kış mevsiminin aylarını K ile gösterirsek, bu küme;

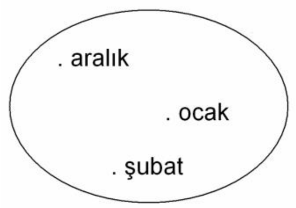
a) Liste yöntemi ile;

K= { aralık, ocak, şubat}

b) Ortak özellik yöntemi ile;

K={kış mevsiminin ayları}

c) Venn şeması yöntemi ile;



şeklinde gösterilir.

Bir A kümesinin eleman sayısı s(A) biçiminde gösterilir.

Örneğin; K kümesinin eleman sayısı s(K) = 3 dür.

1.2. Tanım (Boş Küme)

Elemanı olmayan kümeye ''*boş küme*'' denir.

{ }, ∅-şekillerinden biri ile gösterilir.

Örneğin; Dört ayaklı kuşlar kümesini D ile gösterirsek; D={ } olacaktır.

1.3. Tanım (Alt Küme)

Herhangi bir B kümesinin bütün elemanları bir A kümesinin de elemanı ise '*'B kümesi A kümesinin alt kümesidir*' ya da '*'A kümesi B kümesini kapsar*' denir. A kümesi B kümesinin alt

kümesi ise A⊆B biçiminde gösterilir.

Boş küme her kümenin alt kümesidir.

Her küme kendisinin alt kümesidir.

Örnek 1. A={a,b,c} kümesinin alt kümelerini yazalım.

{ }, {b}, {a}, {c}, {a,b}, {a,c}, {b,c}, {a,b,c} =A kümeleri A kümesinin alt kümeleridir. Bu durumda;

{ } ⊆A, {b} ⊆ A, {a} ⊆A, {c}⊆ A, {a,b} ⊆ A, {a,c} ⊆ A, {b,c} ⊆A, A ⊆A şeklinde yazılabilir.

O halde A kümesinin 8 tane alt kümesi vardır.

Örnek 2. B={1 ile 9 arasındaki çift sayılar} kümesi veriliyor. B kümesinin alt kümelerinin sayısını bulalım.

Önce ortak özellik yöntemi ile verilen B kümesini liste yöntemi ile yazalım.

B={2, 4, 6, 8} dir. B kümesinin alt kümeleri;

{ }, {2}, {4}, {6}, {8}, {2,4}, {2,6}, {2,8}, {4,6}, {4,8}, {6,8}, {2,4,6}, {2,4,8}, {2,6,8}, {4,6,8}, {2,4,6,8} olacaktır. Bu durumda B kümesinin 16 tane alt kümesi vardır.

Bir kümenin alt kümelerinin sayısını o kümenin alt kümelerini yazmadan da bulabiliriz. Şöyle ki; verilen kümenin her bir elemanına karşılık 2 rakamını yazar ve bu 2 rakamlarını birbiriyle çarparak alt küme sayısını bulabiliriz.

Örnek 3. B={2, 4, 6, 8} kümesinin alt kümelerinin sayısını bulalım.

B={2, 4, 6, 8}

↧ ↧ ↧ ↧

2 2 2 2

şeklinde her bir elemana 2 rakamını karşılık olarak yazar, 2 rakamlarını 2.2.2.2 şeklinde çarparsak B kümesinin alt kümelerinin sayısını 16 olarak buluruz.

Örnek 4. ={6/A, 6/B, 6/C, 6/D, 6/E, 6/F, 6/G, 6/H} kümesi okulumuzdaki 6. Sınıf

şubelerinden oluşan bir kümedir. Bu kümenin alt küme sayısını bulalım.

={6/A, 6/B, 6/C, 6/D, 6/E, 6/F, 6/G, 6/H}

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
2 2 2 2 2 2 2 2

şeklinde her bir elemana 2 rakamını karşılık olarak yazalım. Bu 2 rakamlarını 2.2.2.2.2.2.2.2 şeklinde yan yana çarpalım bu durumda A kümesinin alt küme sayısı;

2.2.2.2.2.2.2.2= 256 olacaktır.

O halde verilen bir kümenin alt küme sayısını bulmak için kümenin eleman sayısı kadar 2 yi kendisi ile çarpmamız yeterli olacaktır.

Örnek 5. B={1, 3, 5, 7, 9} kümesinin alt küme sayısı;

s(B)=5 olduğundan 2.2.2.2.2=32 olacaktır.

1.4. Tanım (Evrensel Küme)

Belli bir çalışmada ya da incelemede sözü geçen tüm kümeleri içine alan belirli bir kümeye '*'evrensel küme*'' denir. ''E'' harfi ile gösterilir.

Bu durumda çalışmadaki tüm kümeler evrensel kümenin alt kümeleridir. İncelemedeki tüm nesnelerde evrensel kümenin elemanlarıdır.

Evrensel küme çalışma süresince değiştirilemez.

1.4. Eşit Kümeler

Aynı elemanlardan oluşan kümelere '*'eşit kümeler*'' denir.

Örnek. A={yaz mevsiminin aylarıı} ve

B={haziran, temmuz, ağustos} kümeleri eşit kümelerdir. Çünkü ortak özellik yöntemiyle yazılan A kümesinin elemanlarını liste yöntemiyle yazarsak

A={haziran, temmuz, ağustos}

olacaktır. O halde A ve B kümelerinin elemanları aynıdır. Yani A ve B kümeleri eşit kümelerdir.

1.5. Denk Kümeler

Eleman sayıları eşit olan kümelere ‘*’denk kümeler’’* denir.

Örnek. A={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8} ve B={a,e,ı,i,o,ö,u,ü} kümeleri denk kümelerdir. Çünkü, s(A)=8 ve s(B)=8 dir.

2. SAYILAR

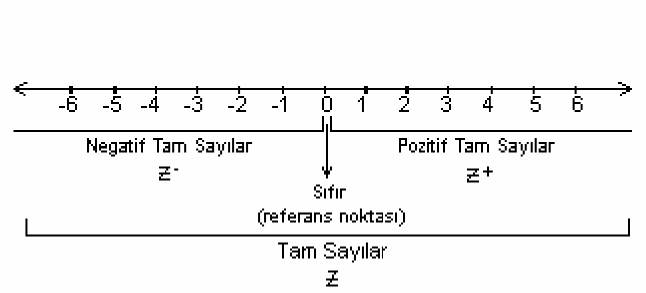
2.1. TAM SAYILAR

Sayıların önüne konulan ‘’-‘’ ve ‘’+’’ işaretleri sayıların yönünü belirtir. Önünde ‘’-‘’ işareti olan sayılar “*negatif sayılar*”, önünde’’+’’ işareti olan sayılar “*pozitif sayılar*” olarak isimlendirilirler.

‘’0’’ sayısının işareti yoktur.

Eğer bir sayının önünde işaret yazılmamışsa bu durumda o sayının işareti ‘’+” olacaktır.

Pozitif ve negatif tam sayıları sayı doğrusunda modelleyelim.

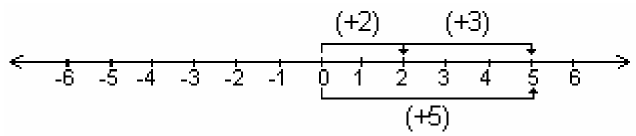


Pozitif tam sayılar kümesi ile negatif tam sayılar kümesinin ''0'' ile birleşimine '*'tam sayılar kümesi*' denir ve ''Z ''harfi ile gösterilir.

Sayı doğrusuna bakıldığında pozitif tam sayıların 0 dan uzaklaştıkça büyüdüğünü, negatif tam sayıların ise 0 dan uzaklaştıkça küçüldüğünü görürüz.

2.1.1. Tam Sayılarla Toplama İşlemi ve Özellikleri

(+2)+(+3) toplama işlemini sayı doğrusunda yapalım.



O halde (+2)+(+3)=(+5) oluyor.

Pozitif iki tam sayının toplamı pozitif, negatif iki tam sayının toplamı negatif bir tamsayıya eşittir.

Pozitif bir tam sayı ile negatif bir tam sayı toplanırken, bu iki tam sayı birbirinden çıkarılır ve sayıca büyük olanın işareti bulunan sonucun önüne yazılır.

Örnek. Aşağıdaki toplama işlemini yapalım

a) (+6)+(+4)=(+10)

b) (-12)+(-4)=(-16)

c) (-12)+(+4)=(-8)

d) (+9)+(-5)=(+4)

Toplama İşleminin Özellikleri

a) İki tam sayının toplamı yine bir tam sayıdır. Bu nedenle tam sayılar kümesinde toplama işleminin kapalılık özelliği vardır denir. Şöyle ki;

(+5)+(-17) =(-12)

olduğu görülür.

b) Tam sayılar kümesinde toplama işleminin değişme özelliği vardır. Şöyle ki;

(+3)+(+4)=(+4)+(+3)

(+7)=(+7)

olduğu görülür.

c) Tam sayılar kümesinde toplama işleminin birleşme özelliği vardır. Şöyle ki;

[(-4)+(+5)]+(-7)=(-4)+[(+5)+(-7)]

(+1)+(-7)=(-4)+(-2)

(-6)=(-6)

olduğu görülür.

d) Tam sayılar kümesinde toplama işleminin etkisiz elemanı ‘’0’’ dır. Şöyle ki;

0+(-3)=(-3)+0

(-3)=(-3)

olduğu görülür.

e) İki tam sayının toplamı ‘’0’’ ise bu iki tam sayı toplama işlemine göre birbirinin tersidir.

(-4)+(+4)=0 ise (-4) tam sayısı (+4) tam sayısının toplama işlemine göre tersidir. Ya da (+4) tam sayısı (-4) tam sayısının toplama işlemine göre tersidir.

O halde bir tam sayının toplama işlemine göre tersi bulunurken o tam sayının önündeki işareti değiştirilir.

Örnek. Aşağıdaki tam sayıların toplama işlemine göre tersini bulalım.

a) (-12) tam sayısının toplama işlemine göre tersi (+12)

b) (+4) tam sayısının toplama işlemine göre tersi (-4)

c) (0) tam sayısının toplama işlemine göre tersi (0)

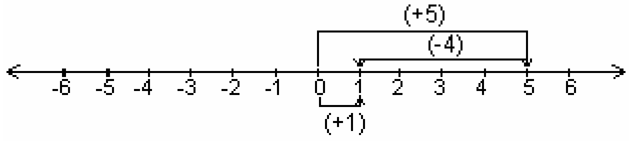
d) (+6) tam sayısının toplama işlemine göre tersi (-6)

e) (-30) tam sayısının toplama işlemine göre tersi (+30)

olacaktır.

2.1.2.Tam Sayılarla Çıkarma İşlemi Ve Özellikleri

(+5)-(+4) çıkarma işlemini sayı doğrusunda yapalım.



(+5)-(+4)=(+1) bulunur.

Örnek. Aşağıdaki çıkarma işlemlerinin sonuçlarını sayı doğrusunu kullanmadan yapalım.

a) (+3)-(+4)=(+3)+(-4)=(-1)

b) (+3)-(-4)=(+3)+(+4)=(+7)

c) (-5)-(+9)=(-5)+(-9)=(-14)

d) (-5)-(-9)=(-5)+(+9)=(+4)

Çıkarma İşleminin Özellikleri

a) İki tam sayı birbirinden çıkarılırsa yine bir tam sayı bulunur. Bu durumda tam sayılarla çıkarma işleminin kapalılık özelliği vardır denir. Şöyle ki,

(-6)-(+9)=(-6)+(-9)=(-15)

olduğu görülür.

b) Tam sayılarla çıkarma işleminin değişme özelliği yoktur. Şöyle ki;

(+5)-(-3)=(-3)-(+5) eşitliğini incelersek,

(+5)+(+3)=(-3)+(-5)

(+8) ≠(-8) olduğu görülür.

c) Tam sayılarla çıkarma işleminin birleşme özelliği yoktur. Şöyle ki;

(+6)-[(-3)-(-5)]=[(+6)-(-3)]-(-5) eşitliğini incelersek,

(+6)-[(-3)+(+5)]=[(+6)+(+3)]-(-5)

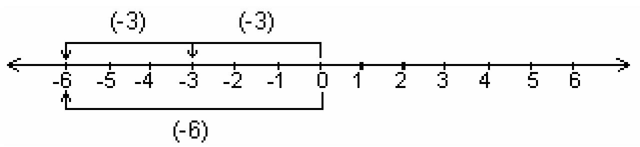
(+6)-(+2)=(+9)-(-5)

(+6)+(-2)=(+9)+(+5)

(+4)≠(+14) olduğu görülür.

2.1.3.Tam Sayılarla Çarpma İşlemi Ve Özellikleri

(-3).(+2) işlemini sayı doğrusunda yapalım.



(-3).(+2)=(-6) bulunur.

Negatif iki tam sayının çarpımı pozitif, pozitif iki tam sayının çarpımı pozitiftir.

Negatif bir tam sayı ile pozitif bir tam sayının çarpımı ise negatiftir.

Örnekler.

1) (-4).(-3)=(+12)

2) (+4).(-5)=(-20)

3) (-9).(+3)=(-27)

4) (+5).(+6)=(+30)

Çarpma İşleminin Özellikleri

a) İki tam sayının çarpımı yine bir tam sayıdır. Bu durumda tam sayılarla çarpma işleminin kapalılık özelliği vardır denir. Şöyle ki,

(-5).(+7)=(-35)

olduğu görülür.

b) Çarpma işleminde çarpanların yerleri değişirse işlemin sonucu değişmez. Bu nedenle çarpma işleminin değişme özelliği vardır. Şöyle ki;

(-4).(+3)=(+3).(-4)

(-12)=(-12)

olduğu görülür.

c) Çarpma işleminin birleşme özelliği vardır. Şöyle ki;

[(-4).(-2)].(+3)=(-4).[(-2).(+3)]

(+8).(+3)=(-4).(-6)

(+24)=(+24)

olduğu görülür.

d) Etkisiz Eleman: Çarpma işleminin etkisiz elemanı (+1) dir.

Örnek. (-5).(+1)=(+1).(-5)

(-5)=(-5)

e) Yutan Eleman: Çarpma işleminin yutan elemanı ‘’0’’ dır.

Örnek. (-6).(0)=(0).(-6)

0=0

f) Çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliği vardır.

Örnek. (-5).[(+4)+(-3)]=(-5).(+4)+(-5).(-3)

=(-20)+(+15)

=(-5)

g) Çarpma işleminin çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliği vardır.

Örnek. (+4).[(-5)-(+3)]=(+4).(-5)-(+4).(+3)

=(-20)-(+12)

=(-32)

2.1.4.Tam Sayılarda Bölme İşlemi

(-36):(-4)=(+9)

(+24):(-2)=(-12)

(+18):(+9)=(+2)

KURAL: Negatif iki tam sayının birbirine bölümü pozitiftir

Pozitif iki tam sayının birbirine bölümü pozitiftir

Bir negatif bir pozitif iki tam sayının birbirine bölümü negatiftir.

Örnekler.

1) (-48):(+6)=(-8)

2) (+42):(+7)=(+6)

3) (-56):(-8)=(+7)

4) (+72):(-9)=(-8)

Örnek 1. (18:3).2-6 işleminin sonucunu bulalım.

(18:3).2-6=6.2-6

=12-6

=6 olur.

Örnek 2. [(-3).(+2)]-[8:(+4)] işleminin sonucunu bulalım.

[(-3).(+2)]-[8:(+4)]=(-6)-2

=(-6)+(-2)

=(-8) olur.

Örnek 3. (-3)+(+5)+[(-3).(2)] işleminin sonucunu bulalım.

(-3)+(+5)+[(-3).(2)]=(-3)+(+5)+(-6)

=(-9)+(+5)

=(-4) olur.

2.2. RASYONEL SAYILAR

a bir tam sayı ve b sıfırdan farklı bir tam sayı olsun.

$\frac{a}{b}$ biçiminde yazılabilen sayılara "*rasyonel sayılar*" denir.

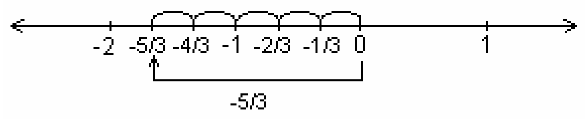
Rasyonel sayılar kümesi Q ile gösterilir.

Örnek. $\frac{3}{4}$, $-\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{5}$, $\frac{5}{9}$ birer rasyonel sayıdır.

2.2.1. Rasyonel Sayıların Sayı Doğrusunda Gösterimi

$\frac{-5}{3}$ rasyonel sayısını sayı doğrusunda gösterelim.

$\frac{-5}{3}$ rasyonel sayısında 5 tane $\frac{-1}{3}$ var demektir.



2.2.2.Tam Sayılı Kesrin Bileşik Kesre Çevrilmesi

$A\frac{B}{C}$ tam sayılı kesri; $A\frac{B}{C} = A + \frac{B}{C} = \frac{A.C+B}{C}$ ile bileşik kesir olarak ifade edilir. Tam kısmı payda ile çarpılır ve payı ile toplanır, payına yazılır. Payda aynen yazılır.

Örnek 1. $3\frac{1}{5}$ i bileşik kesre çevirelim.

$3\frac{1}{5} = \frac{3.5+1}{5} = \frac{15+1}{5} = \frac{16}{5}$ olur.

Örnek 2. $-5\frac{2}{3}$ ü bileşik kesre çevirelim.

$-5\frac{2}{3} = -\frac{5.3+2}{3} = -\frac{15+2}{3} = -\frac{17}{3}$ olur.

2.2.3. Bileşik Kesrin Tam Sayılı Kesre Çevrilmesi

Bileşik kesrin payı paydasına bölünür. Bölüm tam sayılı kesrin tam kısmı, kalan pay ve bölen payda olarak yazılır.

Örnek 1. $\frac{7}{2}$ yi tam sayılı kesre çevirelim.

$\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$ olur.

Örnek 2. $-\frac{17}{4}$ ü tam sayılı kesre çevirelim.

$-\frac{17}{4} = -4\frac{1}{4}$ olur.

2.2.4. Rasyonel Sayıları Sıralayalım

Paydaları farklı, payları farklı ve tam kısımları belirtilmemiş ise sıralama yaparken şu dört yoldan biri seçilir.

a) Payları eşitlenip işlem yapılabilir.

b) Paydaları eşitlenip işlem yapılabilir.

c) Ondalık kesre çevrilip sıralama yapılabilir.

d) Tam sayılı kesre çevrilip işlem yapılabilir.

Kolay yolu tahmin edilip işleme başlanır.

Örnek 1. A=$\frac{1}{13}$, B= $\frac{2}{17}$, C= $\frac{4}{29}$ sayılarını sıralayalım.

A = $\frac{1}{13} = \frac{4}{52}$

B = $\frac{2}{17} = \frac{4}{34}$

C = $\frac{4}{29}$ olur. Bu durumda;

$\frac{4}{52} < \frac{4}{34} < \frac{4}{29}$ yani A < B <C olur.

Örnek 2. $-\frac{5}{2}$, $-\frac{1}{4}$, $-\frac{3}{2}$ rasyonel sayılarını sıralayalım.

$-\frac{5}{2} = -\frac{10}{4}$

$-\frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$

$-\frac{3}{2} = -\frac{6}{4}$

$-\frac{10}{4} < -\frac{6}{4} < -\frac{1}{4}$ yani $-\frac{5}{2} < -\frac{3}{2} < -\frac{1}{4}$ olur.

2.2.5. Rasyonel Sayılarla Toplama İşlemi Ve Özellikleri

Toplama işlemi yapılırken dikkat edilecek hususlar;

a) Tam sayılı kesirler(varsa) bileşik kesre çevrilir.

b) Genişletme veya sadeleştirme yöntemi ile paydalar eşitlenir.

c) Paylar toplanır paya yazılır.

d) Ortak payda yazılır.

e) Ondalık kesir varsa bunlar da rasyonel sayıya çevrilir.

Örnek 1. $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} - 1\frac{3}{4}$ toplamını bulalım.

$\frac{3}{4} + \frac{2}{3} - 1\frac{3}{4} = \frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{7}{4}$

$= \frac{9}{12} + \frac{8}{12} - \frac{21}{12}$

$= \frac{9+8-21}{12}$

$= -\frac{4}{12}$

$= -\frac{1}{3}$ olur.

Örnek 2. $3\frac{1}{4} + (-1\frac{2}{3})$ toplama işleminin sonucunu bulalım.

$3\frac{1}{4} + (-1\frac{2}{3}) = \frac{13}{4} + (-\frac{5}{3})$

$= \frac{39}{12} + (-\frac{20}{12})$

$= \frac{39+(-20)}{12}$

$= \frac{19}{12}$ olur.

*Tam kısımları ayrı, kesir kısımları ayrı toplanabilir. Sonra tekrar toplanır.

Örnek. $3\frac{1}{3} + 2\frac{1}{4}$ toplamını bulalım.

$3\frac{1}{3} + 2\frac{1}{4} = (3+2) + (\frac{1}{3} + \frac{1}{4})$

$= 5 + \frac{4}{12} + \frac{3}{12}$

$= 5\frac{7}{12}$ olur.

Toplama İşleminin Özellikleri

a) İki rasyonel sayının toplamı yine bir rasyonel sayı olduğundan rasyonel sayılar kümesi toplama işlemine göre kapalıdır.

Örnek. $\frac{5}{7} + \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$ de rasyonel sayıdır.

b) Rasyonel sayıların yerleri değiştiğinde toplam değişmediğinden rasyonel sayılar kümesinde toplama işleminin değişme özelliği vardır.

Örnek. $(-\frac{4}{5})+(3\frac{1}{2})$ ve $(3\frac{1}{2})+(-\frac{4}{5})$ işlemlerinin sonuçlarını karşılaştıralım.

$(-\frac{4}{5})+(3\frac{1}{2}) = (-\frac{4}{5})+(\frac{7}{2})$

$=(-\frac{8}{10})+(\frac{35}{10})$

$= \frac{27}{10}$

Şimdi sayıların yerlerini değiştirip toplayalım ve sonuçları karşılaştıralım.

$(3\frac{1}{2})+(-\frac{4}{5}) = \frac{7}{2} + (-\frac{4}{5})$

$= \frac{35}{10} + (-\frac{8}{10})$

$= \frac{27}{10}$

Görüldüğü gibi iki sonuç aynıdır.

c) Rasyonel sayıları gruplayıp işlemi sonuçlandırırsak sonuç değişmeyeceğinden rasyonel sayılar kümesinde toplama işleminin birleşme özelliği vardır.

Örnek. ($-1\frac{1}{2}$)+($2\frac{1}{3}$)+($-\frac{5}{4}$) toplamı üzerinde birleşme özelliğini uygulayarak yapalım.

$$(-1\frac{1}{2})+(2\frac{1}{3})+(-\frac{5}{4}) = (-\frac{3}{2})+(\frac{7}{3})+(-\frac{5}{4})$$

$$\swarrow \quad \searrow$$

$$(-\frac{3}{2})+(\frac{7}{3}+\frac{-5}{4}) = (-\frac{3}{2}+\frac{7}{3})+\frac{-5}{4}$$

$$\frac{-18}{12}+(\frac{28}{12}+\frac{-15}{12}) = (-\frac{18}{12}+\frac{28}{12})+\frac{-15}{12}$$

$$\frac{-18}{12}+\frac{13}{12} = \frac{10}{12}+\frac{-15}{12}$$

$$\frac{-5}{12} = \frac{-5}{12}$$

Görüldüğü gibi her iki işlemin sonucu aynıdır.

d) Bir rasyonel sayı ”0” ile toplanırsa sonuç değişmez. Öyleyse rasyonel sayılarda toplama işleminin etkisiz(birim)elemanı “ 0 “ dır.

Örnek. $0+\frac{2}{3}$ işleminin sonucunu bulalım.

$$0+\frac{2}{3} = \frac{0}{3}+\frac{2}{3}$$

$$= \frac{0+2}{3}$$

$$= \frac{2}{3}$$

Demek ki “ 0 “ etki etmedi diyebiliriz.

e) Her rasyonel sayının toplama işlemine göre tersi vardır. Çünkü toplamı “ 0 “ olan iki tane rasyonel sayı her zaman vardır.

*$\frac{a}{b}$ rasyonel sayısının toplama işlemine göre tersi $\frac{-a}{b}$ dir.

Örnek. $-2\frac{1}{3}$ sayısının toplama işlemine göre tersini bulalım.

$-2\frac{1}{3}$ rasyonel sayısı $2\frac{1}{3}$ rasyonel sayısı ile toplandığında sonuç " 0 " olacağından $-2\frac{1}{3}$ rasyonel sayısının toplama işlemine göre tersi $2\frac{1}{3}$ olur.

2.2.6. Rasyonel Sayılarda Çıkarma İşlemi Ve Özellikleri

Çıkarma işlemi yapılırken dikkat edilecek hususlar;

a) Varsa tam sayılı ve ondalık kesirler bileşik kesre çevrilir.

b) Paydaları genişletme ya da sadeleştirme yolu ile eşitlenir.

c) Paydaları çıkarılır payına yazılır. Ortak payda paydasına yazılır.

Örnek 1. $\frac{2}{5}$ - $\frac{2}{3}$ işleminin sonucunu bulalım.

$\frac{2}{5}$ - $\frac{2}{3}$ = $\frac{6}{15} - \frac{10}{15}$

= $-\frac{4}{15}$ olur.

Örnek 2. $(-\frac{2}{5}) - \left(-\frac{1}{2}\right)$ işleminin sonucunu bulalım.

$(-\frac{2}{5}) - \left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{4}{10}\right) - (-\frac{5}{10})$

= $\frac{(-4)-(-5)}{10}$

=$\frac{(-4)+(+5)}{10}$

=$\frac{1}{10}$ olur.

Çıkarma İşleminin Özellikleri

a) Çıkarma işleminin değişme özelliği yoktur. Şöyle ki;

$\frac{1}{5} - \left(-\frac{1}{6}\right) = \left(-\frac{1}{6}\right) - \left(\frac{1}{5}\right)$ eşitliğini inceleyelim.

$\frac{6}{30} - \left(-\frac{5}{30}\right) = \left(-\frac{5}{30}\right) - (\frac{6}{30})$

$\frac{6-(-5)}{30} = \frac{(-5)-6}{30}$

$\frac{11}{30} = -\frac{11}{30}$ Görüldüğü gibi sonuçlar farklıdır.

b) Çıkarma işleminin birleşme özelliği yoktur. Şöyle ki;

$[(-\frac{1}{2}) - (-\frac{1}{3})] - (\frac{1}{6}) = (-\frac{1}{2}) - [\left(-\frac{1}{3}\right) - (\frac{1}{6})]$ Eşitliğini inceleyelim.

$$[(-\frac{3}{6})-(-\frac{2}{6})]-(\frac{1}{6}) = (-\frac{3}{6})-[(-\frac{2}{6})-(\frac{1}{6})]$$

$$[\frac{(-3)-(-2)}{6}]-(\frac{1}{6}) = (-\frac{3}{6})-[\frac{(-2)-1}{6}]$$

$$(-\frac{1}{6})-\frac{1}{6} = (-\frac{3}{6})-(-\frac{3}{6})$$

$(-\frac{2}{6}) = 0$ görüldüğü gibi sonuçlar farklıdır.

c) Çıkarma işleminin etkisiz(birim) elemanı yoktur. Şöyle ki;

$\frac{3}{5}$ - 0= $\frac{3}{5}$ fakat 0 - $\frac{3}{5}$ = $-\frac{3}{5}$ dir.

O halde $\frac{3}{5} \neq -\frac{3}{5}$ olduğu görülür.

2.2.7. Rasyonel Sayılarda Çarpma İşlemi Ve Özellikleri

Çarpma işlemi yapılırken;

a) Varsa tam sayılı kesirler bileşik kesre, ondalık sayılar rasyonel sayıya çevrilir.

b) Gereken sadeleştirme(varsa) yapılır.

c) Payları çarpılarak payına, paydaları çarpılarak paydaya yazılır.

Örnek. işleminin sonucunu bulalım.

$(-\frac{3}{1}).(\frac{5}{3}).(-\frac{7}{10}) = \frac{(-3).(5).(-7)}{1.3.10}$ sadeleştirmeler yapılırsa;

$= \frac{7}{2}$ bulunur.

Çarpma İşleminin Özellikleri

a) İki rasyonel sayının çarpımı yine bir rasyonel sayı olduğundan rasyonel sayılar kümesinde çarpma işleminin kapalılık özelliği vardır.

Örnek. $(\frac{2}{3}).(-\frac{5}{9}) = (-\frac{10}{27})$

Demek ki iki rasyonel sayının çarpımı yine bir rasyonel sayı oluyor.

b) Rasyonel sayılarda çarpma işleminde çarpanların yerleri değişirse çarpım değişmez. O halde rasyonel sayılar kümesinde çarpma işleminin değişme özelliği vardır.

Örnek. $(\frac{1}{2}).(-\frac{5}{3})$ ile $(-\frac{5}{3}).(\frac{1}{2})$ işlemlerinin sonuçlarını bulup karşılaştıralım.

$(\frac{1}{2}).(-\frac{5}{3}) = (-\frac{5}{6})$ $\quad$ $(-\frac{5}{3}).(\frac{1}{2}) = (-\frac{5}{6})$

Demek ki sonuçlar değişmiyor.

c) Rasyonel sayılarda çarpma işleminde çarpanları gruplayabiliriz. Çünkü, rasyonel sayılar kümesinde çarpma işleminin birleşme özelliği vardır.

Örnek. $\left(-\frac{3}{5}\right).\left[\frac{2}{3}.0{,}2\right] = \left[\left(-\frac{3}{5}\right).\frac{2}{3}\right].0{,}2$ Eşitliğini inceleyelim.

$$\left(-\frac{3}{5}\right).\left[\frac{2}{3}.\frac{2}{10}\right] = \left[\left(-\frac{3}{5}\right).\frac{2}{3}\right].\frac{2}{10}$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right).\left(\frac{2}{15}\right) = \left(-\frac{2}{5}\right).\left(\frac{2}{10}\right)$$

$\left(-\frac{2}{25}\right) = \left(-\frac{2}{25}\right)$ olduğu görülür.

d) Rasyonel sayılar kümesinde çarpma işleminin etkisiz(birim) elemanı “1” dir.

Örnek. $\frac{2}{3}.1 = \frac{2}{3}.\frac{1}{1} = \frac{2}{3}$ ve $1.\frac{2}{3} = \frac{1}{1}.\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$ olur.

Demek ki “1” ile çarpılan sayı değişmemektedir.

e) Rasyonel sayılar kümesinde çarpma işleminin yutan elemanı “0” dır.

Örnek. $0.\frac{5}{9} = 0$ ve $\frac{5}{9}.0 = 0$ olur.

Demek ki rasyonel sayının “0” ile çarpımı yine “0” oluyor.

f) Bir rasyonel sayının çarpma işlemine göre tersi vardır. İki rasyonel sayının çarpımı birim elemanı yani “1”i veriyorsa bunlardan biri diğerinin çarpma işlemine göre tersi demektir.

$\frac{a}{b}$ rasyonel sayısının çarpma işlemine göre tersi $\frac{b}{a}$ olacaktır.

Örnek. $\left(-\frac{3}{7}\right)$ rasyonel sayısının çarpma işlemine göre tersini bulalım.

$\left(-\frac{3}{7}\right).\ x = 1$ olmalıdır.

$x = -\frac{7}{3}$ olacaktır.

*“0” sayısının çarpma işlemine göre tersi yoktur. Çünkü,

$\frac{0}{1}.\ x = 1$ eşitliğinin doğru olabilmesi için $x = \frac{1}{0}$ olmalıdır. Ancak $\frac{1}{0}$ rasyonel sayı değildir.

g) Rasyonel sayılar kümesinde çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemleri üzerine dağılma özelliği vardır.

Örnek 1. $\left(-\frac{2}{3}\right).\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right]$ işlemini çarpmanın toplama işlemi üzerine dağılma özelliğini uygulayarak yapalım.

$$\left(-\frac{2}{3}\right).\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right] = \left[\left(-\frac{2}{3}\right).\frac{1}{2}\right] + \left[\left(-\frac{2}{3}\right).\frac{1}{6}\right]$$

$$= \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{9}\right)$$

$$= \left(-\frac{3}{9}\right) + \left(-\frac{1}{9}\right)$$

$= \left(-\frac{4}{9}\right)$ olur.

Örnek 2. $(-\frac{3}{5}).[\frac{3}{2}-\frac{1}{6}]$ işlemini çarpmanın çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliğini uygulayarak yapalım.

$(-\frac{3}{5}).[\frac{3}{2}-\frac{1}{6}] = [(-\frac{3}{5}).\frac{3}{2}] - [(-\frac{3}{5}).(\frac{1}{6})]$

$= (-\frac{9}{10}) - (-\frac{1}{10})$

$= -\frac{8}{10}$ olur.

2.2.8. Bir Rasyonel Sayının Kuvveti

$\frac{a}{b}.\frac{a}{b}.\frac{a}{b}\dots\dots\dots\frac{a}{b}$ şeklindeki n tane $\frac{a}{b}$ sayısının çarpımı $(\frac{a}{b})^n$ demektir. Burada “n” $\frac{a}{b}$ sayısının kuvveti(üssü)dir.

Örnek 1. $(\frac{2}{3})^3$ işleminin sonucunu bulalım.

$(\frac{2}{3})^3$, $\frac{2}{3}$ rasyonel sayısının üçüncü kuvvetidir. Yani;

$(\frac{2}{3})^3 = \frac{2}{3}.\frac{2}{3}.\frac{2}{3}$ demektir.

$= \frac{8}{27}$ bulunur.

Örnek 2. $(-\frac{1}{2})^5$ işleminin sonucunu bulalım.

$(-\frac{1}{2})^5$, $(-\frac{1}{2})$ rasyonel sayısının beşinci kuvvetidir. Yani;

$(-\frac{1}{2})^5 = (-\frac{1}{2}).(-\frac{1}{2}).(-\frac{1}{2}).(-\frac{1}{2}).(-\frac{1}{2})$

$= (-\frac{1}{32})$ bulunur.

2.2.9. Rasyonel Sayılarda Bölme İşlemi Ve Özellikleri

Bölme işlemi yapılırken;

a) Varsa tam sayılı kesirler bileşik kesre, ondalık kesirler de rasyonel sayıya çevrilir.

b) Bölenin çarpma işlemine göre tersi alınıp bölünen kesir ile çarpılır.

c) Sadeleştirme varsa yapılır.

*Tam sayı varsa paydası “1” alınır.

Örnek. $\frac{4}{5}:(-\frac{2}{3})$ işleminin sonucunu bulalım.

$\frac{4}{5}:(-\frac{2}{3}) = \frac{4}{5}:(-\frac{3}{2})$

$= (-\frac{6}{5})$ bulunur.

Bölme İşleminin Özellikleri

a) Bir rasyonel sayının (+1)e bölümü yine kendisidir. Şöyle ki;

$\left(-\frac{4}{3}\right)$:(+1) işleminin sonucunu bulalım.

$\left(-\frac{4}{3}\right):\left(\frac{1}{1}\right)=\left(-\frac{4}{3}\right).\left(\frac{1}{1}\right)$

$=\left(-\frac{4}{3}\right)$ bulunur.

b) Bir rasyonel sayının kendisine bölümü “1”dir. Şöyle ki;

Örnek. $\left(\frac{5}{9}\right):\left(\frac{5}{9}\right)$ işleminin sonucunu bulalım.

$\left(\frac{5}{9}\right):\left(\frac{5}{9}\right)=\frac{5}{9}.\frac{9}{5}$

$=1$ bulunur.

2.3. GERÇEK (REEL) SAYILAR

İki tam sayının oranı şeklinde yazılamayan sayı ”irrasyonel sayı” olarak adlandırılır. Bu sayıların oluşturduğu kümeye “irrasyonel sayılar kümesi” denir ve “I” ile gösterilir.

Rasyonel sayılar kümesi ile irrasyonel sayılar kümesinin birleşim kümesine “reel(gerçek) sayılar kümesi” denir.

$\mathbb{R}=Q\cup I$

N, Z, Q, $\mathbb{R}$ kümeleri arasında;

N $\subseteq Z\subseteq Q\subseteq \mathbb{R}$ ilişkisi vardır.

Örnek. Aşağıdaki sayılardan hangilerinin irrasyonel olduğunu belirleyelim.

1) 5,333… devirli ondalık kesrini iki tam sayının oranı olarak yazabiliriz.

5,333… $= \frac{53-5}{9} = \frac{48}{9}$ olur.

5,333… devirli ondalık kesrini iki tam sayının oranı olarak yazabildiğimizden rasyonel sayıdır.

2) 5,02030401…şeklinde sonsuza kadar düzensiz bir şekilde devam eden sayılar iki tam sayının oranı biçiminde yazılamaz. Dolayısıyla bu sayı irrasyonel sayıdır.

3) $\sqrt{17}$ =4,123105626… sayısı devirli sayı şeklinde yazılamaz. Bu nedenle bu sayı irrasyonel sayıdır.

3. CEBİRSEL İFADELER

Sayısal ifadelerin harfle gösterimine "*cebirsel ifade*" denir. Harfler değişken olarak adlandırılır.

Örneğin; 5+9=9+5 eşitliğinde rakamlar yerine harfler verelim. Yani 5 = x,9 =y olsun. Bu durumda x+y=y+x olur.

Çarpmanın toplama ve çıkarma işlemleri üzerine dağılma özelliği olduğuna göre;

6.(8+4)=6.8+6.4 .

6.(8-4)=6.8-6.4 işlemlerini göz önüne alalım. Burada a=6 , b=8, c=4 seçelim ve işlemlerde yerine yazalım. O zaman,

a.(b+c)=a.b+a.c

a.(b-c)=a.b-a.c olur.

Örneğin;" bir sayının 5 katı ile aynı sayının 2 katının toplamı 63 tür." İfadesini cebirsel olarak yazalım.

Bir sayı x olsun. Bu sayının 5 katı 5x , iki katı 2x olacağından toplamları 5x + 2x = 63 ifadesi elde edilir.

*Değişkenlerin çarpanı olan sayıya "*katsayı*" denir.

*Cebirsel ifadede (+) ve (-) işlemleri ile ayrılanlara "*terim*" denir.

*Değişken bulundurmayan terime "*sabit terim*" denir.

Örnek. 2x+5y+12 cebirsel ifadesinin;

a) Terim sayısı 3 tür.

b) Sabit terimi 12 dir.

c) Katsayıları 2, 5,12 dir.

*Bir cebirsel ifadede bir değişkenin aynı veya farklı katsayılara sahip terimlerine "*benzer terim*" denir.

Örnek 1. 3x-6y+5x-9+y cebirsel ifadesinde 3x ile 5x benzer terimlerdir. Aynı şekilde (-6y) ile y benzer terimlerdir.

Örnek 2. 5ab ile 7b benzer terimler değildir. Çünkü, ab ile b farklıdır.

3.1. CEBİRSEL İFADENİN SAYI DEĞERİNİ BULMAK

Cebirsel ifadenin sayısal değeri bulunabilir. Çünkü, değişkenleri sayılar yerine kullandık. O halde sayı değeri bulunurken de değişkenler yerine sayılar yazılmalıdır.

Örnek 1. 2a + 5b -2 cebirsel ifadesinin a=2 ve b=3 için değerini bulalım.

a=2 ve b=3 yazarak işlemi yapalım.

2a + 5b -2 = 2.2 + 5.3 -2

= 4 + 15 – 2

= 17 olur.

Örnek 2. 3x + 5xy -3y +9 ifadesinin x=-1 ve y=2 için değerini bulalım.

x=-1 ve y=2 yazarak işlemi yapalım.

3x + 5xy – 3y + 9 = 3.(-1) + 5.(-1).2 – 3.2 + 9

=(-3) + (-10) -6 + 9

=(-19) + 9

=(-10) olur.

3.2. CEBİRSEL İFADELERDE TOPLAMA-ÇIKARMA İŞLEMİ

Cebirsel ifadeler toplanır ya da çıkarılırsa, benzer terimler kendi aralarında toplanır ya da çıkarılır. Bulunan sonuç cebirsel ifadenin en sade eşdeğeridir.

Örnek 1. (2a – 5) + (4a + 3) + (-3a + 1) toplamını en sade biçimde yazalım.

(2a – 5) + (4a + 3) + (-3a + 1)

= 2a – 5 + 4a + 3 – 3a + 1

=(2a + 4a – 3a) + (-5 + 3 + 1)

=(2 + 4 – 3)a + (-1)

= 3a – 1 olur.

Örnek 2. (3x + 5) – (4x – 9) cebirsel ifadesinin en sade eşdeğerini bulalım.

(3x + 5) – (4x – 9)

= 3x + 5 – 4x + 9

=(3x – 4x) + (5 + 9)

= -x + 14 olur.

3.3. CEBİRSEL İFADELERDE ÇARPMA İŞLEMİ

3.3.1. Tek Terimli İle İki Terimlinin Çarpımı

Tek terimli ile iki terimlinin çarpımı yapılırken;

a) Parantezler (varsa) kaldırılır.

b) Çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliği uygulanır.

c) Benzer terimlerin katsayıları toplanır.

d) Cebirsel ifadenin en sade eşdeğeri bulunur.

Örnek 1. $5(2x - 5)$ ifadesinin en sade değerini bulalım.

$5(2x - 5) = 10x - 25$ olur.

Örnek 2. $(5 - 2x) - (3x + 1) + 4x - 3$ ifadesinin en sade biçimini bulalım.

$$\begin{aligned}(5 - 2x) - (3x + 1) + 4x - 3 &= 5 - 2x - 3x - 1 + 4x - 3\\ &=(-2x - 3x + 4x) + (5 - 1 - 3)\\ &=(-2 - 3 + 4)x + 1\\ &= -x + 1 \quad \text{olur.}\end{aligned}$$

Örnek 3. $3(a - 4) - 2(a + 3)$ ifadesinin en sade eşdeğerini bulalım.

$$\begin{aligned}3(a - 4) - 2(a + 3) &= 3a - 12 - 2a - 6\\ &=(3a - 2a) + (-12 - 6)\\ &=(3 - 2)a - 18\\ &= a - 18 \quad \text{olur.}\end{aligned}$$

Örnek 4. $a(a + 1)$ çarpımını bulalım.

$a(a + 1) = a^2 + a$ olur.

Örnek 5. $x(x + 3) - 2(x^2 - x) + 3x^2 + 5x + 1$ işleminin en sade eşdeğerini bulalım.

$$\begin{aligned}x(x + 3) - 2(x^2 - x) + 3x^2 + 5x + 1 &= x^2 + 3x - 2x^2 + 2x + 3x^2 + 5x + 1\\ &= (x^2 - 2x^2 + 3x^2) + (3 + 2 + 5)x\\ &= 2x^2 + 10x \quad \text{olur.}\end{aligned}$$

3.3.2. İki Terimli İle İki Terimlinin Çarpımı

Tek terimli ile iki terimlinin çarpımındaki hususlar burada da geçerlidir.

Örnek 1. $(x + 2).(x - 3)$ çarpımının sonucunu bulalım.

$$\begin{aligned}(x + 2).(x - 3) &= x^2 - 3x + 2x - 6\\ &= x^2 + (-3x + 2x) - 6\\ &= x^2 + (-3 + 2)x - 6\\ &= x^2 - x - 6 \quad \text{olur.}\end{aligned}$$

Örnek 2. $(3x + 2)^2 - 2(x + 1)$ cebirsel ifadesinin en sade eşdeğerindeki sabit terimi bulalım.

$(3x + 2)^2 = (3x + 2).(3x + 2) = 9x^2 + 6x + 4$ cebirsel ifadesini yerine yazalım.

$(3x+2)^2$ - 2(x + 1) = 9x^2 + 6x + 4 – 2x – 2

= 9x^2 + (6x – 2x) + (4 – 2)

= 9x^2 + (6 – 2)x + 2

= 9x^2 + 4x + 2 olur.

O halde sabit terim (x olmayan) “2” olacaktır.

3.4. PASCAL ÜÇGENİ

Köşeleri 1 olan simetrik aritmetik üçgene “*Pascal üçgeni”* denir.

$(a+b)^0$ ……………………………………..1………………………………………..……..1. satır

$(a+b)^1$ …………………………………..1 1…………………………………… …….2. satır

$(a+b)^2$ ………………………… .1 2 1……………………………….. …….3. satır

$(a+b)^3$ …………………… 1 3 3 1……………………………………4. satır

Özellikler:

a) $(a+b)^n$ açılımında her terimin üsleri toplamı n ve terim sayısı n + 1 dir.

b) $(a \mp b)^n$ açılımında değişkeni olmayan terime “*sabit terim”* denir. Sabit terimi bulmak için a = b = 0 alınır.

c) $(a \mp b)^n$ açılımında katsayılar toplamını bulmak için a = b = 1 alınır.

d)$(a \mp b)^n$ açılımında katsayıların toplamı 2^n dir.

Örnek 1. $(a+b-2)^4$ açılımındaki sabit terimi bulalım.

Sabit terimi bulmak için a = b = 0 yazılır.

$(0+0-2)^4 = (-2)^4$

= 16 olur.

Örnek 2. $(x-2y+2)^7$ ifadesinin kat sayılar toplamını bulalım.

Kat sayılar toplamını bulmak için x = y = 1 yazılır.

$$(1 - 2.1 + 2)^7 = (1 - 2 + 2)^7$$
$$= (1)^7$$
$$= 1 \quad \text{olur.}$$

Örnek 3. $(x - y + 3)^k$ ifadesinin terim sayısı 12 ise k'nin alacağı değeri bulalım.

Terim sayısı = 12

$k + 1 = 12$

$k = 11$ olur.

3.5. FİBONACCİ DİZİSİ

Pascal üçgeninde sayılar toplanarak oluşturulan 1 , 1 , 2 , 3 , 5 , 8 , 13 ,… dizisine "*Fibonacci dizisi*" denir.

Örnek . 1 , 1 , 2 , 3 , 5 , 8 , 13 , 21 , … , … , … Fibonacci dizisinde noktalı yerlere gelmesi gereken sayıları bulalım.

Fibonacci dizisinde her sayı kendisinden önceki iki sayının toplamı olduğundan sayı dizisi

1 , 1 , 2 , 3 , 5 , 8 , 13 , 21 , 34 , 55 , 89 olacaktır.

4. ÖZDEŞLİKLER

İçerisinde değişken ya da değişkenler bulunduran, değişkenlerin aldığı her değere göre doğru olan eşitliklere "*özdeşlik*" denir.

Denklemler içerdikleri değişkenlerin bazı değerlerine göre doğru olurken özdeşlikler değişkenlerin her değerleri için doğru olurlar.

4.1. ÖNEMLİ ÖZDEŞLİKLER

4.1.1. Tam Kareli İfadeler

a) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ **b**) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Örnek 1. $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$

Örnek 2. $(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$

Örnek 3. $(3x-y)^2 = 9x^2 - 6xy + y^2$

Örnek 4. $(2a+3b)^2 = 4a^2 + 12ab + 9b^2$

4.1.2. İki Kare Farkı

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

Örnek 1. $x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$

Örnek 2. $a^2 - 16 = (a+4)(a-4)$

Örnek 3. $x^2 + y^2 = 12$, x.y = 12 ise x + y nin pozitif değerini bulalım.

$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$= x^2 + y^2 + 2xy$

= 12 + 2. 12

= 12 + 24

= 36 olur.

*$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = (x-y)^2 + 2xy$ eşitlikleri bulunabilir.

4.2. ÇARPANLARA AYIRMA

Harfli bir ifadenin iki veya daha fazla harfli ifadelerin çarpımı biçiminde yazılmasına "*çarpanlara ayırma"* denir. Çarpanlara ayırma konusu karışık ifadeleri sadeleştirme ve denklem çözümü konusunda kolaylık sağlar.

4.2.1. Ortak Çarpanlara Ayırma

Her terimdeki kat sayıların en büyük ortak böleni(ebob'u) ile değişkenlerin en büyük ortak böleninin(ebob'unun) parantez dışına, diğerlerinin parantez içine yazılması işlemidir.

Örnek 1. 3x + 6y = 3(x + 2y)

Örnek 2. $18x^2y + 12xy^2 = 6xy(3x + 2y)$

Örnek 3. 5x(a – b) + 6y(a – b) = (5x + 6y)(a – b)

Örnek 4. x + y = 6 ise 3x + 3y + 5(x + y) nin değerini bulalım.

3x + 3y + 5(x + y) = 3(x + y) + 5(x + y)

= 8(x + y)

= 8.6

= 48 olur.

Örnek 5. a + b = 8 ve x + y = 5 ise ax + by + ay + bx ifadesinin değerini bulalım.

ax + by + ay + bx = (a + b)x + (a + b)y

= (a + b)(x + y)

= 8.5

= 40 olur.

4.2.2. Gruplandırarak Çarpanlarına Ayırma

Harfli ifadelerin terimleri arasında ortak olan ifade bulunamıyorsa terimler ikişerli veya üçerli gruplandırılarak çarpanlara ayrılır.

Örnek 1. nx + my + ny + mx = nx + ny + mx + my

= n(x + y) + m(x + y)

= (n + m)(x + y)

Örnek 2. 4xy + 3x + 4y + 3 = x(4y + 3) + 4y + 3

= (x + 1)(4y + 3)

Örnek 3. 6a^2 - 3a + 2ax – x = 3a(2a – 1) + x(2a – 1)

= (2a – 1)(3a + x)

4.2.3. Tam Kare İfadelerden Faydalanarak Çarpanlara Ayırma

a^2 - 2ab + b^2 = $(a-b)^2$

a^2 + 2ab + b^2 = $(a+b)^2$

Yukarıdaki verilen özdeşliklerden faydalanılarak verilen ifadeler çarpanlarına ayrılır.

Üç terimli bir ifadenin tam kare olabilmesi için birinci ve üçüncü terimlerinin çarpımının karekökünün iki katı ikinci terime eşit olmalıdır.

Örnek 1. 4x^2 + 12x + 9 = (2x + 3)(2x + 3) = $(2x+3)^2$

Örnek 2. 9x^2 - 12xy + 4xy^2 = (3x – 2y)(3x – 2y) = $(3x-2y)^2$

4.2.4. İki Kare Farkından Yararlanarak Çarpanlara Ayırma

a^2 - b^2 = (a – b)(a + b) özdeşliğinden faydalanılarak verilen ifade çarpanlarına ayrılır.

Örnek 1. 9x^2 - y^2 = (3x – y)(3x + y)

Örnek 2. 16a^2 - 25b^2 = (4a – 5b)(4a + 5b)

Örnek 3. 9n^2 - $\frac{16}{m^2}$ = (3n - $\frac{4}{m}$)(3n + $\frac{4}{m}$)

4.2.5. x^2 + Bx + C Biçiminde Verilen Bir İfadenin Çarpanlarına Ayrılması

x^2 + Bx + C ifadesi çarpanlarına ayrılırken C = m.n ve B = m + n biçiminde iki sayı aranır.

Örnek 1.

x^2 + 5x + 6 ifadesinde, çarpımları 6 ve toplamları 5 olan iki sayı 2 ve 3 olduğundan;

$x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$ olur.

Örnek 2.

$x^2 - 4x - 12 = (x - 6)(x + 2)$ olur.

Örnek 3.

$x^2 + 9x + 20 = (x + 4)(x + 5)$ olur.

Örnek 4.

$x^2 - 7x - 30 = (x - 10)(x + 3)$ olur.

4.2.6. $Ax^2 + Bx + C$ Biçiminde Verilen Bir İfadenin Çarpanlarına Ayrılması

$Ax^2 + Bx + C$

kx m

lx n şeklinde $Ax^2 = kx.lx$ ve $C = m.n$ biçiminde çarpanlarına ayrılır,

$kx.n + lx.m = Bx$ eşitliği sağlanırsa;

$Ax^2 + Bx + C = (kx + m)(lx + n)$ olur.

Örnek 1.

$3x^2 - 5x + 2 = (x - 1)(3x - 2)$ olur.

Örnek 2.

$4a^2 - 11a - 3 = (a - 3)(4a + 1)$ olur.

Örnek 3.

$6a^2 - 7a + 2 = (2a - 1)(3a - 2)$ olur.

5. BULGULAR VE TARTIŞMA

1) Tam sayılardaki işlemin kapalılık özelliği ile ilgili;

i) 2.2.1.deki; iki tam sayının toplamı yine bir tam sayı olduğundan müfredatta olmayan toplama işleminin kapalılık özelliğinin ifade edilmesi açısından verilmesi gerekmektedir. Bu durumda tam sayılarda kapalılık özelliğinin hissettirilmesi gerekir.

ii) 2.1.2.deki; müfredatta olmayan çıkarma işleminin kapalılık özelliğinin ifade edilmesi açısından verilmesi gerekmektedir. Bu durumda tam sayılarda çıkarma işleminin kapalılık özelliğinden bahsedilmelidir. Doğal sayılarda bu durumun olmadığına dair örnek verilmelidir.

iii) 2.1.3.deki; iki tam sayının çarpımı yine bir tam sayı olduğundan müfredatta olmayan kapalılık özelliğinin verilmesi gereklidir.

2) Rasyonel sayılarda işlemin kapalılık özelliği ile ilgili olarak;

2.2.5.deki; iki rasyonel sayının toplamı yine bir rasyonel sayı olacağından, 2.2.6.daki; iki rasyonel sayı birbirinden çıkarılırsa sonuç rasyonel sayı olacağından ve 2.2.7.deki; iki rasyonel sayının çarpımı yine bir rasyonel sayı olacağından rasyonel sayılarda kapalılık özelliğinin etkinliklerle hissettirilmesi gerekir.

KAYNAKLAR

[1] Milli Eğitim Bakanlığı Yazar Komisyonu, 6. Sınıf Öğretmen Kılavuz Kitabı, Ankara, 2008

[2] Milli Eğitim Bakanlığı Yazar Komisyonu, 7. Sınıf Öğretmen Kılavuz Kitabı, Ankara, 2008

[3] Milli Eğitim Bakanlığı Yazar Komisyonu, 8. Sınıf Öğretmen Kılavuz Kitabı, Ankara, 2008

[4] Akkaş S., Hacısalihoğlu H.H., Özel Z., Sabuncuoğlu A., Soyut Matematik, Gazi Üniversitesi Yayınları, Ankara,1984

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı: Yeşim GÜRER

Doğum Yeri ve Tarihi: Muğla,15.11.1972

EĞİTİM DURUMU

Lisans Öğrenim: Uludağ Üniv. Necatibey Eğitim Fak. Matematik Öğretmenliği

Bildiği Yabancı Diller: İngilizce

İŞ DENEYİMİ

Çalıştığı Kurumlar ve Yıl: Özel Eğitim Kurumu (1996-2002)
Köşk Çok Programlı Lisesi (2002-2004)
75.Yıl Vali Muharrem Göktayoğlu İlköğretim Okulu (2004-2006)
Güzelhisar İlköğretim Okulu (2006-….)

İLETİŞİM

E-posta adresi: yesim2004@gmail.com